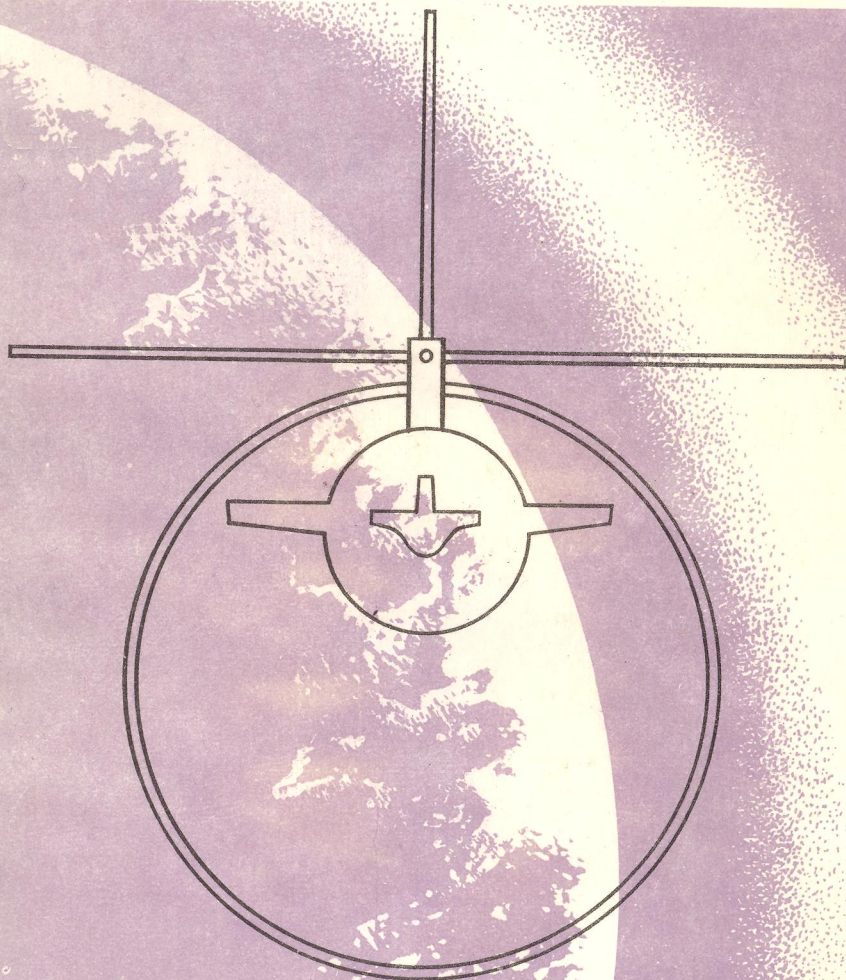


Е.А. Мареев, Ю.В. Чугунов

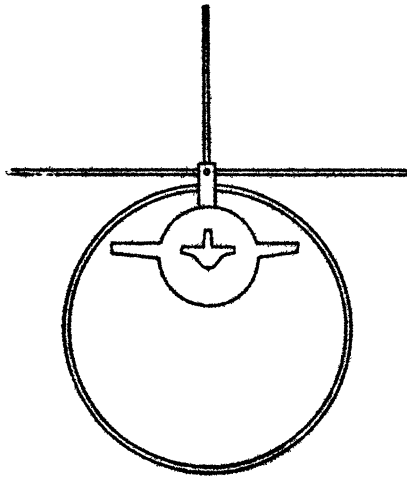
АНТЕННЫ В ПЛАЗМЕ



АКАДЕМИЯ НАУК СССР
ИНСТИТУТ ПРИКЛАДНОЙ ФИЗИКИ

Е.А.Мареєв, Ю.В.Чугунов

АНТЕННЫ В ПЛАЗМЕ



Нижний Новгород – 1991

Издано по решению Редакционно-издательского совета
Института прикладной физики АН СССР

УДК 533.9 + 550.37

Мареев Е.А., Чугунов Ю.В. Антенны в плазме / ИПФ АН СССР. Нижний
Новгород, 1991. 131 с.

Монография посвящена актуальным вопросам теории антенн в плазме. Основное внимание уделено анализу задач, в которых свойства плазмы как диспергирующей среды, ее резонансы, неоднородность, неравновесность системы источник-плазма существенно меняют электромагнитное поле и импедансные характеристики антенн по сравнению с вакуумными. Важное место занимает исследование нелинейных эффектов, возникающих в полях антенн и зондов в изотропной и магнитоактивной плазме. Результаты расчетов используются для интерпретации экспериментальных данных по диагностике плазмы, регистрации шумовых излучений в ионосфере и магнитосфере, для постановки и проведения активных космических экспериментов.

Ил. 40, список использ. лит. 133

Рецензенты

доктор физико-математических наук Г.А.МАРКОВ
доктор физико-математических наук В.В.ТАМОЙКИН

Ответственный редактор

А.А.АНДРОНОВ

ПРЕДИСЛОВИЕ

Книга посвящена актуальным вопросам теории антенн в плазме. Интерес к исследованию полей излучения и импедансных характеристик антенн, находящихся в плазме, обусловлен, в первую очередь, широким использованием антенн и зондов в космических и лабораторных экспериментах. Традиционными сферами их применения служат диагностика параметров окружающей среды, регистрация шумовых излучений в ионосфере и магнитосфере, генерация электромагнитного излучения. В последние годы, в связи с проведением активных космических экспериментов в целях создания искусственных плазменных структур с регулируемыми свойствами, воздействия на геофизические процессы и т.п., возрастающее внимание уделяется изучению нелинейных эффектов, возникающих в электромагнитном поле антенны.

С другой стороны, своеобразная электродинамика, присущая системе источник — плазма, обнаруживает ряд новых и интересных свойств общефизического характера, имеющих аналоги в других физических задачах. В этом отношении особый интерес представляют условия, при которых резонансы плазмы, ее неоднородность, временная и пространственная дисперсия, нелинейные эффекты существенно меняют структуру электромагнитного поля и импеданс антенны по сравнению с вакуумными. Именно такие условия зачастую реализуются в экспериментах, и изложение теории антенн в этих условиях в книге занимает центральное место.

Литература, посвященная теории антенн в плазме, не говоря уже о многочисленных экспериментальных приложениях, в настоящее время очень обширна. Дать сколько-нибудь полный перечень относящихся сюда работ и сделать их обзор в ограниченной по объему книге не представлялось возможным, и это не было целью авторов. В книге наиболее подробно развиваются те модельные задачи, которые позволяют достаточно полно учесть специфику физических явлений, возникающих в системе источник — плазма, и в то же время дают возможность описать их аналитическими решениями исходных уравнений. Кратким является и обзор применений теории антенн.

Наиболее подробно обсуждаются результаты проведенных в последнее время лабораторных экспериментов по изучению нелинейных эффектов при излучении антенн в магнитоактивной плазме. Эти результаты сейчас успешно используются для проведения натурных экспериментов в космосе, интерпретации получаемых данных, а также оказывают большую помощь в постановке модельных задач.

Книга адресована научным работникам, студентам и аспирантам, специализирующимся в области физики плазмы, геофизики, астрофизики и смежных областей.

В В Е Д Е Н И Е

Основой настоящего исследования служат уравнения Максвелла для гармонических полей, возбуждаемых сторонними зарядами $\rho_{ст}(\vec{r}) \exp(-i\omega t)$ и токами $\vec{j}_{ст}(\vec{r}) \exp(-i\omega t)$ в плазме. Для комплексных амплитуд соответствующих полей эти уравнения записываются в виде [1-6]:

$$\operatorname{rot} \vec{H} = -\frac{i\omega}{c} \vec{E} + \frac{4\pi}{c} \vec{j}(\vec{E}) + \frac{4\pi}{c} \vec{j}_{ст}, \quad (1)$$

$$\operatorname{rot} \vec{E} = \frac{i\omega}{c} \vec{H}, \quad (2)$$

$$\operatorname{div} \vec{H} = 0, \quad (3)$$

$$\operatorname{div} \vec{E} = 4\pi\rho(\vec{E}) + 4\pi\rho_{ст}. \quad (4)$$

Здесь \vec{j} и ρ — токи и заряды, индуцированные электромагнитным полем антенны в плазме. Считая, что сторонние заряды и токи связаны уравнением непрерывности

$$-i\omega\rho_{ст} + \operatorname{div} \vec{j}_{ст} = 0, \quad (5)$$

из системы (1)–(4) легко получить уравнение непрерывности и для индуцированных зарядов и токов.

Связь плотности тока \vec{j} с электрическим полем \vec{E} в линейном приближении представляется следующим образом:

$$\vec{j}_a = \int \epsilon_{\alpha\beta}(\omega, \vec{r}, \vec{r}') E_\beta(\vec{r}') d\vec{r}'. \quad (6)$$

Плотность тока, индуцированного в плазме, обычно включают в электрическую индукцию \vec{D} , которая оказывается связанной с электрическим полем интегральным соотношением вида (6), где ядром служит тензор диэлектрической проницаемости

$$\epsilon_{\alpha\beta}(\omega, \vec{r}, \vec{r}') = \delta_{\alpha\beta} + i \frac{4\pi}{\omega} \epsilon_{\alpha\beta}(\omega, \vec{r}, \vec{r}') \quad (7)$$

Здесь $\delta_{\alpha\beta}$ — символ Кронекера. Тензоры проводимости $\epsilon_{\alpha\beta}$ и диэлектрической проницаемости $\epsilon_{\alpha\beta}$ определяются законами движения зарядов в плазме и могут быть найдены на основе кинетических или гидродинамических уравнений. Для однородной среды эта процедура хорошо известна и изложена во многих работах [3-6]. Наличие источника, однако, вносит в эти расчеты существенные особенности. Во-первых, уже в отсутствие ВЧ-поля проводящее тело, приобретая некоторый потенциал относительно окружающей плазмы, возмущает траектории заряженных частиц и формирует вокруг себя область пространственного заряда. Во-вторых, взаимодействие частиц с поверхностью антенны (например, поглощение на поверхности) приводит к нарушению статистического равновесия, так что в окрестности источника концентрация частиц может существенно отличаться не только от невозмущенного, но и от равновесного бальмовского распределения. Эти обстоятельства особенно важны для разреженной плазмы, когда длина свободного пробега электронов l_e велика по сравнению с масштабом возмущенной области, определяемым в данном случае характерными размерами источника L .

В разреженной плазме электрическое поле проникает в квазинейтральную область на расстояния, значительно превышающие размеры источника. Так, на больших расстояниях от поглощающего зонда поле падает пропорционально r^{-3} . При этом даже для большого (по сравнению с дебаевским радиусом r_D) тела поведение поля в квазинейтральной области влияет на структуру области пространственного заряда [2]. В случае же $L \ll r_D$ важную роль начинают играть притягивающиеся к телу частицы, вращающиеся вокруг него по финитным орбитам [2].

Необходимо указать также, что распределение статического поля и концентрации частиц вокруг источника зависит от характера движения излучающей системы в плазме. Для искусственных спутников Земли (ИСЗ) обычно выполняется неравенство $v_{Ti} \ll v_b \ll v_{Te}$ (v_b — скорость спутника, v_{Ti} и v_{Te} — тепловые скорости ионов и электронов). В этих условиях легко оценить, например, потенциал на поверхности поглощающего металлического шара с учетом асимметрии тока на движущееся тело:

$$\psi_0 \approx -\frac{eT}{e} \ln \frac{v_{Te}}{v_{T+}}$$

где T — температура заряженных частиц (здесь плазма считается изотермической), e — постоянная Больцмана e — заряд электрона. Заметим, что для покоящегося шара

$$\psi_0 \approx -\frac{eT}{e} \ln \frac{v_{Te}}{v_{T+}}$$

Если же масштабы антенной системы достаточно велики, может быть существенным учет ЭДС индукции, наводимой на антенне вследствие ее движения в геомагнитном поле ^{*)}.

Таким образом, вокруг антенны формируется неоднородное распределение статического поля и концентрации частиц плазмы. Поэтому вопрос о распределении ВЧ-поля должен решаться с учетом найденного решения статической задачи. Так как строгое решение статической задачи известно для небольшого числа случаев [2, 7], часто приходится ограничиваться анализом простейших моделей. В дальнейшем подробно рассмотрим ситуации, в которых статические эффекты играют принципиальную роль при излучении антенн (излучение на низких частотах, появление локализованных областей плазменного резонанса из-за неоднородного статического распределения концентрации и т.д.). В остальных случаях будем считать плазму, окружающую антенну, однородной или слабонеоднородной (с заданным профилем неоднородности), используя известные тензоры проводимости $\epsilon_{\alpha\beta}(\omega, \vec{k}, \vec{v})$ и диэлектрической проницаемости $\epsilon_{\alpha\beta}(\omega, \vec{k}, \vec{v})$, в которых зависимость от ω и \vec{k} отвечает учету эффектов временной и пространственной дисперсии.

Система уравнений (1)–(4) с учетом известного материального соотношения (6), а также условий излучения на бесконечности и необходимых граничных условий на поверхности рассматриваемых в задаче тел, определяет структуру высокочастотного электромагнитного поля. Следует подчеркнуть, однако, что сами сторонние токи $\vec{j}_{\text{ст}}(\vec{r})$ и заряды $\rho_{\text{ст}}(\vec{r})$ в уравнениях (1)–(4) должны быть заданы так, чтобы выполнялись граничные условия на поверхности антенны. Вопрос о распределении заряда и тока по поверхности, являющийся ключевым в теории антенн, применительно к плазме строго решен лишь для тонких антенн в негиротропной среде, а также для антенн

^{*)} В настоящее время эти вопросы обсуждаются в связи с проектами запуска в космос тростовых систем [8, 9]

эллипсоидальной формы в квазистатическом приближении [10-12]. Ниже приводятся решения этих эталонных задач и обсуждается вопрос о том, в каких случаях можно достаточно корректно рассматривать задачу с заданными сторонними токами.

Если сторонний ток на антенне считать заданным, а окружающую плазму — однородной, задача о распределении высокочастотного поля антенны в линейном приближении сводится к квадратурам, т.е. может быть исследована исчерпывающим образом. Такое исследование позволяет выявить основные особенности структуры поля и импеданса антенны, обусловленные плазмой как электродинамической средой, и, кроме того, является основой для корректной постановки нелинейных задач.

Напомним также основные соотношения, определяющие энергетические характеристики антенных систем. Важнейшим параметром антенны является ее импеданс (входное сопротивление) $Z = R + iX$. Он представляет собой коэффициент пропорциональности между напряжением (или ЭДС) и током на входе антенного устройства, рассматриваемого как двухполюсник, который присоединяется к выходу генератора или передающей линии. Вещественная часть импеданса определяет диссипацию энергии в единицу времени $Q = \frac{1}{2} R |I|^2$. Мнимая часть — реактанс X — характеризует величину электромагнитной энергии (запасаемой в ближнем поле), которой антенна периодически обменивается с генератором.

Определение импеданса предполагает решение задачи о распределении тока по антенне при заданных ЭДС \mathcal{E} . Рассматривая, например, случай сосредоточенной ЭДС и находя ток в месте ее приложения, можно сразу найти входное сопротивление тонкой линейной антенны [13]. Выше уже отмечалась, однако, сложность строгого решения граничной задачи о распределении тока. Вычисляя импеданс антенны при заданном токе, обычно удобнее пользоваться выражением для полных потерь, следующим из комплексной теоремы Пойнтинга. Эта теорема является прямым следствием уравнений Максвелла для гармонических полей (1)-(4):

$$\oint S_n^k ds = -\frac{1}{2} \int (\vec{j}^* + \vec{j}_{ct}^*) \vec{E} d\vec{\tau} + i\omega \int (\omega_m - \omega_e) d\vec{\tau}. \quad (8)$$

В левой части уравнения (8) — интеграл от комплексного вектора Пойнтинга $\vec{S}^k = \frac{c}{8\pi} [\vec{E} \vec{H}^*]$ по поверхности радиуса $R_s \rightarrow \infty$, охватывающей объем V , внутри которого находятся сторонние токи. В правой части $\omega_m = |\vec{H}|^2 / 8\pi$, $\omega_e = |\vec{E}|^2 / 8\pi$ — плотности энергии

магнитного и электрического полей. Записывая связь индуцированного тока и поля с помощью оператора проводимости $\vec{j} = \hat{\epsilon} \vec{E}$ и отделяя действительную часть равенства (8), получим

$$-\frac{1}{2} \operatorname{Re} \int_V \vec{j}_{\text{ст}}^* \vec{E} d\vec{\tau} = \operatorname{Re} \oint S_n^* ds + \frac{1}{2} \operatorname{Re} \int_V (\hat{\epsilon} \vec{E})^* \vec{E} d\vec{\tau}. \quad (9)$$

Из уравнения (9) очевидно, что величина

$$\operatorname{Re} P_a = -\frac{1}{2} \operatorname{Re} \int_V \vec{j}_{\text{ст}}^* \vec{E} d\vec{\tau}$$

определяет мощность потерь, расходуемых на излучение и диссипацию поля в окружающей плазме. Величина

$$W = \frac{1}{2} \operatorname{Re} \int_V (\hat{\epsilon} \vec{E})^* \vec{E} d\vec{\tau}$$

представляет собой мощность джоулевых потерь, которые обусловлены пространственной дисперсией или столкновениями. Однако и в бесстолкновительной плазме в случае $\operatorname{Re} \hat{\epsilon} \rightarrow 0$ диссипация W может иметь конечную величину, если поле имеет особенности, связанные с наличием резонанса, т.е. интеграл $\int_V |\vec{E}|^2 d\vec{\tau}$ при $\operatorname{Re} \hat{\epsilon} \rightarrow 0$ расходится. В этом случае потери W обычно называются резонансными [7].

Мнимая часть равенства (8), выражающего комплексную теорему Пойнтинга, имеет вид

$$-\frac{1}{2} \operatorname{Im} \int_V \vec{j}_{\text{ст}}^* \vec{E} d\vec{\tau} = \frac{\omega}{8\pi} \operatorname{Re} \int_V (\hat{\epsilon} \vec{E})^* \vec{E} d\vec{\tau} - \omega \int_V w_n d\vec{\tau}. \quad (10)$$

При получении этого уравнения учтено соотношение (7).

Для антенны, изготовленной из идеального проводника, тангенциальная компонента электрического поля на поверхности антенны удовлетворяет условию $E_{\tau} + K = 0$, где K — поле сторонней ЭДС. В случае сосредоточенной ЭДС отсюда сразу получаем $P_a = \frac{1}{2} I^* Z$, где I — ток в точке приложения ЭДС. Таким образом, $P_a = \frac{1}{2} |I|^2 Z$, т.е. формула (8) в самом деле дает выражение для импеданса. Формула (9) показывает, из чего складывается входное сопротивление антенны, а формула (10) определяет реактанс. Сопротивление излучения антенны R_z определяется соотношением

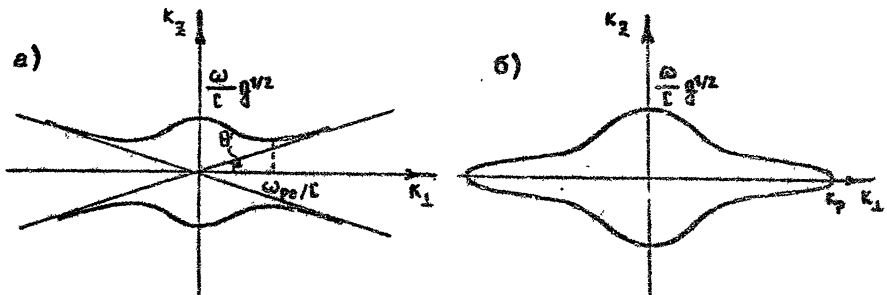
$$\operatorname{Re} \oint S_n^k ds = \frac{1}{2} |I|^2 R_n.$$

Можно ввести также понятие эффективной индуктивности антенны $L_n = 2W_m c^2 / |I|^2$ и эффективной емкости $C_n = |I|^2 / 2\omega^2 W_e$, где $W_m = \int_V w_m d\tau$ — энергия магнитного поля, $W_e = \frac{1}{8\pi} \operatorname{Re} \int_V (\epsilon \vec{E})^* \vec{E} d\tau$ — энергия электрического поля в среде. С учетом введенных понятий формула (10) дает привычное выражение для реактанса: $-X = \omega L_n / c^2 - 1 / \omega C_n$.

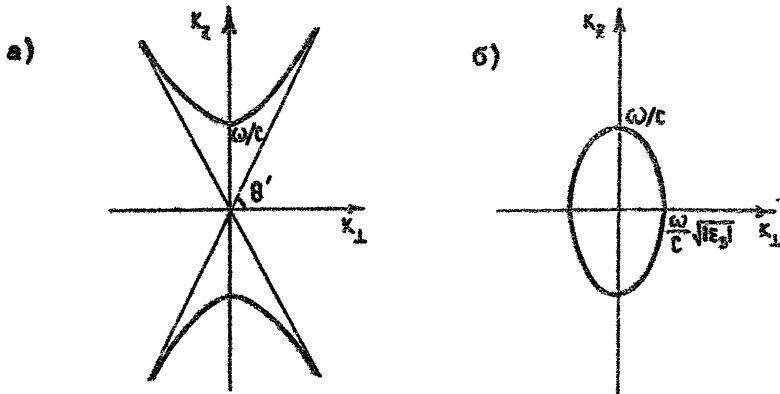
В настоящей книге анализируются особенности поля и импеданса антенн в различных частотных интервалах. Особое внимание уделяется таким условиям, при которых влияние плазмы является существенным и приводит к качественным отличиям характеристик антенны от соответствующих вакуумных.

Важнейший фактор, способствующий появлению особенностей структуры поля и импеданса антенны, — наличие собственных электростатических колебаний — резонансов плазмы, на возбуждение которых может расходоваться значительная часть энергии, подводимой к антенне. В изотропной плазме, как известно, резонансные колебания возбуждаются на частоте $\omega = \omega_{pe}$ (ω_{pe} — ленгмюровская частота электронов), при которой диэлектрическая проницаемость $\epsilon = 1 - \omega_{pe}^2 / \omega^2 = 0$. При $\omega \geq \omega_{pe}$, с учетом теплового движения частиц, эти колебания распространяются в виде сильно замедленных волн, называемых плазменными. Длина плазменной волны порядка дебаевского радиуса, тогда как длина волны электромагнитной (поперечной) моды $\lambda = 2\pi c / \omega \sqrt{\epsilon}$. Оказывается, что в этих условиях элементарный диполь, например, излучает продольные волны гораздо интенсивнее ($\sim (c/v_{te})^2$), чем поперечные [14]. Вполне очевидно, что при $\epsilon \rightarrow 0$ масштаб ближней зоны излучателя неограниченно возрастает и поле в окрестности антенны можно описывать в квазистатическом приближении.

Гораздо сложнее дело обстоит в анизотропной среде. В магнитоактивной плазме уже в холодном приближении возбуждаются, вообще говоря, две электромагнитные моды, а длина волны зависит от угла θ' между направлением распространения волны и магнитным полем. При исследовании излучения гармонических источников удобно использовать поверхность волновых чисел $\omega(\vec{k}) = \omega \Omega \Omega \Omega$. Примеры таких поверхностей для электромагнитных волн показаны на рис. 1, 2. Рис. 1 соответствует волнам нижнегибридного диапазона частот в достаточно плотной плазме $\omega \ll \omega_{He} \ll \omega_{pe} < \omega_{H_e}$ (ω_{H_e} — гирочастота электро-



Р и с. 1. Волновые поверхности $\omega(\vec{k}) = \text{const}$ для волн нижнегибридного диапазона частот при $\omega_{ne} < \omega_{pe}$: а - $\omega > \Omega_{нг}$, б - $\omega < \Omega_{нг}$. $k_p = \omega_{pe} \omega / c \sqrt{\Omega_{нг}^2 - \omega^2}$



Р и с. 2. Волновые поверхности $\omega(\vec{k}) = \text{const}$ для волн необыкновенной поляризации в сильно замагниченной плазме: а - $\omega < \omega_{pe}$; б - $\omega > \omega_{pe}$

нов). На рис. 1, а частота больше нижнегибридной $\omega > \Omega_{нг}$, рис. 1, б построен при обратном соотношении $\omega < \Omega_{нг}$. На рис. 2 показаны волновые поверхности для волн необыкновенной поляризации в сильно замагниченной плазме: $\omega_{ne} \gg \omega_{pe}$; случаи а и б отличаются соотношением частот ω и ω_{pe} . Заметим, что в сильно замагниченной плазме, наряду с волнами необыкновенной поляризации, могут распространяться и обыкновенные волны, для которых волновая поверхность такая же, как в вакууме: $\omega = kc$. Характерной особенностью поверхностей, изображенных на рис. 1, а, 2, а, является то, что они не замкнуты, т.е. при некотором значении угла $\theta' = \text{ctg} \mu$ ($\mu = |\epsilon_1 / \epsilon_2|^{1/2}$, $\epsilon_1 = \epsilon_{xx}$

$=\epsilon_{yy}, \epsilon_z = \epsilon_{zz}$) волновое число $k \rightarrow \infty$. Сильно замедленные мелко-масштабные волны, фаза которых бежит под углом $\theta' \approx \epsilon'_{1q} \mu$ к магнитному полю, называются квазистатическими (или электростатическими). Электрическое поле этих волн много больше магнитного. Диапазон частот, в котором могут возбуждаться квазистатические волны, достаточно широк; он состоит из трех интервалов: $\max\{\omega_{p2}, \omega_{H2}\} < \omega < \Omega_{gr}$; $\Omega_{gr} < \omega < \min\{\omega_{p2}, \omega_{H2}\}$; $\omega < \omega_{H1}$, где Ω_{gr} - верхнегибридная частота, ω_{H1} - гирочастота ионов. Этот диапазон, определяемый условием $\epsilon_1 \epsilon_2 < 0$, часто называют резонансным. Если характерный размер L источника (антенны), работающего в резонансном диапазоне, мал по сравнению с характерной длиной электромагнитной волны λ , источник эффективно возбуждает собственные колебания плазмы, распространяющиеся в виде медленных квазистатических волн. При этом поле источника характеризуется режимом возрастания в его окрестности, а импеданс - наличием действительной части, обусловленной возбуждением квазистатических волн. Соответствующие условия (резонансная частота, $L \ll \lambda$) будем называть в дальнейшем резонансными. Величина λ в конкретном диапазоне частот легко определяется из вида волновой поверхности. Так, в нижнегибридном диапазоне (см. рис. 1, а) $\lambda = 2\pi c / \omega q^{1/2}$ - длина свистовой волны (здесь $q = -i\epsilon_{24} = i\epsilon_{yz}$), в сильно замагниченной плазме при $\omega < \omega_{pe}$ (см. рис. 2, а) $\lambda = 2\pi c / \omega_{pe}$ - длина волны необыкновенной поляризации, распространяющейся вдоль магнитного поля.

Отметим, что в большинстве прикладных работ по генерации свистовых волн в космосе резонансные условия оказываются неизбежными, ибо длина свистовых волн, как правило, велика по сравнению с реально достижимыми масштабами антенной системы, а частота излучения относится к резонансному (нижнегибридному) диапазону [15]. Поэтому анализ излучения антенн в резонансных условиях представляет не только теоретический, но и большой практический интерес, и ему уделяется значительное внимание в настоящей книге.

Другой важной особенностью плазмы как электродинамической среды является ярко выраженная пространственная дисперсия. В реальных условиях пространственная дисперсия может быть связана не только с тепловым движением, но и с потоками заряженных частиц, возникающих, например, вследствие их оседания на поверхность антенны или космического аппарата. В разреженной плазме пространственная дисперсия определяет структуру поля источника в условиях резонанса и приводит к новому механизму потерь, обусловленных отбо-

ом энергии частицами, пролетающими в неоднородном высокочастотном поле антенны. Когда размер антенны порядка или меньше характерного масштаба пространственной дисперсии, эти пролетные потери вносят существенный вклад в импеданс [7,16].

Наконец, одним из наиболее интересных и интенсивно изучаемых в настоящее время разделов физики антенн в плазме является исследование нелинейных эффектов в ближнем поле и их влияния на структуру поля и импеданс излучающих систем. Несмотря на то что эти исследования далеки от завершения, некоторые основные особенности излучения мощных источников в плазме могут считаться выясненными, и мы их достаточно подробно обсудим в дальнейшем. Во введении приведем лишь ряд замечаний на этот счет.

Как известно [17], нелинейные механизмы, играющие основную роль при самовоздействии высокочастотного поля, различны для малых и больших длин свободного пробега электронов l_e , по сравнению с масштабом неоднородности поля, определяемым в данном случае характерным размером антенны L . В разреженной плазме $l_e \gg L$ преобладают стрикционные эффекты. При этом стационарное распределение плотности плазмы оказывается локальной функцией амплитуды поля и устанавливается в результате конкуренции нелинейности и пространственной дисперсии. В частично ионизованной плазме при $l_e \ll L$ основную роль играют эффекты нагрева и ионизации плазмы в поле антенны, и стационарные распределения температуры и концентрации частиц, как правило, нельзя считать локальными функциями амплитуды электрического поля, т.е. необходимо учитывать теплопроводность и диффузию. Рассмотрим влияние как локальной, так и нелокальной нелинейности на структуру поля и импедансные характеристики антенн в плазме. Покажем, что достаточно полное аналитическое исследование возможно в двух основных случаях: 1) малые возмущения плазмы, 2) сильно нелокальная нелинейность, когда размеры антенны много меньше масштабов диффузии или теплопроводности. Разумеется, нелинейные эффекты наиболее ярко проявляются в резонансных условиях, когда поле достигает очень больших значений в окрестности антенны. Основная трудность в решении подобных нелинейных задач — сложная структура поля источника, даже в однородной плазме. Тем более сложна ситуация, в которой необходимо учитывать неоднородность статического распределения концентрации частиц вокруг антенны. Рассмотрим, в частности, случай, когда понижение концентрации заряженных частиц в окрестности поглощающего зонда приводит к резонан-

ции плазменного резонанса на некоторой поверхности в изотропной плазме. Для магнитоактивной плазмы ограничимся анализом нелинейных эффектов, возникающих на фоне однородного статического распределения частиц.

Наряду с указанными задачами самовоздействия высокочастотного поля в настоящее время привлекают внимание два специфических для плазменных антенн случая, в которых проявляются нелинейные эффекты. Первый — случай достаточно низких частот, когда статическое распределение частиц, устанавливающееся в окрестности антенны, успевает "следить" за переменным сторонним полем. Тогда уже при амплитуде напряжения на антенне порядка плазменного потенциала $\approx T/e$ начинает проявляться нелинейность зависимостей тока, текущего из плазмы на антенну, и пространственного заряда в окрестности антенны от приложенного напряжения. Это приводит к зависимости импеданса антенны от напряжения, появлению гармоник тока и т.д. Подчеркнем, что эти эффекты могут возникать при весьма малых значениях напряжения, подаваемого на антенну. Второй класс явлений, о котором лишь мельком упоминаем в этой книге, касается излучения рамочных антенн в плазме. Если амплитуда переменного (или величина постоянного) тока в рамке достаточно велика, ее магнитное поле может качественно изменить распределение частиц и дисперсионные свойства плазмы в ближней зоне антенны. В планируемых космических экспериментах, например, переменное магнитное поле рамочной антенны сравнимо с геомагнитным полем. Однако теоретическое исследование эффектов магнитной нелинейности сейчас только начинается.

Учет влияния всех перечисленных факторов — анизотропии, неоднородности, дисперсии, нелинейности на распределение тока вдоль антенны и ее поле — является в общем случае безнадежной задачей. Однако существует обстоятельство, которое во многих случаях упрощает расчеты. Дело в том, что наибольший интерес с экспериментальной и теоретической точек зрения представляют ситуации, в которых размеры излучателя малы по сравнению с характерной длиной электромагнитной волны в плазме, т.е. $l \ll \lambda$. Это позволяет описывать поле вблизи антенны в квазистационарном приближении (и учесть при этом влияние неоднородности, пространственной дисперсии, нелинейности), а излучение электромагнитных волн, как правило, считать дипольным. В силу сказанного во многих случаях является удобным следующее представление сторонних источников:

$$\vec{j}_{\text{ст}} = c \operatorname{rot} \vec{M} - i\omega \vec{P}; \quad \rho_{\text{ст}} = \operatorname{div} \vec{P}, \quad (11)$$

где \vec{P} — вектор сторонней поляризации, а \vec{M} — сторонняя намагниченность. Представление (11) позволяет естественным образом ввести в рассмотрение два типа источников — электрические и магнитные — и записать в удобной форме уравнения Максвелла для возбуждаемых этими источниками полей.

Будем искать электрическое и магнитное поле в виде разложения по малому параметру $\xi_0 = L/\lambda = \frac{\omega}{c} L_{30}$ (последнее разложение фактически определяет эффективный размер излучателя в плазме): $\vec{E} = \vec{E}_0 + \vec{E}_1 + \dots$; $\vec{H} = \vec{H}_0 + \vec{H}_1 + \dots$, причем $|\vec{H}_1|/|\vec{H}_0| \sim |\vec{E}_1|/|\vec{E}_0| \sim \xi_0$, $|\vec{H}_2|/|\vec{H}_0| \sim |\vec{E}_2|/|\vec{E}_0| \sim \xi_0^2$ и т.д. Система (1)–(4) с точностью до величин 2-го порядка по ξ_0 приводит к следующим уравнениям.

1) Для источников электрического типа, $\vec{M} = 0$:

$$\vec{H}_0 = 0, \quad \vec{E}_0 = -\nabla\varphi_0, \quad \operatorname{div} \hat{\epsilon} \nabla\varphi_0 = -\operatorname{div} \vec{P}; \quad (12)$$

$$\begin{cases} \vec{E}_1 = 0, & \operatorname{div} \vec{H}_1 = 0, \\ \operatorname{rot} \vec{H}_1 = -i \frac{\omega}{c} (\hat{\epsilon} \vec{E}_0 + 4\pi \vec{P}); \end{cases} \quad (13)$$

$$\begin{cases} \vec{E}_2 = \vec{E}_{20} - \nabla\varphi_2, & \operatorname{div} \hat{\epsilon} \nabla\varphi_2 = \operatorname{div} \hat{\epsilon} \vec{E}_{20}, \\ \operatorname{rot} \vec{E}_{20} = i \frac{\omega}{c} \vec{H}_1, & \vec{H}_2 = 0. \end{cases} \quad (14)$$

2) Для источников магнитного типа, $\vec{P} = 0$:

$$\vec{E}_0 = 0, \quad \operatorname{rot} \vec{H}_0 = 4\pi \operatorname{rot} \vec{M}, \quad \operatorname{div} \vec{H}_0 = 0; \quad (15)$$

$$\begin{cases} \vec{H}_1 = 0; & \vec{E}_1 = \vec{E}_{10} - \nabla\varphi_1, \\ \operatorname{div} \hat{\epsilon} \nabla\varphi_1 = \operatorname{div} \hat{\epsilon} \vec{E}_{10}; & \operatorname{rot} \vec{E}_{10} = i \frac{\omega}{c} \vec{H}_0; \end{cases} \quad (16)$$

$$\vec{E}_2 = 0, \quad \operatorname{rot} \vec{H}_2 = -i \frac{\omega}{c} \hat{\epsilon} \vec{E}_1, \quad \operatorname{div} \vec{H}_2 = 0. \quad (17)$$

Системы уравнений (12)–(14), (15)–(17) определяют электромагнитные поля в ближней зоне антенны. (Как уже отмечалось, в магнитоактивной плазме ближняя зона имеет сложную геометрию и может тянуться в некоторых направлениях на расстояния, значительно превышающие длину электромагнитной волны). Как мы убедимся, эти уравнения особенно удобны в резонансных условиях, в том числе при анализе нелинейных эффектов и резонансных потерь.

ЛИНЕЙНАЯ ТЕОРИЯ АНТЕНН В ОДНОРОДНОЙ ИЗОТРОПНОЙ ПЛАЗМЕ

1.1. ПОЛЕ И ИМПЕДАНС ДИПОЛЬНОЙ АНТЕННЫ С ЗАДАНЫМ РАСПРЕДЕЛЕНИЕМ ТОКА

В изотропной плазме тензор диэлектрической проницаемости имеет вид

$$\epsilon_{\alpha\beta}(\omega, \vec{k}) = \left(\delta_{\alpha\beta} - \frac{k_{\alpha} k_{\beta}}{k^2} \right) \epsilon_{\perp}(\omega, \vec{k}) + \frac{k_{\alpha} k_{\beta}}{k^2} \epsilon_{\parallel}(\omega, \vec{k}). \quad (1.1.1)$$

Выражения для поперечной $\epsilon_{\perp}(\omega, \vec{k})$ и продольной $\epsilon_{\parallel}(\omega, \vec{k})$ диэлектрической проницаемости приведены во многих монографиях [3-6]. В случае достаточно высоких частот ($\omega \gg k v_{Te}$) $\epsilon_{\perp} = \epsilon = 1 - \omega_{pe}^2/\omega^2$; $\epsilon_{\parallel} = \epsilon - \delta^2 k^2$, где $\delta = \sqrt{3} v_{Te} \omega_{pe} / \omega^2$.

Для фурье-компонент электрического поля, возбуждаемого в однородной изотропной плазме заданным распределением тока $\vec{j}(\vec{r}) \exp(-i\omega t)$, получим уравнение

$$(k^2 - k_0^2 \epsilon_{\perp}) \vec{E}_{\perp} - k_0^2 \epsilon_{\parallel} \vec{E}_{\parallel} = \frac{4\pi i \omega}{c^2} \vec{j}, \quad (1.1.2)$$

где $k_0 = \omega/c$; $\vec{E}_{\perp} = \vec{k}(\vec{k} \cdot \vec{E}_{\perp})/k^2$ и $\vec{E}_{\parallel} = [\vec{k}(\vec{k} \cdot \vec{E}_{\parallel})]/k^2$ - поперечная и поперечная по отношению к волновому вектору \vec{k} компоненты поля $\vec{E}_{\vec{k}}$. Из уравнения (1.1.2) следует, что в изотропной плазме электрическое поле заданного тока состоит из двух независимых слагаемых:

$$\vec{E}(\vec{r}) = \frac{4\pi i}{\omega} \int \left[\frac{k_0^2 \vec{j}_{\perp}(\omega, \vec{k})}{k^2 - k_0^2 \epsilon_{\perp}} - \frac{\vec{j}_{\parallel}(\omega, \vec{k})}{\epsilon_{\parallel}(\omega, \vec{k})} \right] e^{i\vec{k} \cdot \vec{r}} d\vec{k}. \quad (1.1.3)$$

Первое из этих слагаемых $\vec{E}_{\perp}(\vec{r})$ удовлетворяет уравнению $\text{div} \vec{E}_{\perp} = 0$ и называется обычно поперечным электрическим полем, а второе - $\vec{E}_{\parallel}(\vec{r})$ - удовлетворяет уравнению $\text{rot} \vec{E}_{\parallel} = 0$ и представляет собой продольное электрическое поле.

Приступая к систематическому изложению теории антенн в изотропной плазме, естественно начать с анализа функции Грина, дающей выражение для поля элементарного гармонического источника - точечного электрического диполя. Плотность тока для точечного диполя представим в виде

$$\vec{j}(\vec{r}) = -i\omega \vec{P} \delta(\vec{r}), \quad (1.1.4)$$

где \vec{P} — дипольный момент, $\delta(\vec{r})$ — дельта-функция. Продольная и поперечная фурье-компоненты такого тока записываются следующим образом:

$$\vec{j}_\parallel(\omega, \vec{k}) = -i\omega \frac{\vec{k}(\vec{k} \cdot \vec{P})}{\delta \pi^2 k^2}; \quad \vec{j}_\perp(\omega, \vec{k}) = \frac{i\omega}{\delta \pi^2} \left[\vec{P} - \frac{\vec{k}(\vec{k} \cdot \vec{P})}{k^2} \right]. \quad (1.1.5)$$

Разумеется, наибольший интерес представляют частоты $\omega \gg \omega_{pe}$, на которых излучаются и продольные, и поперечные волны. Интегралы (1.1.3) для продольного и поперечного дипольных полей вычисляются при этом аналогично. Покажем, как вычисляется продольное поле. Второе слагаемое формулы (1.1.3) после подстановки в него выражения (1.1.5) дает

$$\vec{E}_\parallel = \nabla \text{div} \vec{G} \vec{P}, \quad \vec{G} = \frac{1}{2\pi^2} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\exp(i\vec{k} \cdot \vec{r}) d\vec{k}}{k^2 \epsilon_\parallel(\omega, \vec{k})}. \quad (1.1.6)$$

Переходя в сферическую систему координат, после элементарного интегрирования по угловым переменным получим

$$\vec{G} = \frac{2}{\pi r} \int_0^\infty \frac{\sin kr}{k \epsilon_\parallel(\omega, k)} dk. \quad (1.1.7)$$

Если r велико по сравнению с масштабом пространственной дисперсии δ , основной вклад в \vec{G} дают окрестность начала координат и область вблизи точки $\epsilon_\parallel = 0$. Поэтому для вычисления \vec{G} при $r \gg \delta$ можно воспользоваться выражением $\epsilon_\parallel = \epsilon - \delta^2 k^2$, правильно описывающим поведение продольной диэлектрической проницаемости вблизи точек $\epsilon_\parallel = 0$, $k = 0$. Тогда подынтегральное выражение в формуле (1.1.7), кроме полюса $k = 0$, содержит еще две особые точки типа полюсов на вещественной оси: $k = \pm k_p = \pm \sqrt{\epsilon/\delta}$. Однако с учетом малой диссипации $\nu_p \rightarrow 0$, полюс $k = k_p$ смещается вверх, а полюс $k = -k_p$ — вниз с действительной оси. Имея в виду это обстоятельство, находим *)

$$\vec{G} = [1 - \epsilon \nu_p(i k_p r)] / \epsilon r. \quad (1.1.8)$$

Если $r \rightarrow 0$ (т.е. $r \ll \delta$), основной вклад в интеграл для \vec{G}

*) Функция Грина для изотропной плазмы в квазистатическом приближении найдена впервые в работе [14].

вносят большие κ , при которых $\epsilon_{\parallel} \approx 1$, и в области $r \ll \delta$, естественно, получается $\bar{U} \propto r^{-1}$.

Заметим, что при получении (1.1.8) мнимая часть ϵ_{\parallel} не принималась во внимание (кроме выбора правила обхода полюса), поэтому данное выражение справедливо лишь на расстояниях, меньших длины затухания Ландау $r_A = \delta(2\epsilon/3\pi)^{1/2} \operatorname{erf}(3/2\epsilon)$. Поперечное поле при $r \gg \delta$ вычислится аналогично:

$$\bar{E}_{\perp} = \kappa_0^2 \bar{p} \frac{\operatorname{erf}(\kappa_0 \epsilon r)}{r} - \nabla \operatorname{div} \left[\bar{p} \frac{1 - \operatorname{erf}(\kappa_0 \epsilon r)}{\epsilon r} \right]. \quad (1.1.9)$$

Из формул (1.1.6)–(1.1.9) легко найти поле электрического диполя в условиях плазменного резонанса $\omega \rightarrow \omega_{pe}$. На расстояниях $\delta \ll r \ll r_A$ получаем

$$\bar{E}_{\parallel} = \bar{n}(\bar{n} \bar{p}) \operatorname{erf}(\kappa_0 r) / \delta^2 r, \quad \kappa_0^{-1} \ll r \ll r_A, \quad (1.1.10)$$

$$\bar{E}_{\perp} = [\bar{p} - \bar{n}(\bar{n} \bar{p})] / 2\delta^2 r, \quad \delta \ll r \ll \kappa_0^{-1}, \quad (1.1.11)$$

где $\bar{n} = \bar{r}/r$. Поперечное поле на расстояниях, много меньших длины электромагнитной волны, равно $\bar{E}_{\perp} = \kappa_0^2 [\bar{p} - \bar{n}(\bar{n} \bar{p})] / 2r$, поэтому при $\delta \ll r \ll r_A$ $|\bar{E}_{\perp} / \bar{E}_{\parallel}| \sim (\kappa_0 \delta)^2$, т.е. поперечное поле мало по сравнению с продольным.

Формулы (1.1.10)–(1.1.11) показывают, что в условиях плазменного резонанса поле электрического диполя спадает значительно медленнее, чем в вакууме. Что касается функции $\bar{U}(r)$, определяющей потенциал осциллирующего "точечного заряда", то она при $\epsilon \rightarrow 0$ равна $\bar{U} = (r/2\delta^2 - i\kappa_0 r/\epsilon)$; следовательно, электрическое поле заряда в условиях резонанса на расстояниях $\delta \ll r \ll \kappa_0^{-1}$ вообще не спадает: $\bar{E}_{\perp} = -\bar{U} / 2\delta^2$. Одним из следствий медленного убывания поля является сильное влияние друг на друга проводников, из которых состоит антенная система. Оказывается, например (см. подробнее разд. 1.2), что заряд тонкой дипольной антенны при $\epsilon \rightarrow 0$ сосредоточен вблизи ее зазора.

Важно подчеркнуть, что поле (1.1.11) не зависит от ϵ , т.е. в пределе $\epsilon \rightarrow 0$ остается конечным. Это отличает трехмерную задачу от одномерной и двумерной, где в резонансных условиях $\epsilon \rightarrow 0$ поле обращается в бесконечность, приводя к сингулярности в импедансе одномерных и двумерных систем, например, плоского сеточного конденсатора [7,19].

Из приведенных формул для полей в резонансных условиях можно найти импеданс источников, характерные размеры которых велики по сравнению с дебаевским радиусом, но малы по сравнению с длиной плазменной волны. Так, в первом прибли-

жении по $(k_p L)$ импеданс одиночного зонда $Z_n = k_p / \omega \epsilon$ является активным и характеризует потери энергии на возбуждение плазменных волн [19,20]. В то же время импеданс двойного (дипольного) источника $Z_A = -id / \omega \delta^2$ носит индуктивный характер и содержит действительную часть лишь в следующем порядке по параметру $k_p d$ [10,19]. При этом для дипольного источника в качестве характерного масштаба d выступает кратчайшее расстояние между разноименно заряженными частями источника (предполагается, что $d \gg \delta$). Так, в обсуждаемом ниже (разд. 1.2) примере тонкой цилиндрической антенны d — ширина зазора антенны.

С помощью функции Грина нетрудно вычислить энергию плазменных волн W_p , излучаемых элементарным диполем в единицу времени, и тем самым определить активную часть импеданса дипольного источника. Для этого достаточно продольное поле электрического диполя в волновой зоне (1.1.10) подставить в выражение для потока энергии плазменных волн

$$v_{gr} \left[\frac{d(\omega \epsilon)}{d\omega} \right] \cdot |\vec{E}_z|^2 / 16\pi = (|\vec{E}_z|^2 / 8\pi) \omega \delta |\epsilon|^{1/2}$$

(где v_{gr} — групповая скорость плазменных волн), а затем проинтегрировать это выражение по поверхности сферы, охватывающей источник. В результате получим

$$W_p = P^2 \omega \sqrt{\epsilon} / 6\delta^3 \quad (1.1.12)$$

Сравнивая (1.1.12) с выражением для интенсивности излучения диполем электромагнитных волн $W_3 = P^2 \omega^4 \sqrt{\epsilon} / 3c^3$, получим

$$\frac{W_p}{W_3} = \frac{1}{2(\delta/\omega c)^3} = \frac{1}{3,7(v_{Te}/c)^3} \gg 1.$$

Таким образом, на частотах, близких к плазменной, сопротивление излучения диполя в изотропной плазме определяется в основном излучением продольных волн.

Как следует из формулы (1.1.12), при $v_{Te} \rightarrow 0$ на фиксированной частоте $W_p \rightarrow \infty$. Это связано с предположением о точечности диполя, которое при $v_{Te} \rightarrow 0$ становится некорректным, так как длина плазменной волны $\lambda_p = 2\pi k_p^{-1} \rightarrow 0$. Можно показать, что в случае $L/\lambda_p \rightarrow \infty$ (L — характерный размер диполя), наоборот, при $v_{Te} \rightarrow 0$ интенсивность излучения продольных волн $W_p \rightarrow 0$, пространственная дисперсия оказывается несущественной и импеданс диполя совпадает с его "холодным" значением [21].

Выше мы рассмотрели случай плазменного резонанса, когда характеристики источников в плазме резко отличаются от ваку-

умных, и определяющее влияние на распределение поля и импеданс источника оказывает пространственная дисперсия. Если частота ω велика по сравнению с плазменной ω_{pe} , тогда, напротив, распределение тока на антенне и ее поле близки к вакуумным, а влияние плазмы приводит лишь к поправкам в импедансе. Однако в ряде случаев эти поправки могут играть принципиальную роль, определяя, например, активную часть импеданса антенны. Поэтому приведем выражения для поправок ΔZ к вакуумному значению импеданса дипольных источников в разреженной плазме $\omega \gg \omega_{pe}$.

Считая распределение заряда на источнике $\rho_{ct}(\vec{r})$ и создаваемое им поле в плазме вакуумными, с помощью комплексной теоремы Пойнтинга получим следующее выражение:

$$\Delta Z = \frac{32\pi^4}{i\omega Q^2} \int (\epsilon_n^2 - 1) \frac{|\rho_{ct}|^2}{k^2} d\vec{k}. \quad (1.1.13)$$

Рассмотрим электрический диполь, состоящий из двух тонких проводов длиной L , для которого

$$\rho_{ct}(\vec{r}) = \frac{Q}{2L} \text{sign } z [1(x+L) - 1(x-L)] \frac{\delta(z)}{2\pi r_{\perp}}. \quad (1.1.14)$$

Интеграл (1.1.13) в этом случае принимает вид

$$\Delta Z = -\frac{\partial I}{\pi^2 \omega L^2} \int \frac{\sin^4(k_z L/2)}{k_z^2 k^2} (\epsilon_n^2 - 1) d\vec{k}. \quad (1.1.15)$$

Как известно [3-6], $\epsilon_n^2 - 1 = 2(\omega_{pe}^2/\omega^2) y^2 [1 + i\sqrt{\pi} y W(y)]$, где $y = \omega/\sqrt{2k}v_{Te}$, $W(y)$ - функция Крампа (интеграл вероятности от комплексного аргумента). Следовательно, поправка к импедансу пропорциональна концентрации заряженных частиц: $\Delta Z \propto \omega_{pe}^2$. Используя разложения функции Крампа при малых и больших значениях аргумента, получим следующие выражения.

В случае $\omega L/v_{Te} \ll 1$

$$R = \text{Re } \Delta Z = \frac{2\sqrt{\pi}}{3} \frac{\omega_{pe}^2}{\omega^2} \frac{1}{\omega L} \left(\frac{\omega L}{v_{Te}}\right)^3 \ln\left(\frac{v_{Te}}{\omega L}\right), \quad (1.1.16)$$

$$X = \text{Im } \Delta Z = -\frac{\partial}{3} \frac{\omega_{pe}^2}{\omega^2} \frac{1}{\omega L} \left(\frac{\omega L}{v_{Te}}\right)^2.$$

В случае $\omega L/v_{Te} \gg 1$

$$R = \frac{2\pi}{\omega L} \frac{\omega_{pe}^2}{\omega^2}, \quad X = -\frac{2}{\omega L} \frac{\omega_{pe}^2}{\omega^2} \ln \frac{\omega L}{v_{Te}}. \quad (1.1.17)$$

Конечная величина сопротивления излучения, т.е. действительной части импеданса диполя, обусловлена наличием мнимой части ϵ_1 . Физический смысл этих потерь состоит в том, что заряженные частицы, пролетающие через неоднородное переменное поле источника, отбирают у него энергию, и эти потери энергии в разреженной плазме можно назвать пролетными. Более подробно этот вопрос будет обсуждаться в гл. 2 при рассмотрении импеданса антенн в магнитоактивной плазме.

Заметим, что и без учета пространственной дисперсии антенная система обладает сопротивлением, связанным с джоулевой диссипацией (столкновениями). Так, при $\nu_e \ll \omega$ действительная часть импеданса диполя, обусловленная джоулевой диссипацией, равна

$$R_1 = \frac{\omega_{pe}^2}{\omega^2} \cdot \frac{\nu_e}{\omega} \cdot \frac{1}{\omega L} \left(\frac{\omega L}{v_{Te}} \right)^2. \quad (1.1.18)$$

Сравнение с формулами (1.1.16), (1.1.17) показывает, однако, что при $\nu_e \ll \omega$ джоулевы потери энергии диполя малы по сравнению с пролетными. Формулы для импеданса простейших антенных систем в случае $\nu_e > \omega$ можно найти в работе [21].

1.2. ТЕОРИЯ ТОНКОЙ ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ АНТЕННЫ В ИЗОТРОПНОЙ ПЛАЗМЕ

В предыдущем разделе распределение тока на антенне считалось заданным. Строгая электродинамическая постановка задачи с учетом граничных условий на поверхности антенны приводит к сложным интегродифференциальным уравнениям, которые даже в вакууме допускают аналитическое решение лишь в некоторых специальных случаях. Одним из них является важнейший для практики случай тонкой цилиндрической антенны, рассмотренный впервые исчерпывающим образом в работе Леонтовича и Левина [13]. Использованный ими метод разложения по малому параметру (отношение радиуса антенны b к ее длине $2L$) затем успешно применялся при анализе входного импеданса антенн в изотропной и магнитоактивной плазме. Детальное исследование задачи о распределении тока и импедансе тонкой антенны в изотропной плазме с учетом продольного и поперечного полей можно найти в работе [10]. В настоящем разделе проанализируем наиболее интересный случай антенны конечной длины в условиях плазменного резонанса $\omega \approx \omega_{pe}$.

Предполагая, что поле потенциально, можно получить достаточно простое уравнение для тока на антенне, не используя разложение по малому параметру b/L . Это связано с регулярным поведением функции Грина \bar{G} трехмерной задачи (см. выражение (1.1.8)) при $\varepsilon \rightarrow \eta$.

Считая, что $|k_p b| \ll 1$, а распределение стороннего потенциала $\psi_0(z)$ аксиально-симметрично, получаем

$$\psi_0(z) = \int_{-L}^L \bar{G}(z-z') \rho(z') dz' \quad (1.2.1)$$

Продифференцируем (1.2.1) по z и воспользуемся уравнением непрерывности заряда. С учетом явного вида функции \bar{G} находим уравнение для тока на антенне:

$$I(z) - i\omega \delta^2 E_0(z) + \int_{-L}^L K(z-z') I(z') dz' \quad (1.2.2)$$

Здесь $E_0(z) = -\psi_0'(z)$ — стороннее электрическое поле,

$$K(x) = -\delta^2 \frac{\partial^2 \bar{G}}{\partial x^2}(|x|) = \frac{2}{k_p^2 |x|^3} + \frac{\exp(i k_p |x|)}{k_p^2} \left(\frac{k_p^2}{|x|} + 2i \frac{k_p}{x^2} - \frac{2}{|x|^3} \right) \quad (1.2.3)$$

При выводе уравнения (1.2.2) учтено, что функция Грина $\bar{G}(z-z')$ конечна при $z \rightarrow z'$, но ее вторая производная $\partial^2 \bar{G}(z-z') / \partial z' \partial z$ содержит в качестве одного из слагаемых δ -функцию, которая и приводит к появлению в этом уравнении члена, пропорционального электрическому току. В результате получается уравнение Фредгольма \bar{I} рода, удобное для аналитического и численного рассмотрения. [22].

В качестве простейшей антенны обычно используется вибратор, состоящий из двух усов длины L , причем напряжение подводится к небольшому зазору величины $2d \ll L$ в центре антенны. Если $k_p d \ll 1$, стороннее поле для такой антенны можно представить в виде $E_0 = \nabla \Pi(d, z) / 2d$, где функция $\Pi = 0$ при $|z| > d$, $\Pi = 1$ при $|z| < d$.

В наиболее интересном случае $k_p L \ll 1$ решение уравнения (1.2.2) элементарно:

$$I(z) = i\omega \delta^2 \frac{V}{2d} \left[\Pi(d, z) - \frac{2i}{3} k_p d \right] \quad (1.2.4)$$

Из формулы (1.2.4) следует, что импеданс дипольной антенны в условиях резонанса при $k_p L \ll 1$ не зависит от длины ее усов, а определяется лишь величиной зазора:

$$Z = \frac{V}{I(0)} = -i \frac{2d}{\omega \delta^2} \left(1 + \frac{2i}{3} k_p d \right). \quad (1.2.5)$$

Распределению тока (1.2.4) соответствуют заряды $q = \pm \delta^2 V / 2d$ в точках $z = \pm d$ и заряды $q_1 = \pm \frac{1}{3} V k_p \delta^2$ в точках $x = \pm L$, т.е. почти весь заряд в условиях резонанса сосредоточен на концах зазора антенны.

Физика полученного решения становится ясной, если учесть, что радиальное электрическое поле точечного заряда в плазме, определяемое производной функции Грина $\partial \psi / \partial r$, при $\epsilon \rightarrow 0$ постоянно. Поэтому энергетически выгодно такое распределение, при котором заряды сосредоточены в зазоре антенны, вследствие чего электрическое поле занимает минимальный объем. Таким образом, распределение заряда и тока на тонкой дипольной антенне в однородной изотропной плазме при $|\epsilon| \ll 1$ резко отличается от вакуумного.

Решение уравнений (1.2.2) легко находится численно и при $k_p L \gg 1$. Соответствующие решения приведены в работе [10], где рассмотрен также случай бесконечно длинной антенны, когда даже при $|\epsilon| \ll 1$ необходимо учитывать поперечное поле. Основным результатом этого рассмотрения является численный расчет зависимости импеданса антенны от ϵ : при $\epsilon = 0$, естественно, $R = 0$ и $X = -2d / \omega \rho_p \delta^2$; в области очень малых ϵ реактанс, оставаясь индуктивным, возрастает по модулю с ростом ϵ и затем приобретает емкостной характер.

Выше речь шла о вычислении импеданса антенны без учета кинетических эффектов, т.е. игнорировалась роль пролетных потерь. Оценки показывают, что при $d \gg \delta$, $\epsilon \rightarrow 0$ пролетные потери малы, хотя в области $\epsilon < 0$ именно они определяют действительную часть импеданса антенны.

1.3. АНТЕННА В ДВИЖУЩЕЙСЯ ПЛАЗМЕ

1.3.1. Особенности поля и импеданса антенны в движущейся плазме

В настоящем разделе кратко обсуждаются особенности поля и импеданса антенн, обтекаемых потоком плазмы. Наибольший

интерес здесь представляет выяснение условий, при которых колебания тока и заряда на антенне оказываются неустойчивыми, что проявляется в изменении знака действительной части ее импеданса.

Если плазма однородна и движется с нерелятивистской скоростью \vec{v} относительно источника, отличие в расчетах поля и импеданса связано со сдвигом частоты в выражении для диэлектрической проницаемости неподвижной плазмы: ω меняется на $\omega - \vec{k} \vec{v}$. Приведем найденные в квазистатическом приближении формулы для функций Грина в холодной изотропной плазме в одномерном и трехмерном случаях. В одномерной задаче (поле равномерно заряженной плоскости) имеем [21]:

$$\begin{aligned} E_z &= 2\pi\sigma/\epsilon, \quad z < 0, \\ E_z &= -\frac{2\pi\sigma}{\epsilon} - 2\pi\omega_{pe} \left[\frac{\text{erf}(ik_+ z)}{\omega + \omega_{pe}} - \frac{\text{erf}(ik_- z)}{\omega - \omega_{pe}} \right], \quad z > 0. \end{aligned} \quad (1.3.1)$$

Здесь σ — поверхностная плотность заряда, $\epsilon = 1 - \omega_{pe}^2/\omega^2$ — диэлектрическая проницаемость покоящейся плазмы, $k_{\pm} = (\omega \pm \omega_{pe})/v$.

Потенциал заряда на достаточно больших расстояниях от него ($k_{\pm} z \gg 1$) равен [7]

$$\begin{aligned} \psi(\vec{r}) &= \frac{q}{\epsilon\gamma} - \frac{\omega_{pe} q}{v} \left[K_0(k_+ \gamma) \text{erf}(ik_+ z) - K_0(k_- \gamma) \text{erf}(ik_- z) \right], \quad z > 0, \\ \psi(\vec{r}) &= q/\epsilon\gamma, \quad z < 0, \end{aligned} \quad (1.3.2)$$

где K_0 — функция Макдональда, скорость \vec{v} направлена вдоль z .

Из формул (1.3.1), (1.3.2) следует, что поле источника в потоке плазмы содержит слагаемое, совпадающее с полем неподвижного источника, и волновую часть — "дорожку" плазменных колебаний, которая, в свою очередь, состоит из двух волн — быстрой (ее фазовая скорость $\omega/k = v + \omega_{pe}/k$) и медленной (для нее $\omega/k = v - \omega_{pe}/k$). Быстрая волна соответствует излучению плазменных волн в области нормального эффекта Доплера, медленная — в области аномального эффекта Доплера. Как известно [23,24], медленные гармоники, в отличие от быстрых, дают отрицательный вклад в диссипацию энергии гармонического источника, т.е. при их излучении амплитуда колебаний источника должна расти. Для точечного осциллятора в плазме условия, при которых вклад аномальных доплеровских гармоник в диссипацию энергии преобладает, исследованы в работах [25-27]. Для распределенных источников суще-

ственную роль играет геометрия системы [7,23]. Рассмотрим, например, плоский сетчатый конденсатор, пронизываемый потоком плазмы. Импеданс конденсатора определяется формулой (1.1.13), в которую нужно подставить ϵ_1 для движущейся среды. После элементарного интегрирования получим

$$Z = i \frac{4\pi L}{\omega S} \left\{ \left(1 - \frac{\omega_{pe}^2}{\omega^2} \right)^{-1} + i \frac{\omega_{pe} v}{2L} \times \left[\frac{1 - \text{erf}(i\kappa_+ L)}{(\omega + \omega_{pe})^2} - \frac{1 - \text{erf}(i\kappa_- L)}{(\omega - \omega_{pe})^2} \right] \right\}. \quad (1.3.3)$$

Из формулы (1.3.3) следует, что действительная часть импеданса состоит из разности вкладов нормального и аномального эффектов Доплера. При $\kappa_+ L = 2\pi m$ ($m = 1, 2, 3 \dots$), например, вклад нормального доплер-эффекта обращается в ноль и сопротивление конденсатора становится отрицательным. Полагая $\omega_{pe} \rightarrow 0$, из формулы (1.3.3) находим

$$R = \frac{\partial \omega_{pe}^2}{\omega S v^2} \frac{\partial}{\partial \kappa} \left[\frac{\sin^2(\kappa L/2)}{\kappa^2} \right] \Bigg|_{\kappa = \omega/v} \quad (1.3.4)$$

Следовательно, в разреженной плазме $R < 0$, если $2\pi(m+1/2) < \omega L/v < 2\pi(m+1)$. Для источника, движущегося в разреженной плазме ($\omega_{pe} \ll \omega$), легко получить достаточно простое общее выражение импеданса, считая $R \approx \epsilon_1 \approx 1$, $\text{Im} \epsilon_1 \approx -3\omega_{pe}^2 \delta'(\omega - \vec{k}v)$. Действительная часть импеданса при этом имеет вид

$$R = - \frac{2\pi^2 \omega_{pe}^2}{\omega S^2 v} \int d\vec{k}_\perp \frac{\partial}{\partial k_z} |E_\kappa|^2 \Bigg|_{k_z = \omega/v}, \quad (1.3.5)$$

где $k_z = \vec{k}v/v$, \vec{k}_\perp — компонента волнового вектора, перпендикулярная скорости источника. Заметим, что для конденсатора отсюда сразу получается формула (1.3.4). Таким образом, сопротивление источника, обтекаемого разреженной холодной изотропной плазмой, определяется производной по k_z от квадрата пространственного спектра его электрического поля. Влияние производной от спектра поля на поглощение энергии здесь аналогично роли производной функции распределения в затухании (нарастании) Ландау монохроматических волн в плазме: если с ростом фазовой скорости ω/k_z спектр растет, то в поле происходит больше переходов электронов с увеличением энергии и электрическое поле совершает положительную работу; если же спектр убывает с ростом ω/k_z , работа поля отрицательна [3-6].

Отметим, что учет теплового движения частиц плазмы приводит к дополнительным условиям на скорость источника, необходимую для развития неустойчивости колебаний тока на заданной частоте. Эти условия обсуждаются в работах [19,21]

1.3.2. Неустойчивость колебаний тока на тонкой антенне, обтекаемой плазмой

В связи с возможным изменением знака сопротивления излучения антенны, обтекаемой потоком плазмы, представляет интерес рассмотреть собственные колебания в этой неравновесной системе. Оказывается [28-30], что при некоторых условиях амплитуда колебаний тока на проводнике, обтекаемом плазмой, может нарастать во времени, т.е. система становится неустойчивой.

Следуя работам [28,29], рассмотрим систему, которая состоит из тонкого идеального проводника радиусом $\frac{b}{2}$, длиной $2L$, ориентированного вдоль оси z , и однородной изотропной плазмы, движущейся вдоль z со скоростью $v \gg v_{Te}$ (но $v \ll c$). Электрическое поле подчиняется уравнениям Максвелла, в которых плотность стороннего тока имеет вид

$$j_z = \frac{\delta(z_1 - b)}{2\pi r_1} I(z, t) \Pi(z, L). \quad (1.3.6)$$

Чтобы найти собственные частоты рассматриваемой системы, решение уравнений Максвелла ищем в виде $I(z, t) = I(z) e^{i\tau} p(-i\omega t)$. С помощью преобразований Фурье можно найти следующее выражение для E_z -компоненты электрического поля:

$$E_z = \frac{1}{2\omega} \left(\frac{d^2}{dz^2} + k_0^2 \epsilon \right) \times \int_0^{2L} dz I(z) \int_{-\infty}^{\infty} dk_z \frac{e^{i\tau} p[ik_z(z-z')] H_0^{(1)}(\sqrt{k_0^2 \epsilon - k_z^2} r_1)}{\epsilon(\omega - k_z v)}. \quad (1.3.7)$$

Приравняв $E_z = 0$ на поверхности проводника, из выражения (1.3.7) сразу получаем уравнение для тока на антенне. Его, однако, можно упростить, считая антенну достаточно тонкой. В нулевом приближении по параметру $|k_0^{-1} k_* b|$, где k_* определяется характерным пространственным масштабом тока, выполним интегрирование по k_z в выражении (1.3.7),

ограничиваясь учетом логарифмически расходящихся слагаемых ^{*)}. Тогда уравнение для тока примет вид

$$\left[\frac{d^2}{dx^2} + k_0^2 \varepsilon(\omega) \right] \left\{ I(x) - \frac{\omega_{pe}}{v} \int_0^{2L} I(x') \exp \left[i \frac{\omega}{v} (x-x') \right] \sin \left[\frac{\omega_{pe}}{v} (x-x') \right] dx' \right\} = 0. \quad (1.3.8)$$

Это уравнение необходимо дополнить граничными условиями обращения в ноль тока на концах проводника: $I(0) = 0$, $I(2L) = 0$. При выполнении первого из них уравнение (1.3.8) записывается в виде

$$I(x) - \frac{\omega_{pe}}{v} \int_0^x I(x') \exp \left[i \frac{\omega}{v} (x-x') \right] \sin \left[\frac{\omega_{pe}}{v} (x-x') \right] dx' = A \frac{\sin k_0 \sqrt{\varepsilon} x}{k_0 \sqrt{\varepsilon}}, \quad (1.3.9)$$

где A — произвольная константа. В вакууме ($\omega_{pe} = 0$) уравнение (1.3.9) описывает распределение тока на проводнике без учета излучения [13].

С помощью преобразования Лапласа из граничного условия $I(2L) = 0$ получаем дисперсионное уравнение

$$\int_{-\infty - i0}^{\infty - i0} \frac{\exp(2i\kappa L) \varepsilon(\omega - \kappa v)}{\kappa^2 - k_0^2} d\kappa = 0. \quad (1.3.10)$$

Появлению неустойчивости колебаний плазмы и тока на проводнике соответствуют решения этого уравнения с $\text{Im}(\omega) > 0$.

Без учета столкновений дисперсионное уравнение (1.3.10) принимает вид

$$\exp(2i\rho) (1 - i\rho) + i\rho \left(\frac{\rho^2}{\rho_0^2} - 1 \right) \frac{\sin(\beta \sqrt{\rho^2 - \rho_0^2})}{\beta \sqrt{\rho^2 - \rho_0^2}} - \cos(\beta \sqrt{\rho^2 - \rho_0^2}) = 0, \quad (1.3.11)$$

где $\rho = \omega L/v$, $\rho_0 = \omega_{pe} L/v$, $\beta = 2v/c$. Исследование этого уравнения в квазистатическом приближении ($\omega L/c \ll 1$, $\omega_{pe} L/c \ll 1$) показывает [28], что при $\rho_0 \ll \sqrt{2}$ система

*)

Для случая $\omega_{pe} = 0$ (антенна в вакууме) процедура выделения логарифмически расходящихся слагаемых изложена в работе [13].

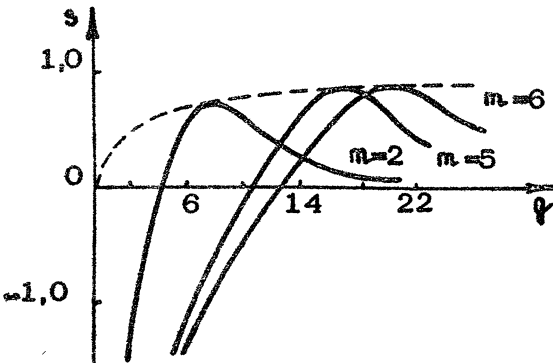
устойчива, а при $q > \pi/\sqrt{2}$ появляются корни уравнения с положительной мнимой частью. Если $\pi m/\sqrt{2} < q < \pi(m+1)/\sqrt{2}$, возбуждается m мод колебаний тока на проводнике. При $q = \pi m/\sqrt{2}$, $\rho = \pi m$, т.е. частота колебаний на пороге возбуждения определяется плазменной частотой: $\omega_n = \omega_{pe}/\sqrt{2}$.

Дисперсионное уравнение (1.3.11) упрощается в случае $\rho \ll 1$:

$$\operatorname{ctg}(2i\rho) = \rho^2/q^2 - 1. \quad (1.3.12)$$

Отсюда следует, что $\operatorname{Im} \omega \propto \nu \ln q/2L$, и при $q \gg 1$ инкременты неустойчивости могут значительно превышать обратное время пролета частиц плазмы вдоль проводника. Это обстоятельство существенно отличает данную систему от электростатической системы, рассмотренной Пирсом (конденсатор, пронизываемый потоком заряженных частиц или плазмы [31]), где инкременты неустойчивости порядка обратного времени пролета $\nu/2L$. На рис. 1.1 изображены зависимости инкрементов $\nu = \operatorname{Im} \omega$ от параметра q для нескольких мод колебаний тока.

В области устойчивости можно найти аналитическое выражение для входного квазистатического импеданса тонкой симметричной антенны с центральным возбуждением. Это выражение, имеющее весьма сложный вид, получено в работе [28]. Из него следует, в частности, что у антенны, обтекаемой потоком плазмы (в устойчивой области параметров системы), имеется действительная часть импеданса, связанная с потерями энергии на возбуждение дорожки ленгмюровских колебаний.



Р и с. 1.1. Инкременты неустойчивости в системе плазма — движущийся проводник для первых трех мод колебаний тока на проводнике

В работе [29] обсуждается влияние столкновений, конечности скорости света и толщины проводника на развитие неустойчивости колебаний тока. Приведем лишь основные результаты.

1) Столкновения существенны, если за время пролета около поверхности антенны электрон успевает столкнуться несколько раз, т.е. $\mu_2 = \nu_e L / v > 1$. В этом случае мода $p_m = \pi m$ неустойчива при $q \geq \pi m / \sqrt{1 + \alpha}$ (где $\alpha = e^{-2\mu_2} \text{sh } \mu_2 / \mu_2$), а при достижении параметром q значения $\pi(m+1/2) / \sqrt{1 - \alpha}$ m -я мода снова становится устойчивой. Важно, что и при $\mu_2 \gg 1$ возможно развитие неустойчивости с инкрементом $\varepsilon = \omega_{pe} v / 4 \nu_e L$, много большим обратного времени пролета $v/2L$.

2) При учете запаздывания электромагнитных волн ($\omega_{pe} L / c > 1$) пороги неустойчивости несколько снижаются по сравнению с квазистатическим случаем. Максимальный инкремент имеют моды, у которых $\text{Re } \rho \sim q$.

3) В квазистатическом приближении спектры колебаний тока слабо зависят от толщины проводника. Если же $k_0 L \gg 1$, ситуация меняется. Для колебаний тока с частотами $\omega \sim \omega_{pe}$ условие пренебрежения членами порядка $|k_0^{-1} k_{\parallel} a|$ имеет вид $c/v \ll |k_{\parallel} a|$. В обратном предельном случае преобладает излучение электромагнитных волн и система устойчива.

Выше речь шла о неустойчивости колебаний тока на антенне, движущейся в изотропной плазме со скоростью $v \gg v_{Te}$. В космических условиях, как правило, антенна движется относительно плазмы со скоростью $v_{Te} \ll v \ll v_{Te}$, но при этом существенную роль играет магнитное поле Земли. Оказывается, что в этих условиях также возможна неустойчивость колебаний тока на антенне, связанная с возбуждением электронно-ионных колебаний плазмы нижнегибридного диапазона частот [30]. Так, если антенна движется вдоль магнитного поля, система неустойчива (в пренебрежении столкновениями и пространственной дисперсией) при условии $\gamma > \alpha/\sqrt{2}$, где $\gamma = \Omega_{нг} L / v$, $\Omega_{нг}$ — нижнегибридная частота. Полагая для оценок $\Omega_{нг} \approx 3 \cdot 10^4 \text{ с}^{-1}$, $v \approx 8 \cdot 10^5 \text{ см/с}$, $L \approx 10^2 \text{ см}$, получаем $\gamma \approx 3,7$, что превышает порог неустойчивости для первой моды колебаний $\alpha/\sqrt{2}$. Для более длинной антенны может реализоваться и многомодовый режим неустойчивости. Таким образом, неустойчивость колебаний тока на антенне, связанная с возбуждением собственных электростатических колебаний движущейся плазмы, может служить одним из источников шумов, регистрируемых антеннами космических аппаратов вблизи нижнегибридной частоты.

Глава 2

ЛИНЕЙНАЯ ТЕОРИЯ АНТЕННЫ В ОДНОРОДНОЙ МАГНИТОАКТИВНОЙ ПЛАЗМЕ

2.1. ФУНКЦИЯ ГРИНА. КРАЕВАЯ ЗАДАЧА О МЕТАЛЛИЧЕСКОМ ЭЛЛИПСОИДЕ

В однородной магнитоактивной плазме уравнение для потенциала (12) можно записать в виде

$$\epsilon_1(\omega) \left(\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} \right) + \epsilon_3(\omega) \frac{\partial^2 \varphi}{\partial z^2} = -4\pi q_{\text{ст}}. \quad (2.1.1)$$

Вне резонансных условий, когда $\epsilon_1, \epsilon_3 > 0$, замена $x' = x \sqrt{\epsilon_1/\epsilon_3}$ переводит уравнение (2.1.1) в обычное уравнение Лапласа. Никаких специфических особенностей в распределении поля и емпедансе источника здесь не возникает за исключением случаев, близких к резонансным ($\epsilon_1 \rightarrow 0$ или $\epsilon_3 \rightarrow 0$), их мы обсудим в разд. 2.4.

Гораздо сложнее дело обстоит в резонансных условиях $\epsilon_1, \epsilon_3 < 0$, когда уравнение (2.1.1) гиперболического типа. Исследование этой ситуации мы начнем с анализа функции Грина уравнения (2.1.1), которая для бесстолкновительной плазмы находится с помощью предельного перехода $\nu_e \rightarrow 0$ [11]:

$$U_e(\vec{r}) = \begin{cases} \pm \frac{1}{r [|\epsilon_1 \epsilon_3| (\mu^2 \cos^2 \theta - \sin^2 \theta)]^{1/2}}, & \mu^2 > \tan^2 \theta, \\ -\frac{i}{r [|\epsilon_1 \epsilon_3| (\sin^2 \theta - \mu^2 \cos^2 \theta)]^{1/2}}, & \mu^2 < \tan^2 \theta. \end{cases} \quad (2.1.2)$$

Здесь \vec{r}' — радиус-вектор точки наблюдения, θ — угол между \vec{r}' и \vec{H}_0 , $\mu^2 = |\epsilon_1/\epsilon_3|$.

Функция Грина (2.1.2) имеет две важные особенности: она комплексна и уходит в бесконечность на характеристических поверхностях $\tan^2 \theta = \pm \mu^2$ уравнения (2.1.1), проходящих через точечный заряд. Ниже мы убедимся, что и в других случаях, в том числе и в неоднородной плазме, для распределенных источников предельные (в смысле $\nu_e \rightarrow 0$) решения уравнений (12) в резонансной области параметров являются комплексными и могут иметь особенности на поверхностях, линиях или в отдельных точках. Отметим ряд общих свойств решений

для $\psi(\vec{r})$ и $\vec{E}(\vec{r})$, где можно установить с помощью функции Грина $\vec{G}_c(\vec{r})$. Нетрудно убедиться, что для гладкого объемного распределения заряда $\rho_{ст}(\vec{r}')$ потенциал

$$\psi(\vec{r}) = \int \vec{G}_c(\vec{r} - \vec{r}') \rho_{ст}(\vec{r}') d\vec{r}'$$

и соответствующее ему электрическое поле конечны во всех точках пространства, в то же время для гладкого поверхностного распределения заряда потенциал, вообще говоря, конечен, а электрическое поле имеет особенности на характеристиках уравнения (2.1.1), касающихся поверхности, где $\rho_{ст} \neq 0$. Если $z - z_0 = \mu \sqrt{x^2 + y^2} = \mu r_{\perp}$ — уравнение одной из таких характеристик, то $E \sim 1/\sqrt{z - z_0 - \mu r_{\perp}}$ вблизи нее. Ясно, что эти характеристики являются границами, на которых происходит переход от действительных или чисто мнимых значений потенциала к комплексным. Эти замечания важны при постановке краевой задачи для уравнения (2.1.1), которая будет приведена в данном разделе.

Функция Грина позволяет также выяснить асимптотическое поведение поля источника при $r \rightarrow \infty$. Для распределений заряда $\rho_{ст}(\vec{r}')$, сконцентрированного вблизи начала координат и достаточно быстро убывающего при $r \rightarrow \infty$, при

$$\mu^2 \cos^2 \beta^1 - \sin^2 \beta^1 \rightarrow 0 \quad \psi(\vec{r}) \sim 1/\sqrt{Lr} \quad (r \rightarrow \infty, L \sim$$

— характерный размер области, где $\rho_{ст}(\vec{r}') \neq 0$); в то же время в области $\mu^2 \cos^2 \beta^1 - \sin^2 \beta^1 \neq 0$, $\psi(\vec{r}) \sim 1/r (\mu^2 \cos^2 \beta^1 - \sin^2 \beta^1)^{1/2}$ при $r \rightarrow \infty$ (если, конечно, $\int \rho_{ст}(\vec{r}') d\vec{r}' \neq 0$). Таким образом, вне характеристик, проходящих через область, занятую зарядами, на больших расстояниях потенциал совпадает с потенциалом точечного заряда, вблизи же этих характеристик потенциал конечен, но убывает при $r \rightarrow \infty$ медленнее $1/r$.

Для определения квазистатического поля антенны конечных размеров в гиперболической области квазистатики необходимо знать решение краевой задачи Дирихле для уравнения (2.1.1) гиперболического типа.

Пусть антенна в виде несимметричного вибратора (штыря) представляет собой вытянутый эллипсоид вращения с полуосями L и a ($L > a$), ориентированный под углом γ к направлению \vec{H}_0 . Для получения решения при условии, что на поверхности антенны (проводнике) $\psi = \psi_0 = \text{const}$, преобразуем уравнение (2.1.1) в уравнение Лапласа с помощью комплексной координаты $z' = i\mu z$. В пространстве t, y, z' можно использовать обычные электростатические методы решения краевых задач при заданной комплексной поверхности проводника. Вводя

эллипсоидальные координаты и разделяя переменные в уравнении Лапласа, получаем

$$\frac{d}{d\xi} R_{\xi} \frac{d\tilde{\varphi}}{d\xi} = 0, \quad (2.1.3)$$

где $\tilde{\varphi} = \varphi(x, y, z')$, ξ — эллипсоидальная координата, причем $\xi = 0$ соответствует поверхности антенны. Затем, чтобы записать решение уравнения (2.1.3), удовлетворяющее граничным условиям на поверхности проводника и на бесконечности, необходимо вернуться в пространство x, y, z .

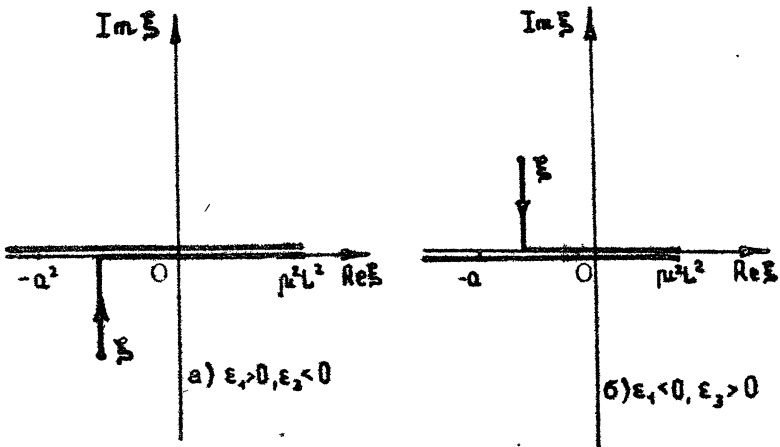
Рассмотрим подробнее некоторые конкретные случаи. Пусть антенна ориентирована вдоль внешнего магнитного поля \vec{H}_0 . Тогда $R_{\xi} = (\xi + a^2) \sqrt{\xi - \mu^2 L^2}$, а координата ξ определяется из уравнения

$$\frac{x^2 + y^2}{\xi + a^2} - \frac{\mu^2 z^2}{\xi - \mu^2 L^2} = 1. \quad (2.1.4)$$

Решение уравнения (2.1.3) запишем в виде

$$\varphi(x, y, z) = A \int_{\Gamma} \frac{d\xi}{R_{\xi}}, \quad (2.1.5)$$

где Γ — контур интегрирования в комплексной плоскости ξ , A — постоянная величина.



Р и с. 2.1. Контурь интегрирования в плоскости комплексного переменного ξ

Видно, что в отличие от эллиптического случая координата ξ может принимать любое значение в комплексной области. Из решения (2.1.5) также следует, что в комплексной области ξ имеются особые точки подынтегрального выражения типа полюс ($\xi = -a^2$) и точки ветвления ($\xi = \mu^2 L^2$). Проведем разрез в плоскости ξ , как показано на рис. 2.1, причем для однозначной связи ξ с x, y, z в качестве области определения ξ необходимо брать верхнюю полуплоскость комплексной области ξ при $\epsilon_1(\omega) < 0, \epsilon_2(\omega) > 0$ и нижнюю полуплоскость — при $\epsilon_1(\omega) > 0, \epsilon_2(\omega) < 0$.

Заметим, что в бесконечно удаленной точке решения для $\Phi(x, y, z)$ должны совпадать (за исключением направлений вблизи резонансного конуса) с полем точечного заряда в форме (2.1.2). Используя этот факт, а также определяя значения $\sqrt{\xi - \mu^2 L^2}$ на верхнем и нижнем краях разреза, можно выбрать контуры интегрирования Γ и найти постоянную величину A в уравнении (2.1.5). Контуры интегрирования показаны на рис. 2.1. В результате для потенциала $\Phi(x, y, z)$ в различных областях пространства после интегрирования по ξ получим

$$\begin{aligned}
 & \text{а) } \operatorname{Re} \xi \geq \mu^2 L^2, \\
 \varphi &= \frac{Q a r \sin \theta \left[(\mu^2 L^2 + a^2) / (\xi + a^2) \right]^{1/2}}{i \left[|\epsilon_1 \epsilon_2| (\mu^2 L^2 + a^2) \right]^{1/2}}, \quad (2.1.6)
 \end{aligned}$$

где Q — полный заряд на антенне ($Q = \int \epsilon dS$, ϵ — поверхностная плотность заряда, S — поверхность антенны), в этой области пространства потенциал φ не зависит от знаков ϵ_1 и ϵ_2 ;

$$\begin{aligned}
 & \text{б) } \mu^2 L^2 \geq \operatorname{Re} \xi > -a^2, \\
 \varphi &= \frac{Q}{\left[|\epsilon_1 \epsilon_2| (\mu^2 L^2 + a^2) \right]^{1/2}} \left(\pm A r \operatorname{th} \sqrt{\frac{\mu^2 L^2 - \xi}{\mu^2 L^2 + a^2}} - \frac{\pi i}{2} \right); \quad (2.1.7)
 \end{aligned}$$

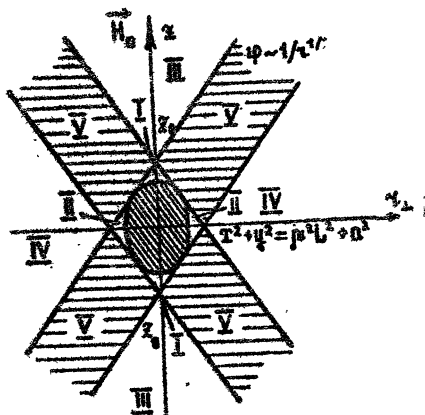
знак "плюс" выбирается, когда $\epsilon_1(\omega) > 0, \epsilon_2(\omega) < 0$, знак "минус" — при $\epsilon_1(\omega) < 0, \epsilon_2(\omega) > 0$;

$$\text{в) } \operatorname{Re} \xi < -a^2,$$

$$\varphi = \pm \frac{Q}{\left[|\epsilon_1 \epsilon_2| (\mu^2 L^2 + a^2) \right]^{1/2}} A r \operatorname{th} \sqrt{\frac{\mu^2 L^2 + a^2}{\mu^2 L^2 - \xi}}, \quad (2.1.8)$$

$$\begin{aligned} & \text{r) } \operatorname{Re} \xi = -a^2, \\ \varphi = & \frac{Q}{[|\epsilon_1 \epsilon_3| (\mu^2 L^2 + a^2)]^{1/2}} \left(\pm \operatorname{Ar} \operatorname{th} \sqrt{i - i \frac{\operatorname{Im} \xi}{\mu L^2 - a^2} - \frac{\pi i}{4}} \right). \end{aligned} \quad (2.1.9)$$

На рис. 2.2. изображена структура поля заряженного эллипсоида. Через точки $x_0 = \pm \mu^{-1} \sqrt{\mu^2 L^2 + a^2}$, $x=y=0$, которым в пространстве ξ соответствует полюс $\xi = -a^2$, проведены характеристики уравнения (2.1.1), которые касаются проводника



Р и с. 2.2. Резонансная структура поля в задаче о металлическом эллипсоиде

в точках $x = \pm \mu L^2 / (\mu^2 L^2 + a^2)^{1/2}$. При переходе через эти характеристики структура поля меняется. Окружности $x^2 + y^2 = \mu^2 L^2 + a^2$ в плоскости xy соответствует точка ветвления $\xi = \mu^2 L^2$. В незаштригованных областях переменная ξ действительна, причем в областях I и II эквипотенциальны и поверхностями являются эллипсоиды, в областях III - двухполостные гиперболоиды, в областях IV - однополостные гиперболоиды вращения. В заштригованных областях переменная ξ комплексна в точках $x = \pm x_0$ имеется особенность потенциала ($\varphi \rightarrow \infty$ при $x \rightarrow x_0$), а при переходе через характеристики претерпевает разрыв электрическое поле \vec{E} . В бесконечно удаленной точке ($r \rightarrow \infty$) для всех направлений $\varphi \rightarrow 0$.

Из формулы (2.1.7) для импеданса $Z = -\varphi_0 / i \omega Q$ получаем

$$Z_0 = \frac{1}{\omega [|\epsilon_1 \epsilon_3| (\mu^2 L^2 + a^2)]^{1/2}} \left[\frac{x}{2} \pm i \ln \left(\frac{\mu L}{a} + \sqrt{\frac{\mu^2 L^2}{a^2} + 1} \right) \right]. \quad (2.1.10)$$

При $r \rightarrow \infty$ потенциал $\varphi(x, y, z)$ должен быть регулярной функцией на бесконечности [22]. Это требование необходимо для единственности поставленной задачи.

Знак плюс ($\epsilon_1(\omega) > 0, \epsilon_3(\omega) < 0$) отвечает емкостному характеру реактанса антенны, знак минус ($\epsilon_1(\omega) < 0, \epsilon_3(\omega) > 0$) - индуктивному. В соответствии со сказанным выше импеданс антенны имеет действительную часть, отвечающую потерям антенны на возбуждение плазменных колебаний.

В случае антенны, ориентированной перпендикулярно внешнему магнитному полю \vec{H}_0 , комплексная плоскость ξ не содержит особых точек типа полюса. Подынтегральное выражение

$$R_{\xi} = [(\xi + a^2)(\xi + L^2)(\xi - \mu^2 a^2)]^{1/2}$$

имеет только особенности типа точек ветвления, поэтому решение для $\psi(x, y, z)$ в этом случае конечно во всех точках пространства. Не будем выписывать решение уравнения (2.1.7) для всей области пространства [15], а ограничимся только выражением для поля, справедливым вблизи поверхности проводника ($-a^2 < \xi < \mu^2 a^2$):

$$\psi = \frac{Q}{[|\epsilon_1 \epsilon_3| (L^2 + \mu^2 a^2)]^{1/2}} \left[\pm F \left(\arcsin \sqrt{\frac{\mu^2 a^2 - \xi}{\mu^2 a^2 + a^2}}; \sqrt{\frac{\mu^2 a^2 + a^2}{L^2 + \mu^2 a^2}} \right) - i F \left(\frac{\pi}{2}; \sqrt{\frac{L^2 - a^2}{L^2 + \mu^2 a^2}} \right) \right], \quad (2.1.11)$$

где $F(\tilde{\gamma}, k)$ - эллиптический интеграл первого рода. Переменная $\tilde{\gamma}$ определяется из уравнения

$$\frac{x^2}{\xi + a^2} + \frac{y^2}{\xi + L^2} - \frac{\mu^2 z^2}{\xi - \mu^2 a^2} = 1,$$

причем знак плюс выбирается, как всегда, при $\epsilon_1(\omega) > 0, \epsilon_3(\omega) < 0$.

Из (2.1.11) легко найти выражение для импеданса Z_1

$$Z_1 = \frac{F \left(\frac{\pi}{2}; \sqrt{\frac{L^2 - a^2}{L^2 + \mu^2 a^2}} \right) \pm i F \left(\arctg \mu; \sqrt{\frac{\mu^2 a^2 + a^2}{L^2 + \mu^2 a^2}} \right)}{\omega [|\epsilon_1 \epsilon_3| (L^2 + \mu^2 a^2)]^{1/2}}. \quad (2.1.12)$$

Интересны случаи, когда $\mu L \ll a \ll L$ (для антенны вдоль магнитного поля \vec{H}_0) и $\mu a > L \gg a$ (для антенны, ориентированной перпендикулярно \vec{H}_0). В этих случаях величина импеданса

$$Z_{II} = \frac{\frac{\pi}{2} \pm i \frac{\mu L}{a}}{\omega a \sqrt{|\epsilon_1 \epsilon_3|}}, \quad (2.1.13)$$

$$Z_{\perp} \approx \frac{\pi}{2} \pm i \rho_n \left(\frac{\mu a}{L} \right) \quad (2.1.14)$$

определяется в основном наименьшим размером антенны (радиусом провода вибратора). Последнее обстоятельство связано с изменением характерного масштаба неоднородности поля.

Приведем также значение импеданса "тонкой" ($L \gg a$, $\rho L \gg a$, $L \gg \mu a$) антенны при условии, что антенна ориентирована вдоль резонансного направления ($\tan^2 \gamma = \mu^2$):

$$Z_{\parallel} = \frac{i Z_0}{\omega (\epsilon_1 \epsilon_2 \mu a L)^{1/2}} \quad (2.1.15)$$

Видно, что $|Z_{\parallel}| \gg |Z_{\perp}|$, $|Z_{\perp}|$ (например, $\operatorname{Re} Z_{\parallel} / \operatorname{Re} Z_{\perp} \sim \sqrt{\frac{\mu L}{a}} \gg 1$). Это связано с тем, что, если направление стороннего поля совпадает с резонансным направлением, возникает интенсивная раскачка плазменных колебаний.

Заметим, что в случаях, когда антенна ориентирована параллельно направлению \mathbf{H}_0 или перпендикулярно к нему, распределение заряда по поверхности проводника не зависит от компонент тензора диэлектрической проницаемости.

Легко, наконец, доказать единственность рассмотренной задачи.

2.2. ТЕОРИЯ ТОНКОЙ МЕТАЛЛИЧЕСКОЙ АНТЕННЫ В ЗАМАГНИЧЕННОЙ ПЛАЗМЕ

В настоящем разделе в приближении теории тонких антенн [10-13] исследованы распределение тока и импеданс антенны, находящейся в анизотропной среде, описываемой тензором диэлектрической проницаемости вида

$$\epsilon_{\alpha\beta}(\omega) = \begin{pmatrix} \epsilon_1(\omega) & 0 & 0 \\ 0 & \epsilon_2(\omega) & 0 \\ 0 & 0 & \epsilon_3(\omega) \end{pmatrix} \quad (2.2.1)$$

В магнитоактивной плазме тензор диэлектрической проницаемости имеет такой вид в сильном внешнем магнитном поле H_0 ($H_0 \rightarrow \infty$) и в области низких частот $\omega_{pe} \gg \omega_{He}$, $\omega_{He} / \omega \gg M/m$ (M и m — массы иона и электрона), когда гиротропией можно пренебречь. Результаты, полученные ниже, имеют также отношение к магнитоактивной плазме в области частот, где поверх-

ность волновых векторов можно аппроксимировать гиперболой (например, при

$$\omega < \min(\omega_{\text{HE}}, \omega_1), \quad \omega_1 = \sqrt{\omega_{\text{PE}}^2 + \omega_{\text{HE}}^2} / 4 - \omega_{\text{HE}} / 2.$$

Антенна считается ориентированной вдоль оптической оси (оптическая ось направлена вдоль координатной оси z).

Как обычно в теории цилиндрических антенн ($L \gg a$, a — радиус цилиндрического проводника длиной $2L$), плотность тока задается в виде

$$j_z = \frac{\delta(\rho-a)}{2\pi\rho} I(z), \quad (2.2.2)$$

причем для данной симметрии задачи отличны от нуля только E_ρ, E_z и H_φ — компоненты электрического и магнитного полей. Сразу же отметим, что при выбранной ориентации диполя возбуждается лишь необыкновенная волна, которая нас только и интересует, с показателем преломления $n_1^2(\theta') = \epsilon_1 \epsilon_3 / (\epsilon_1 \sin^2 \theta' + \epsilon_3 \cos^2 \theta')$, где θ' — угол между волновым вектором \vec{k} и осью кристалла. Введем скалярную функцию $G(\rho, z)$ согласно равенствам

$$E_z = \frac{\partial^2 G}{\partial z^2} + \kappa_0^2 \epsilon_1 G, \quad H_\varphi = i \kappa_0 \epsilon_1 \frac{\partial G}{\partial \rho}, \quad E_\rho = \frac{\partial^2 G}{\partial \rho \partial z}, \quad \kappa_0 = \omega/c.$$

Функция $G(\rho, z)$ при этом удовлетворяет уравнению

$$\epsilon_1 \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} \rho \frac{\partial G}{\partial \rho} + \epsilon_3 \frac{\partial^2 G}{\partial z^2} + \kappa_0^2 \epsilon_1 \epsilon_3 G = - \frac{4\pi i}{\omega} j_z. \quad (2.2.3)$$

В дальнейшем целесообразно отдельно рассмотреть три возможных случая.

1) Поверхность волновых векторов замкнута (эллипсоид), т.е. $\epsilon_1 > 0$, $\epsilon_3 > 0$, и, следовательно, плазменный резонанс отсутствует. Функция Грина уравнения (2.2.3) равна

$$G_\epsilon(\rho, z) = \frac{i}{\omega \sqrt{\epsilon_1 \epsilon_3}} \cdot \frac{\exp \left[i \kappa_0 \sqrt{\epsilon_3 (\mu^2 z^2 + \rho^2)} \right]}{\sqrt{\mu^2 z^2 + \rho^2}}, \quad (2.2.4)$$

где $\mu^2 = \epsilon_1 / \epsilon_3$.

Следуя далее [13], легко получить уравнение для $I(z)$

Обыкновенная волна ($n_1^2(\theta') = \epsilon_1$) не возбуждается из-за поляризационных соотношений.

$(\mu L \gg a, \quad k_0 \sqrt{\epsilon_2} a \ll 1, \quad |x| = (1/2) [\ln(a/\mu L)]^{-1} \ll 1)$ ^{*)}:

$$I''(z) + k_0^2 \epsilon_1 I(z) = \frac{1}{2 \ln(a/\mu L)} [-i \omega \epsilon_1 K(z) + V^2(z) + k_0^2 \epsilon_1 V(z)]. \quad (2.2.5)$$

Здесь $V(I, z)$ — функционал такого же вида, как и в работе [13], с заменой k_0 на $k = k_0 \sqrt{\epsilon_1}$. Следовательно, если считать $\ln(a/\mu L) \gg 1$, то в данном примере справедливы все результаты работы [13] с заменой $k_0 \rightarrow k$, $K(z) \rightarrow \epsilon_1 K(z)$ и $x = (1/2) [\ln(a/\mu L)]^{-1}$. Например, реактанс ненастроенного диполя ($kL \neq \pi/2$, $a = 1, 2, \dots$) в первом приближении по параметру x равен

$$X = \frac{k \ln(a/\mu L)}{\omega \epsilon_1 \operatorname{tg}(kL)}. \quad (2.2.6)$$

2) Поверхность волновых векторов представляет собой двухлопастный гиперболоид вращения вокруг оптической оси Oz , т.е. $\epsilon_1 > 0, \epsilon_2 < 0$ и возможно возбуждение плазменной волны. Функция Грина уравнения (2.2.3) в этом случае равна

$$G_c(\rho, z) = \begin{cases} \frac{1}{\omega \sqrt{|\epsilon_1 \epsilon_2|}} \frac{\operatorname{erf} [i k_0 \sqrt{|\epsilon_2|} (\mu^2 z^2 - \rho^2)]}{\sqrt{\mu^2 z^2 - \rho^2}}, & \mu^2 z^2 > \rho^2, \\ \frac{1}{\omega \sqrt{|\epsilon_1 \epsilon_2|}} \frac{\exp[-k_0 \sqrt{|\epsilon_2|} (\rho^2 - \mu^2 z^2)]}{\sqrt{\rho^2 - \mu^2 z^2}}, & \rho^2 > \mu^2 z^2. \end{cases} \quad (2.2.7)$$

Здесь $\mu^2 = |\epsilon_1/\epsilon_2|$.

Как видно из уравнения (2.2.7), поле имеет волновой характер только в области пространства $\mu^2 z^2 > \rho^2$. В области $\rho^2 > \mu^2 z^2$ полученное решение экспоненциально убывает с ростом расстояния от источника.

Напишем уравнение для тока $I(z)$. В приближении "тонкой" антенны $\mu L \gg a$, $a k_0 \sqrt{|\epsilon_2|} \ll 1$ вид этого уравнения в основном определяется характером поведения функции Грина

^{*)} Как известно, при использовании метода возмущений для уравнения (2.2.5) существует некоторый произвол в выборе малого параметра [13]. Здесь в качестве x выбирается параметр $(1/2) [\ln(a/\mu L)]^{-1}$. Для антенны, длина которой порядка $k_0^{-1} \epsilon_1^{1/2}$ такой выбор параметра x правильно определяет предельный переход в квазистатику. В случае "длинной" антенны $L \gg k_0^{-1} \epsilon_1^{1/2}$ для применимости метода возмущений в уравнении (2.2.5) необходимо параметр x выбирать в виде $x \sim 1/\ln(k_0 \sqrt{\epsilon_1} a)$.

в области $\mu^2 z^2 > \rho^2$, а наличие расходимости поля на характеристиках уравнения (2.2.3) и экспоненциально спадающего поля в области $\rho^2 > \mu^2 z^2$ приводит лишь к появлению в правой части уравнения дополнительного члена $-\pi i (I'' + k_0^2 \epsilon_1 I)$:

$$I''(z) + k_0^2 \epsilon_1 I(z) = \frac{1}{2 \rho_0 (\rho / \mu L)} \left\{ -i \omega \epsilon_1 K(z) + V''(z) + k_0^2 \epsilon_1 V(z) - \pi i [I''(z) + k_0^2 \epsilon_1 I(z)] \right\}. \quad (2.2.8)$$

Решение этого уравнения проводится, как обычно, разложением по малому параметру $\kappa = (1/2) \operatorname{Re}(\rho / \mu L)$ с граничными условиями обращения в ноль тока на концах провода: $I(\pm L) = 0$. Для настроенного диполя $k_0 \sqrt{\epsilon_1} L = n \pi / 2$ ($n = 1, 2, \dots$) наличие плазменного резонанса, за который отвечает член $-\pi i (I'' + k_0^2 \epsilon_1 I)$ в правой части, никак не сказывается на определяющей величине импеданса нулевым и первым приближением по параметру κ . Поэтому для настроенного диполя справедливы формулы работы [13] с заменами, указанными в случае 1.

Для ненастроенной антенны ($k_0 \sqrt{\epsilon_1} L = \kappa L \neq n \pi / 2$) распределение тока в первом приближении по x для $K(x) = \delta(x)$ равно

$$I_1(x) = \frac{i \omega \epsilon_1 e}{2 \kappa \cos \kappa L} \sin(\kappa L - \kappa |x|). \quad (2.2.9)$$

Для вычисления действительной части входного сопротивления и поправок к мнимой части необходимо вычислить второе приближение по κ для распределения $I(x)$. Отметим, что дополнительный член в правой части уравнения (2.2.8) дает вклад при вычислении распределения тока во втором приближении по κ только в действительную часть импеданса $Z = R + iX$:

$$R = \frac{R_0(\tilde{x})}{\sqrt{\epsilon_1}} + \frac{2\pi\kappa}{\omega\epsilon_1} \operatorname{ctg} \tilde{x}, \quad (2.2.10)$$

где $\tilde{x} = \kappa L$, $R_0(\tilde{x})$ - сопротивление излучения диполя в вакууме [13]. Из уравнения (2.2.10), в частности, видно, что для квазистатической антенны $\kappa L \ll 1$ сопротивление излучения полностью определяется дополнительным членом в формуле (2.2.10), так как $R_0(\tilde{x} \rightarrow 0) \rightarrow 0$. Таким образом, при $\kappa L \ll 1$

$$R = \frac{2\pi}{\omega\epsilon_1 L}, \quad (2.2.11)$$

что совпадает с сопротивлением, полученным в квазистатическом приближении (см. разд. 2.1).

3) Поверхность волновых векторов представляет собой однополостный гиперболоид вращения вокруг Oz , т.е. $\varepsilon_1 < 0, \varepsilon_2 > 0$ и также возможно возбуждение антенной плазменных колебаний.

Запишем уравнение для $I(z)$ ($|\mu L| \gg a, k_0 \sqrt{\varepsilon_2} a \ll 1$) в указанном случае:

$$I''(z) - k_0^2 |\varepsilon_1| I(z) = \frac{1}{2 \ln(a/\mu L)} \left\{ i\omega |\varepsilon_1| K(z) + V''(z) - k_0^2 |\varepsilon_1| V(z) - \pi i [I''(z) - k_0^2 |\varepsilon_1| I(z)] \right\}, \quad (2.2.12)$$

где $V(I, z)$ - функционал такого же вида, как и в работе [13], в котором ik_0 необходимо заменить на $-k_0$, $k = k_0 \sqrt{|\varepsilon_1|}$.

В этом примере поле экспоненциально убывает в области $\mu^2 z^2 > \rho^2$, что и определяет вид уравнения (2.2.12). Решение этого уравнения ищется в виде ряда по степеням малого параметра χ :

$$I(z) = I_0(z) + \chi I_1(z) + \chi^2 I_2(z) + \dots \quad (2.2.13)$$

В нашем случае $I_0 = 0$ и ряд начинается с $I_1(z)$, равного

$$I_1(z) = \frac{i\omega |\varepsilon_1| e}{2k \operatorname{ch}(\kappa L)} \operatorname{sh}(\kappa L - \kappa |z|), \quad (2.2.14)$$

если $K(z) = e\delta(z)$.

Для вычисления действительной части импеданса $Z = e/I(0)$ необходимо вычислить $I_2(z)$, причем при вычислении $I_2(z)$ достаточно в правой части уравнения для $I_2(z)$ оставить только член $-\pi i [I_1''(z) - \kappa^2 I_1(z)]$, так как только он дает вклад в сопротивление излучения, а остальные члены дают лишь поправку к реактансу. В итоге получаем

$$Z = \frac{2\pi k}{\omega |\varepsilon_1|} \operatorname{cth}(\kappa L) - i \frac{\kappa \ln(\mu L/a)}{\omega |\varepsilon_1| \operatorname{th}(\kappa L)}. \quad (2.2.15)$$

Таким образом, в данном случае антенна любой длины при питании ее сторонней ЭДС $K(z) = e\delta(z)$ имеет экспоненциальное распределение для тока (2.2.14), переходящее в "треугольное" распределение для короткого диполя. Реактанс всегда носит индуктивный характер, а сопротивление излучения растет с уменьшением длины антенного провода. В квазистатическом приближении, когда $\kappa L \ll 1$,

$$Z = \frac{2\pi}{\omega |\varepsilon_1| L} - i \frac{\ln(\mu L/a)}{\omega |\varepsilon_1| L}, \quad (2.2.16)$$

т.е. получаем известное выражение [32]. Из этих формул, таким образом, следует, что квазистатика справедлива в предположении $k_2 \sqrt{\epsilon_1} L \ll 1$.

2.3. ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ ПОЛЯ РАСПРЕДЕЛЕННЫХ ИСТОЧНИКОВ ВБЛИЗИ РЕЗОНАНСНЫХ НАПРАВЛЕНИЙ

Как уже отмечалось выше, в резонансных условиях необходим учет конкретной геометрии источника и ряда дополнительных факторов, определяющих наряду с анизотропией и временной дисперсией структуру поля. Такими факторами являются пространственная дисперсия, столкновительная диссипация, учет конечности скорости света (волновые поправки). [33-42].

Квазистационарное поле источника при этом определяется результатом своеобразной конкуренции указанных факторов. Однако, несмотря на сложность резонансной структуры поля, существует несколько простых параметров, соотношения между которыми определяют тип этой структуры для достаточно широкого диапазона условий, реализующихся в эксперименте [43].

Для анализа структуры поля представим решение уравнения (2.1.1) в виде свертки по плоским волнам

$$\psi(\vec{r}) = \frac{1}{2\pi^2 \epsilon_1} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\rho_k(\vec{k}) \exp(i\vec{k} \cdot \vec{r}) d\vec{k}}{D(\omega, \vec{k})}, \quad (2.3.1)$$

где $\rho_k(\vec{k})$ — Фурье-образ распределения сторонних зарядов $\rho_{ст}(\vec{r})$. В пренебрежении тепловым движением заряженных частиц и волновыми поправками $D(\omega, \vec{k}) = \epsilon^2 - k_2^2 \mu^{-2}$, $\epsilon = (k_2^2 + k_4^2)^{1/2}$.

Структуру поля вблизи резонансного конуса легко найти, переходя в систему отсчета с осью ζ , направленной вдоль резонансной поверхности, и осью ξ поперек нее, т.е. повернув систему $\tau \zeta \xi$ вокруг оси ζ на угол $\theta^{(*)}$. Выражение (2.3.1) тогда принимает вид

^{*)}

Предполагается, без ограничения общности, что интересующее нас направление на резонансном конусе лежит в плоскости $\tau \xi$, ось ξ ориентирована вдоль внешнего магнитного поля.

$$\psi = \frac{1}{2\pi^2 \epsilon_1} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\rho_k(k_x, k_y, k_z) \exp(i k_x \tau + i k_y \eta + i k_z \xi) dk_x dk_y dk_z}{D(\omega, k_x, k_y, k_z)} \quad (2.3.2)$$

Выполнив интегрирование по k_x получаем

$$\psi = \frac{1}{\pi \epsilon_1} \int_{S_+} \frac{\rho_k [k_x(k_y, k_z), k_y, k_z] \exp[i k_x(k_y, k_z) \tau + i k_y \eta + i k_z \xi] dk_y dk_z}{D'_{k_x} [\omega, k_x(k_y, k_z), k_y, k_z]} \quad (2.3.3)$$

В соответствии с условием излучения интегрирование в формуле (2.3.3) ведется лишь по той части волновой поверхности S_+ на которой $dk/dk_x > 0$. Если τ достаточно велико по сравнению с характерным размером источника, интеграл по k_y можно вычислить методом стационарной фазы. Дифференцируя дисперсионное соотношение по k_y , нетрудно убедиться в том, что производная $(k_x)'_{k_y}$ равна нулю на прямой $\{k_x = k_y = 0, k_z \in (-\infty, +\infty)\}$, однако на поверхности S_+ лежит лишь ее положительная (при $\epsilon_1 > 0$) или отрицательная (при $\epsilon_1 < 0$) часть. Учитывая, что на указанной прямой $(k_x)''_{k_y k_y} = -2/D'_{k_x} = \mu/k_z$, в результате интегрирования находим [43]

$$\psi = \frac{\mu^{1/2}}{(2\pi\tau)^{1/2} \epsilon_1} \times \begin{cases} \exp\left(-i\frac{\pi}{4}\right) \int_0^{\infty} k_z^{-1/2} \rho_k(0,0,k_z) \exp(i k_z \xi) dk_z; & \epsilon_1 > 0 \\ \exp\left(i\frac{\pi}{4}\right) \int_0^{\infty} (-k_z)^{-1/2} \rho_k(0,0,k_z) \exp(i k_z \xi) dk_z; & \epsilon_1 < 0. \end{cases} \quad (2.3.4)$$

Таким образом, вдоль резонансного конуса потенциал медленно спадает, а зависимость $\psi(\xi)$ обусловлена распределением сторонних зарядов на источнике. Заметим, что волновой пакет описываемый формулой (2.3.4), является суперпозицией плоских волн, бегущих в одном направлении, поэтому результирующее распределение потенциала $\psi(\xi, \tau)$ имеет волнообразный характер: пакет бежит перпендикулярно поверхности резонансного конуса, только в его верхнюю (нижнюю) часть. Так, если $\rho_{ct} = (\rho/2\pi)(z - ih)^{-2}$, то $W_- = 0$ и $W_+ = W = \rho^2/16h^3 |\epsilon_1|$. Таким образом, при возбуждении плазменного резонанса малым источником вдоль резонансной поверхности переносится "поперечная" (по отношению к последней) структура источника, и это позволяет управлять пространственным распреде-

нием излучаемой энергии, которое в указанных условиях является однонаправленным. Наличие узкой "диаграммы направленности" у источника, малого по сравнению с длиной электромагнитной волны λ , еще более замечательно в силу того, что, как будет видно из дальнейшего, эта диаграмма может тянуться на расстояния, много большие λ .

В условиях резонанса важное значение приобретает учет дополнительных факторов, определяющих структуру поля источника, в том числе теплового движения частиц плазмы. Если с учетом этих факторов волновая поверхность, задаваемая уравнением $D(\omega, \vec{k}) = 0$, искажается слабо, структура сохраняет резонансный характер и может быть исследована путем обобщения вышеприведенных формул.

С учетом дисперсионной, столкновительной и электромагнитной поправок, при условии малости последних, оператор $D(\omega, \vec{k})$ записывается в виде

$$D(\omega, \vec{k}) = \varepsilon^2 - \frac{k_z^2}{\mu^2} + \frac{\delta^2}{\varepsilon_1} (A \varepsilon^4 + B \varepsilon^2 k_z^2 + C k_z^4) + i \left(\varepsilon^2 \frac{\delta \varepsilon_1}{\varepsilon_1} + k_z^2 \frac{\delta \varepsilon_3}{\varepsilon_3} \right) + \frac{\omega^2}{c^2} \left[\frac{\varepsilon_1}{\mu^2} + \frac{\varepsilon^2}{\varepsilon(1 + \mu^2)} \right]. \quad (2.3.5)$$

Здесь $\delta = v_{Te}/\omega$, v_{Te} - тепловая скорость электронов,

$$A = -\frac{3\omega_{pe}^2 \omega^3}{(\omega^2 - \omega_{He}^2)(\omega^2 - 4\omega_{He}^2)}; \quad B = -\frac{\omega_{pe}^2}{\omega^2 - \omega_{He}^2} \left[1 + \frac{\omega^2(5\omega^2 - \omega_{He}^2)}{(\omega^2 - \omega_{He}^2)^2} \right];$$

$$C = -3 \frac{\omega_{pe}^2}{\omega^2}; \quad \delta \varepsilon_1 = \frac{\nu_e}{\omega} \frac{\omega_{pe}^2(\omega^2 + \omega_{pe}^2)}{(\omega^2 - \omega_{He}^2)^2}; \quad \delta \varepsilon_3 = \frac{\nu_e}{\omega} \frac{\omega_{pe}^2}{\omega^2}.$$

Предполагается, что $\nu_e/\omega \ll 1$, ν_e - частота столкновений электронов.

Распределение потенциала вблизи резонансной поверхности, с учетом выражения (2.3.5) для D , дается формулой (2.3.3). Заметим, что фаза экспоненты под интегралом (2.3.3) в данном случае имеет экстремум на кривой

$$\left\{ k_x = -\frac{1}{3} R^2 k_z^3 + \frac{1}{4} k_z^{-1} R^2 + i s k_z, \quad k_y = 0 \right\},$$

где

$$R^2 = -3\delta^2 G = -\frac{3\mu\delta^2}{2\varepsilon_1} (A \cos^4 \alpha + B \sin^2 \alpha \cos^2 \alpha + C \sin^4 \alpha),$$

R — эффективный дебаевский радиус;

$$\lambda = \frac{c}{\omega} \left[\frac{2\epsilon_1}{\mu} + \frac{2Q^2 \mu}{\epsilon_1(1+\mu^2)} \right]^{-1/2}$$

— длина электромагнитной волны,

$$s = \frac{\mu}{2} \left(\frac{\delta\epsilon_1}{\epsilon_1} \cos^2 \alpha + \frac{\delta\epsilon_3}{\epsilon_3} \sin^2 \alpha \right)$$

и считается для определенности, что $\epsilon_1 > 0$, $\epsilon_3 > 0$. Подчеркнем, что условие слабости пространственной дисперсии предполагает выполнение неравенства $R \ll h$, а условие квазистатики — $h \ll \lambda$.

После интегрирования по k_y выражение для потенциала принимает вид

$$\begin{aligned} \varphi(\tau, \xi) &= \frac{\mu^{1/2} \exp(-i\pi/4)}{(2\pi\tau)^{1/2} \epsilon_1} \int_0^\infty k_z^{-1/2} \rho_{\text{eff}}(0, 0, k_z) \times \\ &= \exp \left[-i \left(\frac{1}{3} R^2 \tau k_z^3 - k_z \xi - \frac{\tau}{4k_z \lambda^2} \right) - s k_z \tau \right] dk_z. \end{aligned} \quad (2.3.6)$$

В качестве примера рассмотрим тонкую антенну с дипольным распределением стороннего заряда. Без учета пространственной дисперсии $R=0$ интеграл (2.3.6) вычисляется точно:

$$\varphi(\tau, \xi) = \varphi_1 = \frac{i \rho_{\text{eff}}}{\tau^{1/2} (\xi + iL_s)^{3/2}} \left[1 + \sqrt{-\frac{\tau}{\lambda^2} (\xi + iL_s)} \right] \exp \left[-\sqrt{\frac{\tau}{\lambda^2} (\xi + iL_s)} \right]. \quad (2.3.7)$$

Здесь $R e \sqrt{-(\tau/\lambda^2)(\xi + iL_s)} > 0$, $L_s = L + s\tau$, $L = h \sin \alpha$, $\rho_{\text{eff}} = \rho \mu^{1/2} \sin \alpha / 2\sqrt{2} \epsilon_1$. Из выражения (2.3.7) видно, что по мере удаления от источника структура поля утрачивает резонансный характер. Вблизи характеристики потенциал падает экспоненциально:

$$\varphi(\tau, \xi=0) \sim \exp \left[-(\tau L_s / 2\lambda^2)^{1/2} \right],$$

масштаб спада $L_s = 2\lambda(\lambda/L)$ при $\tau \ll L/s$ и $L_s = \lambda/(s/2)^{1/2}$ при $\tau \gg L/s$. В освещенной зоне ($\xi > 0$) поле имеет осциллирующий характер, что обусловлено возбуждением электромагнитной волны. Так, при $\xi \gg L_s$, полагая $\tau = \tau$, $\xi = \xi + iL_s$, получаем

$$\varphi(\tau, \vartheta) = \frac{i D_{20}}{\tau^2 \vartheta^{3/2}} \left(1 - i \frac{\tau}{\lambda} \vartheta^{1/2} \right) \operatorname{erf} \left(i \frac{\tau}{\lambda} \vartheta^{1/2} - \frac{L_0}{2\lambda} \vartheta^{1/2} \right). \quad (2.3.8)$$

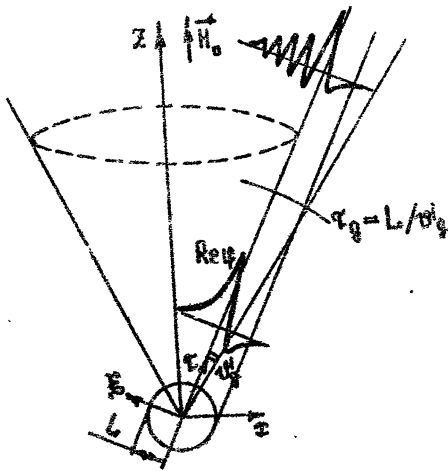
Таким образом, в случае слабого поглощения $\varepsilon \ll (L/\lambda)^2$ амплитуда поля в освещенной зоне падает по степенному закону, пока $\tau < L/s$, а при $\tau > L/s$ спадание экспоненциальное, но масштаб спадания $L_{\text{эф}} = (2\lambda/s) \vartheta^{1/2} \gg L_0$. Ясно, что максимум амплитуды поля в этих условиях сдвигается в освещенную область^{*)}. Как показывают оценки, при $\lambda^2/L \ll \tau \ll L/s$ $\vartheta_{\text{макс}} = (L/\lambda)^2$, при $\tau > L/s$ $\vartheta_{\text{макс}} = (s\tau/4\lambda)^2$.

С учетом дисперсионной поправки интеграл (2.3.6) преобразуется к виду

$$\varphi(\tau, \xi) = \frac{\operatorname{erf}(-i\xi/4) 2D_{20} (\xi + iL_0)^{3/4}}{\varepsilon^{1/2} \tau^{3/4} R^{3/2}} \times \int_0^{\infty} \rho^{1/2} \operatorname{erf} \left[-i\Omega \left(\frac{\rho^3}{3} - \rho - \frac{a}{4\rho} \right) \right] d\rho. \quad (2.3.9)$$

Здесь $\Omega = (\xi + iL_0)^{3/2} (R^2 \tau)^{1/2}$, $a = R^2 \tau / \lambda^2 (\xi + iL_0)^2$. Вид искомой функции φ зависит от соотношения параметров ε , $(R/L)^2$ и $(L/\lambda)^2$, которые, по условию, малы. В случае слабого поглощения структура поля при $\tau < L/s$ определяется конкуренцией волновых и дисперсионных эффектов. Пусть, например, $L \ll \sqrt{\lambda R}$. Тогда дисперсионная структура развивается при $\tau \gg L(L/R)^2$, а электромагнитная поправка становится существенной на гораздо больших расстояниях. В самом деле, при $\xi > 0$ осцилляторная структура, связанная с возбуждением плазменных волн, также развивается в области $\xi > 0$, т.е. внутри резонансного конуса. При $|\Omega| \gg 1$ интеграл (2.3.9) можно вычислить методом перевала. Вычисляя поле в освещенной области, из четырех перевальных точек в соответствии с условием излучения необходимо учесть две: $\rho_{1,2} = \frac{1}{\sqrt{2}} (1 \pm \sqrt{1-a})^{1/2}$. Если $\tau \ll L(\lambda/R)$ или $\tau \gg L(\lambda/R)$, $\vartheta \gg R/\lambda$, параметр a мал по модулю и вклады точек $\rho_1 = a/2$ и $\rho_2 = 1$ отвечают независимому учету электромагнитной и дисперсионной поправок соответственно. Учитывая, что ρ_1 лежит вблизи конечной точки контура интегрирования,

^{*)} Для точечного диполя это обстоятельство отмечено в работе [44].



Р и с. 2.3. Резонансная структура поля монохроматического источника в магнитоактивной плазме. Углы $\theta_0 = (v_0/L)^2$, $\theta_0 = s$, $\theta_0 = (L/\lambda)^2$ характеризуют относительную роль дисперсии, стеклований и непотенциальности. При $\tau \approx \tau_{0,s,3} = L/\theta_{0,s,3}$ соответствующие факторы модифицируют резонансную структуру. Здесь $\theta_0 \gg \theta_{0,3}$

находим (структура поля показана на рис.2.3):

$$\psi = \psi_1 + \psi_2,$$

$$\psi_2 = -\frac{2i\rho_{20}}{R\tau} \exp\left[\frac{2i(\xi + iL_0)^{3/2}}{3(R^2/\tau)^{1/2}}\right]; \quad \frac{2\pi}{3} \langle \arg(\xi + iL_0) \rangle \approx \pi. \quad (2.3.10)$$

Как показывает выражение (2.3.10), область, занятая оцилляциями поля плазменных волн, находится в интервале углов $(R/\lambda)^{2/3} < \theta < (R/L)^2$. При $\lambda \gg \lambda(\lambda/R)^{1/2}$, $\theta \approx R/\lambda$ также можно воспользоваться методом перевала, но с учетом того обстоятельства, что седловые точки $\rho_{1,2}$ сливаются, когда $\theta \rightarrow R/\lambda$. Выражение для потенциала при этом содержит функцию Эйри $Ai(\eta)$:

$$\psi = \psi_1 + \psi_2; \quad \psi_2 = i\rho_{20} \tau^{-1/2} (\xi + iL_0)^{-3/2}; \quad (2.3.11)$$

$$\psi_2 = \frac{\rho_{20} \pi^{1/2} 2^{13/12} \exp(-i\pi/4)}{R^{11/12} \lambda^{1/4} \tau^{5/6}} \exp\left(-i\eta \frac{2\sqrt{2}}{3}\right) Ai(-\eta R^{2/3}). \quad (2.3.12)$$

где $\eta = 2^{5/3} \left(\frac{\lambda}{R} \delta\theta\right)^2 \text{sign}(\delta\theta)$; $\delta\theta = \theta - R/\lambda$. Из выражения (2.3.12) следует, что максимум амплитуды поля в области $\lambda(\lambda/R)^{1/2} \ll \lambda \ll L/s$ находится вблизи луча $\theta = R/\lambda$, где пространственные масштабы плазменной и электромагнитной волны совпадают. При $\lambda \gg L/s$ вступают в силу эффекты столкновительной диссипации.

В области $\mathcal{M} \gg R/\lambda$, где пространственные масштабы плазменной и электромагнитной мод сильно отличаются, в соответствии с формулой (2.3.10), плазменная волна при удалении от источника затухает гораздо быстрее (на масштабе $\rho_{\text{зз}} \approx \frac{R}{s} \mathcal{M}^{-1/2}$), чем электромагнитная (для которой $\rho_{\text{зз}} \approx \frac{\lambda}{s} \mathcal{M}^{1/2}$).

Если масштаб источника $L \approx \sqrt{\lambda R}$, то и электромагнитные, и дисперсионные эффекты становятся существенными начиная с $\mathcal{M} \approx L (\lambda/R)$. В этом случае поле описывается выражениями (2.3.11), (2.3.12) при $\mathcal{M} \gg L(\lambda/R)$, $\mathcal{M} \approx R/\lambda$ и (2.3.10) при $\mathcal{M} \gg R/\lambda$. Если поглощение слабое, но масштаб источника велик по сравнению с параметром $\sqrt{\lambda R}$, дисперсионные эффекты слабо искажают структуру поля, описываемую формулой (2.3.7).

Полученные результаты легко обобщаются на случай, когда параметр s достаточно велик. В частности, при $s \gg (R/L)^2$, $s \gg (L/\lambda)^2$ дисперсионной поправкой можно пренебречь, и поле также описывается выражением (2.3.7), откуда видно, что волновые эффекты существенны лишь в области $\mathcal{M} \gg s$, а вблизи характеристики $\psi(\mathcal{M}, \mathcal{M}^*) = i \rho_{\text{зз}} / \mathcal{M}^2 (\mathcal{M}^* + is)^{3/2}$.

Таким образом, вышеприведенный анализ позволяет выделить факторы, учет которых необходим при расчете полей антенны в однородной плазме, и найти поле с учетом указанных факторов. В качестве примера приведем оценки характерных параметров задачи в условиях $(\omega_{\text{He}} \omega_{\text{H}_i})^{1/2} \ll \omega \ll \omega_{\text{He}} \ll \omega_{\text{pe}}$, когда источник возбуждает квазипотенциальные и свистовые волны. Так, в ионосферной плазме на высоте 300 км $\omega_{\text{pe}} \approx 7 \cdot 10^7 \text{ с}^{-1}$, $\omega_{\text{He}} = 7,7 \cdot 10^6 \text{ с}^{-1}$, $r_D = r_{Te} / \omega_{\text{He}} \approx 0,5 \text{ см}$, $\nu_e \approx 0,8 \cdot 10^3 \text{ с}^{-1}$. Полагая $\omega / \omega_{\text{He}} = 4 \cdot 10^{-2}$, находим $R \approx 1 \text{ см}$, $\lambda \approx 10 \text{ м}$, $s \approx 10^{-4}$. Следовательно, дисперсионные эффекты можно не учитывать, если размер источника $L \gg \sqrt{\lambda R} \approx 30 \text{ см}$. Пусть, например, $L \approx 3 \text{ м}$. Тогда на расстоянии $r \approx 30 \text{ м}$ от источника его поле носит резонансный характер,

2.4. ОСОБЕННОСТИ ПОЛЯ И ИМПЕДАНСА АНТЕННЫ НА ЧАСТОТАХ ГИБРИДНОГО И ПЛАЗМЕННОГО РЕЗОНАНСА

Если при произвольных ϵ_1 и ϵ_3 рассмотреть структуру поля сложных источников не удастся, то на границах перехода от эллиптической к гиперболической области квазистатики, т.е. при $|\epsilon_1| \ll |\epsilon_3|$ ($\epsilon_1 \rightarrow 0$) или $|\epsilon_1| \gg |\epsilon_3|$ ($\epsilon_3 \rightarrow 0$ или $\epsilon_3 \rightarrow \infty$),

ситуация оказывается иной [45-46]. В этих условиях часто можно найти потенциал и импеданс источников сложной, в некоторых случаях произвольной геометрии. Такое упрощение в бесстолкновительной и холодной плазме связано с тем, что при $\epsilon_1 \rightarrow 0$ или $\epsilon_3 \rightarrow 0$ уравнение (2.1.1) вырождается соответственно в квазиодномерное уравнение

$$\epsilon_3 \frac{d^2 \psi(\vec{r}_\perp, z)}{dz^2} = -4\pi \rho_{\text{ст}}(\vec{r}), \quad (2.4.1)$$

или в квазидвумерное уравнение

$$\epsilon_1 \Delta_\perp \varphi(\vec{r}_\perp, z) = -4\pi \rho_{\text{ст}}(\vec{r}). \quad (2.4.2)$$

Исследование этих уравнений, конечно, значительно проще, чем уравнения (2.1.1).

Анализ начнем с вычисления функции Грина уравнения (2.4.1) с учетом теплового движения частиц плазмы. При $\epsilon_1 \rightarrow 0$ для потенциала $\varphi(\vec{r})$ имеем следующее интегральное представление:

$$\varphi(\vec{r}) = -\frac{Q_i}{\delta \sqrt{\Lambda \epsilon_3}} \int_0^\infty \frac{dk_\perp}{k_\perp} J_0(k_\perp r_\perp) = \\ = \exp\left(-i \sqrt{\frac{\Lambda}{\epsilon_3}} \delta \pi k_\perp^2\right), \quad (2.4.3)$$

где $\delta = \pi r_{Te} / \omega$, $\Lambda = 3(\omega_{pe}^2 + \omega_{ne}^2) / (\omega_{pe}^2 + 3\omega_{ne}^2)$.

Отсюда видно, что интеграл расходится при малых k_\perp . Если же вычислить с помощью (2.4.3) электрическое поле $\vec{E} = -\nabla \varphi$, то оно оказывается конечным. Это означает, что "монопольное" приближение некорректно, и в качестве элементарного излучателя в данном случае необходимо выбрать диполь. Для него происходит компенсация бесконечно большой части потенциала, поэтому дипольное поле оказывается годным для описания простейших моделей излучающих систем.

Выпишем выражения для электрического поля, которые легко получаются дифференцированием (2.4.3) по координатам ($r \gg \delta$):

$$E_x = -\frac{Q_i}{2\sqrt{\Lambda \epsilon_3} \delta z} \exp\left(-i \frac{r_\perp^2}{4\sqrt{\Lambda/\epsilon_3} \delta z}\right); \quad (2.4.4)$$

$$E_z = \frac{Q_i}{\sqrt{\Lambda \epsilon_3} \delta r_\perp} \left[\exp\left(-i \frac{r_\perp^2}{4\sqrt{\Lambda/\epsilon_3} \delta z}\right) - 1 \right]. \quad (2.4.5)$$

Из этих выражений прежде всего следует, что при $\delta \rightarrow 0$ E_x -компонента поля в основном сосредоточена около линии $r_1 = 0$. Вблизи данного направления $E_x \approx Q r_1 / 4A \delta^2 z$ не зависит от r_1 , а является лишь функцией угла θ между \vec{H}_0 и направлением на точку наблюдения. Это следствие того факта, что все характеристики уравнения (2.1.1), проходящие через источник, сливаются при $\varepsilon_1 \rightarrow 0$ в одну прямую $r_1 = 0$, обеспечивая тем самым "фокусировку" поля вдоль этого направления. Из выражений (2.4.4), (2.4.5) ясно, также, что адекватное описание поля при $\delta \rightarrow 0$ можно провести только для дипольных источников, у которых геометрия такова: есть силовая линия магнитного поля \vec{H}_0 , "протыкающая" оба проводника. Действительно, функцию Грина для такого источника можно записать, используя предельный переход $\delta \rightarrow 0$ в выражении (2.4.4), в виде

$$E_z(\vec{r}, \vec{r}') = \frac{2\pi}{\varepsilon_3} \operatorname{sign}(z - z') \delta(x - x') \delta(y - y') \quad (2.4.6)$$

В качестве примера, прежде чем переходить к произвольной геометрии источника, вычислим поле и входной импеданс цилиндрического диполя длиной $2L$ и радиусом a , ориентированного вдоль \vec{H}_0 . Для компоненты поля E_z в плазме при этом получаем следующее выражение:

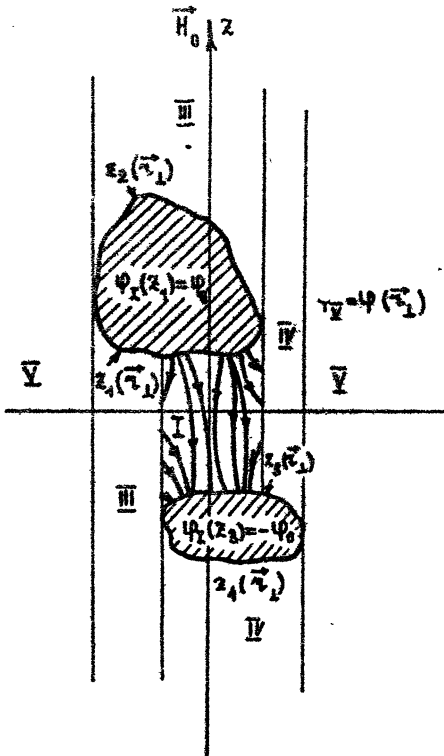
$$E_z = \frac{2\pi}{\varepsilon_3} \int_{-L}^L \rho(x, y, x') \operatorname{sign}(z - z') dz' \quad (2.4.7)$$

Так как это равенство справедливо при любых x, y , там, где нет сторонней ЭДС, $E_x = 0$. Следовательно, весь заряд сосредоточен на торцах, т.е. $\rho_{\text{стр}} \sim \delta(x \pm z_0)$, $\delta(z \pm L)$, где $2z_0$ - расстояние между "усами" диполя. Если также считать, что ток на концах диполя $I(\pm L) = 0$, то из равенства (2.4.7) сразу следует, что все поле сосредоточено в зазоре антенны,

При условии $a, z_0 \gg \delta$ и $a^2/\delta z_0 \ll 1$ электрическое поле в зазоре имеет только E_z -составляющую, так как при этом E_x , как видно из выражения (2.4.5), равна нулю. Поэтому, если в зазоре задано однородное распределение сторонней ЭДС, то E_z там однородно, и для входного сопротивления получаем

$$Z \approx -i \frac{\delta z_0}{\omega \varepsilon_3 a^2} \quad (2.4.8)$$

что соответствует емкости плоского конденсатора с расстоянием $2z_0$ между пластинами в диэлектрической среде ϵ_3 .



Р и с. 2.4. Квазиодномерная структура поля дипольного источника (гибридный резонанс)

Рассмотренный предельный переход позволяет проанализировать источник произвольной геометрии. Для однозначного отбора решений уравнения (2.1.1) будем считать, что при $\epsilon_1 \rightarrow 0$, $\epsilon_1, \epsilon_3 > 0$. В координатах $r_1, z' = z\sqrt{\epsilon_1/\epsilon_3}$ уравнение (2.1.1) — это уравнение Лапласа; источник в этих переменных оказывается сжатым вдоль магнитного поля в $\sqrt{\epsilon_3/\epsilon_1}$ раз. Поэтому в пределе $\epsilon_1 \rightarrow 0$ в переменных r_1, z' потенциал источника — это потенциал системы дисков, лежащих в одной плоскости; форма дисков совпадает с поперечным (по отношению к магнитному полю) сечением источника. Диски могут лежать друг на друге, если имеется силовая линия магнитного поля \vec{H}_0 , "протыкающая" разные части источника (рис.2.4). Если "протыкаемые" части

имеют разные потенциалы, то естественно, что при $\epsilon_1 \rightarrow 0$ основное падение потенциала будет между теми частями дисков, которые лежат друг на друге (они образуют плоский конденсатор).

Пусть $\Psi_I(x, y) = 0$ — цилиндр с осью, параллельной \vec{H}_0 , в который вписана поверхность проводника I и на котором сосредоточен заряд $+Q$, а $\Psi_{II}(x, y) = 0$ — цилиндр, в который вписана поверхность проводника II с зарядом $-Q$. Цилиндр, заключающий в себя область, внутреннюю для обоих цилиндров $\Psi_I = 0$ и $\Psi_{II} = 0$, обозначим через $\Psi_0(x, y) = 0$. Пусть также $z =$

$z = z_4(x, y)$ - уравнение поверхности проводника I снизу от линии касания его цилиндром $\Psi_I = 0$, $z = z_2(x, y)$ - уравнение поверхности I сверху от линии касания, $z = z_3(x, y)$ и $z = z_4(x, y)$ - уравнения поверхности проводника II соответственно сверху и снизу от линии касания его цилиндром $\Psi_{II} = 0$.

Тогда, как нетрудно показать, сторонний заряд сосредоточен:

а) на проводнике I в области

$$\rho_1(x, y, z) = Q \frac{A_0 \delta(z - z_4)}{z_4(x, y) - z_3(x, y)} H(\Psi_0(x, y)), \quad (2.4.9)$$

б) на проводнике II в области

$$\rho_2(x, y, z) = -Q \frac{A_0 \delta(z - z_3)}{z_4(x, y) - z_3(x, y)} H(\Psi_0(x, y)), \quad (2.4.10)$$

где $H(\Psi)$ - функция Хевисайда, а параметр A_0 , равен

$$\frac{1}{A_0} = \iint \frac{dx dy H(\Psi_0(x, y))}{z_4(x, y) - z_3(x, y)}$$

Распределение потенциала при этом следующее:

$$\varphi_I(x, y, z) = \frac{2\pi Q}{\epsilon_3} \cdot$$

$$\cdot A_0 \left[\frac{2z - z_4(x, y) - z_3(x, y)}{z_4(x, y) - z_3(x, y)} \right] H(\Psi_0(x, y)),$$

если

$$z_3(x, y) < z < z_4(x, y);$$

$$\varphi_{II}(x, y, z) = \varphi_0 = \text{const};$$

$$\varphi_{III}(x, y, z) = -\varphi_0;$$

$$\varphi_I(x, y, z) = \varphi(\vec{r}_1)^*.$$

Распределение поля качественно изображено на рис. 2.4. Электрическое поле отлично от нуля внутри цилиндра $\Psi_0(x, y) = 0$

*) Распределение потенциала $\varphi_I(\vec{r}_1)$ может быть найдено в общем виде лишь для двумерных полей.

между проводниками. В остальном пространстве внутри цилиндров $\vec{E}=0$, исключая систему двойных слоев по образующим цилиндров $\Psi_I=0$, $\Psi_{II}=0$. Между проводниками на поверхности $\Psi_0(x,y)=0$ сосредоточен также связанный заряд, на котором обрываются линии вектора \vec{E} . Импеданс дипольной системы определяется из соотношения

$$Z = i \frac{4\pi A_0}{\omega \epsilon_3} \quad (2.4.11)$$

В данной конфигурации $A_0 > 0$, что соответствует емкости при $\epsilon_3 > 0$ и индуктивности при $\epsilon_3 < 0$.

В качестве примера числим импеданс антенны, состоящей из эллипсоидов вращения и ориентированной параллельно \vec{H}_0 :

$$Z = -i \frac{4L}{\omega \epsilon_3 \Omega^2 \left[1 + \frac{z_0}{L} \ln \left(1 - \frac{L}{z_0} \right) \right]} \quad (2.4.12)$$

где z_0 — расстояние между центрами эллипсоидов, L и a — полуоси ($L > a$).

Отметим следующее обстоятельство. Если эллипсоиды (усы антенны) достаточно далеко разнесены друг от друга, т.е. $L/z_0 \ll 1$, то Z превращается в емкость плоского конденсатора с площадью пластины Ω^2 и расстоянием $2z_0$ между ними. Этот результат виден из формулы для Ψ_I , так как при достаточном удалении проводников друг от друга поле между ними становится однородным (как поле плоского конденсатора с пластинами, совпадающими с сечением цилиндра $\Psi_0(x,y)=0$ перпендикулярно \vec{H}_0).

Выражение (2.4.11) — это первый член разложения импеданса по параметру ϵ_1 . Нахождение следующего члена имеет смысл в резонансной области частот $\epsilon_1, \epsilon_3 < 0$, где он приводит к появлению сопротивления источника. Соответствующие расчеты (они вполне аналогичны расчету вклада краевого эффекта в емкость плоского конденсатора) дают $R \sim |\epsilon_1| \ln |\epsilon_1|$.

Если источник одинарный или отсутствует "протыкание" его частей магнитным полем, то при $\epsilon_1 \rightarrow 0$ потенциал и импеданс источника имеют особенность (см., например, формулу (2.4.9)), так как продольная компонента электрического поля не убывает при удалении от источника.

Рассмотрим теперь случай плазменного резонанса $\omega = \omega_{pe}$ ($\epsilon_3 \rightarrow 0$), когда поле имеет квазидвумерную конфигурацию. В данном случае характеристики уравнения (2.1.1) сливаются

попарно в плоскости $z=0$, создавая особые направления, вследствие чего поле источника конечных размеров в "холодной" постановке задачи имеет особенность (обычно в виде слабой расходимости логарифмического типа) [7]. Не будем приводить здесь решений квазидвумерного уравнения (2.4.2), а ограничимся анализом функции Грина при учете теплового движения. Вычисление дает следующий результат. Если точки наблюдения находятся достаточно далеко от плоскости $z=0$, где лежат характеристики уравнения, $\sqrt{|\epsilon_1|/3\rho} (x^2/8\delta v_1) \gg 1$, то поле описывается формулами без пространственной дисперсии (2.1.2). При $\sqrt{|\epsilon_1|/3\rho} (x^2/8\delta v_1) \ll 1$, т.е. вблизи плоскости особых направлений, потенциал $\psi(\vec{r})$ определяется следующими выражениями [46]:

$$\psi(\vec{r}) = \frac{Q \Gamma(1/4)}{2\Gamma(3/4)(3\rho|\epsilon_1|^3)^{1/4}} \cdot \frac{1}{(\delta v_1)^{1/2}}; \quad \epsilon_1 > 0,$$

$$\psi(\vec{r}) = \frac{Q(1-i)\Gamma(1/4)}{2\Gamma(3/4)(3\rho|\epsilon_1|^3)^{1/4}} \cdot \frac{1}{(2\delta v_1)^{1/2}}; \quad \epsilon_1 < 0, \quad (2.4.13)$$

где $\Gamma(x)$ - гамма-функция, $\rho = \omega_{pe}^2 / \omega^2$.

Таким образом, при $\omega \approx \omega_{pe}$ пространственная дисперсия существенна только по особым направлениям в плоскости $z=0$, вдоль которых поле спадает медленнее, чем поле заряда в вакууме. Это обуславливает и слабый характер расходимости поля протяженного источника в "холодной" постановке задачи за исключением случая, когда сторонний ток ориентирован под углом $\alpha = \pi/2$ к направлению внешнего магнитного поля. Однако в этом случае, аналогично квазиодномерному пределу, имеет место сильное влияние проводников друг на друга и можно построить "холодные" решения квазидвумерного уравнения (2.4.2).

2.5. ЭНЕРГЕТИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ИСТОЧНИКОВ В РАЗЛИЧНЫХ ЧАСТОТНЫХ ИНТЕРВАЛАХ

Наибольший интерес для практических приложений представляет величина импеданса антенной системы. В "обычной" квазистатике импеданс связан с запасенной энергией в ближнем поле антенны, которая определяет величину емкости или индуктивности в бесстолкновительной "холодной" плазме. В резонансных условиях и при учете теплового движения частиц плазмы

ситуация осложняется тем, что наряду с мнимой частью импеданса $Z = R + iX$ появляются потери энергии на возбуждение резонансных плазменных колебаний и потери энергии, связанные с бесстолкновительным затуханием продольного электрического поля. Последние обусловлены отбором энергии частицами плазмы, летящими через неоднородное поле источника. В дальнейшем будем называть их пролетными (дробовыми) потерями. В однородной плазме, используя фурье-представление и комплексную теорему Пойнтинга (8), легко написать в виде квадратур выражение для импеданса источника:

$$Z = -\frac{32\pi^4}{i\omega|\mathbf{J}|^2} \int \left[\operatorname{Re} \epsilon_2(\omega, \vec{\kappa}) - i \operatorname{Im} \epsilon_2(\omega, \vec{\kappa}) \right] \frac{|\rho_{\vec{\kappa}}|^2 d\vec{\kappa}}{\kappa^2 |\epsilon_2(\omega, \vec{\kappa})|^2}, \quad (2.5.1)$$

где $\epsilon_2(\omega, \vec{\kappa}) = \kappa_x \epsilon_{xx} + \kappa_y^2 / \kappa^2$ — продольная диэлектрическая проницаемость плазмы, $\rho_{\vec{\kappa}}$ — фурье-компонента сторонней плотности заряда источника.

Прежде чем переходить к анализу конкретных формул для импеданса, сделаем два замечания. Во-первых, необходимо различать приближения слабой и сильной пространственной дисперсии. Приближение слабой пространственной дисперсии означает, что масштаб неоднородности поля, который обычно по порядку величины равен характерному размеру стороннего источника, много больше параметров пространственной дисперсии v_{Te} / ω_{pe} , v_{Ti} / ω . В этом случае, как правило, основной вклад в потери обусловлен возбуждением резонансных плазменных колебаний. В противоположном случае резонансные потери несут существенны, и действительная часть импеданса связана с нерезонансными пролетными (дробовыми) потерями.

Во-вторых, резонансные потери $W = \frac{1}{2} \operatorname{Re} \int \mathbf{j} \cdot \mathbf{E} d\vec{\tau}$ ($\mathbf{j} = \hat{\sigma} \mathbf{E}$, $\hat{\sigma}$ — тензор проводимости) при $\operatorname{Im} \epsilon_2 \rightarrow 0$, как следует из (2.5.1), равны

$$W = 16\pi^3 \omega \int \delta(\kappa_1^2 \epsilon_1 + \kappa_2^2 \epsilon_2) |\rho_{\vec{\kappa}}|^2 d\vec{\kappa}. \quad (2.5.2)$$

Из выражения (2.5.2) видно, что $W \neq 0$ практически во всех случаях, когда $\epsilon_1, \epsilon_2 < 0$. В то же время при $\operatorname{Im} \epsilon_2 \rightarrow 0$ конечное значение $W = \int \operatorname{Im} \epsilon_2 |\mathbf{E}|^2 d\vec{\tau}$ может быть связано лишь с тем, что в поле имеются какие-либо особенности: $\int |\mathbf{E}|^2 d\vec{\tau} \rightarrow \infty$

при $\text{Im} \epsilon_1 \rightarrow 0$, например, если есть поверхности, где электрическое поле достаточно быстро уходит в бесконечность. Такая ситуация имеет место в неоднородной изотропной плазме [7] (см. также гл. 3). Поскольку в рассматриваемом нами случае, как следует из (2.5.2), конечная величина потерь на возбуждение плазменного резонанса при $\text{Im} \epsilon_1 \rightarrow 0$ имеет место для произвольного распределения заряда, а также учитывая сказанное выше относительно характера поля произвольного распределения заряда, можно заключить, что конечность потерь — это результат медленного убывания ψ и \vec{E} при $\vec{r} \rightarrow \infty$ вдоль характеристик, проходящих через область пространства, где $\rho_{\text{ст}} \neq 0$.

2.5.1. Приближение слабой пространственной дисперсии. "Большие" источники электромагнитных волн

Импеданс источников для ряда точно решаемых задач квазистатики приведен в разд. 2.1, 2.2 и 2.4 настоящей главы. Так как число этих задач невелико, представляет интерес провести анализ резонансных потерь в зависимости от параметров окружающей плазмы и вида распределения стороннего тока. Так как эти потери связаны с резонансным поведением поля вблизи характеристической поверхности, пересекающей источник, при вычислении потока квазиэлектростатического вектора Пойнтинга можно ограничиться поведением поля в окрестности этой поверхности. Легко показать, что вблизи резонансного конуса вектор Пойнтинга направлен вдоль \vec{r} , причем

$$\Pi_{\vec{r}} = \frac{\omega \epsilon_1}{8\pi \mu} \text{Im} \left(\frac{\partial \psi}{\partial \xi} \cdot \psi^* \right). \quad (2.5.3)$$

Если распределение стороннего заряда аксиально-симметрично относительно оси z , то из формул (2.5.2), (2.5.3) следует простое выражение для резонансных потерь:

$$W = W_+ + W_- = \frac{\omega \sin \alpha}{4|\epsilon_1|} \left[\int_0^{\infty} |p_{\kappa}(0,0,\kappa_{\frac{1}{2}})|^2 d\kappa_{\frac{1}{2}} + \int_{-\infty}^0 |p_{\kappa}(0,0,\kappa_{\frac{1}{2}})|^2 d\kappa_{\frac{1}{2}} \right]. \quad (2.5.4)$$

Первое слагаемое в формуле (2.5.4) отвечает излучению в верхнюю часть резонансного конуса, а второе - в нижнюю. Их относительный вклад в потери определяется геометрией источника. Пусть, например, распределение заряда на тонкой антенне имеет дипольный характер:

$$\rho_{ct}(\vec{r}) = \frac{QL}{2\pi} [(z - iL)^{-2} - (z + iL)^{-2}] \delta(x)\delta(y) \quad (2.5.5)$$

Тогда $W_+ = W_- = \omega \rho^2 / 16 L^3 |\epsilon_1|$, где $\rho = QL$ - дипольный момент. Если же функция $\rho_{ct}(\vec{r})$ содержит фурье-гармоники только с положительными (или только с отрицательными) k_z , то в зависимости от знака ϵ_1 , соответствующий источник излучает только в верхнюю (нижнюю) часть резонансного конуса. Так, если

$$\rho_{ct} = \frac{\rho}{2\pi} (z - iL)^{-2} \delta(x)\delta(y), \text{ то } W_- = 0 \text{ и } W = W_+ = \omega \rho^2 / 16 L^3 |\epsilon_1|.$$

Формула (2.5.4), по существу, позволяет найти резонансные потери для произвольного распределения стороннего заряда на источнике в широком интервале частот, исключая лишь границы перехода от эллиптической к гиперболической области квазистатики. Не будем приводить здесь соответствующих формул, а остановимся немного подробнее на области частот в районе нижнегибридного резонанса в силу важности ее для многих практических приложений.

В этой области частот $\omega_{H1} \ll \omega \ll \omega_{pe}, \omega_{H2}$ между компонентами тензора диэлектрической проницаемости

$$\epsilon_1 = 1 + \frac{\omega_{pe}^2}{\omega_{H2}^2 \omega^2} (\omega^2 - \omega_{H2} \omega_{H1}), \quad \epsilon_2 = \omega_{pe}^2 / \omega \omega_{H2}, \quad \epsilon_3 = -\omega_{pe}^2 / \omega^2$$

соблюдаются неравенства $|\epsilon_1| \ll \epsilon_2 \ll |\epsilon_3|$. Известно, что здесь существует лишь один тип нормальных волн, так называемые спиральные (свистовые) волны, показатель преломления которых равен

$$n^2(\theta') = \frac{(4\epsilon_2^2 \cos^2 \theta' + \epsilon_1^2 \sin^2 \theta')^{1/2} - |\epsilon_1| (1 + \cos^2 \theta')}{2 \cos^2 \theta'}; \quad \omega < \Omega_{H2}, \quad (2.5.6)$$

$$n^2(\theta') = \frac{\epsilon_2}{\cos^2 \theta' - \mu}; \quad \omega > \Omega_{H2}$$

Из соотношений (2.5.6) следует, во-первых, что замедление волн в среде велико ($n \gg 1$), поэтому волновые

поправки могут быть существенны для расчета потерь; во-вторых, в области частот $\omega \approx \Omega_{нг}$ резонансный $\omega > \Omega_{нг}$ и нерезонансный $\omega < \Omega_{нг}$ частотный интервал для источников, размеры которых $L \ll \kappa_0^{-1} n_{н}$ ($n_{н}$ - величина показателя преломления при $\theta' = 0$), не отличаются друг от друга и в том, и в другом случае потери носят резонансный характер.

Приведем формулы для потерь энергии электрического диполя в этом частотном интервале [47]:

$$W_{\perp}^e = \sqrt{\frac{\pi}{2}} \frac{\omega^4 q^{1/2}}{4c^3} \frac{\rho_z^2}{(\kappa_0 L)^3 q^{3/2}} + \sqrt{\frac{\pi}{2}} \frac{\omega^6 q^{3/2}}{4c^5} \frac{K_{zz}^2}{\kappa_0 L q^{1/2}}; \kappa_0 L q^{1/2} \ll 1; \quad (2.5.7)$$

$$W_{\parallel}^e = \sqrt{\frac{\pi}{2}} \frac{\omega^4 \rho_z}{4c^3 (\kappa_0 L)^3 q} (\rho_z^2 + \kappa_0^4 L^2 q^3 K_{zz}^2); \quad \begin{matrix} \kappa_0 L q^{1/2} \ll 1, \\ \kappa_0 L |E_z|^{1/2} > 1, \end{matrix} \quad (2.5.8)$$

где ρ и K - дипольный и квадрупольный моменты токовой системы, значки у ρ и K показывают ориентацию моментов относительно магнитного поля \vec{H}_0 .

2.5.2. "Сильная" пространственная дисперсия.

Пролетные потери

для источников электрического типа

Пролетные потери связаны с отбором энергии частицами плазмы при пролете их через неоднородное электрическое поле антенны. На языке диэлектрической проницаемости это соответствует вкладу мнимой части диэлектрической проницаемости в потери. В бесстолкновительном случае, таким образом, работают механизмы зерновского и гиррезонансного поглощения. Приведем выражения для Z в частных предельных случаях, используя (где это возможно) точечную аппроксимацию для источников. В большинстве примеров выражения приводятся для одномерных траекторий заряженных частиц ($\vec{H}_0 \rightarrow \infty$).

1) Точечный заряд ($\rho_{ст} = Q \delta(\vec{r})$) в замагниченной плазме; $\omega_{pe}^2 / \omega^2 \ll 1$; $Z = R + i(X_0 + \Delta X)$; X_0 - вакуумное значение реактанса;

$$R = \frac{1}{2\sqrt{\pi} v_{Te}} \cdot \frac{\omega_{pe}^2}{\omega^2}; \quad \Delta X = 0. \quad (2.5.9)$$

2) Тонкий провод ($\rho_{ct} = \frac{Q}{L} \delta(\vec{r}_1)$), L - длина провода, $L \gg v_{Te}/\omega$, v_{Te}/ω_{pe} ; \vec{r}_1 - радиус-вектор в плоскости, перпендикулярной оси диполя. В замагниченной плазме величина импеданса зависит от угла ориентации провода по отношению к \vec{H}_0 . При $\gamma = \pi/2$ и $\omega_{ne} \gg \omega, \omega_{pe}$

$$R = \frac{\pi}{8\omega L} \cdot \frac{\omega_{pe}^2}{\omega^2}; \quad \Delta X = \frac{2}{\omega L} \cdot \frac{\omega_{pe}^2}{\omega^2} \cdot \ln\left(\frac{\omega L}{v_{Te}}\right). \quad (2.5.10)$$

3) Диполь ($\rho_{ct} = Q(\vec{r}') (1/L) \text{sign } z' \Pi(z'/L)$, $\Pi(x) = -1$ при $|x| < 1$, $\Pi(x) = 0$ при $|x| > 1$; ось z' совпадает с направлением диполя. Здесь наиболее интересным является случай малого диполя $\omega L/v_{Te} \ll 1$, так как в противоположном случае мы просто получим удвоенное значение для импеданса провода.

Для диполя в замагниченной плазме

$$R = \frac{1}{\sqrt{\pi} \omega L} \cdot \frac{\omega_{pe}^2}{\omega^2} \left(\frac{L\omega}{v_{Te}}\right)^3 \ln\left(\frac{v_{Te}}{\omega L}\right); \quad \vec{z}' \parallel \vec{H}_0; \quad (2.5.11)$$

$$R = \frac{1}{\sqrt{\pi} \omega L} \cdot \frac{\omega_{pe}^2}{\omega^2} \left(\frac{L\omega}{v_{Te}}\right)^3 \ln^2\left(\frac{v_{Te}}{\omega L}\right); \quad \vec{z}' \perp \vec{H}_0. \quad (2.5.12)$$

Заметим, что для диполя (в отличие от заряда и провода) условие применимости полученных формул

$$\ln\left(\frac{L^2\omega}{av_{Te}}\right) \gg \left(\frac{\omega_{pe}^2}{\omega^2}\right) \left(\frac{L\omega}{v_{Te}}\right)^3,$$

т.е. формулы (2.5.11)-(2.5.12) могут быть справедливыми и в плотной плазме $\omega_{pe}^2/\omega^2 \gg 1$, если диполь достаточно мал - $\omega L/v_{Te} \ll 1$. Это связано с быстрым убыванием поля по мере удаления от диполя.

4) Учет "сильной" пространственной дисперсии необходим также для расчета потерь на гармониках гирочастоты электронов (или ионов), когда $\omega = n\omega_{ne}$, $n > 1$. Приведем здесь выражение для потерь дипольной антенны длиной $2L$ ($L \gg v_{Te}/\omega_{ne}$), ориентированной вдоль внешнего магнитного поля \vec{H}_0 , так как в этом случае частицы плазмы эффективнее всего взаимодействуют с резонансным полем источника ($\omega = n\omega_{ne}$) [48]:

$$R = \frac{\pi}{n\omega_{ne} |e_s| L} \beta \frac{2\Gamma(3/2)(n-2)!}{\sqrt{\pi} (n+1)!} \quad (2.5.13)$$

где $\beta \ll 1$ (разрежен плазма);

$$R = \frac{\pi}{3} \frac{1}{n \omega_{He} |\epsilon_1| L}, \quad (2.5.14)$$

где $\beta \gg 1$ (плотная плазма). Здесь $\beta = (2\sqrt{\pi} n / |\epsilon_1|) \cdot (L \omega_{He} / v_{Te}) \cdot (\omega_{pe}^2 / \omega_{He}^2)$.

Если $\beta \neq 0$, то величина потерь падает, так как уменьшается эффективность взаимодействия заряженных частиц плазмы с полем антенны. Например, при $\beta = \pi/2$ оценка потерь показывает, что $R \sim R(\beta=0) \cdot \beta^{-1}$, если $\beta \gg 1$.

2.6. МАГНИТНЫЙ ДИПОЛЬ (ВИТОК С ТОКОМ) В ПЛАЗМЕ

В экспериментах по исследованию лабораторной и космической плазмы часто используется антенна магнитного типа (виток с током). В последнее время, в связи с подготовкой активных экспериментов в космосе, рассмотрению вопросов излучения магнитных антенн в плазме уделяется повышенное внимание [48-52].

В условиях, где влияние плазмы является существенным, большинство используемых на практике магнитных антенн могут быть рассмотрены в квазистатическом приближении, т.е. их эффективный размер достаточно мал: $\xi_e = L_{эф} n \frac{\omega}{c} \gg 1$. Для описания таких антенн можно воспользоваться уравнениями (15)-(17).

В уравнения (15) для полей нулевого приближения по ξ_e свойства среды не входят, поэтому магнитное поле \vec{H}_0 , а значит, распределение тока и реактанс магнитной антенны такие же, как в вакууме. Особенности, обусловленные влиянием плазмы, содержатся в полях первого приближения по ξ_e . Из уравнений (16) эти поля для однородной среды легко находят в виде свертки по плоским волнам, амплитуды которых равны

$$\vec{E}_k = - \frac{4\pi i}{c} \left\{ \frac{[\vec{k} \vec{M}_k]}{k^2} - \vec{k} \frac{\kappa_x \epsilon_{xp} [\vec{k} \vec{M}_k]_p}{k^2 (\kappa_x \epsilon_{xp} \kappa_p)} \right\}, \quad (2.6.1)$$

$$\vec{H}_k = \frac{\omega}{c k^2} [\vec{k} \vec{D}_k], \quad (2.6.2)$$

где $\vec{D}_{k_p} = \epsilon_{xp} \vec{E}_{k_p}$.

Выпишем также выражения для потерь энергии, обусловленных полями первого приближения. Эти потери определяют шумы

в равновесной системе и сопротивление Γ лучения, связанное с плазменным резонансом и пролетными эффектами:

$$W^m = - \frac{16\pi^4 \omega}{c^2} \text{Im} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d\vec{k}}{k^4} \left\{ \left[\vec{k} \vec{M}_k \right]_{\alpha} \epsilon_{\alpha\beta}^* \left[\vec{k} \vec{M}_k \right]_{\beta} - \frac{\left(\left[\vec{k} \vec{M}_k \right]_{\alpha} \epsilon_{\alpha\beta} k_{\beta} \right) \left(k_{\alpha} \epsilon_{\alpha\beta}^* \left[\vec{k} \vec{M}_k \right]_{\beta} \right)}{k_{\alpha} \epsilon_{\alpha\beta}^* k_{\beta}} \right\}. \quad (2.6.3)$$

В дальнейшем в качестве магнитного источника рассматривается рамка с током радиуса b . Фурье-образ сторонней намагниченности для нее записывается в виде

$$\vec{M}_k = \vec{n} \frac{I_0 L_{3\Phi} \mathcal{J}_1 \left[b \sqrt{k_{\perp}^2 + (k_z \sin \gamma - k_y \cos \gamma)^2} \right]}{4\pi^3 b \sqrt{k_{\perp}^2 + (k_z \sin \gamma - k_y \cos \gamma)^2}}, \quad (2.6.4)$$

где I_0 — амплитуда тока в рамке, $L_{3\Phi} = 4\pi b^2/c$, \vec{n} — нормаль к плоскости рамки, $\vec{n} = (0, \sin \gamma, \cos \gamma)$.

Найдем сначала потери на возбуждение плазменного резонанса, которые определяются слагаемым в формуле (2.6.3), содержащим в знаменателе дисперсионное уравнение продольных волн $k_{\alpha} \epsilon_{\alpha\beta}^* k_{\beta} = 0$. В изотропной плазме, где тензор диэлектрической проницаемости дается выражением (1.1.1), этот член в формуле для потерь равен нулю. Следовательно, в изотропной плазме источник не "чувствует" плазменный резонанс. Это связано с тем, что в ней поперечная и продольная моды развязаны, и магнитный источник возбуждает лишь поперечное электрическое поле.

Таким образом, в общие потери дают вклад бесстолкновительные механизмы поглощения (пролетные потери), определяемые мнимой частью поперечной диэлектрической проницаемости:

$$W^m = - \frac{16\pi^4 \omega}{c^2} \int d\vec{k} \left| \left[\vec{k} \vec{M}_k \right] \right|^2 \text{Im} \epsilon^{\perp*}(\omega, \vec{k}). \quad (2.6.5)$$

Очевидно, что характерные масштабы, на которых бесстолкновительные механизмы начинают играть роль, порядка расстояния, которое электрон пролетает за период колебаний. Поэтому, если размер диполя $b \gg v_{Te}/\omega$, пролетные потери малы: $W^m \sim \sim \epsilon \rho (-\omega^2 b^2 / v_{Te}^2)$. В случае же малых источников

получаем

$$R_{\text{па}}^m = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \cdot \frac{\omega_{\text{ре}}^2}{\omega^2} \cdot \frac{2\omega^2 L_{\text{эф}}^2}{3c^3} \cdot \frac{c}{v_{\text{Te}}} \ln\left(\frac{v_{\text{Te}}}{\omega b}\right). \quad (2.6.6)$$

В магнитоактивной плазме электромагнитная и плазменная моды связаны между собой, и магнитный диполь реагирует на плазменный резонанс. Легко показать, что сопротивление излучения точечного диполя в резонансных областях частот обращается в бесконечность в приближении "холодной" плазмы [48]. Как и для электрических источников, в случае, когда радиус рамки велик по сравнению с масштабами пространственной дисперсии v_{Te}/ω , $v_{\text{Te}}/\omega_{\text{He}}$, определяющую роль играет "размазка" резонанса, связанная с конечными размерами источника.

Как следует из уравнений (16), ближнее поле магнитного источника описывается уравнением для потенциала с эффективным распределением заряда, выраженным через вихревое электрическое поле сторонних токов:

$$\begin{aligned} \operatorname{div}(\hat{\epsilon} \nabla \psi) &= -4\pi \rho_{\text{эф}} = \operatorname{div} \hat{\epsilon} \vec{E}_{\text{тн}}; \\ \Delta \vec{E}_{\text{тн}} &= -\frac{4\pi i \omega}{c^2} \vec{j}_{\text{ст}}. \end{aligned} \quad (2.6.7)$$

Рассмотрим виток с током, плоскость которого перпендикулярна внешнему магнитному полю. Из выражений (2.6.1), (2.6.4) следует, что в этом случае $\rho_{\text{эф}}(\vec{R}) = q I_{\text{эф}} \kappa_2 J_1(\kappa_2 R) / c \kappa^2$, где $I_{\text{эф}} = 2\pi b \omega I_0 / c$. Воспользуемся формулами (2.3.4) для поля вблизи резонансных направлений. Считая, для определенности, $\epsilon_1 < 0$, находим

$$\begin{aligned} \psi(\tau, \xi) &= -\frac{\mu^{1/2} q I_{\text{эф}} \cos \alpha}{\epsilon_1 c (2\pi \tau)^{1/2}} \operatorname{erf}\left(i \frac{\pi}{4}\right) \times \\ &\times \int_0^{\infty} \kappa^{-3/2} J_1(b \kappa_{\frac{1}{2}} \cos \alpha) \operatorname{erf}\left(i \kappa_{\frac{1}{2}} \frac{\xi}{c}\right) d\kappa_{\frac{1}{2}}. \end{aligned} \quad (2.6.8)$$

Из выражения (2.6.8) следует, что потенциал витка не имеет особенностей на резонансном конусе, а поперечная компонента электрического поля логарифмически расходится при $\xi = \pm b \cos \alpha$. Детали можно понять, анализируя точное выражение для потенциала:

$$\psi(\tau, \xi) = -\frac{\mu^{1/2} b q I_{\text{эф}}}{2(2\tau\xi)^{1/2} \epsilon_1 c (1+\mu^2)} \times$$

$${}_2F_1\left(\frac{1}{4}, \frac{3}{4}, 2; \frac{b^2 \cos^2 \alpha}{z^2}\right), \quad (2.6.9)$$

где ${}_2F_1$ - гипергеометрическая функция.

В данной геометрии специфика витка как источника квазистатических волн заключается в том, что его излучение фокусируется на оси антенны в точках $z_{\text{ф}} = \pm b/\mu$. Это явление можно использовать для управления возмущениями плазмы в ближней зоне антенны (см. далее гл. 6).

Анализ структуры поля в окрестности геометрического фокуса проведем применительно к области низких частот, отвечающих свистовому диапазону длин волн: $\omega_{\text{нр}} \ll \omega \ll \omega_{\text{нз}} \ll \omega_{\text{pe}}$. Учитывая волновую и диссипативную поправки, получим следующее выражение для электрического поля в ближней зоне витка [50]:

$$E_z = i \operatorname{sign} z \cdot \frac{\kappa_0 I_{3\Phi}}{\omega_{\text{нз}}} \times \\ \times \int_0^{\infty} \operatorname{erf} \left[i z \mu \left(\frac{\omega + i\nu_e}{\omega_{\text{нз}}} + z^{-2} \lambda^{-2} \right) \right] J_0(zr_1) J_1(zb) dz, \quad (2.6.10)$$

где $\lambda = (\kappa_0^2 q)^{-1/2}$. Аналогично записываются другие компоненты электромагнитного поля. Для H_z -компоненты магнитного поля, например, получим выражение (при $z > 0$).

$$H_z = -I_{3\Phi} \frac{\kappa_0 q}{c} \int_0^{\infty} \operatorname{erf} \left[i z z \left(\frac{\omega + i\nu_e}{\omega_{\text{нз}}} + z^{-2} \lambda^{-2} \right) \right] \times \\ \times z^{-1} J_0(zr_1) J_1(zb) dz. \quad (2.6.11)$$

Из формул (2.6.10), (2.6.11) видно, что поле витка имеет максимум на резонансной конической поверхности $\mu^2 z^2 = (r_1 - b)^2$. Этот максимум ярко выражен для электрического поля, которое в холодном бесстолкновительном пределе сингулярно на резонансном конусе. Достаточно простые явные выражения в окрестности фокуса получаются лишь при $r_1 = 0$. Так, для магнитного поля на оси системы находим

$$H_z = -\frac{2I_{3\Phi} \kappa_0 q}{c} J_1 \left[\sqrt{\beta^2} \left(\sqrt{\beta^2 + b^2} - \beta \right)^{1/2} \right] K_1 \left[\sqrt{\beta^2} \left(\sqrt{\beta^2 + b^2} + \beta \right)^{1/2} \right]. \quad (2.6.12)$$

Здесь $z^* = -2iz/\lambda^2$; $\beta = -i(\omega + i\nu_e)z/\omega_{ne}$; K_1 - функция Макдональда.

Особенно простое выражение при $\mu \ll 1$ получается вблизи фокуса без учета столкновительной диссипации:

$$H_z = -\frac{\pi \kappa_0^2 q \Gamma_{z\Phi}}{\omega} J_1(\kappa_0 \sqrt{2\mu q} z) \cdot N_1^{(1)}(\kappa_0 \sqrt{2\mu q} z), \quad (2.6.13)$$

где $N_1^{(1)}$ - функция Ханкеля.

Из формулы (2.6.13) очевидно, что возбуждаемый витком пакет квазистатических волн оказывается промодулированным по амплитуде с характерным продольным масштабом $z_H = 2\pi/\kappa_0 \sqrt{2\mu q}$. Это обусловлено интерференцией квазистатических волн, которые при $\mu \ll 1$ распространяются почти вдоль магнитного поля. Ясно, что для достаточно плотной плазмы расстояние между плоскостью витка и фокальной точкой $z_\Phi = b/\mu$ превышает длину электромагнитной волны $2\pi/\kappa_0 \sqrt{\mu q}$, формирующейся при удалении от источника вблизи резонансного конуса. В этом случае и возникает модуляция в окрестности фокуса.

Перейдем теперь к анализу резонансных и пролетных потерь энергии магнитного источника. Для большого источника, интегрируя (2.6.3), получим ($b \gg v_{Te}/\omega$; v_{Te}/ω_{np})

$$R_H^m = \frac{2}{3\pi} \frac{\omega^2 L_{z\Phi}^2}{c^3 \sqrt{|\epsilon_1 \epsilon_3|}} \cdot \frac{q^2}{(1+\mu^2)^2} \cdot \frac{c}{b\omega} \quad (2.6.14)$$

для диполя, ориентированного параллельно \vec{H}_0 , и

$$R_{\perp}^m = \frac{16}{3\pi^2} \frac{\omega^2 L_{z\Phi}^2 \mu^2}{c^3 \sqrt{|\epsilon_1 \epsilon_3|}} \cdot \frac{c}{b\omega} \cdot \Psi(\epsilon_1, \epsilon_3, q) \quad (2.6.15)$$

для диполя, ориентированного перпендикулярно \vec{H}_0 .

Здесь $W^m = \frac{1}{2} |I_0|^2 R^m$; $\Psi = |\epsilon_3|^2 E(\cos \alpha) -$

$$- |\epsilon_1 \epsilon_3| K(\cos \alpha) + q^2 \cos^2 \alpha [K(\cos \alpha) - E(\cos \alpha)]; \cos \alpha = 1/\sqrt{\mu^2 + 1};$$

$K(\cos \alpha)$ и $E(\cos \alpha)$ - полные эллиптические интегралы первого и второго рода соответственно.

Из этих формул следует, что в резонансных областях плазмы ($\epsilon_1 \epsilon_3 < 0$) сопротивление излучения возрастает по

сравнению с нерезонансными областями. По порядку величины это возрастание происходит в $c/\omega b$ раз. Приведенные выражения отвечают сопротивлению излучения магнитного диполя в плазменную волну. Однако магнитный диполь возбуждает плазменную волну менее эффективно, нежели эквивалентный ему электрический диполь (отношение $R^m/R^e \sim (\omega L_{эф}/c)^{5/4}$).

Если размер источника $b \ll v_{Te}/\omega$, то становится существенным вклад пролетных (дробовых) потерь в общие потери. Для величины дробовых потерь в магнитоактивной плазме в случае малых источников $b \ll v_{Te}/\omega$ простые формулы можно получить в двух предельных случаях: а) $\omega_{He} \ll \omega$, что соответствует модели изотропной плазмы; б) замагниченная плазма $\omega_{He} \gg \omega$, для которой дробовые потери витка с током равны

$$R_{др}^m \approx 16 \sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{\omega_{pe}^2}{\omega^2} \cdot \frac{2\omega^2 L_{эф}^2}{3c^3} \cdot \frac{v_{Te}^2}{\omega_{He}^2 b^2} \cdot \frac{c}{v_{Te}} \ln \left(\frac{\omega_{He}}{\omega} \right), \quad (2.6.16)$$

если диполь ориентирован вдоль внешнего магнитного поля и

$$R_{др}^m \approx \frac{3}{2\sqrt{\pi}} \frac{\omega_{pe}^2}{\omega^2} \cdot \frac{2\omega^2 L_{эф}^2}{3c^3} \cdot \frac{c}{v_{Te}} \ln \frac{v_{Te}}{\omega b}, \quad (2.6.17)$$

если диполь ориентирован поперек \vec{H}_0 .

Дробовые потери на частоте $\omega \approx \omega_{He}$ приведены в работе [48].

В заключение этого раздела приведем формулы для мощности излучения магнитного источника в свистовом диапазоне волн с учетом возбуждения им и электромагнитной моды колебаний. Сторонний источник в виде намагниченности \vec{M} единицы объема ($\vec{j}_{ст} = c \operatorname{rot} \vec{M}$) для удобства вычислений зададим в следующей форме (наклонный ротатор):

$$\vec{M}(\vec{r}, t) = M_0(\vec{r}) (\vec{e}_x \cos \omega t + \vec{e}_y \sin \omega t) + m_y(\vec{r}) \vec{e}_z, \quad (2.6.18)$$

$$M_0(\vec{r}) = \left(\rho + k \frac{d}{dz} \right) \cdot \frac{e z \rho (-r^2/\beta^2)}{(\pi \beta^2)^{3/2}}, \quad r^2 = x^2 + y^2 + z^2.$$

Здесь в выражении для $M_0(\vec{r})$ учтено, что помимо дипольного момента $\rho = \int d\vec{r} M_0(\vec{r})$, источник обладает квадрупольным магнитным моментом с компонентой $K = \int z M_0(\vec{r}) d\vec{r}$.

Подробные расчеты решений уравнений Максвелла при наличии сторонних источников вида (2.6.18) для излучения волн свистового диапазона содержатся в работе [47]. Выражение

для излучаемой мощности W^m существенно зависит от соотношения между нижней гибридной частотой в плазме $\Omega_{нг}$ и частотой излучения ω . В нерезонансном случае $\omega < \Omega_{нг}$, получаем следующее интегральное выражение для мощности излучения:

$$W^m = \frac{\omega^4 q^{3/2}}{2c^3} \int_0^1 x^2 (\rho^2 + \kappa_0^2 q x^2 K^2) \left[1 + \frac{1}{(x^2 + u^2)^2} \right] \times \\ \times \exp \left[\frac{\kappa_0^2 \epsilon_1 b^2}{2} - \frac{\kappa_0^2 b^2 q}{2(x^2 + u^2)} \right] dx, \quad (2.6.19)$$

$$u^2 = |\epsilon_1/q| \ll 1.$$

Интеграл в данном выражении вычисляется приближенно в двух предельных случаях. Так, при $\kappa_0 b \sqrt{q} \ll 1$, т.е. когда характерный размер источника b много меньше длины свистовой волны $\lambda = 2\pi c/\omega q^{1/2}$, из выражения (2.6.19) находим

$$W_1^m = \frac{\omega^4 q^{3/2}}{2c^3} \left(\frac{\pi}{4} \sqrt{\frac{q}{\epsilon_1}} \rho^2 + \frac{b}{5} \kappa_0^2 q K^2 \right); \quad (2.6.20)$$

$$\kappa_0 b q^{1/2} \ll |\epsilon_1|^{1/2},$$

$$W_2^m = \frac{\omega^3 q}{2b c^2} \left(\sqrt{\frac{\pi}{2}} \rho^2 + \frac{b}{5} \kappa_0^3 b q^{3/2} K^2 \right); \quad (2.6.21)$$

$$\kappa_0 b q^{1/2} \gg |\epsilon_1|^{1/2}.$$

В резонансных условиях $\omega > \Omega_{нг}$ и при выполнении неравенств $\kappa_0 b q^{1/2} \ll 1$ и $\kappa_0 b |\epsilon_3| \approx b \omega_{рв}/c > 1$, потери на излучение по-прежнему определяются формулой (2.6.21). Последнее неравенство означает, что размер излучателя больше глубины проникновения низкочастотного электромагнитного поля в плазму при $\omega \ll \omega_{рв}$.

В случае больших источников $\kappa_0 b q^{1/2} > 1$ интенсивность излучения как в резонансном, так и в нерезонансном случае определяется выражением

$$W_3^m \approx \frac{\omega^2 q^{1/2}}{2c b^2} \left(\rho^2 + \frac{4\kappa_0 q^{1/2}}{b} K \right) \exp \left(-\frac{\kappa_0^2 b^2 q}{2} \right). \quad (2.6.22)$$

Из выражений (2.6.21) и (2.6.22) видно, что излучаемая мощность при условии $k_0 \beta_0^{1/2} \ll 1$ не зависит от конкретного вида распределения сторонних токов в пространстве и определяется магнитными моментами P, K и характерным размером излучателя l .

2.7. УСТАНОВЛЕНИЕ РЕЗОНАНСНОЙ СТРУКТУРЫ ПОЛЯ ИСТОЧНИКА

Рассмотрим источник стороннего заряда, амплитуда колебаний которого медленно (по сравнению с периодом колебаний $2\pi/\omega_0$) возрастает от нуля до некоторого стационарного уровня:

$$\rho_{\text{ст}}(\vec{r}, t) = \rho(\vec{r}) A_0(t) \exp(-i\omega_0 t), \quad (2.7.1)$$

где $A_0(t)$ — функция включения, $A_0(t \rightarrow \infty) \rightarrow 1$, $A_0(t < 0) = 0$.

Используя преобразование Фурье по координатам и Фурье-Лапласа по времени, из уравнений Максвелла находим выражение для потенциала:

$$\begin{aligned} \varphi(\vec{r}, t) = & -\frac{1}{4\pi^3} \int_{-\infty}^{\infty} d\vec{k} \int_{-\infty+i0}^{\infty+i0} d\omega \frac{\rho_{\text{ст}}(\omega, \vec{k})}{\kappa_i \epsilon_{ij}(\omega, \vec{k}) \kappa_j} \times \\ & \times \exp(-i\omega t + i\vec{k} \cdot \vec{r}). \end{aligned} \quad (2.7.2)$$

Отметим, что поле дельта-импульсного дипольного источника (т.е. функция Грина) в плазме с диагональным тензором ϵ_{ij} было найдено в работе [53] и может быть использовано в настоящей задаче. Нам удобнее, однако, пользуясь представлением (2.7.2), непосредственно найти поле вблизи резонансной поверхности при произвольных $\epsilon_{ij}(\omega)$, удовлетворяющих условию $\epsilon_1 \epsilon_2 < 0$. Так как характерное время включения источника $t_0 \gg 2\pi/\omega_0$, функция $\rho_{\text{ст}}(\omega, \vec{k})$ отлична от нуля лишь в узкой окрестности точки $\omega = \omega_0$. Поэтому дисперсионное уравнение можно записать в виде

$$\kappa_i \epsilon_{ij} \kappa_j = \epsilon_1 \left(\alpha^2 - \frac{\kappa_2^2}{\mu_0^2} + 2 \frac{\Delta \mu}{\mu_0^2} \kappa_2^2 \right) = 0, \quad (2.7.3)$$

где $\mu_0^2 = -\epsilon_1(\omega_0)/\epsilon_3(\omega_0)$, $\Delta\mu = \mu(\omega) - \mu(\omega_0)$. Будем искать поле вблизи резонансной поверхности $\tau = \mu_0 z$, переходя в систему отсчета (τ, ψ, ξ) . Преобразование переменных $(k_x, k_z) \rightarrow (k_x, k_\xi)$ в интеграле (2.7.2) с последующим интегрированием по k_x и k_ξ выполняется аналогично разд. 2.3. С учетом того, что корень дисперсионного уравнения (2.7.3) равен $k_x = k_\xi \Delta\mu (1 + \mu_0^2)^{-1/2}$, находим

$$\begin{aligned} \varphi &= \frac{\mu_0^{1/2} \exp(-i\pi/4)}{(2\pi)^{3/2} \epsilon_1 \tau^{1/2}} \int_0^\infty dk_\xi k_\xi^{-1/2} p_k(0, 0, k_\xi) \times \\ &\times \int_{-\infty+i\epsilon}^{\infty+i\epsilon} d\omega \exp(-i\omega t + ik_\xi \frac{\tau \Delta\mu}{1+\mu_0^2}) \times \\ &\times \int_0^\infty dt' A_\delta(t') \exp[-i(\omega - \omega_0)t']. \end{aligned} \quad (2.7.4)$$

Здесь считается для определенности, что $\epsilon_1 > 0$.

Ограничиваясь учетом члена первого порядка в разложении в ряд по степеням $(\omega - \omega_0)$, т.е. пренебрегая дисперсионным расплыванием импульса, проведем интегрирование по t' и ω . В результате получим

$$\begin{aligned} \varphi &= \frac{\mu_0^{1/2} \exp(-i\pi/4)}{\epsilon_1 (2\pi\tau)^{1/2}} \int_0^\infty k_\xi^{-1/2} p_k(0, 0, k_\xi) \times \\ &\times A_\delta(t - \gamma k_\xi \tau) \exp(ik_\xi \xi - i\omega_0 t) dk_\xi, \end{aligned} \quad (2.7.5)$$

где $\gamma k_\xi \tau = \mu'(\omega_0) k_\xi \tau (1 + \mu_0^2)^{-1/2}$ — время группового запаздывания гармоники с волновым числом k_ξ .

Если p зависит только от τ и ξ , т.е. источник двумерный, выражение для потенциала вблизи резонансной поверхности $\tau = \mu_0 z$ имеет вид

$$\varphi = -\frac{i\mu_0}{\epsilon_1} \int_0^\infty k_\xi^{-1} p_k(0, k_\xi) A_\delta(t - \gamma k_\xi \tau) \exp(ik_\xi \xi - i\omega_0 t) dk_\xi. \quad (2.7.6)$$

Так как в фиксированную точку вблизи резонансной поверхности приходит множество пространственных гармоник с различными значениями волнового числа k_z и групповой скорости $v_{гр} = (\gamma k_z)^{-1}$, интерференция этих гармоник приводит к достаточно сложной картине поля, описываемой интегралами (2.7.5), (2.7.6). В момент t поле в фиксированной точке \vec{r} определяется суперпозицией пространственных гармоник с волновыми числами, лежащими в интервале от нуля (в квазистатическом приближении при $k_z \rightarrow 0$, $v_{гр} \rightarrow \infty$) до $k_z = t/\gamma r$. Так как максимум в пространственном спектре источника приходится на гармоники с $k_z = L^{-1}$, характерное время установления стационарной амплитуды поля в точке \vec{r} равно времени группового запаздывания этих гармоник $t_c = \gamma r/L$. Разумеется, выражения (2.7.5), (2.7.6) справедливы лишь при достаточно больших временах, соответствующих приходу в точку наблюдения коротких (электростатических) волн, которые и определяют резонансную структуру поля в стационарных условиях.

Отметим, что поле микроволнового ($\omega_0 \ll \omega_{н1}$) монохроматического источника при его мгновенном включении найдено в работе [54], где показано, в частности, что на резонансной поверхности (в ближней зоне) поле плавно возрастает с характерным временем

$$t = \frac{\tau}{v_{гр}} = \frac{\tau}{L} \left(1 + \frac{\omega_0^2}{\omega_{н1} \omega_{н2}} \right)^{-1/2}$$

Рассмотрим процесс установления резонансной структуры, не конкретизируя зависимости $\mu(\omega)$ и задавая функцию включения в виде $A_B(t) = 1 - \exp(-\eta t)$, где $\eta^{-1} = t_B \gg 2\pi/\omega_0$. Для источника, определенного выражением (2.5.5), из формулы (2.7.5) находим

$$\varphi(\vec{r}, t) = \varphi_c(L) - \exp(-\eta t) \varphi_c(L - \eta \gamma t), \quad (2.7.7)$$

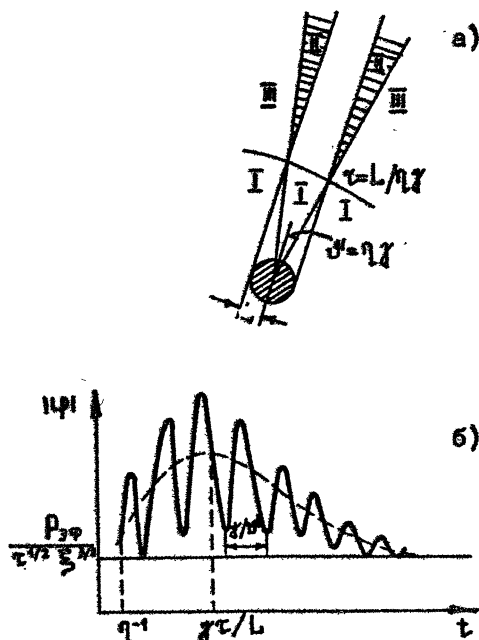
$$\varphi_c(L) = \frac{i D_{э\varphi}}{\tau^{1/2} (\xi + iL)^{3/2}} \left\{ \text{erf} \left[\left((L - i\xi) \frac{t}{\gamma \tau} \right)^{1/2} \right] - 2 \left[(L - i\xi) \frac{t}{\gamma \tau} \right]^{1/2} \text{erf} \left[- (L - i\xi) \frac{t}{\gamma \tau} \right] \right\}. \quad (2.7.8)$$

Здесь $\text{erf}(x)$ - интегральная показательная функция, φ_c является функцией аргументов ξ , τ , t и параметра L .

Распределение потенциала $\varphi(\vec{r}, t)$ существенно зависит от соотношения времен t_c и t_B . Если $t_B \gg t_c$,

$$\psi(\vec{r}, t) = \frac{i P_{\text{эф}} (1 - e^{-\eta t})}{r^{4/2} (\xi + iL)^{3/2}} \operatorname{erf} \left\{ \left[\frac{(L - i\xi)t}{\eta r} \right]^{1/2} \right\}. \quad (2.7.9)$$

При $t > \eta r / L$ функция erf близка к единице и поле в данной точке "следит" за включением источника, в каждый момент совпадая со стационарным. Выражение (2.7.9) справедливо в окрестности источника, определяемой условием $t < L / \eta \gamma$ (область I на рис. 2.5, а).



Р и с. 2.5. Установление резонансной структуры поля: а — геометрия задачи, б — зависимость амплитуды потенциала от времени в области II

Рассмотрим теперь область $r > L / \eta \gamma$, где $t_{\text{г}} \ll t_{\text{с}}$. Из формул (2.7.7), (2.7.8) следует, что на резонансной поверхности $\xi = 0$ амплитуда потенциала плавно возрастает с характерным временем $t_{\text{с}} = \eta r / L$. При $|\xi| > L$ переходный процесс является более сложным из-за наличия еще одного временного параметра $t_{\text{к}} = \gamma / |\theta|$, где θ — угол между резонансным направлением и радиус-вектором точки наблюдения.

В самом деле, при $\tau \gg L/\eta\gamma$, $t \gg (\eta^2 + \theta^2/\gamma^2)^{-1}$ выражение (2.7.7) принимает вид

$$\varphi = \frac{i\rho_{эф}}{\tau^{1/2}} \left\{ (\xi + iL)^{-3/2} - \frac{\exp(-\eta t)}{(\xi - i\eta\gamma\tau)^{3/2}} + (1+i) \left(\frac{2t}{\pi\gamma\tau} \right)^{1/2} \times \frac{\eta\gamma\tau \exp[-(L-i\xi)(t/\gamma\tau)]}{\xi^2 - i\eta\gamma\tau(\xi + iL)} \right\}. \quad (2.7.10)$$

Отсюда видно, что в области $L \ll |\xi| \ll \eta\gamma\tau$ (область II на рис.2.5,а) амплитуда поля осциллирует с периодом $t_k = \gamma/|\theta|$:

$$\varphi \approx \frac{i\rho_{эф}}{\tau^{1/2}} \left\{ \xi^{-3/2} - \frac{1-i}{\xi} \cdot \left(\frac{2t}{\pi\gamma\tau} \right)^{1/2} \exp\left[-(L-i\xi)\frac{t}{\gamma\tau}\right] \right\}.$$

Время установления стационарного распределения определяется параметром $t_s \gg t_k$ (см. рис.2.5,б). При $|\theta| \gg \eta\gamma$ (область III на рис.2.5,а) период t_k мал по сравнению с временем включения, амплитуда осцилляций много меньше, чем в области II при фиксированном τ , и с точностью до членов порядка $(\eta\gamma/|\theta|)^{1/2}$ можно записать $\varphi \approx i\rho_{эф} \tau^{-1/2} \xi^{-3/2} (1 - e^{-\eta t})$. Таким образом, переходные процессы ярко выражены в области углов $|\theta| < \eta\gamma$ вблизи резонансной поверхности. Фактически угол $\eta\gamma$ характеризует размывание резонансного конуса вследствие немонохроматичности поля источника. В самом деле, $\alpha = \eta\tau\theta\gamma\mu$, следовательно, $\Delta\alpha = \left[\mu'_\omega / (1 + \mu_\omega^2) \right] \Delta\omega = \eta\Delta\omega$. Но разброс частоты определяется временем включения: $\Delta\omega \propto t_s^{-1} = \eta$, поэтому $\Delta\alpha = \eta\gamma$.

Влияние теплового движения, столкновений и непотенциальности на процесс установления резонансной структуры поля может быть исследовано аналогично разд. 2, 3 с учетом поправок в дисперсионном уравнении, обусловленных этими факторами.

Глава 3

КВАЗИЭЛЕКТРОСТАТИЧЕСКИЕ ПОЛЯ ИСТОЧНИКОВ В НЕОДНОРОДНОЙ ПЛАЗМЕ

В экспериментальных условиях окружающая антенну плазма является, как правило, неоднородной средой. Неоднородность может быть связана как с естественными причинами, так и с воздействием самой антенны на окружающую плазму, например с оседанием заряженных частиц на зонд. Как мы увидим, в ряде случаев неоднородность радикальным образом меняет структуру ВЧ-поля и импеданс источника. Особенно существенна ее роль в резонансных условиях. В настоящей главе исследуется влияние неоднородности на структуру поля и импедансные характеристики антенн как в изотропной, так и в магнитоактивной плазме. Основное внимание уделяется анализу особенностей возбуждения собственных электростатических колебаний неоднородной плазмы и связанных с ним потерь энергии источника. Специально рассмотрена важная для практики задача о генерации свистовых волн в плазменном волноводе (дакте) антенной магнитного типа.

3.1. ИСТОЧНИК В НЕОДНОРОДНОЙ ИЗОТРОПНОЙ ПЛАЗМЕ

3.1.1. Холодная плоскостойкая плазма

Как уже отмечалось в гл.1, поле источника, помещенного в холодную однородную изотропную плазму, при $\epsilon \rightarrow 0$ обращается в бесконечность во всем пространстве. Разумеется, вычисление импеданса источника в этом приближении также приводит к бесконечному значению. Если плазма кусочно-однородна, как в задаче о поле точечного заряда вблизи границы раздела двух сред с диэлектрическими проницаемостями ϵ_1 и ϵ_2 [1], то по-прежнему (в резонансных условиях $\epsilon_1 \rightarrow 0$ или $\epsilon_2 \rightarrow 0$) поле сингулярно во всей резонансной области, и импеданс неограниченно растет. Разумный результат для импеданса в холодном приближении может быть получен лишь

в случае локализации резонанса на поверхности. В качестве примера рассмотрим простейшую задачу о квазистатическом поле точечного заряда в линейном слое изотропной плазмы. Уравнение для потенциала имеет вид

$$\epsilon \Delta \varphi + \frac{d\epsilon}{dz} \cdot \frac{\partial \varphi}{\partial z} = -4\pi \delta(z-z_0) \delta(x) \delta(y), \quad (3.1.1)$$

где $\epsilon = z/l + i\nu_e$. Легко показать, что при $\nu_e \rightarrow 0$ решение уравнения (3.1.1) записывается в виде

$$\varphi = (4\ell/\pi i) \cdot \frac{\ell n \left[\sqrt{\nu_e^2 + (z+z_0)^2} + \sqrt{\nu_e^2 + (z-z_0)^2} \right] + i \frac{\pi}{2} 1(\epsilon)}{\sqrt{[\nu_e^2 + (z+z_0)^2]} \sqrt{[\nu_e^2 + (z-z_0)^2]}}, \quad (3.1.2)$$

где $1(\epsilon) = 0$ при $\epsilon < 0$ и $1(\epsilon) = 1$ при $\epsilon > 0$.

Анализируя формулу (3.1.2), необходимо отметить, что наличие резонансной поверхности $z=0$ проявляется в следующем: во-первых, поле источника в общем случае комплексно; во-вторых, в рассматриваемом приближении электрическое поле и потенциал сингулярны на резонансной поверхности ($\varphi \sim \ln z$), причем на этой поверхности возрастает наиболее сильно нормальная компонента электрического поля $E_n = E_z \sim 1/z$ при $z \rightarrow 0$. Качественно эти особенности резонансной структуры ВЧ-поля напоминают особенности поля распределенного источника в однородной магнитоактивной плазме. Локализация резонанса на поверхности приводит к конечным потерям энергии точечного источника, связанным с возбуждением плазменных колебаний. В пределе $\nu_e \rightarrow 0$ эти потери обусловлены сингулярностью нормальной компоненты электрического поля при $z=0$. Приведем выражения для сопротивления излучения диполя, ориентированного поперек и вдоль градиента диэлектрической проницаемости (L - характерный размер диполя):

$$R_{\perp} = \frac{428}{3} \cdot \frac{\ell}{\omega z_0^2} \cdot \frac{L^2}{z_0^2}, \quad (3.1.3)$$

$$R_{\parallel} = \frac{256}{3} \cdot \frac{\ell}{\omega z_0^2} \cdot \frac{L^2}{z_0^2}. \quad (3.1.4)$$

Зависимость этих величин от градиента ϵ и расстояния z_0 от источника до резонансной поверхности характеризует степень локализации поля вблизи $z=0$, т.е. формирование

'пятна засветки' на резонансной поверхности источником колебаний.

3.1.2. Поле и импеданс СВЧ-зонда в неоднородной изотропной плазме

Для больших (по сравнению с масштабами пространственной дисперсии) источников, поверхность которых поглощает попадающие на нее частицы, предположение об однородности плазмы, как уже указывалось, не оправдано. Более адекватное реальному распределению частиц вокруг зонда дает модель полностью поглощающей поверхности. Именно такая модель обычно используется в статической теории плазменных зондов (см., например, [55-57]).

Рассмотрим электрическое поле в плазме около длинного поглощающего частицы провода радиуса b длины L на частотах $\omega > \omega_{pe}$. Будем считать, что $\delta \ll b \ll L$. В указанном интервале частот параметр $v_{Te} / \omega \ll \delta$ и, следовательно, при $b \gg \delta$, $\omega \approx \omega_{pe}$ пространственная дисперсия является слабой. Оседание частиц на поверхность провода приводит, во-первых, к возмущению концентрации и, во-вторых, к наличию потока заряженных частиц. На расстояниях $\rho \gg \delta$ от оси провода (где $\delta = v_{Te} / \omega_{pe}$ определяется невозмущенной концентрацией плазмы N_{∞} , $\omega_{pe}^2 = 4\pi e^2 N_{\infty} / m$) статическое распределение концентрации электронов можно представить в виде

$$N(\rho) = N_{\infty} (1 - b / \rho). \quad (3.1.5)$$

С другой стороны, поглощение частиц на проводе приводит к тому, что электроны, летящие в положительном направлении оси ρ , отсутствуют, т.е. имеет место эффективное "затенение" точки наблюдения цилиндром [2].

Из-за наличия потока частиц на зонд в разложении индукции \vec{D} по параметру v_{Te} / ω есть и член первого порядка. Для двумерного электрического поля $E = E_{\rho}$ разложение индукции $D = D_{\rho}$ легко получить из линеаризованного кинетического уравнения для функции распределения электронов в центрально-симметричных переменных. С точностью до члена первого порядка по v_{Te} / ω имеем

$$D = \epsilon(\rho)E - i \frac{v_{Te}}{\omega} \cdot \frac{\omega_p^2}{\omega^2} \frac{b}{\rho} \frac{dE}{d\rho}, \quad (3.1.6)$$

где $\omega_p^2 = \omega_{p\infty}^2 \exp(-e\psi_0/T)$, $\psi_0 < 0$, ψ_0 — статический потенциал провода, $\epsilon(\rho)$ — диэлектрическая проницаемость неоднородной (из-за оседания частиц) плазмы:

$$\epsilon(\rho) = \epsilon_\infty + \frac{\omega_{p\infty}^2}{\omega^2} \frac{b}{\pi\rho}; \quad \epsilon_\infty = 1 - \frac{\omega_{p\infty}^2}{\omega^2}; \quad \rho \gg \delta.$$

Из уравнения $\text{div } \vec{D} = 0$ в данной симметрии с помощью (3.1.6) найдем

$$\frac{\partial E}{\partial \rho} - iA(\rho)E = iB. \quad (3.1.7)$$

Здесь

$$A(\rho) = \frac{\sqrt{\pi} \omega^3}{v_{Te} b \omega_p^2} \rho \epsilon(\rho), \quad B = \frac{2\sqrt{\pi} Q}{L v_{Te} b \omega_p^2},$$

Q — полный заряд провода.

Решение (3.1.7) с использованием граничного условия $E \rightarrow 0$ при $\rho \rightarrow \infty$ записывается в виде квадратуры

$$E = -iB \exp\left[i \int A(\rho) d\rho\right] \int_0^\rho \exp\left[-i \int A(\rho') d\rho'\right] d\rho'. \quad (3.1.8)$$

Анализ интеграла (3.1.8) удобно произвести асимптотическими методами, учитывая малость параметра $v_{Te}/\omega b$. Если $\epsilon(\rho') \neq 0$, $\rho < \rho' < \infty$, то в интеграл (3.1.8) дает вклад лишь конец интервала интегрирования $\rho' = \rho$, и мы получаем с точностью до члена первого порядка по $v_{Te}/\omega b$ следующее выражение для электрического поля:

$$E = -iB \left[\frac{i}{A(\rho)} + \frac{1}{2} \frac{d}{d\rho} \left(\frac{1}{A(\rho)} \right) \right]. \quad (3.1.9)$$

Отсюда следует, что в нулевом приближении по $v_{Te}/\omega b$ в этом случае электрическое поле равно $E \approx 2Q/L\rho\epsilon(\rho)$ и не зависит от параметра, характеризующего вклад пространственной дисперсии. Заметим, что подобная ситуация реализуется во всем пространстве $b < \rho < \infty$, если $\epsilon_\infty > 0$ (концентрация невозмущенной плазмы меньше критической). При $\epsilon_\infty < 0$ возможна ситуация, когда $\epsilon(\rho = \rho_0) = 0$, $b < \rho_0 < \infty$. Здесь при $\rho < \rho_0$ основной вклад в интеграл дается точкой стационарной фазы $\rho = \rho_0$. Поэтому

$$E = \frac{2\pi Q}{bL} \cdot \frac{\omega^2}{\omega_p^2} \sqrt{\frac{2\rho_0}{\delta_0}} \exp\left(-i\frac{3\pi}{4}\right) \exp\left[i \int_{\rho_0}^{\rho} A(\rho') d\rho'\right], \quad (3.1.10)$$

где $\delta_0 = \nu_{Te} / \sqrt{\pi} \omega$, $\rho_0 > \rho > b$.

Таким образом, при $\epsilon_\infty < 0$ в этой области пространства электрическое поле представляет собой поле плазменной волны постоянной амплитуды, возбуждающейся в точке $\rho = \rho_0$, бегущей к проводу и поглощаемой на его поверхности из-за поглощения частиц или затухания Ландау в дебаевском слое у провода.

Выпишем также выражение для поля, удобное для его анализа вблизи точки $\epsilon = 0$. Оно следует из формулы (3.1.8), если ввести переменную $u = (\rho - \rho_0) / \sqrt{2\pi\delta_0\rho_0}$ и сделать в (3.1.8) разложение в ряд Тейлора при $|u| \ll 1$. В результате получим

$$E \approx \frac{2iQ}{L\sqrt{\delta_0\rho_0}} \begin{cases} -\sqrt{\frac{2}{\pi}} u^2 + \frac{1+i}{2}; & u > 0, \\ \sqrt{\frac{2}{\pi}} u^2 + \frac{1+i}{2}; & u < 0. \end{cases} \quad (3.1.11)$$

Значение переменной $|u| \sim 1$ определяет ширину области вблизи $\epsilon = 0$, при переходе через которую поле меняет свою структуру от монотонного "холодного" значения к быстроменяемому волновому. Из решения (3.1.10) следует также, что характерный масштаб неоднородности электрического поля при $\rho \approx \rho_0$ есть $L_0 = (\delta_0 b |\epsilon_\infty|^{-1})^{1/2}$. Сравнивая первый член разложения индукции по параметру $\nu_{Te} / \omega L_0$ с квадратичным, легко получить условие, при котором можно ограничиться учетом дисперсии первого порядка: $b^2 \gg \delta_0 \rho_0$. Этим и ограничимся, учитывая также, что интересные нас характеристики (импеданс, интенсивность шумов) определяются при $b \gg \delta$, как правило, "холодными" выражениями для поля.

В чисто двумерной постановке, как и в вакууме, импеданс провода оказывается бесконечным. Для получения конечного приближенного значения воспользуемся следующим представлением для импеданса:

$$Z = - \int_{-L}^L E \, d\rho / i\omega Q,$$

L - длина провода, зависимость импеданса от параметра $\lambda \approx 1$ дает точность двумерного рассмотрения.

Если $\epsilon(\rho)$ не обращается в нуль ($\epsilon_\infty > 0$), то электрическое поле определяется "холодными" формулами, и в результате имеем

$$Z = \frac{-2}{i\omega L \epsilon_\infty} \ln \left| \frac{\lambda L/b + 1/\pi \epsilon_\infty}{1 + 1/\pi \epsilon_\infty} \right|. \quad (3.1.12)$$

Это выражение соответствует емкостному характеру импеданса, а потери $R = \text{Re } Z = 0$. Для получения R в рассматриваемом случае ($\epsilon_\infty > 0$) необходимо учесть следующие члены разложения электрического поля E по параметру $v_{Te} / \omega L_0$ (см. формулу (3.1.9)). В результате для сопротивления провода получим

$$R = \frac{\omega_p^2}{\omega^2} \frac{v_{Te}}{\sqrt{\pi} \omega b} \frac{1}{\omega L [\epsilon(b)]^2}. \quad (3.1.13)$$

Данное сопротивление соответствует потерям осцилляторной энергии электронов при оседании их на поверхность провода.

В резонансных условиях, когда есть поверхность $\epsilon(\rho_0) = 0$, для нахождения импеданса необходимо учесть, что в области $\rho < \rho_0$ поле состоит из двух слагаемых: поля плазменной волны и поля, определяемого в "холодном" приближении. При интегрировании этого электрического поля (для нахождения потенциала провода) нужно иметь в виду, что вклад в интеграл от первой части в пределе $v_{Te} \rightarrow 0$ дает лишь область $\rho \approx \rho_0$ ($|\omega| \lesssim 1$). Поэтому при вычислении интеграла от этой части следует использовать выражение (3.1.11) для E при $\rho \approx \rho_0$. При интегрировании же второй части надо исключить из области интегрирования переходную область $|\omega| \sim 1$ (что не влияет, однако, на величину этого интеграла при $v_{Te} \rightarrow 0$), где "холодное" выражение для поля несправедливо. В результате получим

$$Z = \frac{2\pi}{\omega L |\epsilon_\infty|} - \frac{2i}{\omega L |\epsilon_\infty|} \ln \left| \frac{\lambda L/b - 1/\pi |\epsilon_\infty|}{1 - 1/\pi |\epsilon_\infty|} \right|. \quad (3.1.14)$$

Поскольку в эту формулу не входит параметр δ , то значение импеданса можно получить из двумерного электрического поля без учета пространственной дисперсии, введя бесконечно малую омическую диссипацию в диэлектрическую проницаемость:

$$Z = -\frac{2}{i\omega L} \lim_{\nu \rightarrow 0} \int_{\delta}^{\lambda L} \frac{d\rho}{\rho} [\epsilon(\rho) + i\nu] =$$

$$= \frac{-2}{i\omega L} \left\{ \rho \int_{\delta}^{\lambda L} \frac{d\rho}{\rho \epsilon(\rho)} - i\pi \int_{\delta}^{\lambda L} \delta[\rho \epsilon(\rho)] d\rho \right\} \quad (3.1.15)$$

Это обстоятельство находится в соответствии с отмечавшейся в работе [59], особенностью слабонеоднородных изотропных сред при наличии резонансной поверхности $\epsilon = 0$: интегральные характеристики полей (диссипация электрического поля, импеданс и т.п.) не зависят от механизма потерь энергии электрического поля, если они достаточно малы.

Выражение (3.1.14) слабо зависит от параметра λ лишь при условии $|\epsilon_{\infty}| \gg \delta/\pi L$, и в этом случае в (3.1.14) можно положить $\lambda = 1$. Если $|\epsilon_{\infty}| \leq \delta/\pi L$, то формула (3.1.14) для импеданса не точна. Здесь нарушается приближение "двумерности" задачи, и необходимо учитывать дипольную структуру источника. В этой связи отметим следующие важные для практики обстоятельства. Во-первых, в двумерной постановке электрическое поле провода при $|\epsilon_{\infty}| \rightarrow 0$ слабо убывает на бесконечности $\rho \rightarrow \infty$ (это имеет место и в сферически-симметричной геометрии). Так, из выражения (3.1.9) следует, что при $|\epsilon_{\infty}| \rightarrow 0$ $E_{\rho} = \text{const}$. В результате знак мнимой части импеданса провода соответствует индуктивному характеру реактивного поля. С другой стороны, экспериментальные данные свидетельствуют о том, что частотная зависимость импеданса ВЧ-зонда имеет резонансный характер ($\epsilon_{\infty} < 0$) [59,60]^{*)}. Подобная зависимость может

*)

Резонансную зависимость импеданса ВЧ-зонда, как правило, связывают с емкостным вкладом области неквазинейтральности вблизи поверхности проводника [59-62]. Однако в высокочастотном случае $\omega \gg \omega_{pe}$ для больших источников $\lambda \gg \delta$

быть объяснена, если учесть более быстрое спадание поля при $\rho \rightarrow \infty$ для источников дипольного типа. В этом случае, вычисляя импеданс посредством интегрирования плотности энергии квазиэлектростатического дипольного поля по объему

$$Z = - \frac{i\omega}{4\pi |I|^2} \int \vec{D} \vec{E}^* dV = - \frac{i\omega}{4\pi |I|^2} \int \epsilon |\vec{E}|^2 dV,$$

где I — ток, текущий в источнике, легко видеть, что интеграл по области $\epsilon < 0$ уже не будет определять (из-за слабого убывания поля на больших расстояниях) знак мнимой части импеданса при всех значениях $|\epsilon_{\infty}|$. Очевидно, найдется такое положение поверхности $\epsilon(\rho_0^*) = 0$ в зависимости от частоты, когда

$$\int_{\rho < \rho_0^*} \epsilon |\vec{E}|^2 dV + \int_{\rho > \rho_0^*} \epsilon |\vec{E}|^2 dV = 0,$$

и следовательно ρ_0^* соответствует резонансной частоте ω_0^* , при которой $\text{Im} Z = 0$. Ясно также, что предельное значение частоты $|\epsilon_{\infty}| = 0$ соответствует экстремуму мнимой части импеданса. К сожалению, в дипольной геометрии нет точных аналитических решений с неоднородным профилем $\epsilon(\rho)$, задаваемым зависимостью типа (3.1.5). Поэтому для иллюстрации вышесказанных соображений рассмотрим модель дипольного источника в виде разрезанной пополам металлической сферы. По аналогии с двумерной геометрией из-за оседания частиц на поверхность сферы диэлектрическая проницаемость плазмы равна

$$\epsilon(r) = \epsilon_{\infty} + a_0^2 / r^2, \quad (3.1.16)$$

где r — расстояние от центра сферы до точки наблюдения, при $r \gg a$ $a_0^2 \approx \frac{a^2}{4} \frac{\omega_p^2}{\omega^2}$, a — радиус сферы [2].

Радиальная часть дипольного потенциала $\varphi = f(r) \cos \theta$, который определяет поле источника при $r \gg a$, с учетом соотношения (3.1.16) удовлетворяет уравнению

$$\frac{d^2 f}{dr^2} + \frac{2\epsilon_{\infty} r}{\epsilon_{\infty} r^2 + a_0^2} \frac{df}{dr} - \frac{2}{r^2} f = 0. \quad (3.1.17)$$

Для $\epsilon_{\infty} < 0$ решение этого уравнения, спадающее при $r \rightarrow \infty$, есть

*) этот вклад мал по сравнению с вкладом запасенной энергии поля в остальном объеме $V \sim L^3$.

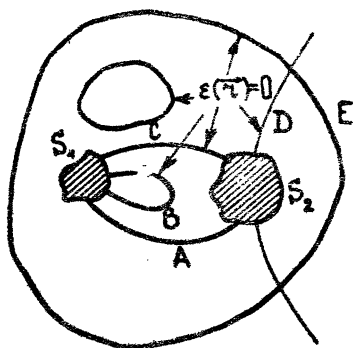
$$f(r) = \text{const} \left[\left(\frac{r^2 + 1}{2r} \right) \ln \frac{r-1}{r+1} + 1 \right], \quad r = r \sqrt{|\epsilon_\infty|} / a_0.$$

Таким образом, никаких особенностей в потенциале при $\epsilon_\infty \rightarrow 0$ нет ($f(r) \sim 1/r$ при $\epsilon_\infty = 0$), и импеданс разрезанной сферы конечен при $\epsilon_\infty = 0$. Очевидно, это связано с тем, что поле двойного источника "успекает" замыкаться при $r \gg a_0$, не доходя до области резонанса (в пределе $\epsilon_\infty = 0$, до бесконечности). Используя дипольное решение, нетрудно показать, что импеданс при $\epsilon_\infty \rightarrow 0$ равен

$$Z = \frac{1}{4\pi^2 i \omega a} \left[1 + \frac{2i}{\pi} |\epsilon_\infty|^{3/2} \left(\frac{a}{a_0} \right)^2 \right].$$

Следовательно, для дипольных источников не должно быть особенностей в потенциале, поле и импедансе при удалении резонансной поверхности $\epsilon(\vec{r}) = 0$ в бесконечность.

Как в общем случае влияет геометрия поверхностей $\epsilon(\vec{r}) = 0$ на параметры источников? Наличие особенности в импедансе (см. формулу (3.1.14)) при $\epsilon(S) = 0$ (S - поверхность источника) есть следствие совпадения поверхности $\epsilon(\vec{r}) = 0$ с поверхностью источника. На практике эта особенность не может быть существенна, так как для источников меньшей симметрии нет оснований считать, что поверхность $\epsilon(\vec{r}) = 0$ совпадает с поверхностью зонда. Далее, мы уже убедились, что само наличие поверхности $\epsilon(\vec{r}) = 0$ не приводит к особенностям в импедансе; оно обуславливает лишь бесстолкновительные потери и особенность в электрическом поле и потенциале при $\epsilon(\vec{r}) = 0$. По-видимому, то же самое имеет место и в показанных схематически на рис. 3.1 случаях возможного расположения резонансной поверхности, включая случай локального касания и "утыкания". Дело в том, что электрическое поле "стремится" пересечь резонансную поверхность под прямым углом, обуславливая отсюда сингулярность при $\epsilon(\vec{r}) = 0$, конечную величину бесстолкновительной диссипации и отсутствие особенностей в импедансе. Известным исключением из этого принципа является случай, когда линии $\epsilon(\vec{r}) = 0$ совпадают с силовыми линиями электрического поля источника в вакууме. В этом случае, согласно известному принципу "заполнения", электрическое поле при наличии $\epsilon(\vec{r})$ не изменяется. Оно, таким образом, оказывается параллельным линии $\epsilon(\vec{r}) = 0$, бесстолкновительные потери отсутствуют, и при $\oint_S \epsilon |\vec{E}| dS = 0$



Р и с. 3.1. Возможные случаи взаимного расположения резонансной поверхности (A-E) и поверхности источника (S_1, S_2)

источник возбуждает в плазме незатухающие собственные колебания, вследствие чего импеданс имеет особенность.

Было бы интересно провести общий анализ границ применимости сформулированного выше принципа. Создается впечатление, что приведенное выше исключение является единственным. Если это так, то практически для всех "больших" источников в изотропной плазме импеданс может быть найден в приближении "холодной" неоднородной плазмы; области частот где вне источника линия $\epsilon(\vec{r})$ проходит через нуль, — это те частоты, где отлично от нуля бесстолкновительное сопротивление источника.

3.2. ИСТОЧНИК В НЕОДНОРОДНОЙ МАГНИТОАКТИВНОЙ ПЛАЗМЕ

Возбуждение резонансных колебаний неоднородной магнитоактивной плазмы характеризуется появлением ряда дополнительных особенностей структуры поля и связанных с ними потерь энергии стороннего источника. Разумеется, особенность гипа резонансного конуса имеет место и в неоднородной плазме, но здесь особая поверхность, соответствующая резкому возрастанию поля, "следит" за изменением параметров среды и представляет собой конус только в окрестности источника, малой по сравнению с масштабами неоднородности. Дополнительные особенности структуры квазистационарного поля,

специфические для неоднородной плазмы, связаны, в первую очередь, с наличием границ области возбуждения собственных колебаний плазмы (резонансной области) и возможным сгущением особых поверхностей [7, 42, 63]. Заметим, что собственные колебания плазмы могут возбуждаться источником, находящимся вне резонансной области, тогда область локализации поля размыта и эффективность возбуждения резонанса снижается. Ниже показано, например, что мощность потерь точечного диполя в этом случае является конечной величиной и определяется расстоянием до резонансной области и характерным масштабом неоднородности. Вполне очевидно, таким образом, что неоднородность приводит к существенному изменению резонансных потерь и перераспределению областей поглощения энергии резонансных колебаний по объему плазмы, окружающей источник. Для изучения указанных вопросов в настоящем разделе используется в основном модель плоскостной сильно замагниченной плазмы, т.е. считается, что $\omega_{H_0} \gg \omega_{pe}, \omega$, а неоднородность является одномерной. Как показано в работах [63, 64], для ряда задач, например, о трансформации волн в магнитоактивной плазме, принципиальное значение имеет неоднородность неоднородности. В этой связи отметим, что анализ модели плоскостной плазмы, с одной стороны, является необходимым этапом построения более общей теории возбуждения резонансных колебаний источником, а с другой — при изучении вопроса о величине резонансных потерь зачастую может быть использован и в неоднородном случае.

В квазистатическом приближении электрическое поле потенциально: $\vec{E} = -\nabla\phi$, потенциал удовлетворяет уравнению

$$\Delta_{\perp}\phi + \frac{\partial}{\partial z} \epsilon_z \frac{\partial \phi}{\partial z} = -4\pi j(\vec{r}). \quad (3.2.1)$$

В зависимости от знака продольной компоненты тензора диэлектрической проницаемости ϵ_z , тип уравнения (3.2.1) может меняться в пространстве: область возбуждения собственных колебаний плазмы, где $\epsilon_z < 0$, соответствует гиперболическому типу, а нерезонансная область $\epsilon_z > 0$ — эллиптическому типу уравнения. Особый интерес представляет поведение поля вблизи поверхности $\epsilon_z = 0$, которая является параболической границей уравнения (3.2.1),

В плоскостной плазме важную роль играет взаимная ориентация градиента диэлектрической проницаемости и внеш-

него магнитного поля. В этом легко убедиться на примере кусочно-однородной замагниченной плазмы.

3.2.1. Кусочно-однородная плазма

Рассмотрим вначале простейшую задачу о точечном заряде вблизи плоской резкой границы плазма - вакуум. Распределение потенциала в этом случае можно найти модификацией метода отражений. Пусть плазма занимает полупространство $z > 0$, магнитное поле нормально к границе $z = 0$, компоненты тензора диэлектрической проницаемости плазмы $\epsilon_1 = 1$, $\epsilon_2 < 0$. Если заряд находится в точке $z = 0$, $y = 0$, $x = x_0 > 0$, его потенциал в плазме ψ_p складывается из исходного ("падающего") потенциала $\psi_0 = q / \sqrt{z^2 - |\epsilon_2| r^2}$ и потенциала отраженного заряда $q_{\text{отр}} = q(\epsilon_2 - 1) / (\epsilon_2 + 1)$, находящегося в зеркальной относительно границы точке $z = -x_0$. Потенциал же в вакууме равен потенциалу заряда $q_{\text{вак}} = 2q / i\mu(\epsilon_2 + 1)$, "помещенного" в мнимой точке $z = i\mu x_0$, так что

$$\psi_{\text{в}} = q_{\text{вак}} / \sqrt{(z - i\mu x_0)^2 + r_1^2}, \quad \mu = |\epsilon_2|^{-1/2}. \quad (3.2.2)$$

В плазме особенности поля имеются не только на характеристиках, проходящих через заряд, но и на отраженных характеристиках, тогда как в вакууме, т.е. в области эллиптичности уравнения для потенциала, особенностей в потенциале нет.

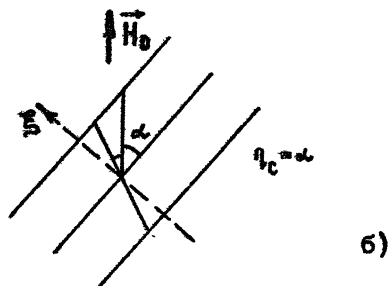
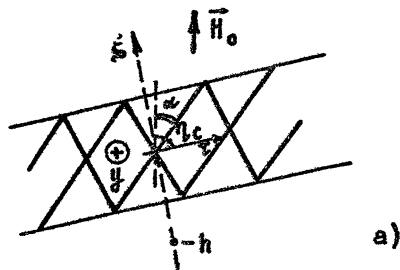
Если заряд находится в вакууме ($x_0 < 0$), аналогичным образом получаем

$$\psi_{\text{в}} = q \left[\frac{1}{\sqrt{(z + x_0)^2 + r_1^2}} + \frac{(1 - i\mu|\epsilon_2|) / (1 + i\mu|\epsilon_2|)}{\sqrt{(z - x_0)^2 + r_1^2}} \right], \quad (3.2.3)$$

$$\psi_p = \frac{2q}{(1 + i\mu|\epsilon_2|) \sqrt{(i\mu z + x_0)^2 + r_1^2}}.$$

Здесь особенности потенциала вне заряда отсутствуют. Однако при $\mu z \approx r_1$, $r \rightarrow \infty$ потенциал спадает как $r^{-1/2}$, т.е. медленнее, чем r^{-1} . Ясно, что такое поведение потенциала, связанное с возбуждением плазменных колебаний, приводит к конечным потерям энергии электрического поля при $\nu_e \rightarrow 0$ и к появлению действительной части импеданса у источников, находящихся в вакууме.

Рассмотрим теперь слой плазмы шириной $2L$, ось которого (в плоскости векторов \vec{H}_0 и $\nabla \epsilon_2$) ориентирована под



Р и с. 3.2. Сечение слоя замагниченной плазмы плоскостью $\theta=0$ при $\alpha < \eta_c < \pi/2$ (а), при $\eta_c = \alpha$ (б)

углом η_c к внешнему магнитному полю (рис.3.2). Считаем, что внутри слоя диэлектрическая проницаемость $\epsilon_z = -\epsilon < 0$, вне слоя $\epsilon_z = 1$. Будем работать в системе координат $\tau y \xi$, направив ось ξ по нормали, τ по касательной к слою в плоскости $(\vec{H}_0, \nabla \epsilon_z)$, ось y — ортогонально к указанной плоскости. В этой системе $\epsilon_z = 1(\xi - l) + 1(-\xi - l) - \epsilon \cdot 1(\xi + l)$. Вне слоя потенциал удовлетворяет уравнению Пуассона, внутри слоя уравнение (3.2.1) принимает вид

$$\alpha \frac{\partial^2 \varphi}{\partial \xi^2} + 2b \frac{\partial^2 \varphi}{\partial \xi \partial \tau} + c \frac{\partial^2 \varphi}{\partial \tau^2} - \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} = -4\pi\rho, \quad (3.2.4)$$

где $\alpha = \epsilon \cdot \sin^2 \eta_c - \cos^2 \eta_c$, $b = (\epsilon + 1) \sin \eta_c \cos \eta_c$, $c = \epsilon \cos^2 \eta_c - \sin^2 \eta_c$. На границах $\xi = \pm l$ должны удовлетворяться условия непрерывности тангенциальной компоненты поля E_τ и нормальной компоненты вектора электрической индукции D_ξ , причем внутри слоя, как легко убедиться, $D_\xi = \alpha E_\xi - b E_\tau$.

Будем исследовать поле точечного диполя, который находится в точке $x = y = 0$, $z = -h$ и имеет дипольный момент ρ , ориентированный вдоль оси z , так что плотность стороннего заряда равна $\rho = \rho \delta'(z+h) \delta(x) \delta(y)$. Выражение для потенциала можно получить с помощью преобразования Фурье по координатам x, y . Прежде чем перейти к анализу произвольных углов φ_c , приведем это выражение для случая $\varphi_c = \pi/2$:

$$\varphi = \frac{i\pi\rho\epsilon}{2(1+\epsilon)} \sum_{m=0}^{\infty} \varpi_m F_m H_0^{(1)}(\varpi_m r_{\perp}) \begin{cases} (-s)^m \operatorname{erf}[-\varpi_m(|z_m| - \ell)], & |z| > \ell, \\ (-1)^m \frac{(1+\epsilon)^{1/2}}{\epsilon} \cos\left(\varpi_m \frac{z}{\sqrt{\epsilon}} - \frac{\pi m}{2}\right), & |z| < \ell, \end{cases} \quad (3.2.5)$$

$$\varpi_m = (\sqrt{\epsilon}/\ell) (\pi m/2 + \alpha \operatorname{arctg} \sqrt{\epsilon}). \quad (3.2.6)$$

Здесь $H_0^{(1)}(\varpi_m r_{\perp})$ — функция Ханкеля первого рода нулевого порядка, $r_{\perp} = (x^2 + y^2)^{1/2}$, $F_m = \operatorname{erf}[-\varpi_m(h - \ell)]$ при $h > \ell$, $F_m = [(1+\epsilon)^{1/2} / \epsilon^{1/2}] \sin(\varpi_m h / \sqrt{\epsilon} - \pi m/2)$ при $h < \ell$, $s = \operatorname{sign} z$.

В формуле (3.2.5) учтено только поле излучения, которое, очевидно, имеет модовую структуру. Дисперсия собственных электростатических мод волновода, в роли которого выступает слой замагниченной плазмы, определяется соотношением (3.2.6). Коэффициенты возбуждения мод W_m , г.е. потери энергии источника на возбуждение соответствующих мод в среднем за период $2\pi/\omega$, можно найти, вычисляя поток квазиэлектростатического вектора Пойтинга через цилиндрическую поверхность, охватывающую источник:

$$W_m = \frac{\pi\omega\rho^2\varpi_m^2\epsilon}{2\ell(1+\epsilon)}. \quad (3.2.7)$$

Отсюда следует, что в случае $h > \ell$ коэффициенты возбуждения экспоненциально уменьшаются с ростом номера моды, а также расстояния от источника до границы слоя. Поэтому, если источник расположен достаточно далеко от слоя плазмы, вся излучаемая им энергия приходится на первые несколько мод. Суммируя коэффициенты возбуждения, находим интенсивность излучения диполя, расположенного вне слоя:

$$W = \sum_{m=0}^{\infty} W_m = \frac{\pi^3\omega\rho^2\epsilon^2}{8\ell^2(1+\epsilon)} \cdot \frac{e^{-\beta d}}{(1-e^{-d})^2}.$$

$$\cdot [\beta^2 + (1+2\beta-2\beta^2)e^{-d} + (1-\beta^2)e^{-2d}], \quad (3.2.8)$$

где $d = \pi \sqrt{\epsilon} (h/l - 1)$, $\beta = 2\pi^{-1} \arctg \sqrt{\epsilon}$. При $h-l \ll l/\sqrt{\epsilon}$, когда возбуждается много мод, выражение для интенсивности существенно упрощается: $W = \omega \rho^2 \sqrt{\epsilon} / 4 (h-l)^3 (1+\epsilon)$.

Таким образом, с приближением источника к границе слоя интенсивность излучения его резко возрастает.

Если источник находится внутри слоя ($h < l$), то при условии $|(z+h) \pm \sqrt{\epsilon} \tau_1| \ll l$ в формуле (3.2.5) можно перейти от суммирования к интегрированию по z , которое легко выполняется:

$$\psi = \rho (z+h) [(z+h)^2 - \epsilon \tau_1^2]^{-3/2}, \quad (3.2.9)$$

Формула (3.2.9) совпадает с выражением для потенциала точечного диполя в безграничной сильно замагниченной плазме. Следовательно, в окрестности источника, малого по сравнению с шириной слоя, образуется резонансный конус, на поверхности которого поле резко возрастает. Можно показать, что поле точечного источника, находящегося внутри слоя, сингулярно также на особых характеристиках, отраженных от границ слоя $[[z + (-1)^n h \pm 2nl] \pm \sqrt{\epsilon} \tau_1] = 0$, $n = 0, 1, 2, \dots$. Интенсивность излучения точечного источника при этом обращается в бесконечность, так как коэффициенты возбуждения (3.2.7) при $h < l$ имеют составляющую, которая растет как z_m^2 . Учитывая конечный размер источника, полагая, например, что $\rho = \rho \delta'(z+h) * (\pi \epsilon^2)^{-1} \exp(-\tau_1^2 / \epsilon^2)$, для коэффициентов возбуждения получим

$$W_n = \frac{\pi \omega \rho^2}{2l} z_m^2 \sin^2 \left(z_m \frac{h}{\sqrt{\epsilon}} - \frac{\pi m}{2} \right) \exp \left(-\frac{1}{4} z_m^2 \epsilon^2 \right). \quad (3.2.10)$$

Отсюда следует, чем больше характерный размер источника, тем меньше число мод вносит вклад в резонансные потери источника и тем меньше величина потерь. Малый источник ($\epsilon \sqrt{\epsilon} \ll l$) возбуждает много мод, при этом поле излучения локализуется в узкой окрестности особых характеристик.

Вышеприведенное рассмотрение можно обобщить на случай произвольных углов η_c . Ограничимся анализом формул для мощности резонансных потерь W . Воспользуемся соотношением

$$W = -\frac{1}{2} \operatorname{Re} \int_{\vec{d}} \vec{E}^* d\vec{r} = -\frac{\omega}{2} \operatorname{Re} i \int \rho \psi^* d\vec{r}. \quad (3.2.11)$$

Для точечного диполя мощность потерь записывается в виде

$$W = \frac{\omega^2 \rho^2}{4\pi} \operatorname{Re} i \iint \frac{\sin(2\alpha l \mathcal{L}/a) \exp[-2\alpha(h-l)]}{\sin(2\alpha l \mathcal{L}/a - 2\alpha \operatorname{arctg} \mathcal{L})} \alpha^2 d\alpha d\theta'. \quad (3.2.12)$$

Здесь $\alpha = |\vec{k}| = (\kappa_y^2 + \kappa_z^2)^{1/2}$, $\mathcal{L} = (a \sin^2 \theta' + \varepsilon \cos^2 \theta')^{1/2}$, θ' — угол, который волновой вектор \vec{k} (лежащий в плоскости $\eta\xi$) образует с осью ξ ; считается для определенности, что $h > l$.

Потери энергии источника связаны с возбуждением внутри слоя электростатических волн, волновые числа которых имеют дискретный спектр и зависят от угла θ' . В самом деле, подынтегральное выражение в формуле (3.2.12) имеет полюсы в точках

$$\alpha_m = \left(\frac{\pi m}{2} + \operatorname{sign} a \cdot \alpha \operatorname{arctg} \mathcal{L} \right) |a| / l \mathcal{L}. \quad (3.2.13)$$

где m — натуральное при $a < 0$ и целое неотрицательное число при $a > 0$. При действительных \mathcal{L} эти точки лежат на действительной оси. В соответствии с условием излучения при интегрировании по α они должны обходитьсся сверху, и интеграл оказывается равным сумме полувычетов, которые только и дают вклад в потери

$$W = \frac{\omega^2 \rho^2}{4\omega_{pe}^2 l} \sum_m \int \frac{|a| \exp[-2\alpha_m(h-l)]}{1 - \sin^2 \theta' \omega_s^2 \eta_c} \alpha_m^2 d\theta'. \quad (3.2.14)$$

Интегрирование здесь ведется по области углов, где \mathcal{L} действительно, и поэтому α_m — действительные положительные числа. С учетом зависимости \mathcal{L} и a от θ' выражение (3.2.13) определяет поверхности (точнее, кривые) волновых чисел для мод, распространяющихся в слое. Эти кривые представляют собой гиперболы при $a < 0$ и эллипсы при $a > 0$.

Чтобы пояснить своеобразный характер дисперсии собственных мод плазменного слоя, заметим следующее. Поле собственных мод формируется в результате интерференции плоских волн, энергия которых распространяется вдоль двух семейств характеристик, ориентированных под углом $\alpha = \alpha \operatorname{arctg} \varepsilon^{-1/2}$ к внешнему магнитному полю. После отражения от границы волна, распространяющаяся вдоль некоторой характеристики, распространяется вдоль характеристики другого семейства и т.д. Легко убедиться, что при $\alpha < \eta_c < \pi/2$ для любого угла θ , образуемого радиусом-вектором точки наблюдения с осью ξ , сечения слоя соответствующей плоскостью заполняется харак-

характеристиками двух семейств (рис.3.2а), хотя для различных сечений углы наклона характеристик по отношению к границам различны, поэтому ϑ_m зависят от θ' . При $\eta_c > \alpha$ заполнены характеристиками только сечения, лежащие внутри угла $\theta_k = \pi/2 - \theta'_k$, где $\theta'_k = \alpha \cdot \text{ctg} \theta'_k / |\epsilon/\alpha|^{1/2}$, и только здесь имеет место излучение. Если $|\theta| = \theta_k$, характеристики параллельны границам, т.е. отражение волн от границ, и следовательно формирование мод, не имеет места. Поэтому под углом θ_k интенсивность излучения источника, находящегося вне слоя, обращается в нуль, а малый источник, находящийся внутри слоя, излучает в этом направлении, как в однородной среде, ибо соответствующая особая характеристика параллельна границам слоя. В связи с существованием критического угла наклона слоя $\eta_c = \alpha$, при котором источник вообще не излучает (в случае $h > l$), необходимо отметить, что при отражении плоской электромагнитической волны от резкой границы длина волны, вообще говоря, изменяется, так как фиксирован угол $(\pi/2 - \alpha)$ между волновым вектором и магнитным полем. Можно показать: если угол между границей и магнитным полем равен α , длина отраженной волны $\lambda = 0$ и волна скользит вдоль границы. Очевидно, что при этом энергия пучка волн, падающего на границу, концентрируется в окрестности последней, амплитуда поля здесь резко возрастает и вступают в действие механизмы ограничения амплитуды, например поглощение. В результате, если источник находится вне слоя, интенсивность излучения его равна нулю, если же источник расположен внутри слоя, он излучает вдоль оси ζ (параллельно границам), как в однородной среде (рис.3.2б), а волны, излучаемые им в других направлениях, должны поглощаться в окрестности границ.

3.2.2. Плавно-неоднородная плазма. Эталонные профили

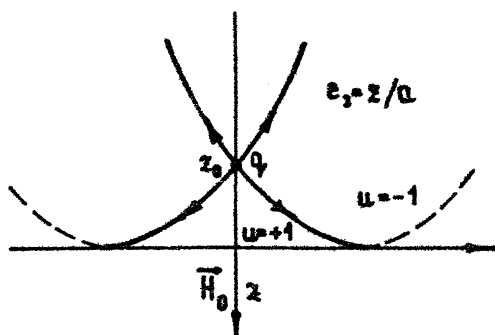
Рассмотрим слой плазмы с линейным профилем концентрации электронов, меняющейся вдоль магнитного поля: $N_e = -N_0(z/l_c) \cdot f(-z)$. В данном случае параболическая граница $z = -l = -N_c l_c / N_0$ ($N_c = m\omega^2 / 4\pi e^2$ - критическая концентрация) является особой характеристикой уравнения (3.2.1) и в ее окрестности реализуется плазменный резонанс, даже если источник находится при $z > -l$, т.е. в области, где собственные колебания плазмы не возбуждаются.

Используя преобразование Фурье по поперечным координатам, легко найти функцию Грина уравнения (3.2.1), т.е. потенциал точечного источника $\rho = q \delta(r_{\perp}) (2\pi r_{\perp})^{-1} \delta(z - z_0)$. Пусть $z_0 < 0$, причем источник находится достаточно далеко от начала координат: $|z_0| \gg l$. Тогда, вычисляя потенциал в области $|z| \gg l, z < 0$, реальный профиль $\varepsilon(z)$ можно заменить всюду линейным: $\varepsilon(z) = 1 + z/l$, это слабо изменит результаты расчета амплитуды собственных колебаний и потерь энергии источника в слое плазмы. Функция Грина записывается в виде

$$\varphi = \frac{i q}{2\pi \sqrt{z'_0 z'} (\mu^2 - 1)^{1/2}} [\ln(\mu + \sqrt{\mu^2 - 1}) - i\pi], \quad (3.2.15)$$

где $\mu = [r_{\perp}^2 + 4l(z' + z'_0)] / 8l \sqrt{z'_0 z'}$, $z' = z + l$. Из выражения (3.2.15) следует, что независимо от знака z'_0 потенциал имеет логарифмическую особенность при $z' \rightarrow 0$. Это соответствует в бесстолкновительном пределе сингулярности нормальной компоненты электрического поля на параболической границе: $E_z \sim (z')^{-1}$. Если источник находится в эллиптической области ($z'_0 > 0$), то указанная особенность в электрическом поле является единственной.

В случае, когда источник расположен в гиперболической области ($z'_0 < 0$, рис.3.3), имеется также особенность поля на характеристиках, проходящих через точку нахождения источника (т.е. на поверхности $\mu = 1$), в то время как на отраженных от границы $z' = 0$ характеристиках (поверхность $\mu = -1$)



Р и с. 3.3. Источник в линейном слое магнитоактивной плазмы. На падающих характеристиках $\mu = 1$ (сплошные линии) — особенность поля. На отраженных $\mu = -1$ (штриховые линии) — поле регулярно

особенности нет. Данное обстоятельство указывает на то, что возбужденные источником плазменные волны не отражаются от параболической границы. Следует также отметить, что при нахождении источника в нерезонансной области пространства ($z'_0 > 0$) вдоль характеристик $u = \text{const}$ при $z' \rightarrow -\infty$ поле убывает медленнее, чем квазиэлектростатическое поле источника в вакууме ($\varphi \sim |z'|^{-1/2}$). Указанные выше особенности структуры поля сохраняются для достаточно широкого класса распределений стороннего заряда, в чем можно убедиться, пользуясь функцией Грина (3.2.15) и принципом суперпозиции.

В общем случае смена типа уравнения (3.2.1) может происходить при прохождении компонент $\epsilon_1(\vec{r})$ или $\epsilon_2(\vec{r})$ через нуль (гибридные и плазменный резонансы) или при прохождении $\epsilon_1(\vec{r})$ через бесконечность (циклотронный резонанс). В плоскостной плазме двумерные эгалонные уравнения и их частные решения при проходе всех возможных резонансов (плазменного, гибридного и циклотронного) могут быть представлены в следующем виде (Z_ν - функция Бесселя, k - волновое число пространственной гармоники возмущения):

$$\frac{1}{z} \varphi_{zz} - \varphi_{zz} = 0, \quad \varphi_k = \sqrt{z} Z_1(2k\sqrt{z}) e^{ikz}; \quad (3.2.16)$$

$$z \varphi_{zz} - \varphi_{zz} = 0, \quad \varphi_k = \sqrt{z} Z_{1/3} \left(\frac{2}{3} k z^{3/2} \right) e^{ikz}; \quad (3.2.17)$$

$$\varphi_{zz} - (z \varphi_z)_z = 0, \quad \varphi_k = Z_0(2k\sqrt{z}) e^{ikz}; \quad (3.2.18)$$

$$\left(\frac{1}{z} \varphi_z \right)_z - \varphi_{zz} = 0, \quad \varphi_k = z Z_{2/3} \left(\frac{2}{3} k z^{3/2} \right) e^{ikz}; \quad (3.2.19)$$

$$\varphi_{zz} - [(z + \eta z) \varphi_z]_z = 0, \quad \varphi_k = (u - \eta^2)^{1/2} Z_{2/\eta k} (2k\sqrt{u - \eta^2}) e^{ikz} \\ (u = z + \eta z); \quad (3.2.20)$$

$$\left(\frac{1}{z+\eta z}\varphi_z\right)_z - \varphi_{zz} = 0, \quad \varphi_k = \begin{cases} (u-\eta^2)^{i k \eta} \sum_{2i, \eta k} (2\eta k \sqrt{u-\eta^2}) e^{i k z} (u \rightarrow \eta^2) & (3.2.21) \\ u \sum_{2i, \eta k} \left(\frac{2k}{3\eta} u^{3/2}\right) e^{i k z} & (u \rightarrow 0). \end{cases}$$

Уравнения (3.2.16) и (3.2.19) являются, по существу, частными случаями уравнений (3.2.20) и (3.2.21) при $\eta \rightarrow 0$ или $\eta \rightarrow \infty$, их выделение обусловлено тем, что в случае, когда линии $\epsilon_1 = \text{const}$ или $\epsilon_2 = \text{const}$ параллельны или перпендикулярны магнитному полю \vec{H}_0 , поведение потенциала вблизи параболической границы оказывается иным, чем при $0 < |\eta| < \infty$.

Характеристики уравнений (3.2.16) – (3.2.21) таковы:

$$4z = (z + \zeta)^2 \quad \text{для (3.2.16), (3.2.18),}$$

$$\frac{4}{9} z^3 = (z + \zeta)^2 \quad \text{для (3.2.17),} \quad (3.2.22)$$

$$\frac{4}{9} z^3 = (z + \zeta)^2 \quad \text{для (3.2.19),}$$

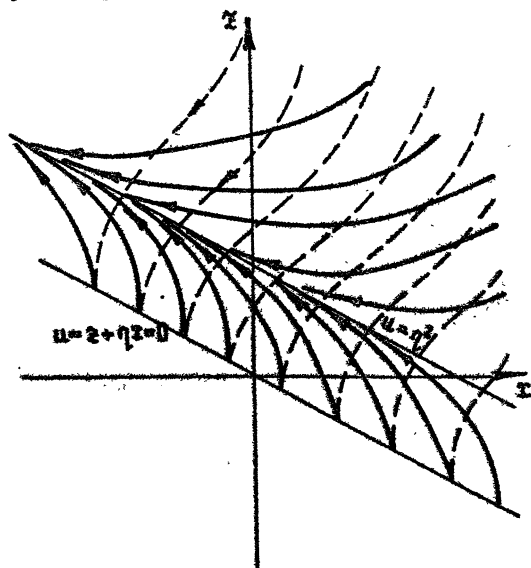
$$\pm \sqrt{z + \eta z} - \eta^2 \eta \left| \eta \pm \sqrt{z + \eta z} \right| = \frac{z + \zeta}{2} \quad \text{для (3.2.20), (3.2.21).}$$

В уравнениях (3.2.16) – (3.2.19) характеристики имеют простой параболический вид; в то же время в случаях (3.2.20); (3.2.21) одно из семейств характеристик имеет асимптоту $z + \eta z = u = \eta^2$, к которой стремятся (при $z \rightarrow +\infty$ или $z \rightarrow -\infty$) все характеристики этого семейства (рис.3.4).

Из анализа приведенных уравнений, их частных решений и вида характеристик можно сделать следующие выводы, важные для получения представления о поведении потенциала в плазме с произвольной неоднородностью.

1) В общем случае на параболической границе потенциал и электрическое поле при $\eta \rightarrow 0$ – достаточно гладкие функции координат, поглощения энергии в окрестности границы нет, и плазменные колебания (бегущие волны потенциала), падающие на параболическую линию, полностью отражаются. Исключения составляют случаи (3.2.16), (3.2.18), когда параболическая граница сама является характеристикой уравнения для φ ; здесь в окрестности границы происходит диссипация энергии из-за особенности в электрическом поле

при $\nu_2 \rightarrow 0$, если имеет место плазменный или гибридный резонансы, и из-за особенности в ϵ_1 при прохождении гиперрезонанса, а плазменные колебания не отражаются от параболической границы.



Р и с. 3.4. Поведение характеристик в линейном слое замагниченной плазмы ($\epsilon_1 = 1$; $\epsilon_2 = -(z + \xi)$). Градиент неоднородности образует угол $\text{arctg} \eta$ с магнитным полем

2) Если $\eta \neq 0, \infty$, отличная от нуля при $\nu_2 \rightarrow 0$ диссипация энергии \dot{W} возникает внутри гиперболической области в окрестности асимптот характеристик $u = \eta z^2$. Здесь электрическое поле при $\nu_2 \rightarrow 0$ имеет на асимптоте особенность типа $1/\xi, \xi \rightarrow 0$, уже неоднократно обсуждавшуюся при анализе резонансных условий. При этом диссипация имеет место в области $u = \eta z^2, |z| \rightarrow \infty$, где группируются характеристики.

3) Отличная от нуля диссипация \dot{W} при $\nu_2 \rightarrow 0$ возникает, как и в однородной плазме, из-за ухода на бесконечность плазменных колебаний, возбуждаемых источниками, находящимися как в гиперболической, так и в эллиптической области. Это приводит к медленному убыванию потенциала при удалении в бесконечность вдоль характеристик.

Указанные выводы можно проиллюстрировать, вычисляя резонансные потери энергии источника в линейном слое магнетизмической плазмы [65].

В рассматриваемой задаче такие вычисления проводятся сравнительно просто, когда источник обладает аксиальной симметрией по z . При этом отличны от нуля только E_z , E_φ и H_φ — компоненты электрического и магнитного полей, а значит, Π_z и Π_φ — компоненты вектора Пойнтинга. Задаваясь электростатическими выражениями для E_z и E_φ , магнитное поле вне источника можно представить в виде

$$H_\varphi = \frac{i\omega}{2\pi c} \int_0^\infty \epsilon \frac{\partial \psi_\varphi(z)}{\partial z} J_1(\alpha r_1) d\alpha, \quad (3.2.23)$$

где $\psi_\varphi(z)$ — фурье-образ потенциала. Если сторонний заряд сосредоточен в ограниченной области пространства в окрестности точки z'_0 , то для нахождения его потерь удобно вычислить поток вектора Пойнтинга через поверхность, состоящую из двух плоскостей $z' = z'_0 \pm \Delta$ ($0 < \Delta < |z'_0|$) и цилиндрической поверхности ширины 2Δ , радиуса $r_1 \rightarrow \infty$. Через указанную цилиндрическую поверхность, как легко убедиться, поток энергии равен нулю, поэтому задача сводится к вычислению потока через плоскость $z' = \text{const}$. Этот поток записывается через фурье-образ потенциала следующим образом:

$$\Pi_z = \text{Im} \frac{\omega \epsilon}{16\pi^2} \int_0^\infty \psi_\varphi(z) \frac{\partial \psi_\varphi^*(z)}{\partial z} \alpha d\alpha. \quad (3.2.24)$$

Результаты вычислений существенно зависят от того, где расположен источник — в гиперболической (резонансной) или эллиптической области квазистатики. Если $z'_0 < 0$, то модель точечного источника приводит при $\nu_e \rightarrow 0$ (ν_e — частота столкновений электронов) к бесконечному значению для резонансных потерь, и необходим, например, учет конечных размеров источника. Наиболее просто рассматривается случай, когда характерный размер источника меньше масштаба неоднородности. Легко проверить, что в окрестности источника в этом случае поле имеет такой же вид, как в однородной плазме с $\epsilon = \epsilon_0 / \nu$. Следовательно, здесь могут быть использованы соответствующие результаты гл. 2. Так, для тонкой дипольной

антенны, ориентированной вдоль магнитного поля, задав $\rho(\vec{r})$ в виде (2.5.5), находим

$$P_z = \frac{\omega \rho^2}{16 h^3} \operatorname{sign}(z' - z'_0) \cdot 1(-z') \quad (3.2.25)$$

Из формулы (3.2.25) видно, что половина энергии, теряемой источником, уносится в бесконечность, а половина поглощается в области плазменного резонанса. Энергия, диссипируемая в единицу времени вблизи поверхности плазменного резонанса, определяется выражением

$$W_p = \frac{\omega}{8\pi} \operatorname{Re} \int \epsilon_{\alpha\beta}^a E_\beta^* d\vec{r}, \quad (3.2.26)$$

где $\epsilon_{\alpha\beta}^a$ — антиэрмитова часть тензора диэлектрической проницаемости.

В обсуждаемом нами случае для поля тонкой антенны интеграл (3.2.26) легко вычисляется при $\epsilon_{\alpha\beta}^a \rightarrow 0$: $W_p = \omega \rho^2 / 16 L^3$. Этот результат согласуется с вычислением потока квазиэлектростатического вектора Пойнтинга (3.2.25). На основании результатов разд. 5 гл. 2 можно утверждать также, что изменение геометрии источника, даже при $L \ll \ll |z'_0|$, способно приводить к перераспределению областей поглощения ВЧ-энергии в неоднородной плазме. Если, например, $\rho = (2\pi)^{-1} \rho \cdot (z' - z'_0 - iL)^{-2}$, $L \ll |z'_0|$, то вся энергия, излучаемая источником, поглощается в области плазменного резонанса. Если же $\rho = (2\pi)^{-1} \rho \cdot (z' - z'_0 + iL)^{-2}$, то вся излучаемая энергия в пренебрежении диссипацией уносится на бесконечность.

Рассмотрим теперь вопрос о потерях энергии источника, характерный размер которого сравним с расстоянием до поверхности плазменного резонанса $|z'_0|$. Пусть задано дипольное распределение стороннего заряда в плоскости $z' = z'_0 < 0$:

$$\eta(\vec{r}) = -\rho F(r_\perp) \delta'(z' - z'_0). \quad (3.2.27)$$

Поток вектора Пойнтинга через поверхность $z' = \text{const}$ в данном случае равен

$$P_z = A_p \operatorname{sign}(z' - z'_0) \cdot 1(-z'), \quad (3.2.28)$$

где
$$A_p = \frac{\pi \omega \rho^2 \ell^2}{4 |z'_0|} \int_0^\infty |F(x)|^2 |H_1^{(1)}(2x \sqrt{\ell |z'_0|})|^2 x^3 dx, \quad H_1^{(1)}(x)$$

функция Ханкеля первого рода, $F(x) = 2\pi \int_0^\infty F(r_\perp) J_0(x r_\perp) r_\perp dr_\perp$ — фурье-образ функции $F(r_\perp)$. Величина A_p является конечной при условии, что $F(x)$ достаточно быстро убывает на бесконечности: для сходимости интеграла (3.2.28) необходимо, чтобы функция $F(x)$ убывала быстрее, чем $x^{-3/2}$. Пусть, для определенности, $F(r_\perp) = x^{-1} H^{-2} \exp(-r_\perp^2 / H^2)$. Тогда интеграл (3.2.28) легко оценить для интересующего нас случая $H \gg (\ell |z'_0|)^{1/2}$: $A_p \approx \omega \rho^2 \ell / H^2 |z'_0|^2$. Для сравнения отметим, что в противоположном предельном случае $H \ll (\ell |z'_0|)^{1/2}$, $A_p \approx \omega \rho^2 \ell^{3/2} / H^3 |z'_0|^{3/2}$.

Источник, находящийся в эллиптической области квазистатики, также теряет энергию на возбуждение собственных колебаний плазмы. В самом деле, как видно из выражения (3.2.15), при $x'_0 > 0$ наличие особенности поля на поверхности плазменного резонанса должно приводить к поглощению здесь ВЧ-энергии. С другой стороны, медленное убывание поля в гиперболической области (при $x \rightarrow -\infty$) приводит к потоку энергии на бесконечность. В качестве примера найдем поток вектора Пойнтинга через плоскость $x' = \cos \alpha z'$ для точечного диполя, помещенного в точку $x'_0 > 0$:

$$P_z = A_p [\operatorname{sign}(x' - z'_0) - 1(x')]. \quad (3.2.29)$$

Величина A_p зависит от ориентации диполя. Так, для диполя, ориентированного параллельно магнитному полю, $A_p = \omega \rho^2 / 24 \pi (x'_0)^3$. Если же $\vec{p} \perp \vec{H}_0$, то $A_p = \omega \rho^2 / 96 \pi (x'_0)^2 \ell$. Следовательно, диполь, ориентированный вдоль поля, отдает больше энергии:

$A_p^{\parallel} / A_p^{\perp} = 4 \ell / x'_0 \gg 1$. Далее, из выражений для A_p следует, что частотные зависимости потерь энергии $W = 2 A_p$ для диполей различной ориентации существенным образом различаются:

$$W_{\parallel} = 2 A_p^{\parallel} \sim \left(x_0 + \frac{\pi \omega^2 L}{4 \pi e^2 N_0} \right)^{-3},$$

в то время как

$$W_{\perp} = 2 A_p^{\perp} \sim \omega^{-2} \left(x_0 + \frac{\pi \omega^2 L}{4 \pi e^2 N_0} \right)^{-2}.$$

Отметим также, что при фиксированной частоте в случае $\vec{p} \uparrow \uparrow \vec{H}_0$ потери определяются лишь расстоянием от источника до поверхности плазменного резонанса, а от градиента концентрации явно не зависят.

Таким образом, для вычисления резонансных потерь излучателя, находящегося в эллиптической области, может быть использована модель точечного источника. Фактически величина потерь определяется в этом случае размерами той области на параболической границе ("пятна засветки"), которая возбуждается диполем и служит эффективным источником плазменных волн. Как следует из выражений для полей и величины вектора Пойнтинга в окрестности параболической границы, точечный заряд, например, освещает пятно с характерным размером $L_z = 2\sqrt{l z'_0}$: при $z' \rightarrow 0$

$$P_z = \pi^{-2} \omega q^2 l (\gamma_1^2 + 4l z'_0)^{-2} \ln(1 + \gamma_1^2 / 4l z'_0).$$

Из формулы (3.2.29) видно, что половина энергии, теряемой источником, диссипируется на поверхности $\omega = \omega_{pe}$, остальная часть потерь связана с оттоком энергии на бесконечность вследствие возбуждения электростатических волн при $z' < 0$. Тот факт, что диссипируется ровно половина теряемой источником энергии, становится понятным, если учесть, что при наличии сколь угодно малого угла η между ∇N_e и \vec{H}_0 особая характеристика, являющаяся асимптотой одного из семейств регулярных характеристик уравнения (3.2.1), не совпадает с параболической границей: если параболическая граница задается уравнением $z + \eta t = 0$ (при $\eta = \omega \ln st$), то уравнение особой характеристики: $z + \eta t = \eta^2$. Для рассматриваемых нами источников потока энергии плазменных волн, которые распространяются вдоль двух семейств характеристик, отходящих от параболической границы, одинаковы, поэтому диссипируется ровно половина суммарной энергии. Подбирая распределение заряда на источнике, можно управлять относительной величиной диссипируемой энергии, как и для источника, расположенного в гиперболической области.

Формула (3.2.29) получена при условии $z'_0 \ll l$. Не рассматривая промежуточный случай, приведем формулы для потерь точечных диполей, находящихся в вакууме достаточно далеко от начала слоя: $W_0 = 4W_1 = 3 \pi \omega^2 l / 16 z'_0^4$, $l \ll z_0 \ll \lambda$. В указанных выражениях для потерь (по сравнению со случаем $z'_0 \ll l$) содержится фактор ослабления l/z_0 , отражающий то обстоятельство, что пятно засветки формируется в основном в вакууме.

В рассмотренных выше примерах область возбуждения плазменных колебаний была инфинитной вдоль направления магнитного поля. Если область финитна, но градиент $\nabla \varepsilon$ по-прежнему направлен вдоль магнитного поля, вся энергия, излучаемая источником, диссипируется в окрестности пороговых границ. Вследствие этого, несмотря на то, что область возбуждения колебаний финитна, спектр поля не содержит дискретной части.

Пусть, например, концентрация электронов в слое изменяется по параболическому закону: $N_e = N_0 (1 - z^2/l_c^2)$, $|z| < l_c$. Тогда $\varepsilon = 1 - N_0/N_c + N_c z^2/N_c l_c^2 = z^2/l_c^2 - \gamma^2$, так что гиперболическая область квазистатики ограничена плоскостями $z = \pm \gamma l$. Резонансные потери точечного диполя, находящегося в точке $z_0 > \gamma l$ (но $z_0 < l_c$), определяются выражениями

$$W_0 = \frac{2\omega \rho^2}{\pi(\gamma l)^3} \int_0^{\infty} Q_{\nu}^2 \left(\frac{z_0}{\gamma l} \right) (2\nu+1) d\nu, \quad (3.2.30)$$

$$W_1 = \frac{\omega \rho^2}{\pi \gamma l^3} \int_0^{\infty} Q_{\nu}^2 \left(\frac{z_0}{\gamma l} \right) \nu(2\nu+1)(\nu+1) d\nu. \quad (3.2.31)$$

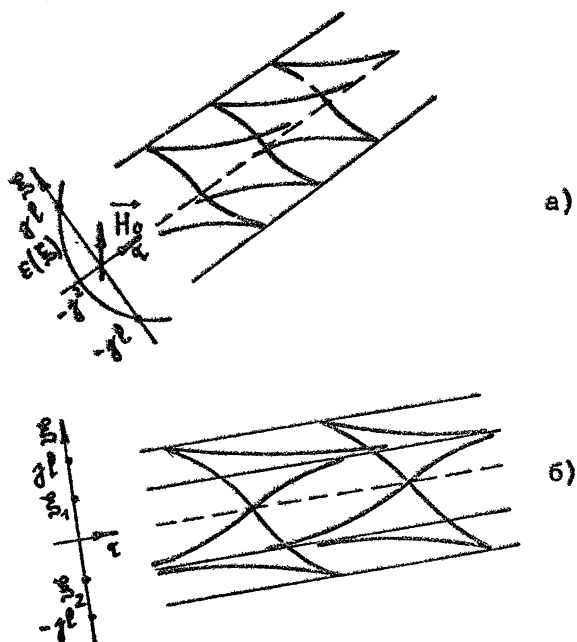
Здесь Q_{ν} — функция Лежандра второго рода. При этом половина энергии, теряемой источником, поглощается в окрестности границы $z = \gamma l$, а другая половина — при $z = -\gamma l$, что объясняется такими же рассуждениями, как в задаче с линейным слоем. Формулы (3.2.30), (3.2.31) упрощаются, если $z_0 \gg \gamma l$:

$$W_0 = \frac{\omega \rho^2}{\pi} \left[z_0 \frac{z_0}{\gamma l} \ln \left(\frac{2z_0}{\gamma l} \right) \right]^{-1}, \quad (3.2.32)$$

$$W_1 = \frac{\omega \rho^2}{4\pi l^2} \left[z_0 \frac{z_0}{\gamma l} \ln^2 \left(\frac{2z_0}{\gamma l} \right) \right]^{-1}. \quad (3.2.33)$$

Следовательно, диполь, ориентированный вдоль магнитного поля, теряет больше энергии ($W_0/W_1 \sim (l/z_0)^2 \gg 1$), причем величина его потерь определяется расстоянием до гиперболической области и шириной последней, так как параметры γ и l входят в выражение для W_0 только в виде произведения.

Выше был подробно рассмотрен случай, когда градиент ∇N_e в плавно-неоднородной плазме параллелен внешнему магнитному полю. При другой ориентации градиента относительно \vec{H}_0 распределение поля и локализация областей поглощения ВЧ-энергии источника могут быть существенно иными. Опуская подробный анализ, укажем, например, что в случае $\nabla N_e \perp \vec{H}_0$ поле точечного диполя, расположенного в гиперболической области, имеет особенность как на характеристиках, проходящих через источник, так и на отраженных от параболической границы. На самой границе поле регулярно. Если в данной геометрии резонансная область финитна, то поле излучения источника имеет дискретный спектр. Когда же угол η_q между ∇N_e и \vec{H}_0 не равен нулю или $\pi/2$, то при наличии финитной резонансной области в плоскостной геометрии (пусть, например, $\epsilon = \xi^2/\rho^2 - \gamma^2$, где $\xi = z \sin \eta_q - r \cos \eta_q$), спектр поля излучения источника является дискретным, если



Р и с. 3.5. Поведение характеристик в параболическом слое замагниченной плазмы при $\eta_q = \eta_0$ (а), при $0 < \eta_q < \eta_0$ (б)

$\eta_g > \eta_0 = \alpha \operatorname{ctg} \gamma$, но при переходе через $\eta_g = \eta_0$ структура поля качественным образом меняется. Характеристики одного из семейств при $\eta_g \rightarrow \eta_0$ сгущаются вблизи прямой $\xi = 0$, и при $\eta_g = \eta_0$ эта прямая превращается в асимптоту данного семейства характеристик (рис.3.5,а), что свидетельствует о поглощении вблизи нее энергии плазменных волн в пределе $\nu_e \rightarrow 0$. В области углов $\eta_g < \eta_0$ существуют две особые характеристики: $\xi_{1,2} = \pm \beta (1 + \beta^2 - \cos^2 \eta_g)^{1/2}$ (рис.3.5,б), которые при $\eta_g \rightarrow 0$ (см. выше) сливаются с параболическими границами.

3.2.3. О потенциале при произвольной форме параболической границы

Не будем останавливаться на ряде известных точных решений (см., например, [63, 64]), а рассмотрим поведение характеристик уравнения для потенциала, ограничиваясь для простоты, двумерной геометрией. Вид характеристик, как мы видели в предыдущем разделе, хотя и не определяет поведения потенциала полностью, но позволяет сделать важные выводы о его структуре, наличии диссипации энергии электрического поля при $\nu_e \rightarrow 0$ и т.д. Качественная картина поведения характеристик может быть дана в общем случае, без конкретизации явной зависимости ϵ_1 и ϵ_2 от координат. В отличие от плоскостной плазмы, где важную роль в возникновении особенностей поля и резонансных потерь, играли особые характеристики – асимптоты характеристик или сама параболическая граница, в плазме с произвольной неоднородностью определяющую роль в поведении потенциала, возникновении особенностей поля и диссипации при $\nu_e \rightarrow 0$ играют особые точки уравнений характеристик – обстановка, обнаруженное и рассмотренное впервые в работе [63].

Итак, пусть теперь ϵ_1 и ϵ_2 – произвольные функции x и z , $\vec{x} \parallel \vec{H}_0$. Двумерное уравнение для потенциала в этом случае имеет вид

$$\frac{\partial}{\partial z} \left(\epsilon_1 \frac{\partial \psi}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial x} \left(\epsilon_2 \frac{\partial \psi}{\partial z} \right) = 0, \quad (3.2.34)$$

а уравнение характеристик ($\epsilon_1 \epsilon_2 < 0$)

$$\frac{dz}{dx} = \pm \sqrt{-\frac{\epsilon_2}{\epsilon_1}}. \quad (3.2.35)$$

Уравнение (3.2.35) запишем в следующей форме:

$$F\left(\frac{dz}{dt}, \tau, z\right) = \left(\frac{dz}{dt}\right)^2 + \frac{z_2}{z_1} = 0. \quad (3.2.36)$$

Уравнение такого вида, как известно [66], описывает движение изображающей точки τ, z, ξ по поверхности $F(\xi, \tau, z) = 0$ с уравнениями движения

$$\frac{d\tau}{dt} = -\frac{\partial F}{\partial \xi}, \quad \frac{dz}{dt} = -\xi \frac{\partial F}{\partial z}, \quad (3.2.37)$$

$$\frac{d\xi}{dt} = \frac{\partial F}{\partial \tau} + \xi \frac{\partial F}{\partial z}.$$

В нашем случае $F = \xi^2 + z_2/z_1 = \xi^2 - f(\tau, z)$, и уравнение (3.2.37) принимает вид

$$\begin{aligned} \frac{d\tau}{dt} &= -2\xi, & \frac{dz}{dt} &= -2\xi^2, \\ \frac{d\xi}{dt} &= -\frac{\partial f}{\partial \tau} - \xi \frac{\partial f}{\partial z}, \end{aligned} \quad (3.2.38)$$

\dagger — некоторый параметр вдоль характеристики.

В соответствии с проведенной интерпретацией уравнения (3.2.38) описывают движение по поверхности $\xi^2 - f = 0$, причем движение по одной стороне ($\xi > 0$) отвечает одному из семейств характеристик (3.2.36), а движение по другой ($\xi < 0$) — другому. Эта интерпретация, естественно, дает отражение характеристик от границы области гиперболичности — переход характеристик одного семейства в характеристику другого. С указанной точки зрения такой переход есть просто направленное движение изображающей точки по поверхности $F(\xi, \tau, z) = 0$. Из уравнения следует, прежде всего, что τ является монотонной функцией \dagger . Это означает, что характеристики или уходят на бесконечность, или "утыкаются" в состоянии равновесия характеристик $\xi = 0, \partial f / \partial \tau = 0$.

В рамках уравнений (3.2.38) исследование поведения характеристик вблизи состояния равновесия проводится элементарно. Действительно, так как $\xi = 0$ в особой точке, то фактически можно считать, что вблизи особой точки движение происходит по поверхности $z = \text{const} = z_0$. Тогда система уравнений для определения типа особой точки — обыч-

новенная плоская система уравнений:

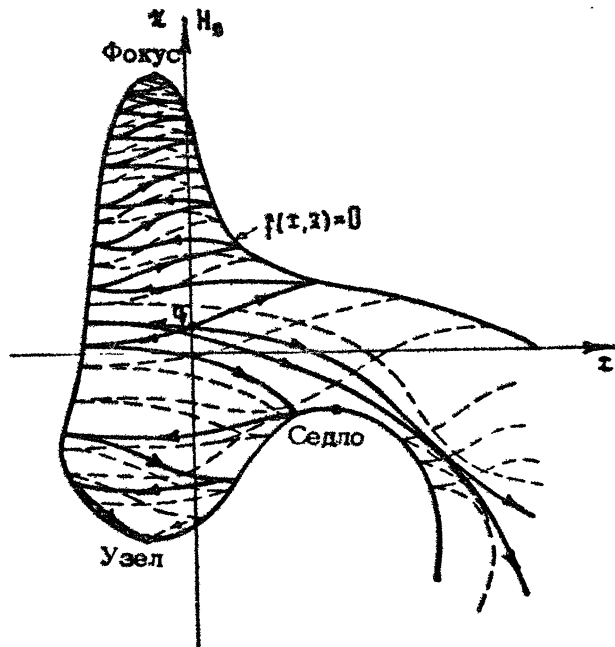
$$\frac{dx}{dt} = -2\xi, \quad (3.2.39)$$

$$\frac{d\xi}{dt} = - \left(\frac{\partial f}{\partial x} + \omega_0 \frac{\partial f}{\partial z} \right)_{z=z_0}$$

Отсюда видно, что для исследования типа особой точки $x = z_0$, $\xi = 0$ достаточно ограничиться следующим представлением для $f(x, z)$: $f(x, z) = \alpha (z - z_0) + \beta x^2$. В результате находим, что особая точка является:

- узлом при $\beta < 0, \alpha^2 > 16|\beta|$;
- фокусом при $\beta < 0, \alpha^2 < 16|\beta|$;
- седлом при $\beta > 0$.

Знание типа особой точки позволяет сразу в рассматриваемом случае представить себе поведение характеристик. На рис. 3.6 дан качественный ход характеристик и показаны



Р и с. 3.6. Поведение характеристик в гиперболической области квазистатики и особые точки на резонансной поверхности

"особые" характеристики точечного заряда, находящегося в гиперболической области (стрелки на "особых" характеристиках показывают направление потока энергии плазменных колебаний). Из этого рисунка напрашивается следующий общий вывод: возбуждаемые источниками плазменные колебания или уходят на бесконечность, или диссипируются в узлах или фокусах, являющихся местом стока характеристики. В то же время седло, как правило, не приводит к конечной диссипации энергии W при $\nu_2 \rightarrow 0$, поскольку через него проходят всего две характеристики. Седло может приводить к $W \neq 0$ при $\nu_2 \rightarrow 0$ лишь из-за наличия группировки характеристик к его сепаратрисам. Выраженный случай такой группировки был рассмотрен в плоскостной геометрии, когда градиент концентрации не совпадает с направлением \vec{H}_0 (см. уравнения (3.2.20)). Однако при произвольной зависимости ϵ_1 и ϵ_2 от координат сепаратрисы седла не являются асимптотами характеристик и асимптоты вообще должны отсутствовать. Поэтому в общем случае вклад в потери при $\nu_2 \rightarrow 0$ дают только особые точки типа фокус и узел.

Не будем приводить здесь примеры точно решаемых задач о распределении поля для конкретно заданной формы параболической границы. Отметим только, что проведенный анализ структуры характеристик дает основание сформулировать "теорему". Наличие области гиперболическости уравнения (3.2.34) в плазме, окружающей источник, всегда приводит к возникновению потерь источника (действительной части его импеданса), обусловленных возбуждением плазменных колебаний, их уносом на бесконечность или их поглощением в узлах и фокусах.

3.2.4. Укороченное уравнение для поля источника в плавно-неоднородной плазме

Выше подчеркивалась роль характеристик уравнения для потенциала, которые являются носителями максимума поля источника в области возбуждения резонансных колебаний магнитоактивной плазмы. Это обстоятельство вполне очевидно с точки зрения линейной теории гиперболических уравнений, так как особенности в граничных условиях (например, разрывы поля, связанные с наличием источника) переносятся вдоль характеристик. Как известно, теория разрывов, будучи одним из основных приложений геометрической оптики, позволяет достаточно далеко продвинуться в изучении распространения волн

в неоднородных анизотропных средах [67]. Поэтому построение уравнений переноса для пакетов электростатических волн, возбуждаемых источником в неоднородной магнитоактивной плазме, представляет большой интерес.

Вид уравнений переноса зависит от конкретной задачи, но в любом случае должно быть обеспечено постоянство потока энергии вдоль особой характеристики. Не будем стремиться к построению исчерпывающе строгой теории, нашей задачей является здесь иллюстрация геометрикооптического метода и нахождение уравнения, удобного для дальнейших приложений (в том числе и в нелинейном случае). Найдем уравнение для поля источника вблизи особой характеристики на примере сильно замагниченной плазмы, описываемой уравнением (3.2.1), диэлектрическая проницаемость которой меняется преимущественно вдоль одной координаты (τ или z), причем ρ и ψ не зависят от ψ . Разумеется, масштаб неоднородности l_z (или l_τ) велик по сравнению с размерами источника, определяющими характерную длину электростатических волн, но мал по сравнению с длиной электромагнитной волны.

В уравнении для потенциала (3.2.1) перейдем к новым переменным $\xi = \xi(\tau, z)$, $\tau = \tau(\tau, z)$, где функции ξ и τ удовлетворяют уравнениям

$$\frac{\partial \xi}{\partial \tau} + \sqrt{-\epsilon(\tau, z)} \frac{\partial \xi}{\partial z} = 0, \quad (3.2.40)$$

$$\frac{\partial \tau}{\partial \tau} - \frac{1}{\sqrt{-\epsilon(\tau, z)}} \frac{\partial \tau}{\partial z} = 0. \quad (3.2.41)$$

Уравнение (3.2.1) вне источника приводится к следующему виду:

$$2b \frac{\partial^2 \psi}{\partial \xi \partial \tau} + c \frac{\partial^2 \psi}{\partial \tau^2} + \frac{\partial \psi}{\partial \xi} \hat{G} \xi(\tau, z) + \frac{\partial \psi}{\partial \tau} \hat{G} \tau(\tau, z) = 0, \quad (3.2.42)$$

где $b = \frac{\partial \xi}{\partial \tau} \frac{\partial \tau}{\partial \tau} + \epsilon \frac{\partial \xi}{\partial z} \frac{\partial \tau}{\partial z}$, $c = \frac{\epsilon^2 - 1}{\epsilon} \left(\frac{\partial \tau}{\partial z} \right)^2$, $\hat{G} = \frac{\partial^2}{\partial \tau^2} + \epsilon \frac{\partial^2}{\partial z^2} + \epsilon' \frac{\partial}{\partial z}$.

В соответствии с уравнением (3.2.40) кривые $\xi = \text{const}$ представляют собой характеристики уравнения (3.2.1), поэтому член с производной $\partial^2 \psi / \partial \xi^2$ в уравнении (3.2.42) отсутствует. Переменная τ определена таким образом, чтобы линии $\tau = \text{const}$ были перпендикулярны линиям $\xi = \text{const}$.

Предполагая, что вдоль ξ потенциал изменяется гораздо быстрее, чем вдоль τ , в уравнении (3.2.42) отбросим слагаемые, не содержащие производных потенциала по ξ . С учетом обозначений $E = -\partial\phi/\partial\xi$, $f = \partial\xi/2\partial\tau$ получим укороченное уравнение для поля:

$$\frac{\partial E}{\partial \tau} + f(\xi, \tau) E = 0. \quad (3.2.43)$$

Граничное условие, отвечающее наличию источника, имеет вид: $E = E_0(\xi)$ при $\tau = \tau_0$, причем поле $E_0(\xi)$ локализовано в окрестности точки $\xi = \xi_0$ с характерным масштабом L , много меньшим масштабов изменения функции f вдоль ξ и τ , определяемых масштабами неоднородности среды. Уравнение (3.2.43) позволяет исследовать изменение поля вдоль особой характеристики $\xi = \xi_0$, если эта характеристика не подходит достаточно близко к параболической границе $\xi = 0$. Решение уравнения (3.2.43) записывается в виде

$$E(\xi, \tau) = E_0(\xi) \exp \left[- \int_{\tau_0}^{\tau} f(\xi_0, \tau) d\tau \right]. \quad (3.2.44)$$

Дальнейшие вычисления проведем в предположении, что ϵ меняется вдоль одной координаты; пусть, например, $|\epsilon'_x| \gg \gg |\epsilon'_y|$. Решение уравнения (3.2.40) можно представить следующим образом:

$$\xi = \xi_0(x_0), \quad x = x_0 + \int_{x_0}^x dx' / \mu(\tau', x), \quad (3.2.45)$$

где $\mu = (-\epsilon)^{-1/2}$. Используя определение функции f и выражения (3.2.45), получим $f = \xi'_0 \mu'_x / 2\delta \mu^2$. С помощью уравнений (3.2.40), (3.2.41) легко показать, что $\mu'_x = \mu'_x \tau'_x \times (1 + \mu^2) / \mu^2$, $\delta = -\xi'_0 \tau'_x (1 + \mu^2) / \mu^3$; следовательно, $f = -\mu'_x / 2\mu$. Из соотношения (3.2.44) тогда получим

$$E(\xi, \tau) = E_0(\xi) \mu^{-1/2}(\xi_0, \tau) \mu^{-1/2}(\xi_0, \tau_0). \quad (3.2.46)$$

Нетрудно убедиться в том, что выражение (3.2.46) удовлетворяет закону сохранения потока энергии пакета электростатических волн, распространяющегося вдоль характеристики $\xi = \xi_0$. В самом деле, вблизи особой характеристики магнитное поле равно

$$H_y = \frac{i\omega}{c\mu} \int E d\xi.$$

Поэтому для τ -составляющей потока вектора Пойнтинга находим

$$\begin{aligned} P_{\tau} &= \frac{\omega}{8\pi\mu} \operatorname{Im} \left[E(\xi, \tau) \int E^*(\xi, \tau) d\xi \right] = \\ &= \frac{\omega}{8\pi\mu(\xi_0, \tau_0)} \operatorname{Im} \left[E_0(\xi) \int E_0^*(\xi) d\xi \right]. \end{aligned} \quad (3.2.47)$$

Укороченное уравнение (3.2.43) после надлежащего обобщения может быть использовано для изучения нелинейных эффектов при распространении пакетов электростатических волн, возбуждаемых источниками в неоднородной магнитоактивной плазме.

3.3. ВОЗБУЖДЕНИЕ СВИСТОВЫХ ВОЛН АНТЕННОЙ МАГНИТНОГО ТИПА В НЕОДНОРОДНОЙ ПЛАЗМЕ

Если в предыдущих разделах гл.3 использовалось квазистатическое приближение, то в настоящем разделе мы выходим за рамки квазистатики. Это необходимо для сравнения коэффициентов возбуждения электромагнитной и квазистатической мод в магнитоактивной плазме. Выбор частотного интервала и типа антенны в рассматриваемой задаче связан с актуальными проблемами "активных" и диагностических экспериментов в космической плазме, где свистовые волны играют существенную роль во многих геофизических процессах (см. подробнее гл.6). При этом зачастую реализуется волноводное распространение свистовых волн внутри каналов с повышенной концентрацией электронов (дактов), вытянутых вдоль геомагнитного поля. Рассмотрим модельную задачу о возбуждении электромагнитных волн витком тока, расположенным на оси такого канала, и проанализируем (в рамках поставленной задачи) переход к случаю однородной магнитоактивной плазмы.

Будем считать, что плазма однородна вдоль внешнего магнитного поля, а в поперечной плоскости (вблизи оси

системы $\gamma_{\perp} = 0$) концентрация электронов меняется по параболическому закону:

$$N_z(\gamma_{\perp}) = N_0 \exp(-\alpha \gamma_{\perp}^2) = N_0 (1 - \alpha \gamma_{\perp}^2).$$

Пусть задано аксиально-симметричное распределение стационарного тока, осциллирующего с частотой ω : $\vec{j}(\gamma_{\perp}, z) \exp(-i\omega t)$. Выполняя преобразование Фурье по x_1 из уравнений Максвелла получаем систему, связывающую E_z - и H_z -компоненты полей в холодной магнитоактивной плазме (в этом разделе $\gamma_{\perp} = \gamma$):

$$\begin{aligned} \frac{1}{\gamma} \frac{\partial}{\partial \gamma} \left(\gamma \frac{\epsilon_1}{\kappa_1^2} \frac{\partial E_z}{\partial \gamma} \right) - \epsilon_3 E_z + \frac{\kappa_0}{\gamma} \frac{\partial}{\partial \gamma} \left(\frac{q}{\kappa_1^2} \gamma H_z \right) = \\ = \frac{4\pi}{c \kappa_0} \left[i j_z + \frac{\kappa_2}{\gamma} \frac{\partial}{\partial \gamma} \left(\frac{\gamma}{\kappa_1^2} j_z \right) \right], \end{aligned} \quad (3.3.1)$$

$$\begin{aligned} \left[\Delta_{\perp} - \frac{1}{\gamma^2} + \left(\frac{q^2 \kappa_0^4}{\kappa_1^2} - \kappa_1^2 \right) \right] H_z + \frac{\kappa_0 q \kappa_2}{\gamma^2} \frac{\partial E_z}{\partial \gamma} = \\ = \frac{4\pi \kappa_2}{c} \left(i j_{\varphi} - \frac{q \kappa_0^2}{\kappa_1^2} j_z \right), \end{aligned} \quad (3.3.2)$$

где $\kappa_1^2 = \kappa_z^2 - \kappa_0^2 \epsilon_1$, $\kappa_0 = \omega/c$; ϵ_1, ϵ_3 и q — компоненты тензора диэлектрической проницаемости холодной плазмы: $\epsilon_{xx} = \epsilon_{yy} = \epsilon_1$, $\epsilon_{zz} = \epsilon_3$, $\epsilon_{xy} = -\epsilon_{yx} = iq$.

Для однородной плазмы из системы (3.3.1), (3.3.2) следует известное дисперсионное уравнение [4], которое в интересующем нас диапазоне частот $\Re \omega \ll \omega \ll \omega_{He} \ll \omega_{pe}$ и при условии $\kappa_z \gg 2\kappa_0 \sqrt{\epsilon_1}$ имеет вид

$$(\kappa_{\perp}^2 - \mathfrak{E}_1^2)(\kappa_{\perp}^2 - \mathfrak{E}_2^2) = 0, \quad (3.3.3)$$

где $\mathfrak{E}_1^2 = -\epsilon_3 \kappa_z^2 / \epsilon_1 + 2\epsilon_3 \kappa_0^2$ соответствует электростатическим,

а $\mathfrak{E}_2^2 = -\kappa_z^2 + q^2 \kappa_0^4 / \kappa_1^2$ — свистовым волнам. Очевидно, $\mathfrak{E}_1 \gg \mathfrak{E}_2$, т.е. поперечные масштабы мод сильно различаются.

Это позволяет легко перейти от системы (3.3.1), (3.3.2) к уравнениям, описывающим каждую из мод. Область волновых чисел $\kappa_z \geq 2\kappa_0 \sqrt{\epsilon_1}$ требует более сложного описания, но не будем ею интересоваться, предполагая, что максимум энергии излучается источником в диапазоне $\kappa_z \gg 2\kappa_0 \sqrt{\epsilon_1}$.

В качестве источника рассматривается тонкая рамка радиуса a , плоскость которой перпендикулярна магнитному полю \vec{H}_0 .

Рассмотрим задачу о генерации свистовых волн. Считая поперечный масштаб волновых возмущений β^{-1} большим по сравнению с $\omega/\omega_{H_0} \kappa_z$, можно выразить E_z через H_z с помощью уравнения (3.3.2):

$$E_z = \frac{\kappa_z}{\epsilon_z \kappa_z^2 \tau} \frac{\partial}{\partial \tau} (\tau \varrho H_z).$$

Подставляя это выражение в уравнение (3.3.2), легко убедиться в том, что член, пропорциональный $\partial E_z / \partial \tau$, является малой поправкой (по параметру $\kappa_0^2 \epsilon_z / \kappa_z^2$) к члену $(\Delta_z - \tau^{-2}) H_z$. Поэтому уравнение, описывающее излучение свистовых волн, имеет вид

$$\Delta_z H_z - \frac{H_z}{\tau^2} + \left(\frac{\varrho^2 \kappa_0^4}{\kappa_z^2} - \kappa_z^2 \right) H = \frac{4\pi i \kappa_z}{c} j_\varphi. \quad (3.3.4)$$

С учетом зависимости $N_z(\tau) = N_0(1 - \alpha^2 \tau^2)$ соответствующее однородное уравнение записывается следующим образом:

$$\frac{1}{\tau} \frac{\partial}{\partial \tau} \left(\tau \frac{\partial H_z}{\partial \tau} \right) - \frac{H_z}{\tau^2} + \left[\left(\frac{\kappa_0^4 \varrho_0^2}{\kappa_z^2} - \kappa_z^2 \right) - 2 \frac{\kappa_0^4 \varrho_0^2}{\kappa_z^2} \alpha^2 \tau^2 \right] H_z = 0. \quad (3.3.5)$$

Хотя неоднородность считается слабой ($\kappa_z \gg \alpha$), в данном случае она играет принципиальную роль, определяя дискретный спектр свистовых волн. Чтобы показать это, будем искать решение уравнения (3.3.5) в виде

$$H_z = \xi^2 \operatorname{стр} \left(-\frac{\xi}{2} \right) \psi(\xi), \quad \xi = \frac{\sqrt{2} \alpha \kappa_0^2 \varrho_0}{\kappa_z} \tau^2. \quad (3.3.6)$$

Функция $\psi(\xi)$ подчиняется уравнению

$$\xi \psi'' + (2 - \xi) \psi' + \mu \psi = 0, \quad (3.3.7)$$

где

$$\mu = \left(\frac{\kappa_0^4 \varrho_0^2}{\kappa_z^2} - \kappa_z^2 \right) \left(\frac{4\sqrt{2} \alpha \kappa_0^2 \varrho_0}{\kappa_z} \right)^{-1} - 1.$$

Решения уравнения (3.3.7), удовлетворяющие условиям ог-

раниченности и убывания на бесконечности, существуют лишь при целых неотрицательных n и представляют собой вырожденные гипергеометрические функции: $w = \Phi(-n, 2; \xi)$ [68]. Таким образом, дисперсионное уравнение, определяющее спектр продольных волновых чисел, имеет вид

$$\frac{\kappa_0^2 q_0^2}{\kappa_z^2} - \kappa_z^2 = 4\sqrt{2} \frac{\alpha \kappa_0^2 q_0}{\kappa_z} (n+1), \quad (3.3.8)$$

где $n = 0, 1, 2, \dots$. При $\kappa_z \gg \alpha$ его решение элементарно:

$$\kappa_{zn} = \kappa_0 q_0^{1/2} - \sqrt{2} \alpha (n+1). \quad (3.3.9)$$

Выражение (3.3.9) справедливо, если поправка к значению $\kappa_0 q_0^{1/2}$ мала.

При целом n функция $\Phi(-n, 2; \xi)$ представляет собой полином степени $2n$: $\Phi(-n, 2; \xi) = (n+1)^{-1} L_n^1(\xi)$, $L_n^1(\xi)$ — полином Лагерра. Приведем собственные функции, соответствующие нулевой и первой модам:

$$\begin{aligned} (H_z)_0 &= \gamma \exp(-\beta_0^2 \tau^2), \\ (H_z)_1 &= \gamma (1 - \beta_1^2 \tau^2) \exp(-\beta_1^2 \tau^2), \end{aligned} \quad (3.3.10)$$

где $\beta_n^2 = \alpha \kappa_0^2 q_0 / \sqrt{2} \kappa_{zn}$. Другие компоненты поля выражаются через H_z следующим образом:

$$\begin{aligned} H_\varphi &= q_0^{-1/2} E_z = -i H_z, \quad E_\varphi = -q_0^{-1/2} H_z, \\ H_z &= -q_0^{-1/2} \int_0^{\tau} E_z = \kappa_0^{-1} q_0^{-1/2} \frac{1}{\tau} \frac{\partial}{\partial \tau} \gamma H_z. \end{aligned} \quad (3.3.11)$$

Из формул (3.3.11) следует, что для полей свистовых мод справедливы соотношения: $|H_z| \approx |H_\varphi| \gg |E_z| \approx |E_\varphi| \gg |E_z|$; $|H_z| \gg |H_z| \gg |E_z|$; $|H_z|/|E_\varphi| \approx (\alpha q_0^{1/2}/\kappa_0)^{1/2}$.

Поскольку система собственных функций \vec{H}_n, \vec{E}_n полна, поле электромагнитного излучения источника может быть представлено в виде

$$\vec{H} = \sum_{n=0}^{\infty} A_n \vec{H}_n, \quad \vec{E} = \sum_{n=0}^{\infty} A_n \vec{E}_n.$$

Коэффициенты A_n находятся с помощью комплексной леммы Лоренца:

$$4A_n \Pi_n = A_n \cdot 2c \int_0^{\infty} |H_{n,n}|^2 r dr = \int_V \vec{E}_n d\vec{v}. \quad (3.3.12)$$

В данной формуле справа интегрирование ведется по области, занятой сторонними модами внутри волновода, Π_n — погон энергии, переносимый n -й модой единичной амплитуды ($A_n = 1$).

Коэффициент возбуждения n -й моды сторонним источником (т.е. потери энергии источника (в единицу времени) на излучение n -й моды), очевидно, равен $W_n = |A_n|^2 \Pi_n$, откуда для рамки, с учетом (3.3.6) и (3.3.12), находим

$$W_n = \frac{4x^2 I^2 a^4 \beta_n^4}{c q_0^{1/2}} \exp(-2\beta_n^2 a^2) [\Psi(-n, 2; 2\beta_n^2 a^2)]^2 (n+1), \quad (3.3.13)$$

где I — амплитуда тока в рамке,

Из формулы (3.3.13) следует, что величина коэффициента возбуждения W_n определяется параметром $a^2 \beta_n^2$, т.е. отношением радиуса рамки к поперечному масштабу поля свистовой моды.

Если $k_0 q_0^{1/2} \gg \alpha$ спектр волновых чисел k_{zn} квазинепрерывен, и источник возбуждает много мод, это означает фактически переход к однородной среде. В самом деле, оценим суммарную энергию, которую источник теряет (в единицу времени) на излучение свистовых мод: $W_c = \sum_n W_n$.

Условие $\Delta k_z = \sqrt{2} \alpha \ll k_0 (q_0^{1/2} - 2\sqrt{\epsilon_1})$ позволяет перейти от суммирования по n к интегрированию по k_z . Так как в однородной плазме волны с $k_z < 2k_0 \sqrt{\epsilon_1}$ не распространяются, естественно выбрать $k_{zp} = 2k_0 \sqrt{\epsilon_1}$ в качестве нижнего предела области интегрирования. Считая, что $\alpha k_0 a^2 \ll 2\sqrt{2\mu}$, находим

$$W_c = x^2 c^{-1} I^2 a^4 k_0^4 q_0^{3/2} S, \quad (3.3.14)$$

где $S = \frac{1}{2} \mu^{-1/2} - \left[1 + \ln \left(\frac{1}{2} \mu^{-1/2} \right) \right]$. Укажем для сравнения, что потери энергии на возбуждение гармоник с волновыми числами

k_z , лежащими выше точки перегиба $k_z = k_0 q_0^{1/2} + 3^{-1/4}$ на вол-

новой поверхности, также даются выражением (3.3.14), где

$$S = 3^{1/4} - \left(1 + \frac{1}{4} \ln 3\right) \approx 0,05.$$

Следовательно, при достаточно малых μ волны с $k_{zp} - k_z < k_s$ в однородной среде излучаются гораздо эффективнее.

ВЛИЯНИЕ НЕЛИНЕЙНЫХ ЭФФЕКТОВ НА СТРУКТУРУ ПОЛЯ И ИМПЕДАНСНЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ИСТОЧНИКОВ В ПЛАЗМЕ

При достаточно большой амплитуде поля источника линейное приближение становится неприменимым, и уравнения Максвелла должны решаться совместно с уравнениями для концентрации и температуры частиц плазмы. Ниже рассмотрены само-согласованные квазистационарные распределения поля и плазмы, которые формируются в окрестности антенны как в изотропном случае, так и при наличии внешнего магнитного поля. Исследуется влияние нелинейных эффектов на энергетические характеристики антенн. Основное внимание уделено эффектам самовоздействия поля в резонансных условиях, когда возмущения параметров плазмы максимальны.

Как уже отмечалось, распределение концентрации частиц в окрестности антенны зависит от характера взаимодействия частиц с ее поверхностью (оседание, зеркальное или диффузное отражение и т.д.), что существенно усложняет анализ нелинейных эффектов в переменном поле антенны. Поэтому мы ограничимся учетом эффектов оседания в разреженной изотропной плазме. Вначале рассматривается высокочастотный случай, когда в целом интервале частот $\omega \gg \omega_{pe}$ оседание приводит к локализации резонанса и возмущений плазмы на поверхности $\omega_{pe}(\vec{r}) = \omega$. Специальный раздел посвящен исследованию низкочастотной нелинейности, обусловленной нелинейным видом статических вольт-амперных характеристик антенной системы в плазме.

При наличии внешнего магнитного поля последовательно рассмотрены стрякционные (в разреженной плазме), тепловые и ионизационные (в достаточно плотной плазме) эффекты самовоздействия в ближней зоне электрической дипольной антенны.

4.1. ТЕОРИЯ СВЧ-ЗОНДА В ИЗОТРОПНОЙ ПЛАЗМЕ

Рассмотрим возмущения плазмы и электрического поля вблизи сферического^{*} СВЧ-зонда, который поглощает оседающие на его поверхность частицы. Такая модельная задача позволяет учесть все основные особенности поведения разреженной плазмы вблизи антенны: неоднородность, давление высокочастотного поля на плазму, тепловое движение заряженных частиц.

Как отмечалось в гл.3, наличие потока частиц на поглощающий зонд приводит к появлению члена с первой производной электрического поля в разложении индукции по параметру $v_{Te}/\omega a$, причем вблизи источника он является определяющим:

$$D_{\nu} = D = Q / r^2, \quad (4.1.1)$$

$$D = \epsilon_H(r) - i \frac{v_{Te}}{\omega} \frac{\omega_{pe}^2}{\sqrt{\pi} \omega^2} \frac{a^2}{r^2} \frac{dE}{dr}. \quad (4.1.2)$$

Здесь $\epsilon_H(r) = 1 - 4\pi e^2 N(r) / m \omega^2$ — диэлектрическая проницаемость холдовой плазмы, остальные обозначения такие же, как в разд. 3.1.2.

В бесстолкновительной плазме статическое распределение концентрации вокруг сферы радиуса $a \gg v_{Te} / \omega_{pe}$, поглощающей заряженные частицы, вне области нарушения квазинейтральности имеет вид [2]:

$$N_0(r) = N_{\infty} (1 - a_0^2 / r^2), \quad (4.1.3)$$

где N_{∞} — невозмущенная концентрация, коэффициент $a_0^2 = a_0^2(\varphi_0) \approx a^2/4$ характеризует возмущения, связанные с поглощением частиц на поверхности зонда. При наличии высокочастотного поля концентрации плазмы возмущаются также под действием ponderomotorной силы. Если амплитуда поля не слишком велика ($|E| < E_p$, где $E_p = (\beta m \omega^2 a T / e)^{1/2}$ — плазменное поле), получаем

$$N(r) = N_0(r) (1 - |E|^2 / E_p^2). \quad (4.1.4)$$

С учетом выражений для концентрации уравнение (4.1.2) в безразмерных переменных $\tilde{E} = E_p a_0^2 / Q$, $x = r / a_0$ (где $\rho = \omega_{pe} / \omega$) представляется следующим образом:

^{*})

Все полученные в этом разделе результаты легко переносятся на случай цилиндрического зонда.

$$-\mu \frac{d\zeta}{d\tau} + \epsilon_H(\tau, |\zeta|^2) \zeta = 1, \quad (4.1.5)$$

где $\mu = \frac{4\pi r_e}{\sqrt{\pi} \omega \alpha_0} \exp(-e\varphi_0/2T)$; $\epsilon_H = \epsilon_\infty \tau^2 + 1 + \beta(\tau^2 - 1)|\zeta|^2$;
 $\epsilon_\infty = \frac{\omega^2}{\omega_{p\infty}^2} - 1$; $\beta = Q^2 / \rho^4 \alpha_0^4 \epsilon_p^2$. С помощью замены переменных

$$\Phi(\tau) = \zeta(\tau) \exp \left[\frac{1}{\mu} \int_{\tau_0}^{\tau} \epsilon_H(\tau', |\zeta|^2) d\tau' \right]. \quad (4.1.6)$$

формальное решение уравнения (4.1.5), удовлетворяющее граничному условию $\zeta \rightarrow 0$ при $\tau \rightarrow \infty$, записывается в виде следующей квадратуры:

$$\Phi(\tau) = \frac{1}{\mu} \int_{\infty}^{\tau} \exp \left[\frac{1}{\mu} \int_{\tau_0}^{\tau'} \epsilon_H(\tau'', |\zeta(\tau'')|^2) d\tau'' \right] d\tau'. \quad (4.1.7)$$

Если $\mu \ll 1$ асимптотическое вычисление интеграла (4.1.7) дает явное решение уравнения (4.1.5). При этом можно выделить две области значений параметра ρ .

1. $\rho \neq 1$, т.е. в невозмущенной плазме концентрация электронов меньше критической. Тогда, как следует из решения (4.1.7), в нулевом приближении по μ электрическое поле описывается "холодным" уравнением

$$\zeta(\tau) = 1/\epsilon_H(\tau, |\zeta|^2) = [\epsilon_\infty \tau^2 + 1 + \beta(\tau^2 - 1)|\zeta|^2]^{-1}. \quad (4.1.8)$$

Уравнение (4.1.8) определяет ζ как действительную функцию, монотонно спадающую с ростом τ . Приведем асимптотические выражения для $\zeta(\tau)$ на больших расстояниях от источника.

Если $\rho \neq 1$ ($\epsilon_\infty \neq 0$), то при $\tau \rightarrow \infty$ электрическое поле ведет себя как поле заряженного шара в однородном диэлектрике:

$$\zeta(\tau) = 1/\epsilon_\infty \tau^2. \quad (4.1.9)$$

Если же в невозмущенной плазме концентрация равна критической ($\rho = 1$), поле при $\tau \rightarrow \infty$ равно

$$\zeta(\tau) = (\beta \tau^2)^{-1/2}. \quad (4.1.10)$$

Из формул (4.1.8), (4.1.10) видно, что при $\epsilon_0 \rightarrow 0$ поле медленно убывает с ростом x , а объем, занятый полем, растет по мере приближения концентрации к критической.

2. Качественно иное поведение поля возникает при $\rho > 1$, когда концентрация невозмущенной плазмы больше критической. В этом случае может реализоваться равенство

$$\epsilon_H(x=x_s) = -\epsilon_0 |x_s^2 + 1 + \beta(x_s^2 - 1)| \Phi(x_s) |^2 = 0, \quad (4.1.11)$$

которое определяет положение точки стационарной фазы $x = x_s$ для интеграла (4.1.7). Если поле на источнике не слишком велико (условия см. ниже), реализуется одна стационарная точка. При этом легко написать аналитическое решение уравнения (4.1.5),

Как показывает вычленение интеграла (4.1.7) методом стационарной фазы, можно выделить три характерные области в пространстве $x > 1$ в зависимости от величины

$$\Psi_s(x) = \int_{x_s}^x \epsilon_H dx'$$

В области значений $x < x_s$, не слишком близких к точке x_s , где $|\Psi_s(x)| \gg \mu$, электрическое поле описывается выражением

$$\begin{aligned} \xi(x) &= \left(2x/\mu \left. \frac{d\epsilon_H}{dx} \right|_{x=x_s} \right)^{1/2} \cdot \\ &\cdot \exp \left[-\frac{i}{\mu} \Psi_s(x) + i \frac{\pi}{4} \right] + \frac{1}{\epsilon_H(x, |\xi|^2)}. \end{aligned} \quad (4.1.12)$$

Здесь поле состоит из бегущей к источнику волны постоянной амплитуды с быстро меняющейся в пространстве фазой и "пьедестала" — медленно изменяющейся функции координат.

В области $x > x_s$, $|\Psi_s(x)| \ll \mu$, далекой от источ. яка, в нулевом приближении по параметру $|\Psi_s(x)|/\mu$ получаем для поля уравнение (4.1.8). Амплитуда электрического поля находится из него как действительный корень кубического уравнения. Из трех корней только один удовлетворяет граничному условию $\xi(x) \rightarrow 0$ на бесконечности: при $x \rightarrow \infty$ его асимптотика дается формулой (4.1.9).

В переходной области $x \approx x_s$, размер которой определяется условием $|\Psi_s(x)| \approx \mu$, электрическое поле меняет свою структуру от быстро осциллирующей (при $x < x_s$) к плавной зави-

симости от x (при $x > x_s$). В окрестности перевальной точки в первом порядке по параметру $|\Psi_s(x)|/\mu$ имеем

$$\Phi(x) \approx \varphi(x) \approx -\frac{1}{\mu} \left[\left(\pi \mu / \left. \frac{\partial \epsilon_H}{\partial x} \right|_{x=x_s} \right)^{1/2} e^{i \frac{\pi}{4}} - (x - x_s) \right]. \quad (4.1.13)$$

Это выражение позволяет связать значения функций $|\varphi(x)|$ и $\partial|\varphi|^2/\partial x$ в точке x_s и с учетом соотношения (4.1.11) получить систему уравнений для определения неизвестных параметров задачи: x_s — координаты "скачка" поля, и $\varphi_s = |\varphi(x_s)|$ — амплитуды поля на "скачке":

$$b(x_s^2 - 1)\varphi_s^2 - x_s^2 + |\epsilon_\infty|^{-1} = 0, \quad (4.1.14)$$

$$\varphi_s^2 \left[(1 - b\varphi_s^2)^{3/2} + \frac{b}{\sqrt{2}d} \varphi_s \right] = \frac{\pi}{2d} (1 - b\varphi_s^2). \quad (4.1.15)$$

Здесь введены параметры $b = \beta / |\epsilon_\infty|$, $d = \mu |\epsilon_\infty|^{1/2}$.

В дальнейшем мы не будем интересоваться детальным анализом структуры поля в переходной области, ограничиваясь нахождением амплитуды поля на скачке φ_s , координаты x_s и размера переходной области Δl . Этой информации достаточно для определения импеданса антенного зонда.

В линейном приближении $b=0$ из уравнений (4.1.14), (4.1.15) получаем

$$\varphi_s^0 = \pi^{1/2} / \mu^{1/2} |\epsilon_\infty|^{1/4}; \quad x_s^0 = |\epsilon_\infty|^{-1/2}. \quad (4.1.16)$$

Найдем вначале нелинейные поправки к этим значениям для очень малой амплитуды поля на источнике, когда

$$\frac{b}{d^{3/2}} = \frac{\beta}{\mu^{3/2} |\epsilon_\infty|^{7/4}} \ll 1. \quad (4.1.17)$$

Легко видеть, что в этом случае (его можно назвать квазилинейным) амплитуда поля на скачке падает, а координата скачка растет:

$$\varphi_s = \varphi_s^0 (1 - \pi^{1/2} b / 4d^{3/2}) = \varphi_s^0 - \pi\beta / 4\mu^2 |\epsilon_\infty|^2, \quad (4.1.18)$$

$$x_s = x_s^0 (1 + \pi\beta / 4\mu |\epsilon_\infty|^{3/2}). \quad (4.1.19)$$

Заметим, что в квазилинейном случае (как и в линейном) величина скачка определяется амплитудой плазменной волны

и значительно превышает (в $\mu^{1/2} |\epsilon_\infty|^{1/4}$ раз) амплитуду поля на источнике. Ширину переходной области Δl можно найти из условия $|\Psi_s(\tau)| = \mu$, которое дает $\Delta l \approx \Phi_s d(|\epsilon_\infty|)^{-1/2} = \mu / \sqrt{\pi}$. В квазилинейном приближении отсюда получаем

$$\Delta l_A \approx \mu^{1/2} / |\epsilon_\infty|^{1/2} \ll r_s^0. \quad (4.1.20)$$

При увеличении параметра нелинейности β достаточно быстро наступает нелинейный режим, когда амплитуда скачка перестает зависеть от параметра пространственной дисперсии μ и определяется величиной поля на поверхности зонда и близостью невозмущенной концентрации к критической. Действительно, при $\beta \gg d^{3/2}$ амплитуда поля на скачке удовлетворяет уравнению

$$\Phi_s^3 = \frac{\pi}{\sqrt{2}\beta} (1 - \beta \Phi_s^2), \quad (4.1.21)$$

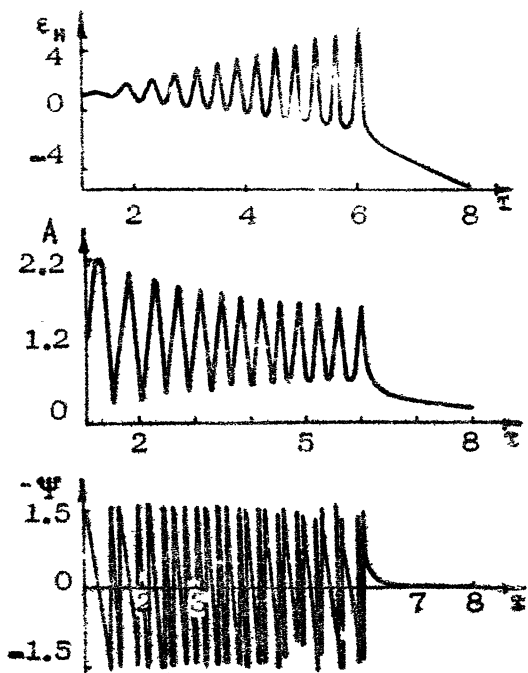
которое не зависит от μ . Если при этом β остается малым по сравнению с единицей, решение уравнения (4.1.21) имеет вид

$$\Phi_{sn} = \left(\frac{\pi}{\sqrt{2}\beta} \right)^{1/3} = (\pi |\epsilon_\infty| / \sqrt{2}\beta)^{1/3}. \quad (4.1.22)$$

Отсюда следует, что в нелинейном режиме амплитуда поля на скачке $\Phi_{sn} \ll \Phi_s^0$ и падает с ростом β . Координата скачка при $\beta \ll 1$ по порядку величины остается равной $r_s^0 = |\epsilon_\infty|^{-1/2}$, а ширина скачка в этом приближении равна

$$\Delta l_n \approx \mu (|\epsilon_\infty| / \beta)^{1/3} \ll r_s^0. \quad (4.1.23)$$

В сильнонелинейном режиме, когда $\beta \gg 1$, как показывают численные расчеты, решение уравнения (4.1.5) выходит на квазипериодический режим со счетным числом нулей диэлектрической проницаемости ϵ_n , определяемым величиной параметра β . Характерная зависимость амплитуды и фазы поля $\vec{E} = A e^{i\Psi}$ от τ , полученная на ЭВМ, показана на рис.4.1. Видно, что в области, занятой осцилляциями поля, фаза Ψ изменяется монотонно по закону, близкому к линейному, что позволяет построить приближенное решение уравнения (4.1.5) в этой области (см. подробнее [69]). Не будем приводить соответствующие расчеты, ограничиваясь оценкой координаты и величины скачка, определяющей потерю на возбуждение



Р и с. 4.1. Зависимость A, Ψ и ϵ_H от расстояния до поверхности зонда при $\mu = 0,1$; $\beta = 0,1$; $\epsilon_\infty = 0,1$; $\delta/d^{1/2} = 177,8$

плазменной волны в сильно нелинейном режиме:

$$\Phi_{\text{сн}} \approx b^{-1/2} = (|\epsilon_\infty| / \beta)^{1/2}; \quad (4.1.24)$$

$$T_{\text{сн}} = (\alpha \beta^{1/2} / \sqrt{2} |\epsilon_\infty|^{3/2})^{1/2}.$$

Интересно, что полученное $T_{\text{сн}}$ с точностью до множителя $\sqrt{3}/\sqrt{2}\pi$ равна тому значению z_1 , при котором решение "холодного" уравнения (4.1.8) становится многозначным.

Так как импеданс зонда определяется выражением

$$Z = - \int_{-\infty}^{\infty} E dz / i\omega Q,$$

его действительную часть, обусловленную возбуждением плазменной волны, можно оценить следующим образом:

$$R \approx - \frac{E_s \Delta l}{i \omega Q} = \frac{(\Delta l)^2}{\omega \mu \rho^2 \alpha_0}, \quad (4.1.25)$$

где
$$E_s = \frac{Q}{\rho^2 \epsilon_0^2} \exp\left(-i \frac{\pi}{4}\right) \varphi_s -$$

— электрическое поле на скачке. Для линейного, нелинейного и сильно нелинейного режимов работы СВЧ-зонда получаем соответственно:

$$\begin{aligned} R_0 &= (\omega \alpha_0 \rho^2 |\epsilon_\infty|^{-1/2})^{-1}, \quad b \ll d^{3/2}, \\ R_N &= (\mu |\epsilon_\infty|^{7/6} / \beta^{2/3}) R_0, \quad d^{3/2} \ll b \ll d, \\ R_{CN} &= (\mu |\epsilon_\infty|^{3/2} / \beta) R_0, \quad b \gg d. \end{aligned} \quad (4.1.26)$$

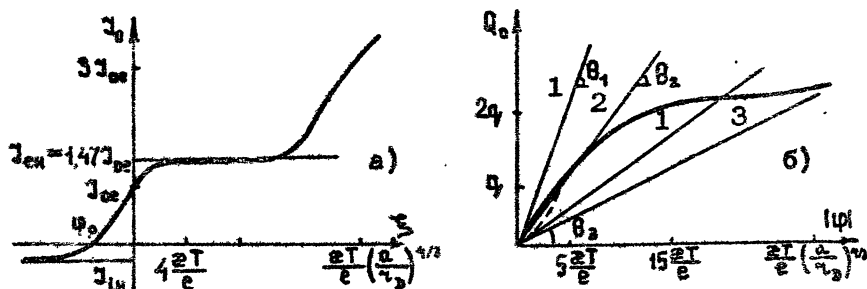
Из приведенных выражений видно, что с ростом параметра β потери на возбуждение плазменной волны падают. Нелинейность вместе с тем ограничивает величину поля и импеданса при стремлении концентрации невозмущенной плазмы к критической ($\rho \rightarrow 1$, $\epsilon_\infty \rightarrow 0$). Наконец, в отличие от линейного случая, при достаточно большом β импеданс существенно зависит от параметра пространственной дисперсии μ . Таким образом, в бесстолкновительной плазме при $\omega \beta \neq \omega_{p0}$ или $\mu \rightarrow 0$ нелинейность качественно меняет структуру электрического поля и величину входного импеданса СВЧ-зонда.

4.2. НИЗКОЧАСТОТНЫЙ ЗОНД В ИЗОТРОПНОЙ ПЛАЗМЕ

Как известно, изолированный проводник, помещенный в плазму, заряжается отрицательно, а его потенциал приобретает значение $\varphi_p = -A_i \epsilon T_p / e$, при котором полный ток на зонд равен нулю. Постоянная $A_i \geq 1$ зависит от ионного состава плазмы [2, 55]. Вблизи поверхности зонда образуется область нарушения квазинейтральности (двойной слой) толщиной в несколько радиусов Дебая. В равновесном случае упругого отражения частиц от поверхности проводника двойной слой экранирует заряд источника. При отсутствии равновесия (например, для поглощающего зонда) возмущения плазмы и поля

могут быть значительными и в области квазинейтральности за пределами двойного слоя.

Если потенциал зонда меняется относительно плазменного φ_p , ток в его цепи I уже не равен нулю; изменяется при этом и заряд Q на поверхности зонда.



Р и с. 4.2. Вид зондовых характеристик в изотропной плазме. На рисунке б сплошная кривая - $Q_0(\varphi)$ при $\theta_1 > \theta_2$; пунктиром показано поведение $Q_0(\varphi)$ в области малых φ при $\theta_1 < \theta_2$. Углы наклона прямых: $\theta_1 = 2a \left(\frac{a}{r_D} \right)^{1/2}$; $\theta_2 = 0.188a \left(\frac{a}{r_D} \right)$; $\theta_3 = a$

Расчет статических зависимостей $I_0(\varphi)$ и $Q_0(\varphi)$, которые в дальнейшем будем называть вольт-амперной и вольт-кулонной характеристиками, составляет задачу теории плазменного зонда [55-57]. Характерный вид зондовых характеристик в изотропной плазме изображен на рис.4.2.

Нас в первую очередь интересует ситуация, когда потенциал, подаваемый на зонд (излучающую антенну), наряду с постоянной имеет переменную составляющую на частоте ω : $\varphi = \varphi_0 + u_0 \cos \omega t$. В настоящем разделе рассматривается случай настолько низких частот $\omega < \omega_{pi}$, что ток в цепи зонда успевает следить за изменением потенциала, изменяясь в соответствии со статическими характеристиками: $I(\varphi) = I_0(\varphi) + (\partial/\partial t)Q_0(\varphi)$. В силу нелинейности этих характеристик в системе появляются гармоники переменного тока, кратные ω . Для рассматриваемого случая низких частот амплитуды всех гармоник легко найти с помощью разложения в ряд Фурье:

$$I(t) = I^0 + \sum_{k=1}^{\infty} (I^k \cos k\omega t + \omega u_0 I^k \sin k\omega t) \quad (4.2.1)$$

Если функции $J_0(\varphi)$ и $Q_0(\varphi)$ не имеют особенностей, амплитуды гармоник записываются в виде

$$I^k = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} J_0(\varphi_0 + u_{\sim} \cos \omega t) \cos k \omega t d(\omega t), \quad (4.2.2)$$

$$C^k = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \frac{dQ_0}{d\varphi}(\varphi_0 + u_{\sim} \cos \omega t) \sin \omega t \sin k \omega t d(\omega t). \quad (4.2.3)$$

Разумеется, при достаточно малых амплитудах переменного напряжения существенны только нулевая гармоника $I^0 = J_0(\varphi_0)$ и первые гармоники, характеризующие дифференциальное сопротивление и дифференциальную емкость зонда на основной частоте. Комплексный импеданс зонда при этом записывается в виде

$$Z = u_{\sim} / (I^1 + i \omega u_{\sim} C^1) = \left(\left. \frac{dJ_0}{d\varphi} \right|_{\varphi_0} - i \omega \left. \frac{dQ_0}{d\varphi} \right|_{\varphi_0} \right)^{-1}. \quad (4.2.4)$$

Формула (4.2.4) показывает, что цепь зонда состоит из сопротивления

$$R_A = \left(\left. \frac{dI_0}{d\varphi} \right|_{\varphi_0} \right)^{-1} \text{ и емкости } C_A = C^1 = \left. \frac{dQ_0}{d\varphi} \right|_{\varphi_0},$$

"подключенных" параллельно друг другу.

Если же в интервале $(\varphi_0 - u_{\sim}, \varphi_0 + u_{\sim})$ существенна нелинейность зондовых характеристик, тогда: 1) нулевая гармоника I^0 содержит обусловленное детектированием приращение постоянного тока на зонд $\Delta I = I^0 - J_0(\varphi_0)$; 2) сопротивление $R = u_{\sim} / I^1$ и емкость зонда $C = C^1$ на частоте ω (их иногда называют динамическими) отличаются от соответствующих дифференциальных характеристик; 3) в цепи зонда появляются гармоники тока на частотах $2\omega, 3\omega$ и т.д.

Приведем значения импедансных характеристик низкочастотного зонда для некоторых практически важных случаев, считая плазму однородной и изотермической, а зонд - поглощающим.

Рассмотрим вначале одиночный сферический зонд, радиус которого a велик по сравнению с дебаевским. Если зонд

не заряжен и его потенциал относительно плазмы равен нулю, ток электронов на зонд $J_{e0} = eN_0 \sqrt{2\pi m} S_0$ (N_0 - концентрация электронов, S_0 - площадь зонда) в $\sqrt{M/m}$ раз превышает ток ионов J_{i0} . Вблизи точки $\psi=0$ справедлива формула [2]: $J_0 = J_{e0} (1 + e\psi/2T)$. Следовательно, в этой точке дифференциальное сопротивление $R_A = 2T/e J_{e0}$. Как показывают численные расчеты [2], в области $0 < \psi \leq \psi_k$, где $\psi_k = (2T/e)(a/r_c)^{4/3}$, ток J_0 монотонно возрастает, приближаясь к току насыщения электронов $J_{en} = 1,47 J_{e0}$, так что уже при $\psi \approx 2T/e$ дифференциальное сопротивление весьма мало. Однако при очень высоких значениях потенциала $\psi \geq \psi_k$, когда толщина двойного слоя $(r_c - a)$ становится сравнимой с радиусом зонда, ток $J_0(\psi)$ начинает расти пропорционально $\psi^{5/7}$ в соответствии с ростом радиуса r_c области нарушения квазинейтральности:

$$J_0(\psi) = 1,47 e N_0 \left(\frac{8\pi 2T}{m} \right)^{1/2} r_c^2(\psi); \quad (4.2.5)$$

$$r_c = 0,8 a \left(\frac{\psi}{\psi_k} \right)^{3/7}$$

Поэтому при $(\psi_0 - u_-) \geq \psi_k$ сопротивление зонда равно

$$R = R_A \left(1 + \frac{u_-^2}{49 \psi_0^2} \right)^{-1},$$

$$R_A = \frac{7 \psi_0}{6 J_0(\psi_0)} \approx 1,8 \frac{\psi_0^{1/7} \psi_k^{6/7}}{J_{en}}. \quad (4.2.6)$$

Если потенциал зонда отрицателен, электроны являются отталкивающимися частицами и подчиняются распределению Больцмана, так что их ток легко вычисляется: $J_e = J_{e0} \exp(e\psi/2T)$. Ток ионов в той области, где он сравним с электронным ($\psi \leq \psi_p$), меняется слабо и близок к ионному току насыщения J_{in} (J_{in} лишь множителем порядка единицы отличается от тока ионов на незаряженный зонд J_{i0}). Суммарный ток представляется в виде ряда

$$I = J_e - J_{in} = J_{e0} \exp\left(\frac{e\psi_0}{2T}\right) \cdot \left[I_0 \left(\frac{e u_-}{2T} \right) + 2 \sum_{k=1}^{\infty} I_k \left(\frac{e u_-}{2T} \right) \cos k\omega t \right] - J_{in}, \quad (4.2.7)$$

где $I_\lambda(\psi u_- / \varrho T)$ - модифицированная функция Бесселя λ -го порядка. Таким образом, в области $\psi < 0$ амплитуды всех гармоник определяются простыми аналитическими выражениями. Из формулы (4.2.7), в частности, следуют выражения для приращения постоянного тока на зонд в результате деактивирования переменного сигнала

$$\Delta I = I_{e0} \operatorname{erf} \left(\frac{\varrho \psi_0}{\varrho T} \right) \left[I_0 \left(\frac{\varrho u_-}{\varrho T} \right) - 1 \right] \quad (4.2.8)$$

и для динамического сопротивления зонда

$$R = u_- \operatorname{erf} \left(- \frac{\varrho \psi_0}{\varrho T} \right) / 2 I_{e0} I_1 \left(\frac{\varrho u_-}{\varrho T} \right). \quad (4.2.9)$$

Перейдем к вычислению динамической емкости сферического зонда. Для этого необходимо знать поведение вольт-кулонной характеристики $Q_0(\psi)$. Исследованию зависимости $Q_0(\psi)$ в литературе по теории плазменного зонда уделялось сравнительно мало внимания. Наиболее детальные расчеты проведены в монографии [2]. Так, для поглощающего зонда расчет с использованием ЭВМ показал, что при достаточно больших значениях потенциала $\psi \gg \varrho T/e$ (но $\psi < \psi_K$) напряженность электрического поля на его поверхности определяется выражением

$$E_n = (4\pi N_0 \varrho T)^{1/2} \left[1,66 \left(\frac{\varrho \psi}{\varrho T} \right)^{1/2} - 2,83 \right]^{1/2}. \quad (4.2.10)$$

Так как $Q = a^2 E_n$, из выражения (4.2.10) легко находится дифференциальная емкость

$$C_A = 0,3 a \left(\frac{a}{r_D} \right) \left(\frac{\varrho \psi_0}{\varrho T} \right)^{-1/2} \left[\left(\frac{\varrho \psi_0}{\varrho T} \right)^{1/2} - 1,7 \right]^{-1/2} \quad (4.2.11)$$

Динамическая емкость определяется более громоздким выражением. Приведем его для случая $\varrho \psi \gg \varrho T$:

$$C = 2 a \left(\frac{a}{r_D} \right) \left(\frac{\varrho T}{\varrho u_-} \right) \left(\frac{\varrho \psi_0}{\varrho T} \right)^{1/4} \times \\ \times \left(1 - \frac{u_-^2}{\psi_0^2} \right)^{1/8} P_{1/4}^1 \left[\left(1 - \frac{u_-^2}{\psi_0^2} \right)^{-1/2} \right], \quad (4.2.12)$$

где $P_{1/4}^1$ - функция Лежандра 1-го рода.

В случае очень высоких потенциалов $\psi \gg \psi_K$ концентрация как притягивающихся, так и отталкивающихся частиц в окрест-

ности зонда стремится к нулю, поэтому дифференциальная емкость стремится к своему вакуумному значению $C_{\text{вак}} = a$.

К интересному результату приводит рассмотрение области достаточно малых потенциалов $\varphi \ll eT/e$. При этом двойной слой в окрестности зонда не формируется, и возмущения γ газы обусловлены "затенением" частиц телом поглощающего зонда. Поэтому падение потенциала определяется ходом поля во всей толще плазмы, а не в узкой области нарушения квазинейтральности (как было в случае $\varphi \gg eT/e$). Записывая концентрации электронов и ионов как функции потенциала в линейном по $e\varphi/eT$ приближении, уравнение для потенциала можно привести к виду [2]

$$\frac{1}{\xi^2} \frac{d}{d\xi} \left(\xi^2 \frac{d\varphi^*}{d\xi} \right) = \left(\frac{a}{r_D} \right)^2 \left(1 + \frac{1}{\sqrt{1-1/\xi^2}} \right) \times \left[\varphi^* - \frac{\varphi_0^*}{\xi^2 (1 + \sqrt{1-1/\xi^2})} \right], \quad (4.2.13)$$

где $\varphi^* = e\varphi/eT$, $\xi = r/a$; $\varphi_0^* = e\varphi_0/eT$ — потенциал поверхности зонда. Так как $a \gg r_D$, решение этого уравнения в нулевом приближении по r_D/a можно представить в виде

$$\varphi^* = \varphi_0^* / \left(1 + \sqrt{1-1/\xi^2} \right) \xi^2. \quad (4.2.14)$$

Это выражение, однако, не описывает структуру электрического поля $E = -d\varphi/dr$ вблизи поверхности проводника, ибо при $\xi \rightarrow 1$ его производная обращается в бесконечность. Интегрируя уравнение (4.2.13) в области $(\xi^2 - 1) \ll 1$ и "сшивая" результат с решением (4.2.14) при $\xi^2 = 1 + (2r_D/a)^{2/3}$, для потенциала в окрестности зонда получим

$$\varphi^* = \varphi_0^* \left[1 - \left(\frac{a}{2r_D} \right)^{2/3} \left(1 - \frac{1}{\xi^2} \right) \right]. \quad (4.2.15)$$

Отсюда сразу находим заряд зонда при малых φ_0 : $Q = 2\varphi_0 \times a(a/2r_D)^{2/3}$, и дифференциальную емкость в точке $\varphi_0 = 0$:

$$C = C_{\text{вак}} = 2a \left(\frac{a}{2r_D} \right)^{2/3}. \quad (4.2.16)$$

Полученный результат очевидным образом отличается от используемого обычно для оценок значения емкости двойного слоя ширины r_D : $C = a(a/r_D)$.

Выше рассматривались характеры тики зонда, поглощающего все попадающие на его поверхность заряженные частицы.

Для сравнения укажем, что для тела, упруго отражающего частицы, устанавливается равновесное распределение как для отталкивающихся, так и для притягивающихся частиц. При этом напряженность электрического поля на поверхности зонда для любых значений потенциала определяется простой формулой [2]:

$$E_n = 2\sqrt{2} \cdot \frac{aT}{e r_D} \cdot \operatorname{sh} \left(\frac{e\varphi}{2aT} \right),$$

т.е. экспоненциально возрастает с ростом потенциала поверхности. При любых φ формируется двойной слой толщиной порядка дебаевского радиуса; дифференциальная емкость имеет вид

$$C_A = \sqrt{2} a \left(\frac{n}{r_D} \right) \operatorname{ch} \left(\frac{e\varphi}{2aT} \right). \quad (4.2.17)$$

Таким образом, характеристики отражающего и поглощающего зондов существенно отличаются. При частичном отражении и поглощении могут реализоваться промежуточные случаи. Оценки показывают, однако, что для зонда в космической плазме практически всегда осуществляется случай поглощающего зонда, а частичное отражение частиц не меняет качественно его характеристик.

Использование одиночного зонда в качестве излучающей (штыревой) антенны, очевидно, предполагает периодическое изменение его потенциала относительно плазмы. Эту задачу можно осуществить, подавая на антенну потенциал относительно проводящей поверхности достаточно большой площади: $S \gg S_a \sqrt{M/m}$, где S_a — площадь поверхности антенны, M — характерная масса ионов [55]. В лабораторных условиях такой поверхностью может служить металлическая стенка плазменной камеры, в космосе — корпус ракеты или спутника. В космических условиях, однако, более удобно зачастую применять дипольную электрическую антенну, прикладывая разность потенциалов между двумя симметричными электродами. Если частота переменного напряжения достаточно мала, целесообразно рассматривать дипольную электрическую антенну как двойной зонд и использовать зондовую вольт-амперную характеристику.

Поскольку дипольная антенна в целом изолирована, из условия равенства нулю полного тока на нее следует, что мгновенные значения токов, текущих на каждое плечо, равны

между собой и противоположены по знаку: $J_1 = -J_2$. Мгновенные потенциалы первого и второго плеч изолированной антенны относительно плазмы φ_1 и φ_2 отрицательны, поэтому выражения для токов можно записать в виде

$$\begin{aligned} J_1 &= J_{e0} e^{\pm \mu} \left[\frac{\varphi_1(t)}{V_e} \right] - J_{in}, \\ J_2 &= J_{e0} e^{\mp \mu} \left[\frac{\varphi_2(t)}{V_e} \right] - J_{in}, \end{aligned} \quad (4.2.18)$$

где $V_e = \pm T/e$. Из условия $J_1 = -J_2 = I$ следует зависимость тока I в цепи антенны от приложенного между электродами переменного напряжения $\varphi_1(t) - \varphi_2(t) = u(t)$:

$$I(u) = J_{in} \operatorname{th} [u(t)/2V_e]. \quad (4.2.19)$$

Таким образом, ток в антенне не превышает J_{in} , поскольку в симметричной системе максимальный электронный ток не может превысить ионный ток насыщения.

Полагая $u(t) = u_m \cos \omega t$, с помощью формулы (4.2.2) найдем динамическое сопротивление $R = (I_1/u_m)^{-1}$ для двойного зонда:

$$R^{-1} = \frac{2J_{in}}{\pi u_m} \int_0^{\pi} \operatorname{th} \left[\frac{u_m}{2V_e} \cos \omega t \right] \cos \omega t d(\omega t). \quad (4.2.20)$$

В пределе малых и больших амплитуд переменного напряжения легко найти явные выражения для сопротивления:

$$\begin{aligned} R^{-1} &= \frac{J_{in}}{2V_e} \left(1 - \frac{u_m^2}{16V_e^2} \right), \quad u_m \ll 2V_e, \\ R^{-1} &= \frac{2J_{in}}{\pi u_m} \left(1 - \frac{\pi^2}{6} \frac{V_e^2}{u_m^2} \right), \quad u_m \gg 2V_e. \end{aligned} \quad (4.2.21)$$

С ростом u_m сопротивление растет, и при $u_m \gg 2V_e$ $R \propto u_m$. Разумеется, характеристики двойного зонда можно менять, создавая постоянную разность потенциалов (наряду с переменной) между электродами или между антенной и плазмой. Этому вопросу коснемся ниже, в гл. 6.

Следует отметить, что вопрос о влиянии процессов взаимодействия частиц с ближним полем высокочастотной антенны (в частности, процессов оседания) на ее импедансные характери-

стики нуждается в дальнейшем детальном исследовании. В этой связи большой интерес представляет учет магнитного поля, инерции ионов с повышением частоты (см. [70]), а применительно к космическим экспериментам — движения спутника относительно плазмы, находящейся в геомагнитном поле [71]. Что касается приведенных в этом разделе оценок, то, как показывает анализ лабораторных экспериментов (см. далее гл.6), эти оценки оказываются достаточными для объяснения ряда особенностей работы низкочастотных антенн не только в изотропной, но и в магнитоактивной плазме.

4.3. ИСТОЧНИК В РАЗРЕЖЕННОЙ МАГНИТОАКТИВНОЙ ПЛАЗМЕ

4.3.1. Основные уравнения

Рассмотрим поле стороннего тока в однородной магнитоактивной плазме, осциллирующего с частотой ω . Всюду в дальнейшем характерный масштаб источника L считается малым по сравнению с длиной электромагнитной волны λ , что является условием эффективного возбуждения электростатических волн источником и позволяет использовать вблизи него квазиэлектростатическое приближение. Записывая систему гидродинамических уравнений для высокочастотных движений плазмы, находим уравнение, связывающее амплитуду ВЧ-потенциала с величиной низкочастотных возмущений компонент тензора диэлектрической проницаемости ϵ_{1n} , ϵ_{3n} , q_n :

$$\frac{2i}{\Omega_0} \Delta \frac{\partial \varphi}{\partial t} + \epsilon_1 \Delta_{\perp} \varphi + \epsilon_3 \frac{\partial^2 \varphi}{\partial z^2} + G \Delta \frac{\partial^2 \varphi}{\partial z^2} + i s_0 \frac{\partial^2 \varphi}{\partial z^2} - \quad (4.3.1)$$

$$- \kappa^2 \varphi = - \nabla_{\perp} (\epsilon_{1n} \nabla_{\perp} \varphi) - \frac{\partial}{\partial z} \left(\epsilon_{3n} \frac{\partial \varphi}{\partial z} \right) - i [\nabla \varphi \nabla q_n]_z - 4 \pi p_{ст.}$$

Здесь $\epsilon_1, \epsilon_3, q$ — невозмущенные значения компонент тензора ϵ_{ij} , $\Omega_0 = \mu (1 + \mu^2) / \mu' \omega$, $\mu^2 = -\epsilon_1 / \epsilon_3$; $s_0 = \delta \epsilon_1 / \mu^2 + \delta \epsilon_3$; $\kappa^2 = \frac{\omega^2}{c^2} \left(\frac{q}{1 + \mu^2} - \epsilon_1 \epsilon_3 \right)$;

остальные обозначения введены в разд. 2.3. При выводе уравнения (4.3.1) использовалась стандартная процедура усреднения по высокой частоте [72], взаимодействие высокочастотных колебаний между собой не учитывалось.^{*)}

Линейный оператор в левой части уравнения (4.3.1) описывает дисперсионные свойства электростатических волн, возбуждаемых сторонним источником, наличие которого учитывает член $-4\pi p_{ct}$ в правой части. Другие слагаемые в правой части — поправки, связанные с возмущениями концентрации и внешнего магнитного поля.

В дальнейшем плазма считается холодной ($N_0/8\pi N_e T \gg 1$), что позволяет возмущениями магнитного поля пренебречь [52]. Относительный вклад различных нелинейных членов может быть разным в тех или иных частотных диапазонах. Так, при $\omega \rightarrow \Omega_{нг}$ максимален член, связанный с возмущением компоненты ρ [75,76]. При $\Omega_{нг} \ll \omega$ наоборот, этим членом, как правило, можно пренебречь. В данном разделе рассмотрим случай, когда частота ω , находясь в одном из интервалов: $\Omega_{нг} < \omega < \min(\omega_{pe}, \omega_{ne})$, $\max(\omega_{pe}, \omega_{ne}) < \omega < \Omega_{вг} = (\omega_{pe}^2 + \omega_{ne}^2)^{1/2}$, не слишком близка к резонансным частотам плазмы $\omega_{pe}, \omega_{ne}, \Omega_{нг}, \Omega_{вг}$, что наряду с условием малости возмущений концентрации электронов ($n = (N_e - N_0)/N_0 \ll 1$), позволяет записать уравнение (4.3.1) в виде

$$\frac{2i}{\omega} \frac{\Omega_{вг}^2 - 2\omega^2}{\Omega_{вг}^2 - \omega^2} \Delta \frac{\partial \varphi}{\partial t} + \varepsilon_1 \Delta_{\perp} \varphi + \varepsilon_3 \frac{\partial^2 \varphi}{\partial z^2} + G \Delta \frac{\partial^2 \varphi}{\partial z^2} + S_0 \frac{\partial^2 \varphi}{\partial z^2} - \kappa^2 \varphi - \frac{\omega_{pe}^2 \omega_{ne}^2}{\omega^2 (\Omega_{вг}^2 - \omega^2)} \frac{\partial}{\partial z} n \frac{\partial \varphi}{\partial z} = -4\pi p_{ct} \quad (4.3.2)$$

Связь возмущений концентрации с полем, замыкающая уравнение (4.3.2), представляет собой в общем случае интегральное соотношение между n , $|\varphi'_z|^2$ и $|\nabla_{\perp} \varphi|^2$, но в простейших ситуациях она является локальной [72]. В статическом приближении, когда характерные времена нелинейных процессов велики по сравнению с временем установления максвелловского распределения ионов в низкочастотном электрическом поле, эта связь имеет вид

*) О возможных параметрических эффектах в окрестности источника см. в работах [73,74].

$$n = -E_p^{-2} \left(\left| \frac{\partial \cdot}{\partial z} \right|^2 + \frac{\omega^2}{\omega^2 - \omega_{He}^2} |\nabla_{\perp} \psi|^2 \right), \quad (4.3.3)$$

где $E_p = [4\pi\omega^2(T_e + T_i)/e^2]^{1/2}$ — плазменное поле.

В линейном приближении ($n=0$) уравнение (4.3.2) описывает установление резонансной структуры поля источника. Как отмечалось в гл.2, поле резко возрастает на особых характеристиках, и нелинейные эффекты здесь должны быть наиболее сильными. В области пересечения особых характеристик X_{cp} (с масштабом порядка L) найти аналитические решения системы нелинейных уравнений (4.3.2)–(4.3.3), за исключением простейших случаев, по-видимому, невозможно. Однако вне области X_{cp} уравнение можно упростить, пользуясь квазиодномерностью поля вблизи резонансной поверхности. Предполагая (без ограничения общности), что интересующее нас направление на резонансном конусе лежит в плоскости τz , перейдем в систему отсчета с осью τ , ориентированной вдоль характеристической поверхности, и перпендикулярной к ней осью ξ : $\tau = z \cos \alpha + t \sin \alpha$, $\xi = z \sin \alpha - t \cos \alpha$ (угол $\alpha \neq 0, \pi/2$). Будем считать также выполненными не-

$$\left| \frac{\partial(\psi, n)}{\partial \xi} \right| \gg \left| \frac{\partial(\psi, n)}{\partial \tau} \right|,$$

означающие, что с учетом самовоздействия поле источника сохраняет квазиодномерный характер и направлено по нормали к резонансной поверхности. Тогда, в пренебрежении электромагнитной поправкой, уравнения (4.3.2), (4.3.3) примут вид

$$-i \frac{\partial^2 E}{\Omega \partial \xi^2 \partial t} + p_e \left(\frac{\partial E}{\partial \tau} + p_z \frac{E}{2\tau} \right) - p_e R^2 \frac{\partial^3 E}{\partial \xi^3} - i s \frac{\partial E}{\partial \xi} + \frac{p_e}{2} \frac{\partial}{\partial \xi} n E = 0, \quad (4.3.4)$$

$$n = -\omega^2 |E|^2 / \omega_{pe}^2 E_p^2. \quad (4.3.5)$$

Здесь $E = -\frac{\partial \psi}{\partial \xi}$, $\Omega = \Omega_p / p_e$, $p_e = |e, \epsilon_3|^{-1/2}$,

$$R^2 = p_e \mu^2 |G| / 2(1 + \mu^2),$$

$$s = \frac{p_e}{\omega} \cdot \frac{p_e}{2} (2\omega_{pe}^2 + \omega_{He}^2 - 3\omega^2) / (\omega_{He}^2 - \omega^2); \quad p_z = 0$$

в двумерной задаче и $\rho_v = 1$ в трехмерной, $\rho_\epsilon = \text{sign } \epsilon_1$, $\rho_\sigma = \text{sign } \sigma$. Заметим, что введенный здесь характерный масштаб пространственной дисперсии R множителем $\sqrt{3}$ отличается от использованного в гл.2.

Будем искать стационарные решения системы уравнений (4.3.4)–(4.3.5), задавая условия убывания поля, возмущений концентрации и их производных при $|\mathbf{R}| \rightarrow \infty$, а также соответствующие краевые условия на границе области пересечения характеристик $\tau = \tau_0$, т.е. вблизи поверхности источника. Ниже, для определенности, рассматривается простейший случай, когда в силу малости возмущенной концентрации поле описывается в области X_ρ линейными выражениями. Поэтому при $\tau = \tau_0$ считаются заданными линейное поле источника $E_0 = E(\tau_0, \mathbf{R})$ и распределение возмущений концентрации в этом поле.

Уравнения (4.3.4)–(4.3.5) с указанными граничными условиями позволяют исследовать эффекты "накапливания" нелинейности при удалении от источника, обусловленные медленным спаданием поля (или его возрастанием, связанным с геометрической фокусировкой характеристик) вблизи резонансной поверхности.

4.3.2. Образование скачков концентрации и поля. Гистерезис

Пусть выполняются условия $E_M^2/E_S^2 \gg R^2/L^2$, s , где L – характерный масштаб источника, E_M – поле на его поверхности, $E_S = \sqrt{2} \omega_{pe} E_p / \omega \beta_c^{1/2}$. Тогда, как показывают оценки, пространственной дисперсией и столкновениями вблизи источника можно пренебречь, и стационарное распределение поля описывается уравнением

$$\frac{\partial E}{\partial \tau} + \rho_v \frac{E}{2\tau} - \frac{\partial}{\partial \mathbf{R}} (E |\mathbf{E}|^2) = 0. \quad (4.3.6)$$

Здесь поле нормировано на E_S и считается для определенности, что $\rho_\epsilon = 1$.

Полагая

$$E = \left(\frac{L}{\tau}\right)^{\rho_v/2} A e^{i\psi},$$

перейдем к системе уравнений для амплитуды и фазы поля:

$$-\frac{\partial A}{\partial \tau} - 3 \left(\frac{L}{r} \right)^{p_2} A^2 \frac{\partial A}{\partial \xi} = 0, \quad (4.3.7)$$

$$\frac{\partial \Psi}{\partial \tau} - \left(\frac{L}{r} \right)^{p_2} A^2 \frac{\partial \Psi}{\partial \xi} = 0. \quad (4.3.8)$$

Пусть задано дипольное распределение стороннего заряда:

$$\rho_{ст}(\vec{r}) = \frac{L}{2\pi} \left(\rho_x \frac{\partial}{\partial x} + \rho_z \frac{\partial}{\partial z} \right) (r^2 + L^2)^{-3/2}, \quad \rho_y = 0, \quad (4.3.9)$$

$$\rho_{ст}(\vec{r}) = \frac{L}{\pi^2} \left(\rho_x \frac{\partial}{\partial x} + \rho_y \frac{\partial}{\partial y} + \rho_z \frac{\partial}{\partial z} \right) (r^2 + L^2)^{-2}, \quad \rho_z = 1. \quad (4.3.10)$$

В этих формулах ρ_x, ρ_y, ρ_z — компоненты дипольного момента \vec{p} , образующего угол γ с магнитным полем, $r = |\vec{r}|$.

В линейном приближении электрическое поле двумерного источника (4.3.9) вблизи резонансной поверхности не зависит от τ :

$$E_0(\xi) = i \rho p_x \sin(\alpha - \gamma) (\xi + iL)^{-2}. \quad (4.3.11)$$

При $\rho_x = 0$ решение уравнения (4.3.7), удовлетворяющее граничному условию $E(\tau_0, \xi) = E_0(\xi)$, можно представить в виде

$$A = A_0 (1 + \xi^2/L^2)^{-1}; \quad \xi = \xi_0 - 3A^2 \tau', \quad (4.3.12)$$

где $A_0 = E_H/E_a$, $E_H = \rho p_x \sin(\alpha - \gamma)/L^2$, $\tau' = \tau - \tau_0$.

Из уравнений (4.3.12) следует, что гладкий при $\tau = \tau_0$ профиль амплитуды поля источника с ростом τ становится круче, его максимум отклоняется от невозмущенной резонансной поверхности в направлении, противоположном внешнему магнитному полю (при $\rho_x = -1$ — по направлению магнитного поля). Начиная с $\tau'_c = 18L/25\sqrt{5}A_0^2$, решение становится трехзначным в некотором интервале $\xi \in [\xi_1, \xi_2]$ *).

Поле трехмерного источника (4.3.10) в линейном приближении равно

*)

Тот факт, что в системах с плоской геометрией нелинейность приводит к опрокидыванию плавного профиля амплитуды поля, заданного на границе, был установлен в работах [77, 78].

$$E_0(\tau, \xi) = - \frac{3\rho\beta_c^{3/2} \sin(\alpha - \gamma)}{4\sqrt{2} \tau^{1/2}} (\xi + iL)^{-5/2} \quad (4.3.13)$$

Поэтому граничное условие для уравнения (4.3.7) при $\rho_1 = 1$ имеет вид

$$A(\tau_0, \xi) = A_0 (1 + \xi^2/L^2)^{-5/4}, \quad A_0 = 3\rho\beta_c^{3/2} \sin(\alpha - \gamma) / 4L^3 E_0,$$

и решение этого уравнения записывается следующим образом:

$$A = A_0 (1 + \xi^2/L^2)^{-5/4}; \quad \xi = \xi_0 - 3A^2 L \ln \frac{\tau}{\tau_0}. \quad (4.3.14)$$

Отсюда следует, что в трехмерной задаче максимум амплитуды поля с ростом τ падает пропорционально $\tau^{-1/2}$; в три этом смещается в сторону отрицательных ξ , но скорость смещения с ростом τ уменьшается: $(d\xi/d\tau)_{\max} = -3A_0^2 L/\tau$. Так как $d\xi/d\tau \propto A^2$, профиль амплитуды становится круче, и производная $\partial A^2/\partial \xi$ обращается в бесконечность при $\tau_c = \tau_0 \exp(A_0^{-2})$.

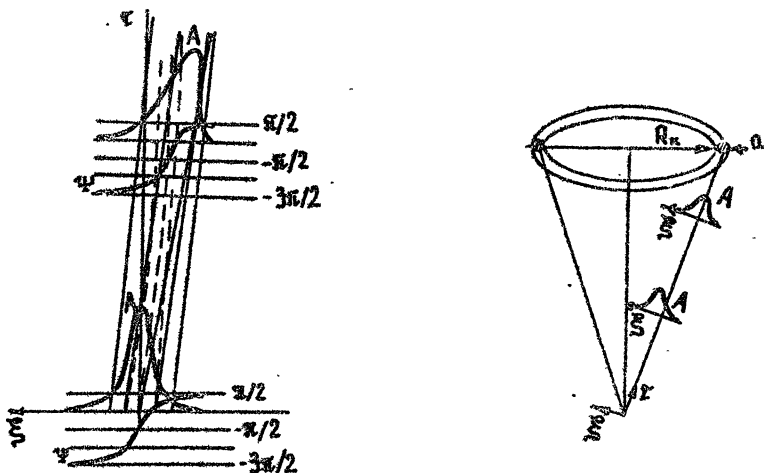
Таким образом, и в трехмерной задаче нелинейность "подчеркивает" резонансный характер распределения поля, приводя к образованию резких градиентов поля и возмущений концентрации плазмы.

Зная распределение амплитуды электрического поля, с помощью уравнения (4.3.8) легко найти распределение фазы. При $\rho_1 = 1$, например, получим $\Psi = \Psi(\tau_0, \xi_0)$ на кривых, определяемых обыкновенным дифференциальным уравнением $d\xi/d\tau = -(L/\tau)A^2(\xi, \tau)$, где $A^2(\xi, \tau)$ задается уравнением (4.3.14). Так как в любой фиксированной точке наклон линии постоянной фазы (по отношению к невозмущенной характеристике) в три раза меньше, чем для линии постоянной амплитуды (характеристики уравнения (4.3.7)), с ростом τ область быстрого изменения фазы смещается по ξ медленнее, чем область максимума амплитуды (рис.4.3). Поэтому в окрестности точки опрокидывания амплитуды относительные изменения фазы малы.

Заметим, что укороченное уравнение для поля (4.3.6) позволяет исследовать не только компактные трехмерные источники, но и системы с более сложной геометрией, способные фокусировать электростатические волны. Такой системой в ряде экспериментов, проведенных в последнее время, служило тонкое металлическое кольцо [79,80]. Стрикционное самовоздействие поля в фокальной области для такого источника изучалось численно (с учетом пространственной диспер-

сии) в работе [81], где показано, в частности, что под действием стрикционной силы фокус приближается к плоскости кольца. Этот вывод нашел подтверждение в эксперименте [82].

Покажем, что с помощью уравнения (4.3.6) структура поля в окрестности фокуса может быть найдена аналитически.



Р и с. 4.3. Распределение амплитуды и фазы поля двумерного источника при $\tau = \tau_0$ и $\tau \approx \tau_c$. Пунктиром показаны линии постоянной фазы

Р и с. 4.4. Поле заряженного кольца

Пусть плотность стороннего заряда $\rho_{ст}(\vec{r})$, распределенного на окружности радиуса R_k , определена выражением (4.3.9), в котором $\rho = \rho_z / 2\pi R_k$ - дипольный момент единицы длины, ρ_z - суммарный дипольный момент кольца, $\rho = \rho_z, R_k \gg \lambda$. Выберем систему координат с центром в точке фокуса $z_{ф} = -R_k / \beta$ и осями τ и ξ , ориентированными вдоль и поперек невозмущенной резонансной поверхности (рис.4.4). При $\tau \gg L$ справедливо уравнение (4.3.6). Теперь, однако, граничное условие должно быть задано при некотором $\tau \approx R_k(1 + \beta^2)^{1/2} \beta^{-1} \gg L$, а самосогласованное распределение поля и возмущений плазмы ищется при $\tau < \tau_0$, но $\tau > L$. Вблизи поверхности кольца структура поля такая же, как в двумерной задаче, поэтому граничное условие имеет вид $E(\tau_0, \xi) = A_0 (i + \xi_0 / L)^{-2}$, где $A_0 = \rho \beta_c \sin \alpha / L^2 E_s$.

Решение уравнения (4.3.7) тогда определяется формулами

$$A = A_0 \left(\frac{\tau_0}{L} \right)^{1/2} \left(1 + \frac{\xi_0^2}{L^2} \right)^{-1}; \quad \xi = \xi_0 - 3LA^2 \ln \frac{\tau}{\tau_0}. \quad (4.3.15)$$

По мере приближения к фокусу максимум амплитуды поля возрастает пропорционально $\tau^{-1/2}$, профиль амплитуды поля и возмущений концентрации укручивается, "центр тяжести" его смещается в сторону положительных ξ , т.е. под действием стрикционной нелинейности точка фокуса приближается к плоскости кольца. При $\tau_c = \tau_0 \exp(-18L/25\sqrt{5}\tau_0 A_0^2)$ производная $\partial A^2 / \partial \xi$ обращается в бесконечность, и при $\tau < \tau_c$ профиль амплитуды (4.3.15) является трехзначным. Соответствующие формулы применимы, однако, лишь для достаточно больших A_0 , когда $\tau_c > L$.

Во всех рассмотренных случаях нелинейность приводит к опрокидыванию профиля амплитуды поля и неоднозначным решениям. Данный эффект служит проявлением того обстоятельства (установленного в работе [83]), что при фиксированном значении электрической индукции могут существовать три состояния плазмы с различными значениями поля $E_1 < E_2 < E_3$ и концентрации электронов, одно из которых (E_1) неустойчиво. Вытекающая из этого факта возможность образования скачков концентрации и поля в неоднородной изотропной плазме впервые рассмотрена в работе [84]. Как видно из вышеизложенного, в магнитоактивной плазме возможность образования скачков реализуется (при наличии источника) уже в однородной среде, что обусловлено своеобразием дисперсионных свойств электростатических волн и структуры поля источника.

Результаты работ [85,86] показывают, что в задаче о деформации области плазменного резонанса в линейном слое изотропной плазмы координата скачка на интервале неоднозначности не подчиняется какому-либо универсальному правилу и зависит от конкретного механизма, определяющего структуру скачка. Аналогичная ситуация имеет место в данной задаче, как видно будет из анализа, учитывающего пространственную дисперсию и нелокальную нелинейность. Что касается модели, описываемой уравнением (4.3.6), то в ее рамках для определения координаты скачка можно, следуя работе [84], воспользоваться соображениями о медленном включении поля стороннего источника.

Рассмотрим в качестве примера двумерный источник (4.3.9). Пусть параметр $A_0 = E_H / E_3$ достаточно медленно воз-

растает, так что в заданной окрестности источника ($\tau < \tau_c$) поле в каждый момент описывается стационарным уравнением (4.3.6) с граничным условием (4.3.11). Квадрат амплитуды поля на границе представим в виде $A^2(\tau_0, \xi_0) = A_0^2 F(\xi_0)$, где $F(\xi_0) = (1 + \xi_0^2/L^2)^{-2}$. Будем рассматривать поле (4.3.12) на заданном расстоянии от источника $\tau = \tau_p$. Амплитуда $A(\tau_p, \xi)$ является однозначной функцией ξ

до тех пор, пока $A_0^2 < A_3^2 = [3\tau_p' F'(\xi_{03})]^{-1}$, где ξ_{03} — положительное решение уравнения $F''(\xi_0) = 0$. Когда $A_0 = A_3$,

производная $\partial A^2 / \partial \xi$ обращается в бесконечность в точке $\xi_3 = \xi_{03} - 3\tau_p' A_3^2 x$

$\times F(\xi_{03})$, и при дальнейшем возрастании A_0 функция $A(\tau_p, \xi)$ является трехзначной в интервале $\xi \in [\xi_1, \xi_2]$ (рис. 4.5). В точках ξ_1, ξ_2

$\partial A^2 / \partial \xi = \infty$, поэтому координаты точек $(\xi_0)_{1,2}$ на границе, из которых "приходит" возмущение в точки $\xi_{2,1}$, определяется уравнением

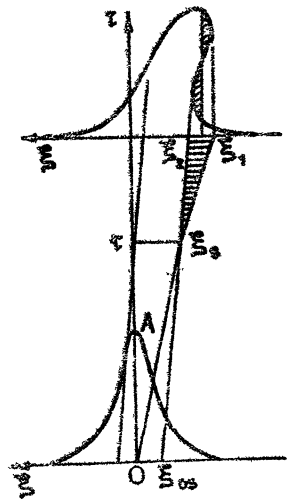
$$3\tau_p' A_0^2 |F'(\xi_0)| = 1.$$

Чтобы проследить за изменением интервала неоднозначности $[\xi_1, \xi_2]$ при увеличении A_0 , рассмотрим малое приращение $\delta^2 = A_0^2 - A_3^2 \ll A_3^2$. Для точек $\xi_{1,2}$ получим выражение

$$\xi_{0,1,2} = \xi_0 - 3\tau_p' \delta^2 F(\xi_{03}) \mp \delta \frac{\delta^2}{A_3^4} \left[\frac{3}{2} \tau_p' |F'''(\xi_{03})| \right]^{-1/2}. \quad (4.3.16)$$

Отсюда видно, что интервал неоднозначности смещается как целое со скоростью $v = -3\tau_p' F(\xi_{03}) dA_0^2/dt$, а границы его медленно раздвигаются:

$$(\xi_2 - \xi_1)'_{\xi} = 3 \frac{\delta}{A_3^4} \left[\frac{3}{2} \tau_p' |F'''(\xi_{03})| \right]^{-1/2} \frac{dA_0^2}{dt}.$$



Р и с. 4.5. Построение скачка на профиле амплитуды поля. Горизонтальная штриховка — область неоднозначности

Следовательно, при включении поля скачок должен образоваться на ближайшем к невозмущенной характеристике краю интервала неоднозначности; когда рост поля источника сменяется его уменьшением, скачок ждет приближения точки ξ_2 и затем перемещается вместе с ней до точки ξ_1 , после чего решение становится однозначным. Таким образом, в данной модели имеет место гистерезис. Однако, чтобы сделать вывод о возможности реализации гистерезиса в конкретном эксперименте, нужно решать задачу с учетом конкретных механизмов, определяющих структуру скачка и динамику его установления.

4.3.3. Влияние столкновений

С учетом столкновений поле источника вблизи резонансной поверхности удовлетворяет уравнению

$$\frac{\partial E}{\partial \tau} + \rho_\tau \frac{E}{2\tau} - \frac{\partial}{\partial \xi} (E |E|^2) - i s \frac{\partial E}{\partial \xi} = 0, \quad (4.3.17)$$

где поле E по-прежнему нормировано на E_s , $\rho_\tau = 1$. Полагая $\rho_\tau = 0$, $E = A e^{i\Psi}$, находим систему уравнений для амплитуды и фазы поля:

$$\frac{\partial A}{\partial \tau} - 3A^2 \frac{\partial A}{\partial \xi} + sA \frac{\partial \Psi}{\partial \xi} = 0, \quad (4.3.18)$$

$$\frac{\partial \Psi}{\partial \tau} - A^2 \frac{\partial \Psi}{\partial \xi} - \frac{s}{A} \frac{\partial A}{\partial \xi} = 0. \quad (4.3.19)$$

Характеристическая форма этой системы сводится к уравнениям

$$\left(-A^2 \pm \sqrt{A^4 - s^2}\right) \frac{dA}{d\tau} + sA \frac{d\Psi}{d\tau} = 0, \quad (4.3.20)$$

$$\frac{d\xi}{d\tau} = -2A^2 \pm \sqrt{A^4 - s^2}. \quad (4.3.21)$$

Характеристическое уравнение можно записать также в виде

$$\Psi = \int \left(\frac{A}{s} \mp \sqrt{\frac{A^2}{s^2} - \frac{1}{A^2}} \right) dA = C_{1,2}, \quad (4.3.22)$$

где $C_{1,2}$ - инварианты на характеристиках (4.3.21).

Выражение для характеристик показывает, что в зависимости от соотношения s и A^2 меняется тип исследуемой системы уравнений. При $A^2 > s$ характеристики вещественны, и система гиперболическая, при $A^2 < s$ характеристики мнимые, т.е. система эллиптического типа.

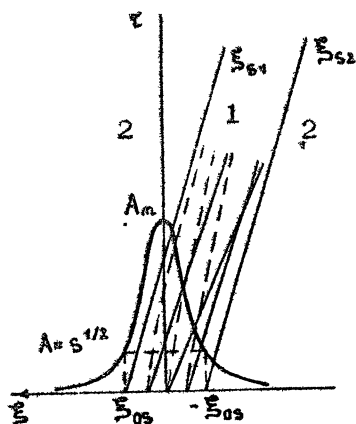
Пусть на границе задано плавное распределение поля (вида (4.3.11), например), — амплитуда которого имеет вид горба с максимумом A_m в центре. Если $A_m^2 < s$, поле всюду описывается эллиптическими уравнениями, при этом нелинейность может искажать линейную структуру поля (в случае $A_m^2 \approx s$), но эффект опрокидывания не имеет места. Если $A_m^2 = s$, система (4.3.20) эллиптическая всюду, за исключением особой характеристики $d\xi/d\tau = -2A_m^2$. Пользуясь инвариантами (4.3.22), легко показать, что на указанной характеристике $A = A_m = \text{const}$. Иными словами, максимум амплитуды поля не уменьшается при удалении от источника. Так как поток энергии пакета волн, в соответствии с уравнением (4.3.17), с ростом τ падает, должен падать характерный масштаб поперечного распределения поля, т.е. профиль поля становится более острым. Здесь, как и в отсутствие столкновений, нелинейность поддерживает резонансную структуру поля.

В случае $A_m^2 > s$ существуют две особые характеристики

$\xi_{s1,2} = \pm \xi_{0s} - 2s\tau$ (ξ_{0s} — точки на границе, в которых $A^2 = s$), и они делят пространство на области гиперболическости и эллиптичности. На прямых $\xi = \xi_{s1,2}$ $A = s^{1/2}$,

т.е. амплитуда поля постоянна.

Через каждую точку $\xi_{s2} < \xi < \xi_{s1}$ проходят характеристики двух семейств (4.3.21), вдоль которых распространяются волновые возмущения (рис. 4.6.). Представляют интерес условия, при которых возникает эффект опрокидывания амплитуды поля. Не пытаясь найти решение граничной задачи (4.3.11), (4.3.20) в явном виде и установить тем самым точные условия опрокидывания, рассмотрим задачу об



Р и с. 4. 6. Области гиперболическости (1) и эллиптичности (2) системы уравнений (4.3.18)–(4.3.19)

эволюции возмущения, заданного на фоне постоянного поля

$A^2 = A_0^2 > s$, $\Psi = \Psi_0$. Как увидим, ниже, решение этой задачи позволяет найти характерное значение амплитуды поля A_0 , при котором имеет место опрокидывание.

Рассмотрим решение $A = A_0 s^{1/2}$, $\Psi = \Psi_0$, удовлетворяющее системе (4.3.18)–(4.3.19). Малое возмущение на фоне этого решения будет распространяться, очевидно, вдоль характеристик $\xi = [\pm \tau, \tau = (-2A_0^2 \pm \sqrt{A_0^4 - s^2})\tau$. Поэтому можно искать решение в виде рядов [67]

$$A = A_0; \quad \Psi = \Psi_0, \quad \eta = \xi - [\tau, \quad \eta > 0;$$

$$A = A_0 + A_1(\tau)\eta + \frac{1}{2}A_2(\tau)\eta^2 + \dots, \quad \eta < 0. \quad (4.3.23)$$

$$\Psi = \Psi_0 + \Psi_1(\tau)\eta + \frac{1}{2}\Psi_2(\tau)\eta^2 + \dots,$$

Подставляя эти разложения в уравнения (4.3.18), (4.3.19) и последовательно приравнивая члены с одинаковыми степенями η , получаем

$$\begin{cases} (c + 3A_0^2)A_1 - sA_0\Psi_1 = 0, \\ (c^2 + A_0^2)\Psi_1 + \frac{s}{A_0}A_1 = 0; \end{cases} \quad (4.3.24)$$

$$\begin{cases} \frac{dA_1}{d\tau} - (c + 3A_0^2)A_2 + sA_0\Psi_2 + sA_1\Psi_1 - 6A_1^2 = 0, \\ \frac{d\Psi_1}{d\tau} - (c + A_0^2)\Psi_2 - \frac{s}{A_0}A_2 - 2A_1\Psi_1 + \frac{s}{A_0^2}A_1^2 = 0. \end{cases} \quad (4.3.25)$$

Приравнивая нулю детерминант системы (4.3.24), получаем очевидные выражения для характеристических скоростей:

$c_{1,2} = -2A_0^2 \pm \sqrt{A_0^4 - s^2}$. Эти выражения позволяют исключить из системы (4.3.25) A_2 и Ψ_2 . Исключая затем Ψ_1 с помощью (4.3.24), находим уравнение для функции $A_1(\tau)$, совпадающей с производной A_1' зна волновом фронте:

$$\sqrt{A_0^4 - s^2} \frac{dA_1}{d\tau} = \mp 8(A_0^2 \mp 2\sqrt{A_0^4 - s^2})A_1^2. \quad (4.3.26)$$

Уравнение (4.3.26) легко интегрируется:

$$A_1(\tau) = \lambda_1(0) \sqrt{A_0^4 - s^2} \left[\sqrt{A_0^4 - s^2} \pm \right. \\ \left. \pm 8 \left(A_0^2 \mp 2 \sqrt{A_0^4 - s^2} \right) A_1(0) \tau \right]^{-1}. \quad (4.3.27)$$

Решение (4.3.27) показывает, что на характеристике ζ_2 для любого $A_0^2 > s$ разрыв производной $A_1(0) > 0$ с ростом τ увеличивается и обращается в бесконечность при $\tau = \sqrt{A_0^4 - s^2} / 8 A_1(0) (A_0^2 + 2 \sqrt{A_0^4 - s^2})$. На характеристике ζ_1 положительный разрыв производной также растет, если $A_0^2 > 2s / \sqrt{3}$, но при обратном соотношении разрыв уменьшается, стремясь к нулю при $\tau \rightarrow \infty$. Для отрицательного разрыва $A_1(0) < 0$ ситуация противоположная: $|A_1(\tau)|$ может обратиться в бесконечность лишь на характеристике ζ_1 при условии $s < A_0^2 < 2s / \sqrt{3}$.

Конечно, вышеприведенный анализ, ограниченный частным случаем волны с разрывной производной, не может дать критерий опрокидывания плавного профиля (найти точный критерий для систем вида (4.3.18)–(4.3.19) оказывается, как правило, невозможным), однако он указывает на возможность эффекта опрокидывания на обоих семействах характеристик уже при малых $(A_0^2 - s^{1/2}) > 0$.

4.3.4. Влияние пространственной дисперсии

Если выполняется условие $z \ll R^2/L^2$, столкновения можно не учитывать, и структура поля вблизи резонансной поверхности определяется конкуренцией нелинейных и дисперсионных эффектов. Поле описывается уравнением $(\rho_\varepsilon = \rho_\beta = 1)$

$$\frac{\partial E}{\partial \tau} + \rho_\tau \frac{E}{2\tau} - R^2 \frac{\partial^3 E}{\partial \xi^3} - \frac{1}{E_s^2} \frac{\partial}{\partial \xi} (E|E|^2) = 0. \quad (4.3.28)$$

При $\rho_\tau = 0$ это уравнение изучалось в работах [77, 78, 87]. Здесь рассматривается трехмерная задача: $\rho_\tau = 1$ (следует работе [88]).

Напомним, что в линейном приближении дисперсия становится существенной на расстоянии $\tau_A = L(L/R)^2$ от источника; на этом расстоянии электрическое поле $E_A = E_0 R/L$. В данном разделе для удобства численных расчетов поле E нормируется на E_A , координаты τ и ξ — на τ_A и L соответ-

ственно, а в качестве источника рассматривается электрический монополюс $\rho_{ct} = qL\pi^{-2}(\tau^2 + L^2)^{-2}$, для которого $E_{ct} = q_{ct} R_c / 2\sqrt{2} L^2$. В безразмерных переменных уравнение (4.3.28) и граничное условие, заданное при $\zeta = \tau_0 = L$, имеют вид

$$\frac{\partial E}{\partial \tau} + \frac{E}{2\tau} - \frac{\partial^2 E}{\partial \xi^2} - A_0^2 \frac{\partial}{\partial \xi} (E|E|^2) = 0, \quad (4.3.29)$$

$$E_0 = \tau_0^{-1/2} (1 + \frac{\xi}{\tau_0})^{-2/3}, \quad (4.3.30)$$

где $A_0^2 = E_m^2 / E_s^2$ - безразмерный параметр, который по условию задачи является малым. Параметр τ_0 удовлетворяет неравенствам $R^2 / L^2 \ll \tau_0 \ll 1$.

Оценки показывают, что решение данной задачи определяется отношением малых параметров A_0^2 и τ_0 , первый из которых характеризует "скорость накопления" (с ростом τ) нелинейных, а второй - дисперсионных эффектов. Если это отношение достаточно велико ($A_0^2 / \tau_0 > 10$), третьей производной в уравнении (4.3.29) можно пренебречь. Тогда нелинейность приводит к укрупнению амплитуды поля, и при $\tau_c = \tau_0 \text{стр}(\sqrt{3}/4A_0^2)$ наступает опрокидывание. По мере приближения к точке τ_c , однако, становится существенной пространственная дисперсия. Из уравнения (4.3.29) следует, что для достаточно малого A_0^2 дисперсионный член сравнивается по величине с нелинейным при $\tau = A_0^2$. Как будет видно из численных расчетов, при дальнейшем увеличении τ в области крутого фронта от основного распределения поля отделяется уединенная волна, а пологий фронт становится изрезанным в результате возникновения на фоне холодного решения мелкомасштабной плазменной волны.

В случае $A_0^2 / \tau_0 \ll 10$ в уравнении (4.3.29) можно пренебречь нелинейным слагаемым, и его решение описывается формулами разд.2.3. Из этих формул видно, что при $\tau \approx 1$ в области $\xi > 0$ на фоне холодного поля появляется плазменная волна с характерной длиной $\lambda_A = \tau^{1/3}$. По мере удаления от источника область, занятая оциллициями поля, автомодельно расширяется. Роль нелинейности здесь сводится к смещению указанной области относительно линейного распределения в сторону отрицательных ξ , однако "скорость" этого процесса

с ростом τ падает, и суммарное смещение оказывается малым. В самом деле, рассмотрим линейное решение в интервале $\tau^{1/2} \ll \xi \ll \tau$, где амплитуда плазменной волны много больше величины холодного поля:

$$E = \tau^{-1} \left[\xi^{-1} - \frac{2}{\sqrt{3}} \operatorname{erf} \left(\frac{2i}{3\sqrt{3}} \xi \right) \right] \approx -\frac{2}{\sqrt{3}} \operatorname{erf} \left(\frac{2i}{3\sqrt{3}} \xi \right), \quad (4.3.31)$$

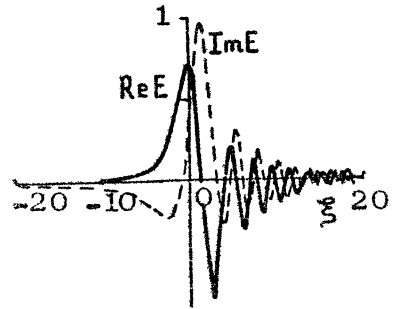
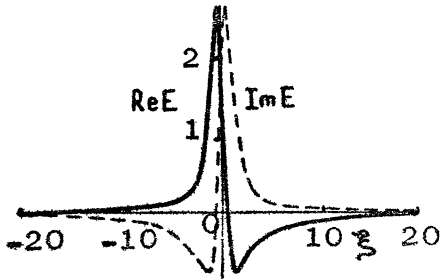
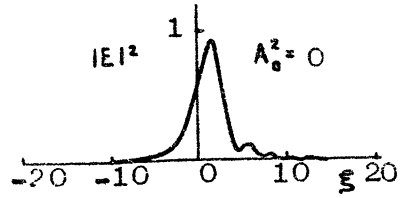
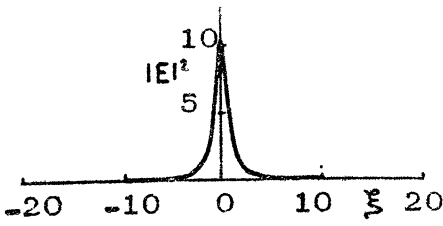
где $\xi = \xi^{3/2} \tau^{-1/2}$. Будем искать решение нелинейного уравнения (4.3.29) в виде

$$E = -\frac{2}{\sqrt{3}} \frac{1}{\tau} \operatorname{erf} \left[\frac{2i}{3\sqrt{3}} \frac{(\xi - f(\tau))^{3/2}}{\tau^{1/2}} \right]. \quad (4.3.32)$$

Легко убедиться, что уравнение удовлетворяется, если $f(\tau) = 4A_0^2/3\tau + \text{const}$. Так как дисперсионная структура развивается при $\tau \approx 1$, положим $\text{const} = -4A_0^2/3$; это дает грубую оценку величины суммарного смещения: $|\Delta\xi| \approx A_0^2$. Как видим, $|\Delta\xi| \ll \tau \ll 1$, что связано с убыванием поля при удалении от источника.

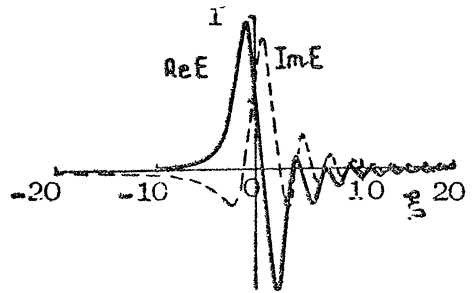
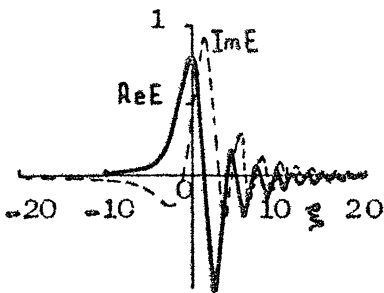
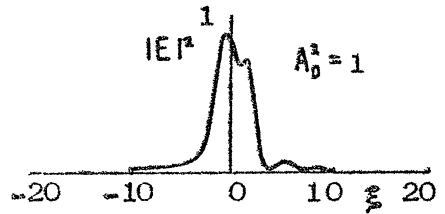
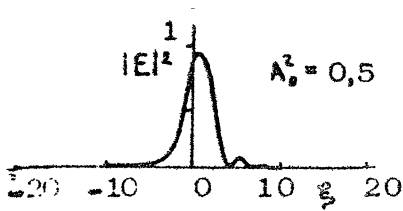
Результаты численного решения граничной задачи (4.3.29)–(4.3.30) приводятся на рис. 4.7. Граничное условие задавалось при $\tau_0 = 0,1$ (рис. 4.7, а). На графиках показаны распределения реальной и мнимой частей поля, а также квадрат модуля $|E|^2$ в зависимости от ξ при $\tau = 0,5$ для пяти значений $A_0^2: 0, 1/2, 1, 2, 5$. Заметим, что по условию задачи A_0^2 – малый параметр, но для удобства численных расчетов мы рассматривали также $A_0^2 = 1$, поскольку поведение поля качественно определяется отношением A_0^2/τ_0 .

Линейное решение, представленное на рис. 4.7, б, иллюстрирует развитие дисперсионной структуры на фоне холодного поля. На распределении $|E|^2$ при $\tau = 0,5$ видны осцилляции, а максимум этого распределения сдвинут в сторону положительных ξ . Рассмотрение случаев $A_0^2/\tau_0 = 5, 10$, отвечающих слабой и умеренной нелинейности, показывает, что влияние последней приводит к смещению картины поля в сторону отрицательных ξ . В области максимума поля на распределении $|E|^2$ появляются характерные искажения, и при $A_0^2/\tau_0 = 10$ максимум раздваивается. Относительная ампли-



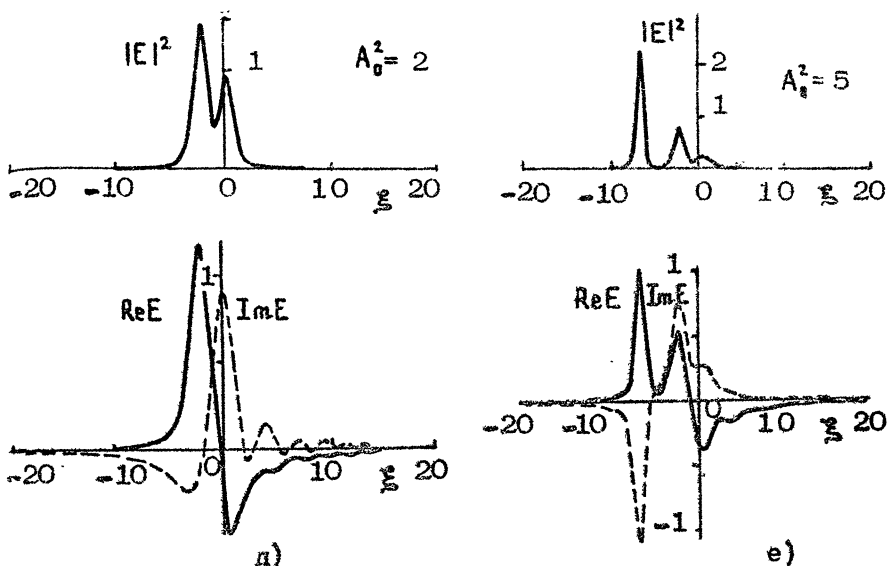
a)

b)



a)

r)



Р и с. 4.7. Распределение $|E|^2$, $\text{Re} E$ и $\text{Im} E$ вблизи резонансной поверхности „при $\zeta = 0$ (а) и $\zeta = 0,5$ (б-е) для различных значений A_0^2

туда плазменной волны в сравнении с линейным случаем уменьшается. С ростом нелинейности ($A_0^2/\tau_0 = 20$) отмеченные тенденции проявляются более ярко: искажения в области максимума $|E|^2$ становятся глубже, относительная амплитуда плазменной волны падает. Наконец, в случае сильной нелинейности ($A_0^2/\tau_0 = 50$) от основной части распределения в области максимума поля отделяется уединенная волна, которая смещается в сторону отрицательных z , однако с ростом ζ скорость ее перемещения уменьшается. Дополнительный анализ показал, что при дальнейшем увеличении A_0^2/τ_0 число уединенных волн, образующихся из данного граничного распределения, растет. Характерной особенностью уединенных решений (рис. 4.7, е) является то, что здесь реальная и мнимая части поля сдвинуты по фазе относительно друг друга на величину, значение которой не зависит от ζ и определяется граничным условием. Это обстоятельство помогает найти аналитическое выражение для уединенных решений, наблюдаемых в численном эксперименте.

Будем искать решение уравнения (4.3.29) в виде (ср. с [87])

$$E = \tau^{-1/2} F(\xi_1) \operatorname{стр} (i k_0 \xi_2) e^{i\theta_0}, \quad (4.3.33)$$

где $\xi_{1,2} = [\xi + C_{1,2} \ln(\tau/\tau_{1,2})] \tau^{-1/2}$; $C_{1,2}, \tau_{1,2}, \theta_0, k_0$ — действительные числа; F — искомая функция. Потребуем выполнения условия $2|C_{1,2}| \gg$

$\gg |\xi + C_{1,2} \ln(\tau/\tau_{1,2})|$. Тогда после подстановки (4.3.33) в (4.3.29) получаем уравнение для функции $F(\xi_1)$:

$$F''' + 3i k_0 F'' - (C_1 + 3k_0^2) F' - i(k_0^3 + k_0 C_2) F + A_0^2 [i k_0 F |F|^2 + (F |F|^2)'] = 0. \quad (4.3.34)$$

Если C_1 и C_2 удовлетворяют условиям $C_1 = \rho^2 - 3k_0^2, C_2 = 3\rho^2 - k_0^2$, где ρ — действительная константа, уравнение (4.3.34) принимает вид

$$(F'' - \rho^2 F + A_0^2 F |F|^2)' + 3i k_0 (F'' - \rho^2 F + \frac{A_0^2}{3} F |F|^2) = 0. \quad (4.3.35)$$

Для случая $k_0 \ll 1$ легко найти решение уравнения (4.3.35), убывающее на бесконечности: $F = (\sqrt{2}/A_0) \rho \operatorname{sech} \rho \xi_1$, так что при $k_0 = 0$ поле имеет вид

$$E_1 = \frac{\rho}{\tau^{1/2}} \frac{\sqrt{2}}{A_0} \operatorname{sech} \left[\frac{\rho}{\tau^{1/2}} \left(\xi + \rho^2 \ln \frac{\tau}{\tau_1} \right) \right] e^{i\theta_0}. \quad (4.3.36)$$

Видно, что с увеличением τ амплитуда уединенного решения (4.3.36) падает пропорционально $\tau^{-1/2}$, а его ширина увеличивается пропорционально $\tau^{1/2}$. Центр тяжести уединенной волны перемещается по нелинейной характеристике $\xi = -\rho^2 \ln(\tau/\tau_1)$, причем с ростом τ скорость перемещения уменьшается. Таким образом, характерные особенности уединенных решений, наблюдаемых при численном анализе, хорошо описываются выражением (4.3.36). Параметры ρ, τ_1 и θ_0 определяются граничным условием.

В случае $k_0 \gg 1$ с помощью (4.3.35) находим решение уравнения (4.3.29) в виде волнового пакета:

$$E_2 = \frac{\rho}{\tau^{1/2}} \frac{\sqrt{6}}{A_0} \operatorname{sech} \rho \xi_1 \operatorname{стр} (i k_0 \xi_2) e^{i\theta_0}. \quad (4.3.37)$$

Отметим, что при $k_0 > \rho/\sqrt{3}$ групповая скорость соответствующего волнового пакета отрицательна, т.е. противоположна по направлению скорости уединенных волн вида (4.3.36). Однако при численном анализе задачи (4.3.29)–(4.3.30) пакеты типа (4.3.37) не появляются, так как распределение поля на границе достаточно гладкое. По-видимому, такие решения могут быть результатом эволюции полей более сложных источников, например, электрического квадруполья. Так как переменные E , τ и ξ в решениях (4.3.36), (4.3.37) содержат нормировочные множители, зависящие от параметров источника, целесообразно представить эти решения в размерных переменных:

$$E_1 = E_m \left(\frac{2R}{\tau} \right)^{1/2} \operatorname{sech} \left[\frac{E_m}{E_s} \left(\frac{R}{\tau} \right)^{1/2} \left(\frac{\xi}{R} + \frac{E_m^2}{E_s^2} \ln \frac{\tau}{\tau_1} \right) \right] e^{i\theta_0}, \quad (4.3.38)$$

$$E_2 = E_m \left(\frac{6R}{\tau} \right)^{1/2} \operatorname{sech} \left\{ \frac{E_m}{E_s} \left(\frac{R}{\tau} \right)^{1/2} \left[\frac{\xi}{R} + \left(\frac{E_m^2}{E_s^2} - 3k_m^2 \right) \ln \frac{\tau}{\tau_1} \right] \right\} \times \\ \times \exp \left\{ i k_m \left(\frac{R}{\tau} \right)^{1/2} \left[\frac{\xi}{R} + \left(3 \frac{E_m^2}{E_s^2} - k_m^2 \right) \ln \frac{\tau}{\tau_2} \right] \right\} e^{i\theta_0}, \quad (4.3.39)$$

где $E_m, k_m, \tau_{1,2}, \theta_0$ – действительные константы.

Резюмируя результаты численных расчетов и соответствующего аналитического рассмотрения, можно утверждать, что уже слабая нелинейность приводит к существенным изменениям в структуре квазистационарного поля источника в разреженной магнитоактивной плазме. Очевидным результатом этих изменений должно быть перераспределение областей поглощения ВЧ-энергии по объему плазмы, окружающей источник.

4.4. ЭФФЕКТЫ НЕЛОКАЛЬНОЙ НЕЛИНЕЙНОСТИ В БЛИЖНЕМ ПОЛЕ АНТЕННЫ В ЗАМАГНИЧЕННОЙ ПЛАЗМЕ

4.4.1. Основные уравнения

Пусть источник стороннего тока, осциллирующего с частотой ω , находится в однородной слабоионизованной плазме. Пред-

полагая выполненными неравенства $\omega_{He} \gg \omega_{pe}, \omega$; $\omega_{He} \omega_{Hl} \gg \nu_{em} \nu_{im}$; $\nu_{em} \gg \nu_{ei}$, где ν_{em} и ν_{ei} - частоты столкновений электронов с молекулами и ионами, ν_{im} - частота столкновений ионов с молекулами, будем считать плазму сильно замагниченной и пренебрегать процессами переноса поперек магнитного поля.

Электрическое поле источника удовлетворяет уравнению (4.3.1) (с очевидными упрощениями, отвечающими условию сильной замагниченности), которое должно решаться совместно с уравнениями баланса концентрации и температуры электронов [17,90]:

$$\frac{\partial N_e}{\partial t} = \frac{\partial^2}{\partial x^2} D_A N_e + (\nu_i - \nu_a) N_e - \alpha_p N_e^2 + I_{вн}. \quad (4.4.1)$$

$$\frac{\partial T_e}{\partial t} = \frac{2}{3 N_e} \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{N_e T_e}{m \nu_{em}} \frac{\partial T_e}{\partial x} \right) - \delta_{em} \nu_{ei} (T_e - T_0) + \frac{e^2 \nu_{em} |E_x|^2}{3 m (\omega^2 + \nu_{em}^2)}. \quad (4.4.2)$$

Здесь $D_A = (T_e + T_i) / M \nu_{im}$ - коэффициент амбиполярной диффузии вдоль магнитного поля; T_e, T_i и T_0 - температуры электронов, ионов и молекул; δ_{em} - доля энергии, теряемой электроном при соударении с молекулой; ν_i - частота ионизации при столкновениях электронов с молекулами; ν_a - частота прилипания электронов; α_p - коэффициент электрон-ионной рекомбинации; $I_{вн}$ - мощность внешнего источника ионизации, поддерживающего равновесное значение концентрации заряженных частиц N_0 .

Будем искать стационарные решения системы (4.3.1), (4.4.1), (4.4.2) в предположении малости относительных возмущений концентрации $n = (N_e - N_0) / N_0$ и температуры $\theta = (T_e - T_0) / T_0$. Примем во внимание, что коэффициенты ν_i, ν_a и α_p , вообще говоря, зависят от температуры. Значение величины $\chi = T_0 (\partial \nu_i / \partial T - \partial \nu_a / \partial T - N_0 \partial \alpha_p / \partial T) |_{T=T_0}$, характеризующей изменение баланса ионизации при нагреве, определяется конкретными параметрами плазмы (химический состав, давление и т.д.). С учетом обозначений

$$L_N^2 = (T_e + T_i) / M \nu_{im} \alpha_p N_0; \quad L_T^2 = 2 T_0 / 3 m \delta_{em} \nu_{em}^2; \quad E_p^2 = 3 T_0 m =$$

$$* \delta_{em}(\omega^2 + \nu_{em}^2)/e^2; \quad \kappa_T = T_e / (T_e + T_i), \quad \mu = (N_0/N_c - 1)^{1/2}; \quad s_e = -j_{em} \lambda$$

уравнения (4.3.1), (4.4.1), (4.4.2) приводятся к виду

$$\Delta_{\perp} \psi - \mu^{-2} \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} - \frac{N_0}{N_c} \frac{\partial}{\partial x} \left(n \frac{\partial \psi}{\partial x} \right) + i s_e \frac{N_0}{N_c} \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} = -4 \pi \rho_{ст}, \quad (4.4.3)$$

$$L_N^2 \frac{\partial^2}{\partial z^2} (n + \kappa_T \theta) + \frac{\pi}{\alpha_p N_0} \theta - (1 + I_{эм} / \alpha_p N_0^2) n = 0, \quad (4.4.4)$$

$$L_T^2 \frac{\partial^2 \theta}{\partial z^2} - \theta + \frac{1}{E_p^2} \left| \frac{\partial \psi}{\partial z} \right|^2 = 0. \quad (4.4.5)$$

Поправки, связанные с пространственной дисперсией и непотенциальностью, в уравнении (4.4.3) не учитываются; считается, что $R \ll L_N, L_T, L \ll \lambda$. Так как $N_0 > N_c$ и $L \ll \lambda$, в линейном приближении ближнее поле источника имеет максимум на резонансной поверхности. Имея в виду исследование самосогласованных структур поля и возмущений плазмы вблизи этой поверхности, перейдем в уравнениях (4.4.3)–(4.4.5) к переменным ξ, τ . Вне области пересечения характеристик X_{φ} , с учетом квазиодномерности поля и возмущений концентрации и температуры, в уравнениях (4.4.4), (4.4.5) указанное преобразование сводится к замене $\partial/\partial z \rightarrow (N_c/N_0)^{1/2} \partial/\partial \xi$. Укороченное уравнение для поля имеет вид

$$\frac{\partial E}{\partial \tau} + \rho_{\tau} \frac{E}{2\tau} + \frac{\mu}{2} \frac{\partial}{\partial \xi} (nE) - i s_e \frac{\mu}{2} \frac{\partial E}{\partial \xi} = 0. \quad (4.4.6)$$

Здесь по-прежнему $E = -\partial\psi/\partial \xi$; $\rho_{\tau} = 0$ в двумерной задаче и $\rho_{\tau} = 1$ в трехмерной.

Самосогласованное распределение E, n и θ имеет различный характер в зависимости от соотношения масштабов задачи L, L_N и L_T . Согласно уравнениям (4.4.4), (4.4.5) это распределение устанавливается в результате конкуренции двух факторов: вытеснения плазмы из нагретой области, в которой давление повышается, и нарушения баланса ионизации.

4.4.2. Ионизационное самовоздействие поля

Если выполнено условие $L_n \ll \mu d \tau (L, L_T)$, возмущения концентрации обусловлены изменением ионизационно-рекомбинационного баланса: $n \propto \chi \theta$. Рассмотрим вначале случай, когда масштаб теплопроводности L_T велик по сравнению с расстоянием L_n , которое электрон проходит за время жизни. Уравнение для n представим в виде

$$L_n^2 \frac{\partial^2 n}{\partial \xi^2} - n + |E|^2 \beta / \tau^2 \beta = 0, \quad (4.4.7)$$

где $L_n = L_T (N_c/N_0)^{1/2}$, $E_s^2 = E_p^2 \gamma \alpha_p N_0^2 / N_c$; $\gamma = 1 + I_{\text{вн}} / \alpha_p N_0^2$. В соответствии с уравнением (4.4.5) здесь $\beta = 1$. В данном разделе, однако, мы не конкретизируем значение β , так как во многих задачах неизоотермической ионизации возмущения концентрации описываются уравнением (4.4.7), в котором $\beta > 1$ (для воздуха, например, часто можно считать $2\beta = 5$ [89]).

При $\varphi_e = 0$ система (4.4.6), (4.4.7) может быть сведена к одному уравнению для возмущений концентрации:

$$\begin{aligned} \frac{\partial n}{\partial \tau} + \epsilon n \frac{\partial n}{\partial \xi} - \frac{\mu}{2} L_n^2 \left(n \frac{\partial^3 n}{\partial \xi^3} + 2\beta \frac{\partial n}{\partial \xi} \frac{\partial^2 n}{\partial \xi^2} \right) - \\ - L_n^2 \frac{\partial}{\partial \tau} \frac{\partial^2 n}{\partial \xi^2} + \beta \frac{\rho_2}{\tau} \left(n - L_n^2 \frac{\partial^2 n}{\partial \xi^2} \right) = 0, \end{aligned} \quad (4.4.8)$$

где $\epsilon = \mu (\beta + 1/2)$. Пусть масштаб источника велик по сравнению с диффузионной длиной: $L \gg L_n$. Тогда в его окрестности диффузионными членами можно пренебречь и возвратиться к случаю локальной нелинейности. В отличие от стрикции, однако, при $\chi > 0$ дополнительная ионизация приводит к росту концентрации, поэтому в фиксированном частотном диапазоне (т.е. при фиксированном ρ_e) изменение угла между характеристической и магнитным полем при ионизационном самовоздействии имеет обратный знак по сравнению с нелинейностью стрикционного типа.

В качестве примера рассмотрим решение уравнения (4.4.8), удовлетворяющее граничному условию $n(\tau_0, \xi) = n_0(\xi) = |E_0|^2 \beta / E_p^2 \beta$, где E_0 — линейное поле двумерного распределенного источника:

$$n = n_0(\xi_0), \quad \xi = \xi_0 + \epsilon n (\tau - \tau_0). \quad (4.4.9)$$

Из формул (4.4.9) следует, что в процессе укручения профиля возмущений концентрации с ростом τ максимум распределения n отклоняется от невозмущенной резонансной поверхности в направлении магнитного поля. При $\tau > \tau_c$ решение (4.4.9) является трехзначным в некотором интервале

$\xi \in [\xi_1, \xi_2]$, что свидетельствует о возможности существования скачка.

В элементарной модели (как мы видели выше) для определения положения скачка приходится привлекать соображения о включении поля, однако с учетом диффузии координата скачка в стационарной задаче определяется однозначно. Дело в том, что в области однозначности решения (4.4.9) сохраняется интеграл

$$A_n = \int_{-\infty}^{\infty} n(\tau, \xi) d\xi.$$

Легко показать, что величина A_n сохраняется и при учете диффузии, т.е. является интегралом уравнения (4.4.8). Предполагая, что искомое решение всюду, за исключением узкой области в окрестности скачка (где существенна диффузия), списывается формулами (4.4.9), можно построить разрывное решение с помощью правила площадей [67], основанного на сохранении интеграла A_n . Асимптотические (при $\tau' = \tau - \tau_0 \rightarrow \infty$) выражения для амплитуды скачка δn_s и его координаты ξ_s равны

$$\delta n_s = (2A_n / \epsilon \tau')^{1/2}; \quad \xi_s = (2A_n \epsilon \tau')^{1/2}. \quad (4.4.10)$$

Итак, в системах со слабой диффузией может реализоваться "скачок" поля и возмущений концентрации плазмы, причем положение и амплитуда скачка в стационарном состоянии определены однозначно. Не рассматривая детально вопрос об установлении стационарного состояния, ограничимся здесь следующими замечаниями.

Процессы ионизационного самовоздействия в системах со слабой диффузией можно разделить обычно на быстрые (ионизационные) и медленные (диффузионные) [91]. Время установления локального ионизационного равновесия (быстрое время) в заданном поле, согласно уравнению (4.4.7), составляет $t_n \approx (\alpha_0 N_0 \gamma)^{-1}$. Будем считать это время малым по сравнению с характерным временем включения (или модуляции) поля источника t_s . Тогда вокруг источника существует окру-

стность $\tau < \tau_s$ (причем $\tau_s \gg L$), где распределение плазмы и поля в любой момент времени описывается стационарными формулами (4.4.9). Величину τ_s можно определить из условия $\tau_s / v_{gr} = (\alpha_p N_0 \gamma)^{-1}$, откуда для косых ленгмюровских волн получаем $\tau_s = L (\sqrt{\omega_{pe}^2 - \omega^2} / \alpha_p N_0 \gamma)$.

Везде, кроме узкой окрестности скачка, диффузия несущественна и распределение n и E , устанавливающееся за время t_{gr} , при $t_s \gg t_{gr}$ просто "следит" за изменением поля источника. Что касается диффузии, то она приводит к медленному движению скачка со скоростью v_d , которую можно найти, исследуя решение уравнения (4.4.8) вида $n(\xi + v_d t)$.

Оценка характерного значения v_d дает $v_d \approx L_n \alpha_p N_0 \gamma$. Отсюда следует, что при достаточно быстром включении источника скачок, образующийся на границе интервала неоднозначности, перемещается вместе с этим интервалом, не успевая занять стационарное положение. Иными словами, при изменении поля источника имеет место гистерезис, о котором шла речь в разд. 4.3.2. Используя формулу для скорости перемещения интервала неоднозначности (4.3.16), легко записать условие реализации гистерезиса: $|d\xi_1/dt| \gg v_d$. Опуская численные множители порядка единицы, находим [92]:

$$t_s \ll \left(\frac{E_n}{E_s} \right)^{2p} \frac{\tau - \tau_0}{L_n} (\alpha_p N_0 \gamma)^{-1}. \quad (4.4.11)$$

При заданном t_s условие (4.4.11) определяет границу τ_d области, внутри которой распределение поля и плазмы в любой момент стационарно. В области $\tau_d < \tau < \tau_s$ имеет место гистерезис.

Перейдем к исследованию сильно нелокальной нелинейности, когда масштаб источника мал по сравнению с диффузионной длиной. При этом целесообразно использовать выражение для возмущений концентрации, следующее из уравнения (4.4.7):

$$n = (2L_n)^{-1} E_s^{-2p} \left[\text{erf} \left(-\frac{\xi}{L_n} \right) \int_{-\infty}^{\xi} |E|^{2p} \text{erf} \left(\frac{\xi'}{L_n} \right) d\xi' + \text{erf} \left(\frac{\xi}{L_n} \right) \int_{\xi}^{\infty} |E|^{2p} \text{erf} \left(-\frac{\xi'}{L_n} \right) d\xi' \right]. \quad (4.4.12)$$

Так как поле источника локализовано в области с характерным масштабом $L \ll L_n$, величина возмущений концентрации в этой области, с точностью до слагаемых порядка L/L_n , постоянна: $n_c = A_n / 2L_n$, где

$$A_n = E_s^{-2\beta} \int_{-\infty}^{\infty} |E|^2 \beta d\xi.$$

Вне области локализации поля n экспоненциально спадает: $n = n_c \exp(-|\xi - \xi_0|/L_n)$. При $p_n = 0$, $s_2 = 0$ A_n является интегралом системы (4.4.6), (4.4.7), т.е. не зависит от τ . Поэтому, как следует из уравнения (4.4.6), $E = E_0(\xi_0)$ на прямых $\xi = \xi_0 + \mu A_n \tau / 4L_n$, составляющих угол $\Delta\alpha = -\mu A_n / 4L_n$ с невозможной характеристикой. Таким образом, для определения максимального значения концентрации и вида нелинейной характеристики достаточно задать величину интеграла A_n . Заметим, что само A_n зависит, вообще говоря, от n_c , поэтому соотношение $n_c = A_n / 2L_n$ представляет собой уравнение для нахождения n_c , однако с точностью до членов первого порядка по L/L_n в этом уравнении следует положить $A_n = A_n(N_0)$. С учетом найденного n_c может быть определена поправка для поля $\Delta E \propto n_c$, и следовательно, для потока энергии плазменных волн, возбуждаемых источником.

Приведем выражение для потока энергии пакета плазменных волн в условиях, когда зависимость $E_0(N_0)$ определяется формулой (4.3.11):

$$P_\tau = \frac{\mu P^2}{32\pi L^2} \sin^2(\alpha - \gamma) \times \left\{ 1 - \frac{n_c}{2} \left[1 + \mu^2 + 2\mu \operatorname{ctg}(\alpha - \gamma) \right] \right\}. \quad (4.4.13)$$

Выражение (4.4.13) показывает, что нелинейность может приводить как к уменьшению, так и к возрастанию потока энергии и действительной части импеданса источника. Так, для диполя, ориентированного вдоль внешнего магнитного поля \vec{H}_0 , знак нелинейной поправки ΔP_τ всегда отрицателен. Если же $\vec{p} \perp \vec{H}_0$, $\Delta P_\tau < 0$ лишь при $N_0 > 2N_c$, в обратном случае нелинейность приводит к возрастанию потока. Это связано с тем, что для диполя, ориентированного под углом к магнитному полю, зависимость $P_\tau(N_0)$ является немонотонной, в то время как конденса-

пия всегда приводит к повышению концентрации в области локализации поля.

Вышеприведенный анализ легко обобщается на случай трехмерного локализованного источника. Опуская подробности [93], отметим, что при $L \gg L_a$, $\beta = 1$ и в трехмерной задаче нелинейность (в отсутствие диссипации) приводит к образованию скачка. Однако при $\beta > 1$, вследствие быстрого падения возмущений концентрации с ростом r , скачок образуется лишь для достаточно больших значений поля на источнике $E_M \geq E_a e^{-(2\beta)^{-1}}$. Что касается источника в виде кольца (см. разд. 4.3.2), поле которого растет по мере приближения к фокусу, то для него скачок возмущений концентрации может реализоваться при любых $\beta > 1$. Задав граничное условие на поверхности кольца $r = r_0$ аналогично разд. 4.3.2, в приближении слабой диффузии получим следующие выражения для точки образования скачка:

$$\tau_c = \begin{cases} \tau_0 \left(1 + \frac{L}{\tau_0} \frac{\beta-1}{A_0^{2\beta} B \sigma} \right)^{-(\beta-1)^{-1}}, & \beta > 1; \\ \tau_0 \exp(-L/\tau_0 A_0^{2\beta} B \sigma), & \beta = 1. \end{cases} \quad (4.4.14)$$

где $B = 5\beta$.

"Центр тяжести" распределения n по мере приближения к фокусу смещается в сторону отрицательных z (точные формулы приведены в работе [93]), т.е. под действием дополнительной ионизации точка фокуса "отодвигается" от плоскости кольца.

Выше мы подробно рассмотрели случай $L_M \ll L_T$. Можно показать, что в обратном случае $L_M \gg L_T$ дополнительная ионизация в поле большого ($L \gg L_M$) источника также приводит к укрупнению профилей E, n и θ и образованию скачка; размывание последнего определяется масштабом L_M .

4.4.3. Тепловое самовоздействие поля

Предположим, что диффузионная длина L_M является наибольшим масштабом задачи: $L_M \gg \max(L, L_T)$. В этом случае в системе (4.4.4)–(4.4.6) удобно вместо n перейти к переменной $u = n + k_T \theta$, имеющей смысл возмущения давления плазмы. Возмущения давления и температуры связаны соотношением вида (4.4.12), в котором достаточно n за-

менить на u , $(|E|/E_0)^{2p}$ на $\chi_1 \theta$, где $\chi_1 = k_T + \chi/\alpha_p N_0 \gamma$, и считать $L_n = L_n (N_c/N_0 \gamma)^{1/2}$. Поскольку характерный размер области локализации возмущений температуры мал по сравнению с L_n , в этой области давление почти постоянно $u = u_0 = \chi_1 A_0 / 2L_n$, где

$$A_0 = \int_{-\infty}^{\infty} \theta(\xi) d\xi$$

при $\rho_n = s_0 = 0$ является интегралом системы (4.4.4)–(4.4.6). Следовательно, вводя новую независимую переменную $\xi' = \xi - \mu u_0 \tau / 2$, уравнение (4.4.6) можно записать в виде

$$\frac{\partial E}{\partial \tau} - \frac{1}{2} \mu k_T \frac{\partial}{\partial \xi'} (\theta E) = 0. \quad (4.4.15)$$

Это уравнение должно решаться совместно с уравнением для возмущений температуры (4.4.5), в котором нужно χ заменить на ξ . Система (4.4.15), (4.4.5) по виду совпадает с системой (4.4.6), (4.4.7), поэтому ее анализ проводится аналогичным образом. В случае $L \gg L_T$ самовоздействие приводит к смещению максимума распределений n и θ от невозмущенной резонансной поверхности в направлении, обратном по отношению к внешнему магнитному полю. Это обусловлено тем, что возмущения концентрации отрицательны, т.е. в данном случае преобладает тепловая нелинейность. Таким образом, несмотря на малость возмущений давления ($u \ll \theta$), эффекты самовоздействия поля, определяемые возмущениями концентрации, могут быть сильными, так как в области локализации поля устанавливается термодинамически равновесное распределение $n \approx -k_T \theta$. Тепловые эффекты, однако, развиваются на фоне плазмы с повышенным давлением $u = u_0 > 0$. Если $\chi > \alpha_p N_0 \gamma k_T$, возмущение давления обусловлено дополнительной ионизацией. Поэтому в области, достаточно удаленной от максимума поля, где тепловые эффекты сравнительно слабо выражены, может стать преобладающим влияние ионизационной нелинейности, приводящей к повороту невозмущенной характеристики на угол $\Delta \alpha = -\mu u_0 / 2$

в направлении внешнего магнитного поля*).

Заметим, что после образования скачка максимум амплитуды поля с ростом τ падает, а координата скачка растет пропорционально $\tau^{1/2}$, т.е. медленнее, чем по линейному закону. В результате, начиная с некоторого $\tau_k = 4\sqrt{3}L_n (\mu A_0 \alpha)^{-1/2} \kappa_T$ суммарное смещение максимума поля относительно невозмущенной характеристики оказывается положительным.

Когда размер источника L мал по сравнению с длиной теплопроводности $L_B = L_T (N_c/N_0)^{1/2}$, максимальное значение возмущения температуры $\theta_0 = A_0/2L_B$, которое достигается в области локализации поля, $\sim L_B/L$ раз меньше, чем возмущения температуры в таком же поле при $L \gg L_B$. Однако возмущение давления в области локализации θ по-прежнему равно $\mu_0 = \alpha A_0/2L_n$ и определяется интегральной характеристикой

$$A_0 = (N_c/N_0) E_p^{-2} \int_{-\infty}^{\infty} |E|^2 d\xi.$$

Из уравнения (4.4.15) следует, что в данном случае $E = E_0(\xi_0)$ на прямых

$$\xi = \xi_0 + \frac{1}{2} A_0 (\alpha/\alpha_p N_0 \tau L_n - \kappa_T/L_B) \tau. \quad (4.4.16)$$

В зависимости от соотношения параметров $\alpha_p N_0 \tau \kappa_T \alpha^{-1}$ и L_B/L_n угол наклона характеристических прямых (4.4.16) по отношению к невозмущенной характеристике может быть отрицательным или положительным, т.е. доминирует ионизационная или тепловая нелинейность. Вычисление поправок в выражениях для поля и действительной части им едана источника, к которым приводит тепловая нелинейность, может быть проведено, как в разд.4.4.3.

*)

Тот факт, что влияние ионизационной нелинейности оказывается существенным на периферии квазиоптического пучка при его тепловом самовоздействии, отмечался в работе [90].

4.5. СТРУКТУРЫ ВЫСОКОЧАСТОТНОГО РАЗРЯДА, ПОДДЕРЖИВАЕМОГО ИСТОЧНИКОМ ПЛАЗМЕННЫХ ВОЛН В МАГНИТНОМ ПОЛЕ

Предположим, что тонкая дипольная антенна, работающая на частоте ω , находится в газе, помещенном в сильное магнитное поле ($\omega_{He} \gg \omega$). Ограничиваясь рассмотрением двумерной задачи и считая дипольный момент антенны \vec{p} ориентированным вдоль магнитного поля, плотность распределения стороннего заряда на антенне представим в виде

$$\rho_{ст}(x, z) = pL \pi^{-1} \frac{d}{dz} (z^2 + L^2)^{-1} \delta(x). \quad (4.5.1)$$

При достаточно большой амплитуде переменного электрического поля в газе идет лавинообразный процесс пробоя, который может быть остановлен либо процессами рекомбинации, либо вследствие снижения амплитуды поля (и частоты ионизации электронным ударом) в образующейся плазме [94-96]. В настоящем разделе исследуются стационарные состояния, которые могут быть результатом эволюции высокочастотного разряда в поле антенны.

Будем считать, что концентрация заряженных частиц разрядной плазмы не слишком велика ($\omega_{pe} \ll \omega_{He}$), и можно пренебречь гиротропией и отличиям поперечных компонент тензора диэлектрической проницаемости от единицы.

В рамках квазиэлектростатического приближения самосогласованное распределение плазмы и поля в окрестности антенны описывается системой уравнений

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + \frac{\partial}{\partial z} \left(1 - \frac{N_e}{N_c} \right) \frac{\partial \varphi}{\partial z} = -4\pi \rho_{ст}, \quad (4.5.2)$$

$$D_{\perp} \frac{\partial^2 N_e}{\partial x^2} + D_{\parallel} \frac{\partial^2 N_e}{\partial z^2} + \nu_{i0} E_c^{-2\beta} \left| \frac{\partial \varphi}{\partial z} \right|^{2\beta} N_e - \nu_a N_e - \nu_p N_e^2 = 0, \quad (4.5.3)$$

Здесь $D_{\parallel} = D_A = (T_e + T_i) / M \nu_{im}$ - коэффициент амбиполярной диффузии вдоль магнитного поля, $D_{\perp} = D_{\perp i} = T_i \nu_{im} / M \omega_{Hi}^2$ - коэффициент поперечной диффузии, остальные обозначения использовались в разд. 4.4. В уравнении (4.5.3) принято, что частота ионизации электронным ударом определяется продольной

компонентой электрического поля, это справедливо при условии $|E_x|^2 \gg \omega^2 |E_z|^2 / \omega_{Ne}^2$.

Система уравнений (4.5.2), (4.5.3) очень сложна, но в важном (для приложений) случае сильной продольной диффузии ее можно исследовать аналитически. Будем считать, что при любых z выполняется неравенство $D_{||} \gg \nu_m L_{||}^2$, где ν_m — максимум частоты ионизации, $L_{||}$ — продольный масштаб изменения функции $\nu_i(\vec{r})$. При этом в области локализации поля (вдоль z) концентрация электронов почти постоянна ($N_e \approx N_m$ с точностью до членов порядка $\nu_m L_{||}^2 / D_{||}$), что позволяет в ряде случаев рассчитать поле источника при заданном N_m , а затем перейти от уравнения (4.5.3) к алгебраическому уравнению для концентрации электронов в области локализации поля.

Если плазма однородна, поле антенны представляется в виде

$$E_z = \frac{2\rho}{\sqrt{\epsilon}} \frac{(L + |z| \sqrt{\epsilon})^2 - z^2}{[(L + |z| \sqrt{\epsilon})^2 + z^2]^2}, \quad (4.5.4)$$

где $\epsilon = 1 - N_e/N_c$, причем $\sqrt{\epsilon} > 0$ при $\epsilon > 0$, $\sqrt{\epsilon} = i\sqrt{|\epsilon|}$ при $\epsilon < 0$. Из выражения (4.5.4) следует, что структура поля качественно различна в случаях $N_e < N_c$ и $N_e > N_c$. При $N_e < N_c$ плазменные (электростатические) волны излучаться не могут, и выражение (4.5.4) описывает ближнее поле антенны, локализованное в области с характерными масштабами $L_{||} = L$, $L_{\perp} = L/\sqrt{\epsilon}$. Если $N_e > N_c$, антенна возбуждает плазменные волны, и поле имеет типичную резонансную структуру с резким возрастанием на характеристиках $z = \pm L/\sqrt{\epsilon}$. Случай $N_e = N_c$ является особым, здесь структура поля носит квазиодномерный характер: $L_{\perp} \approx L_{||}$.

Предположим вначале, что концентрация плазмы достаточно мала: $N_m < N_c$. Если при этом $D_{\perp} \gg \nu_m L_{\perp}^2 = \nu_m L^2 / \epsilon$ (здесь и далее $\nu_m = \nu_m(\tau = 0)$), т.е. реализуется случай сильной поперечной диффузии, разрядная структура поддерживается полем, локализованным как в продольном, так и в поперечном направлениях. Ограничение роста электронной лавины в рассматриваемой задаче обусловлено действием рекомбинации. При этом концентрация электронов в области локализации поля с точностью до множителя порядка единицы равна γ/α_p , где γ — постоянная времени роста лавины,

рассчитанная без учета рекомбинации [91]. Таким образом, γ является собственным значением (в условиях сильной диффузии оно единственно) уравнения

$$D_1 \frac{\partial^2 N}{\partial x^2} + D_0 \frac{\partial^2 N}{\partial z^2} + v_m F(x, z) N - (v_0 + \gamma) N = 0, \quad (4.5.5)$$

где

$$F(x, z) = \frac{[(1+x\sqrt{\epsilon}/L)^2 - (z/L)^2]^{2\beta}}{[(1+x\sqrt{\epsilon}/L)^2 + (z/L)^2]^{4\beta}}, \quad (4.5.6)$$

$v_m = v_{10} \Omega \epsilon^{-\beta}$, $\Omega = (2D/L^2 E_c)^{2\beta}$. Решение уравнения (4.5.5) можно представить в виде

$$N = \frac{(D_1 D_0)^{-1/2}}{2\pi} \iint_{-\infty}^{\infty} v_m F(x', z') N K_0 \left\{ \sqrt{(\gamma + v_0) \left[\frac{(x-x')^2}{D_1} + \frac{(z-z')^2}{D_0} \right]} \right\} dx' dz', \quad (4.5.7)$$

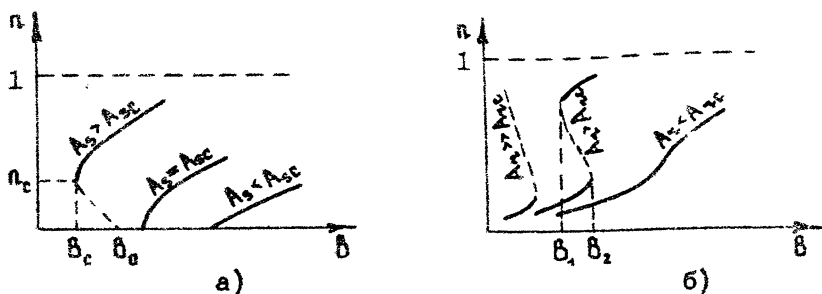
где K_0 - функция Макдональда. Полагая в формуле (4.5.7) $x = z = 0$, $N = N_m$, получим уравнение для γ . Используя асимптотику функции Макдональда при малых значениях аргумента, с логарифмической точностью находим

$$(\gamma + v_0) = \frac{4 D_1 \epsilon}{c_k^2 L^2} \epsilon \Gamma \rho \left(- \frac{4\pi \sqrt{D_1 D_0} \epsilon^{\beta+1/2}}{v_m^* q L^2} \right), \quad (4.5.8)$$

где $v_m^* = v_{10} \Omega$,

$$q = \iint_{-\infty}^{\infty} [(1+x)^2 - z^2]^{2\beta} [(1+x)^2 + z^2]^{-4\beta} dx dz -$$

число порядка единицы, $\epsilon_k = 0,577 \dots$ - постоянная Эйлера. В соответствии с условием сильной диффузии показатель экспоненты в формуле (4.5.8) должен быть больше единицы, поэтому данная формула справедлива, если концентрация не слишком близка к критической: $(1-n)^{\beta+1/2} > \beta$, где $n = N_m / N_c$, $\beta = v_m^* q L^2 / 4\pi \sqrt{D_1 D_0}$



Р и с. 4.8. Зависимость $n(B)$ в области $n < 1$: а — $v_a \gg \alpha_p N_c$; б — $v_a \ll \alpha_p N_c$

Так как γ зависит от $\varepsilon = 1 - n$, соотношение $N_m = \gamma / \alpha_p$ представляет собой уравнение для определения максимальной концентрации в области разряда. С учетом обозначения $A_\gamma = 4D_\perp \alpha (\varepsilon_k^2 L^2 \alpha_p N_c)^{-1}$ это уравнение имеет вид

$$A_\gamma (1-n) \left(\frac{v_a}{\alpha_p N_c} + n \right)^{-1} = \varepsilon \text{tr} \left[(1-n)^{\beta+1/2} / B \right]. \quad (4.5.9)$$

Кривые $n(B)$, полученные в результате графического анализа уравнения (4.5.9), показаны на рис. 4.8. Здесь

$$A_\beta = 4D_\perp / \varepsilon_k^2 L^2 v_a, \quad A_{\beta c} = \varepsilon \text{tr} \left[(\beta + 1/2)^{-1} \right],$$

$$A_\gamma = 4D_\perp / \varepsilon_k^2 L^2 \alpha_p N_c, \quad A_{\gamma c} = (\beta + 1/2)^{-1} \varepsilon \text{tr} \left(\frac{2\beta + 3}{2\beta + 1} \right).$$

Вне области локализации поля источника концентрация заряженных частиц падает с характерными масштабами $l_{||} \approx D_{||}^{1/2} (\alpha_p N_m + v_a)^{-1/2}$ вдоль магнитного поля и $l_\perp \approx D_\perp^{1/2} (\alpha_p N_m + v_a)^{-1/2}$ поперек него. Если $v_a \gg \alpha_p N_m$, закон спада экспоненциальный, при этом распределение концентрации описывается собственной функцией уравнения (4.5.5):

$$N_e = \frac{\gamma v_m^k \varphi L^2}{2\pi \alpha_p (D_\perp D_{||})^{1/2}} \left(1 - \frac{N_m}{N_c} \right)^{-\beta-1/2} K_0 \left(\sqrt{v_a \frac{x^2}{D_\perp} + v_a \frac{z^2}{D_{||}}} \right). \quad (4.5.10)$$

В случае $\nu_a \ll \alpha_p N_m$ выражения для $N_e(x, z)$ более сложны. Не останавливаясь на их выводе (соответствующие выражения для одномерной задачи с заданным полем в изотропной плазме приводятся в работе [91]), отметим лишь, что функция $N_e(x, z)$ локализована в области с характерными масштабами $\rho_{||} = (D_{||}/\alpha_p N_m)^{1/2}$, $\rho_{\perp} = (D_{\perp}/\alpha_p N_m)^{1/2}$ и спадает здесь по степенному закону.

Когда максимальная концентрация N_m приближается к критической, поперечный масштаб источника $L/\sqrt{\epsilon}$ возрастает, и при некотором N_m приближение сильной поперечной диффузии $D_{\perp} \epsilon \gg L^2 (\alpha_p N_m + \nu_a)$ нарушается. Легко проверить, например, что при $\nu_a \ll \alpha_p N_m$, $A_{\perp} \gg A_{\perp c}$ в точке $\beta = \beta_1$, $(D_{\perp} \epsilon / \alpha_p N_m L^2) = c_k^2 \text{erfc}[(\beta + 1/2)^{-1}] / 4$, т.е. требуемое условие нарушено. Именно поэтому при $A_{\perp} \gg A_{\perp c}$ часть кривой $n(\beta)$, где $n \geq 1 - A_{\perp}^{-1} \text{erfc}[(\beta + 1/2)^{-1}]$, в том числе вся верхняя ветвь "устойчивых" состояний равновесия, удовлетворяющих уравнению (4.5.9), не имеет смысла и на рис. 4.8 опущена.

Область параметров, где $D_{\perp} \epsilon \approx (\nu_a + \alpha_p N_m) L^2$, требует специального рассмотрения, но, когда N_m так близко к N_c , что $D_{\perp} \epsilon \ll (\nu_a + \alpha_p N_m) L^2$, для описания структуры разряда и определения максимальной концентрации при

$$|x| \ll \frac{L}{\sqrt{|\epsilon|}} = \left(\frac{D_{\perp}}{\alpha_p N_m + \nu_a} \right)^{1/2}$$

можно воспользоваться одномерной моделью. В указанной области N_e удовлетворяет уравнению

$$D_{\perp} \frac{d^2 N_e}{dx^2} + \nu_{\perp}(x) N_e - \alpha_p N_e^2 - \nu_a N_e = 0, \quad (4.5.11)$$

где $\nu_{\perp} = \nu_m F(x)$, $\nu_m = \nu_{i0} \alpha |\epsilon|^{-3/2}$, $F(x) = [1 - (x/L)^2]^{2\beta} [1 + (x/L)^2]^{-4\beta}$. Так как продольная диффузия сильная ($D_{||} \gg \nu_m L^2$), концентрация электронов в области локализации поля N_m почти постоянна и определяется интегральной характеристикой

$$\int_{-\infty}^{\infty} \nu_{\perp}(x) dx = \nu_m \alpha_0 L,$$

где
$$Q_0 = \int_{-\infty}^{\infty} (1-z_0^2)^{2\beta} (1+z_0^2)^{-4\beta} dz_0.$$

Для оценки N_m , как и в двумерной задаче, воспользуемся соотношением $N_m = \gamma / \alpha_p$, где γ — собственное значение уравнения

$$D_H \frac{d^2 N_2}{dz^2} + \nu_1(z) - (\nu_0 + \gamma) N_2 = 0. \quad (4.5.12)$$

Решение уравнения (4.5.12) представляется в виде

$$N_2 = \frac{L_H}{2D_H} \left[\exp(-z/L_H) \int_{-\infty}^z \nu_1(z') N_2(z') \exp(z'/L_H) dz' + \exp(z/L_H) \int_z^{\infty} \nu_1(z') N_2(z') \exp(-z'/L_H) dz' \right], \quad (4.5.13)$$

где $L_H = [D_H / (\gamma + \nu_0)]^{1/2}$. Полагая в формуле (4.5.13) $z=0$, $N_2 = N_m$, находим

$$(\gamma + \nu_0) = \nu_m^2 Q_0^2 L / 4 D_H. \quad (4.5.14)$$

Отсюда, с учетом обозначений $n = N_m / N_c$, $M_n = (\nu_m a_0 L)^2 / 4 \alpha_p N_c D_H$, получим уравнение для концентрации электронов в области локализации поля

$$\left(n + \frac{\nu_0}{\alpha_p N_c} \right) |1-n|^{2\beta} = M_n. \quad (4.5.15)$$

Несложный анализ (рис. 4.9) показывает, что при $M_n \ll 1 + \nu_0 / \alpha_p N_c$ уравнение (4.5.15) имеет два корня, близких к единице: $n_{1,2} = 1 \pm [M_n / (1 + \nu_0 / \alpha_p N_c)]^{1/2\beta}$. Следовательно, кривая $n(M_n)$, характеризующая зависимость максимальной концентрации от амплитуды стороннего тока, имеет две ветви: $n_1(M_n) > 1$ и $n_2(M_n) < 1$, причем $n'_2(M_n) < 0$ и состояния, лежащие на этой ветви, неустойчивы. Тот факт, что для сколь угодно малых значений амплитуды стороннего тока существует стационарное состояние с концентрацией выше критической, связан с резонансной структурой поля источника. Дело в том, что при $N_2 \rightarrow N_c$ в рассматриваемой модели компонента поля $|E_z| \rightarrow \infty$. Разумеется, учет тех или иных факторов, ограничивающих амплитуду поля в области резонанса, при-

водит к появлению по ага

(по параметру $M_a(1 + \nu_a/\alpha_p N_c)^{1/2}$)

существования разряда с концентрацией порядка критической. Легко показать, например, что с учетом столкновений $S_2 = \nu_{em}/\omega \ll 1$ источник может поддерживать разряд с концентрацией $N_a \approx N_c$

при условии $M_a > (1 + \nu_a/\alpha_p N_c)^{3/2}$.

Считая поле источника заданным, распределение концентрации вне области локализации поля в одномерной задаче можно найти при произвольном отношении параметров ν_a и $\alpha_p N_c$ [91]. Не останавливаясь на этих расчетах, отметим, что распределение концентрации локализовано в области с характерным масштабом

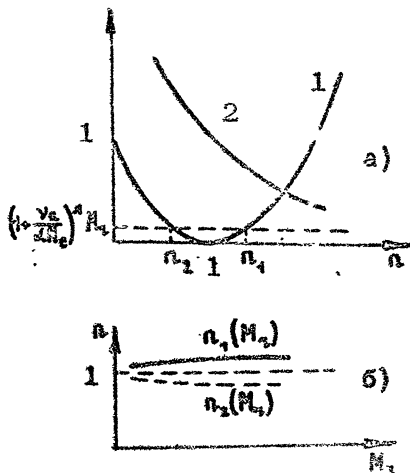
$$l_a \approx [D_{||}/(\alpha_p N_m + \nu_a)]^{1/2}.$$

Наиболее своеобразны структуры поля и плазмы, формируемые достаточно мощными источниками, когда реализуется случай $M_m > N_c$. При этом антенна возбуждает электростатические волны, которые независимо от длины волны распространяются под фиксированным углом к магнитному полю, определяемым (локально) величиной электронной концентрации:

$\alpha = \pi \arctg(N_e/N_c - 1)^{-1/2}$. Это должно приводить к резонансному возрастанию поля на особых характеристиках, поэтому область локализации поля приобретает достаточно сложную структуру и является инфинитной. Однако и здесь условие сильной диффузии позволяет найти основные параметры самосогласованной разрядной структуры.

Действительно, вне области пересечения особых характеристик распределение поля и плазмы является квазиодномерным — при постоянном N_m (сильная диффузия!) поле локализовано в некоторой окрестности L_z характеристик

$z^2 = z^2/\rho^2 = T^2(N_m/N_c - 1)$ и не убывает (в отсутствие диссипации)

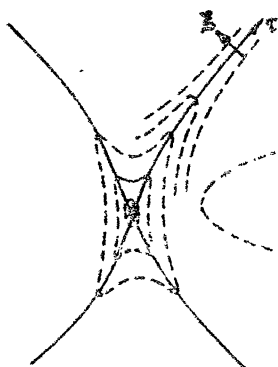


Р и с. 4.9. Графический анализ уравнения (4.5.15) — а: $1 = \varphi(n) = 4 - n^2$, $2 = \varphi(n) = M_a^2 (n + \nu_a/\alpha_p N_c)$; решение уравнения (4.5.15) как функции параметра M_a — б

с ростом расстояния от источника. При соответствующей симметрии распределения стороннего тока, в данном случае имеющей место, все четыре особых направления равноправны. Вблизи характеристики $\tau = \tau/\mu$ концентрация электронов подчиняется уравнению

$$D_{||} \sin^2 \alpha \frac{d^2 N_e}{d \xi^2} + \nu_{\perp}(\xi) N_e - \nu_{||} N_e - \alpha_p N_e^2 = 0. \quad (4.5.16)$$

Здесь обозначения ξ, α совпадают с использованными в предыдущих разделах, функция $\nu_{\perp}(\xi) = \nu_{\perp 0} (\sin \alpha)^{2\beta} E_c^{-2\beta} |E|^2 \beta$. Чтобы связать N_m с параметрами стороннего источника,



Р и с. 4.10. Разрядная структура, поддерживаемая источником: при $N_m > N_0$. Сплошные линии — особые характеристики, пунктирные — линии $N = \text{const}$

нужно выразить поле через масштаб источника и его дипольный момент. Заметим, что в окрестности источника концентрация электронов N_0 не совпадает с концентрацией N_m вблизи сферической поверхности. Дело в том, что в области пересечения характеристик функция $|E_{\perp}|^{2\beta}$, определяющая частоту ионизации электронным ударом, больше, чем на изолированной характеристике, следовательно, $N_0 > N_m$. Из-за изменения N_0 характеристические поверхности искривлены (рис. 4.10). Необходимо подчеркнуть, однако, что масштаб изменения N_e вдоль характеристики (фактически — масштаб ее искривления) l_c в случае сильной диффузии велик по сравнению с масштабом источника L . Следовательно,

поле на характеристике $E(\xi, \tau)$ при $\tau \geq l_c$ можно связать с полем в окрестности источника $E_0(\xi)$ с помощью формул, полученных в разд. 3.2.4:

$$E(\xi, \tau) = \frac{\mu^{1/2} (N_m)}{\mu^{1/2} (N_0)} E_0(\xi) = -i \mu^{1/2} (N_0) \mu^{1/2} (N_m) P \sin \alpha (L - i \xi)^{-2}. \quad (4.5.17)$$

В результате уравнение, связывающее $n = N_m / N_c$ и $n_0 = N_0 / N_c$, примет вид

$$\left(n + \frac{\nu_0}{\alpha_p N_c}\right) (n-1)^{2p} = \frac{\beta^2 \nu_{i0}^2 \alpha^2 L^2}{4\alpha_p N_c D_{ii}} F(n_0, n), \quad (4.5.18)$$

где $\beta = \int_{-\infty}^{\infty} [2(1+\psi^2)]^{-2p} d\psi$,

$$F(n_0, n) = \left(\frac{\sin^2 \alpha}{\sin^2 \alpha_0}\right)^{2p-1} \left[\frac{n(n_0)}{n_0(n)}\right]^{2p} = \left(\frac{n_0}{n}\right)^{2p-1} \left(\frac{n-1}{n_0-1}\right)^{2p}. \quad (4.5.19)$$

С изменением амплитуды стороннего тока n_0 и n меняются, поэтому F является неизвестной функцией α . Можно полагать, однако, что F слабо зависит от α и определяется в основном геометрией системы. Для оценки n_0 и F можно воспользоваться уравнением (4.5.11), полагая $\nu_i(z) = \nu_i(z=0, z)$. Сопоставляя следующее из (4.5.11) уравнение (4.5.15) с уравнением (4.5.19), находим

$$\left(\frac{n_0}{n}\right)^{2p-1} \frac{n_0 + \nu_0 / \alpha_p N_c}{n + \nu_0 / \alpha_p N_c} \left(\frac{n_0-1}{n-1}\right)^{2p} = \frac{q^2}{\beta^2}. \quad (4.5.20)$$

Соотношение (4.5.20) позволяет, в принципе, выразить n_0 , а потому и F , через n , хотя при решении уравнения (4.5.18) F можно считать, как правило, константой. В качестве примера рассмотрим случай, когда n_0 и n достаточно близки к единице. Из выражений (4.5.19) и (4.5.20) получаем $F = (\beta/q_0)^2$. Тогда уравнение (4.5.18) совпадает с уравнением (4.5.15), где

$$M_{ii} = \frac{\nu_{i0} \alpha L \beta^2}{4\alpha_p N_c D_{ii} q_0^2}.$$

Это уравнение (см. рис. 4.9, а) имеет единственное решение $n > 1$. С увеличением α концентрация n растет, но скорость роста замедляется. Легко найти поток энергии, переносимой (в среднем за период) пакетом электростатических волн, который распространяется в поддерживаемом им плазменном канале: $\Pi_{\varphi} = \omega \beta^2 / 32 \pi L^2 (n-1)^{4/2}$, где n — решение уравнения (4.5.18). Учетверенное значение потока дает выражение для действительной части импеданса антенны R , определяемой (в резонансной области $n > 1$) потерями на возбуждение электростатических волн. Как следует из уравнения (4.5.18),

с ростом дипольного момента действительная часть импеданса антенны возрастает степенным образом. Если при малых ρ , когда ρ близко к единице, $R \ll \rho$, то при больших ρ , соответствующих концентрациям $\rho \gg 1$, $\nu_a/\alpha_p N_c$, степень роста несколько увеличивается: $R \approx \rho^{(p+1)/(p+1/2)}$

Используя результаты вышеприведенного анализа, можно построить зависимость максимальной концентрации в области разряда от амплитуды стороннего тока, охватывающую области концентрации как выше, так и ниже критической. Для двух предельных случаев больших и малых значений параметра $\nu_a/\alpha_p N_c$ такие зависимости представлены на рис. 4.11. Считается, что $A_3 \gg 1$, $A_2 \gg 1$.

С возрастанием амплитуды стороннего тока разряд эжигается при $\rho_0 = 4\pi\sqrt{D_1 D_n} (\nu_{10} q L^2)^{-1} [\ln(4D_1/c_x^2 L^2 \nu_a)]^{-1}$, концентрация заряженных частиц в окрестности источника скачком возрастает до значения ρ_1 . Если $\nu_a \ll \alpha_p N_c$, концентрация $\rho_1 \ll 1$ и при дальнейшем увеличении ρ плавно растет, оставаясь малой, до точки $\rho_2 = 4\pi\sqrt{D_1 D_n} (\nu_{10} q L^2)^{-1} [\ln(4D_1/c_x^2 L^2 \alpha_p N_c)]^{-1}$, где скачком становится выше критической. Если $\nu_a \gg \alpha_p N_c$, ρ_0 не является, вообще говоря, малой величиной. При дальнейшем возрастании ρ концентрация плавно растет вплоть до значений порядка критических ($\rho = 1 - A_3^{-1}$), достигаемых, когда $\rho = (4\pi\sqrt{D_1 D_n} / \nu_{10} q L^2) (c_x^2 L^2 \nu_a / 4D_1)^{p+1/2}$. Здесь происходит скачок в область $\rho \gg 1$: концентрация принимает значение

$$\rho = 1 + (L^2 \nu_a / 4D_1) \left(\frac{\pi q_a}{\rho} \right)^{p+1/2} c_x$$

и затем вновь плавно возрастает.

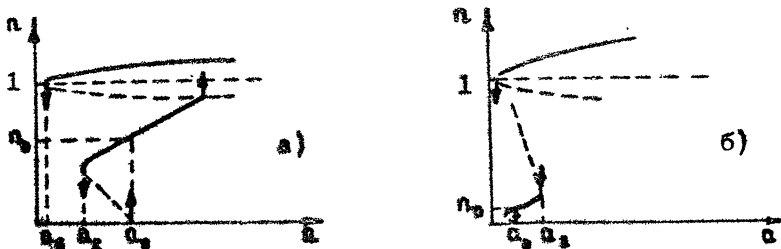


Рис. 4.11. Зависимость максимальной концентрации от амплитуды стороннего тока: а - $\nu_a \gg \alpha_p N_c$, б - $\nu_a \ll \alpha_p N_c$

Если при $\mu > 1$ амплитуда стороннего тока начинает уменьшаться, концентрация плавно падает, оставаясь выше критической, вплоть до гашения разряда в точке $\alpha_s = (\epsilon^{3/2} / \nu_{i0} \rho L)^2 \cdot [4D_n / (\nu_{n0} + \alpha_p N_c)]^{1/2}$. Последнее обстоятельство, как уже отмечалось, обусловлено резонансным возрастанием поля источника при $\mu \approx 1$. Когда $\nu_{n0} \gg \alpha_p N_c$, имеет место гистерезис и в области $\mu < 1$ (рис. 4.11, а): если α уменьшается, начиная с точек $\mu_0 < \mu < 1$, разряд гаснет при значении

$$\alpha_c = (4\pi \sqrt{D_n D_p} / \nu_{i0} \rho L^2) (\beta + 1/2) \epsilon A_s^{-\beta - 1/2},$$

меньшем порогового.

Подчеркнем, что снижение линейных потерь заряженных частиц способствует эффективному переходу системы в состояние с высокой концентрацией, поддерживаемое полем возбуждаемых источником плазменных волн.

АНТЕННАЯ ДИАГНОСТИКА ШУМОВЫХ СИГНАЛОВ В ПЛАЗМЕ

Антенные измерения шумовых сигналов служат одним из основных методов исследования ионосферной и магнитосферной плазмы, проводимых с помощью ракет и искусственных спутников Земли. Поэтому расчет шумовой ЭДС, измеряемой антенной в плазме, необходим для интерпретации многочисленных экспериментальных данных.

Как известно [97,98], в условиях статистического равновесия спектральная плотность шумовой ЭДС в квазистационарной цепи определяется формулой Найквиста

$$S_{\omega}^2 = \frac{2}{\pi} RT, \quad (5.1)$$

где T — температура (всюду в этой главе выражаемая в энергетических единицах), R — действительная часть импеданса антенны. При этом расчет шумовой ЭДС сводится к вычислению импеданса антенны в плазме. Однако в большинстве экспериментальных ситуаций система "антенна — плазма" не является равновесной и пользоваться формулой (5.1) нельзя. Источниками неравновесности могут служить неравновесное распределение частиц самой плазмы, движение антенны относительно окружающей среды, возмущение плазмы измерительным прибором (например, поглощение частиц поверхностью зонда) или спутником, на котором он размещен. Учет всех этих факторов чрезвычайно усложняет расчеты. С другой стороны, измеряемая антенной спектральная плотность ЭДС содержит информацию неравновесных процессах в космической плазме, и извлечение этой информации очень важно с практической точки зрения.

В настоящей главе кратко изложена методика расчета шумовой ЭДС, наводимой на антенне в неравновесных условиях, и приведены конкретные выражения и оценки для наиболее характерных ситуаций, встречающихся в эксперименте.

5.1. МЕТОДИКА РАСЧЕТА ШУМОВОЙ ЭДС, НАВОДИМОЙ НА АНТЕННЕ В НЕРАВНОВЕСНОЙ ПЛАЗМЕ

До сих пор при вычислении электродинамических характеристик антенн мы рассматривали плазму как сплошную среду, фактически игнорируя дискретность частиц, из которых она состоит. На языке кинетической теории плазмы это соответствует пределу большого числа электронов в дебаевской сфере: $N_D r_D^3 \rightarrow \infty$. Вычисление шумовой ЭДС, в отличие от предыдущих задач, в принципе связано с учетом дискретности плазмы, т.е. требует учета членов первого порядка по $(N_D r_D^3)^{-1}$ в цепочке кинетических уравнений. Наиболее простой, но допускающий строгое обоснование, путь к этому заключается в использовании обычного для теории плазменных флуктуаций метода пробных частиц [99]. Задача разделяется на два этапа: 1) расчет сигнала, наводимого на антенне флуктуацией заряда в плазме; 2) усреднение по соответствующей функции распределения зарядов. На первом этапе удобно воспользоваться теоремой взаимности, которая справедлива и для гиротропных сред и для сред с пространственной дисперсией [97]. Ограничиваясь рамками квазиэлектростатики, теорему взаимности запишем в виде

$$\int \rho \varphi_0 d\vec{r} = \int \rho_0 \varphi d\vec{r} = \varphi_0 \int \rho_0 d\vec{r} = \varphi_0 Q, \quad (5.1.1)$$

где $\rho(\vec{r})$ — флуктуация плотности заряда в плазме, который наводит искомый потенциал φ на поверхности антенны. С учетом идеальной проводимости антенны принято, что $\varphi(\vec{r}) = \text{const} = \varphi_0$. Далее, ρ_0 — плотность заряда величиной Q , который распределен на антенне и создает в плазме потенциал $\varphi_0(\vec{r})$. Уточним, что речь идет о комплексных амплитудах всех указанных величин. Определяя спектральную плотность шумовой ЭДС соотношением $\mathcal{E}_\omega^2 = 2 \langle \varphi_0 \varphi_0^* \rangle$ (имеется в виду разложение по положительным частотам), из теоремы взаимности получим

$$\mathcal{E}_\omega^2 = \frac{2}{Q^2} \iint \varphi_0(\vec{r}_1) \varphi_0^*(\vec{r}_2) \langle \rho \rho^* \rangle d\vec{r}_1 d\vec{r}_2, \quad (5.1.2)$$

где $\langle \rho \rho^* \rangle$ — функция корреляции микрочарядов плазмы. Подчеркнем, что в формулу (5.1.2) входит корреляционная функция невзаимодействующих микрочарядов. В то же время распределение потенциала в плазме $\varphi_0(\vec{r}_1)$ должно быть

найден с учетом электродинамических характеристик плазмы как сплошной среды (следуя методам, изложенным в гл. 1-3).

Задача несколько упрощается в однородной среде. Здесь функция корреляции зависит только от $(\vec{r}_2 - \vec{r}_1)$, и с помощью преобразования Фурье сразу получаем

$$\xi_{\omega}^2 = \frac{2(2\pi)^6}{Q^2} \int_{-\infty}^{\infty} |\varphi_0(\omega, \vec{k})|^2 \langle \rho \rho^* \rangle_{\omega, \vec{k}} d\vec{k}. \quad (5.1.3)$$

Выражая фурье-компоненту потенциала через фурье-компоненту заряда на антенне $j_b(\vec{k})$, найдем

$$\xi_{\omega}^2 = \frac{8(2\pi)^9}{Q^2} \int_{-\infty}^{\infty} |j_b(\vec{k})|^2 \frac{\langle \rho \rho^* \rangle_{\omega, \vec{k}}}{|k_{\alpha} \epsilon_{\alpha\beta}(\omega, \vec{k}) k_{\beta}|^2} d\vec{k}. \quad (5.1.4)$$

В равновесной плазме фурье-компоненты корреляционной функции микротоков $\hat{G}_{\alpha\beta}(\omega, \vec{k})$ и корреляционной функции микрочарядов $\langle \rho \rho^* \rangle_{\omega, \vec{k}} = k_{\alpha} \hat{G}_{\alpha\beta} k_{\beta} / \omega^2$ выражаются через мнимую часть продольной диэлектрической проницаемости [6, 100]

$$\langle \rho \rho^* \rangle_{\omega, \vec{k}} = \frac{T}{(2\pi)^5} \frac{k_{\alpha} \text{Im} \epsilon_{\alpha\beta} k_{\beta}}{\omega} = \frac{T k^2}{(2\pi)^5} \frac{\text{Im} \epsilon_{\parallel}(\omega, \vec{k})}{\omega}. \quad (5.1.5)$$

Подставляя это выражение в формулу (5.1.4), приходим к формуле Найквиста.

В общем случае неравновесной плазмы вычисление корреляционной функции является сложной задачей. Если, однако, плазма состоит из нескольких компонент, в каждой из которых распределение частиц можно считать равновесным (например, двухтемпературная плазма, плазма с пучком), ее корреляционная функция имеет очень простой вид. Оказывается [100], что в этом случае справедлива формула (5.1.5), где вместо T фигурирует эффективная температура $T_{\text{эф}} = \sum_{\alpha} T_{\alpha} \text{Im}(\epsilon_{\parallel} - 1)_{\alpha} / \text{Im} \epsilon_{\parallel}$, а суммирование производится по компонентам, внутри каждой из которых распределение частиц по скоростям максвелловское с температурой T_{α} . Разумеется, формулу (5.1.5) с заменой T на соответствующую $T_{\text{эф}}$ можно использовать и при более общих условиях. В этой связи следует иметь в виду, что для ряда задач может быть поле-

Этим определением эффективной температуры как температуры такого равновесного излучения (т.е. в квазистатике — плазменных волн), спектральная плотность энергии которого задана: $\bar{W}(\omega, \vec{k}) = k^2 T_{эф}(\omega, \vec{k}) / (2\pi)^3$ [5]

С учетом сделанных замечаний выражение для \mathcal{E}_ω^2 представим в виде

$$\mathcal{E}_\omega^2 = \frac{8(2\pi)^3}{\omega Q^2} \int_{-\infty}^{\infty} |\rho_0(\vec{k})|^2 \frac{\text{Im } \epsilon_{\parallel}}{k^2 |\epsilon_{\parallel}|^2} T_{эф}(\omega, \vec{k}) d\vec{k}, \quad (5.1.6)$$

Откуда, в частности, следует, что вблизи резонансных частот основной вклад в шумы связан с возбуждением собственных электростатических колебаний плазмы, описываемых дисперсионным уравнением $\epsilon_{\parallel}(\omega, \vec{k}) = 0$. При этом, используя соотношение $\lim_{\text{Im } \epsilon_{\parallel} \rightarrow 0} (\text{Im } \epsilon_{\parallel} / |\epsilon_{\parallel}|^2) = \pi \delta(R_{\parallel} \epsilon_{\parallel})$, получим

$$\mathcal{E}_\omega^2 = \frac{4(2\pi)^3}{\omega Q^2} \int_{-\infty}^{\infty} |\rho_0(\vec{k})|^2 T_{эф}(\omega, \vec{k}) \delta(R_{\parallel} \epsilon_{\parallel}) \frac{d\vec{k}}{k^2}. \quad (5.1.7)$$

Если $T_{эф}(\vec{k})$ — плавная функция в масштабе изменения $|\rho_0(\vec{k})|^2$ и ϵ_{\parallel} , формула (5.1.7) дает аналог формулы Найквиста для неравновесной системы:

$$\mathcal{E}_\omega^2 = \frac{2}{\pi} R_{\Sigma}(\omega) T_{эф}(\omega, k \approx L^{-1}), \quad (5.1.8)$$

где $R_{\Sigma}(\omega)$ — сопротивление излучения антенны в квазистатических волнах, L — характерный размер антенны. В противном случае диагностическая антенна производит усреднение $T_{эф}$ по своему пространственному спектру, искажая величину и частотный ход функции $\mathcal{E}_\omega^2(\omega)$.

Выше были приведены формулы для антенны электрического типа. Так как речь идет о квазистатических шумах, то для их исследования в изотропной плазме магнитная антенна не представляет интереса. Ситуация качественно меняется в магнитоактивной плазме, где, как уже многократно отмечалось, магнитная антенна реагирует на плазменный резонанс. В этом случае приведенные здесь формулы справедливы и для магнитной антенны, но в качестве ρ_0 в них следует брать эффективное распределение заряда $\rho_{эф}$, опреде-

ленное в разд. 2.6 для расчета потенциального поля, возбуждаемого магнитной антенной. Если же, следуя известной традиции, ввести магнитный ток, то спектральную плотность шумовой ЭДС, наводимой на магнитной антенне, можно представить в виде

$$\mathcal{E}_\omega^2 = \frac{\delta(2\pi)^3 \omega}{I_m^2 c^2} \int_{-\infty}^{\infty} |k_\alpha \epsilon_{\alpha\beta} [\vec{k} \vec{M}_k]_\beta|^2 T_{3\Phi}(\omega, \vec{k}) \frac{I_m \epsilon_{\parallel}}{k^6 |\epsilon_{\parallel}|^2} d\vec{k}, \quad (5.1.9)$$

где \vec{M}_k — фурье-компонента плотности магнитного тока, а I_m — его амплитуда.

5.2. ДВУХТЕМПЕРАТУРНАЯ ПЛАЗМА

В экспериментальных условиях (например, в ионосфере) неравновесность среды часто обусловлена наличием в основной плазме надтепловых частиц со средней энергией, много большей энергии частиц основной компоненты, причем концентрация надтепловых частиц N_2 мала по сравнению с концентрацией заряженных частиц основной плазмы N_T . В ионосфере такой добавкой служат энергичные фотоэлектроны или протоны [101]. Распределение этих энергичных частиц зачастую является неравновесным или даже неустойчивым. Однако для анализа результатов шумовых измерений в плазме с надтепловыми частицами естественно выбрать в качестве эталонной такую функцию $\mathcal{E}_\omega^2(\omega)$, которая характеризует отклик антенны на квазиравновесный шум, когда распределение частиц и в основной, и в энергичной компонентах равновесное (максвелловское) с температурами T_T и T_2 соответственно. Эффективная температура такой двухкомпонентной плазмы определяется выражением

$$T_{3\Phi}(\omega, \vec{k}) = (T_T I_m \epsilon_{\parallel T} + T_2 I_m \epsilon_{\parallel 2}) / (I_m \epsilon_{\parallel T} + I_m \epsilon_{\parallel 2}), \quad (52.1)$$

где $\epsilon_{\parallel T}$ и $\epsilon_{\parallel 2}$ — продольные диэлектрические проницаемости основной и энергичной компонент.

Рассмотрим случай, когда основную роль в реабсорбции излучения в плазме играет бесстолкновительное затухание на горячей компоненте и затухание из-за столкновений

в холодной, т. е. $\text{Im} \epsilon_{\parallel 2}$ определяется пространственной дисперсией, а $\text{Im} \epsilon_{\perp 2}$ - столкновениями. Для электрической дипольной антенны длиной L , ориентированной под углом γ к внешнему магнитному полю, спектральная мощность шумовой ЭДС в соответствии с формулами (5.1.7) и (5.2.1) записывается в виде

$$\mathcal{E}_{\omega}^2 = \mathcal{E}_{\omega 2}^2 + \frac{16 T_s}{\omega^2 L^2} \int_{-\infty}^{\infty} dk \cdot \frac{\sin^4 \left[\frac{L}{2} (k_y \sin \gamma + k_z \cos \gamma) \right]}{(k_y \sin \gamma + k_z \cos \gamma)^2} \times$$

$$\times \left\{ \delta(k_z^2 \epsilon_3 + k_1^2 \epsilon_1) \sum_{n=0}^{\infty} I_n(k_{\perp}^2 \rho_{H_2}^2) \exp \left[-k_{\perp}^2 \rho_{H_2}^2 - \left(\frac{\omega - n\omega_{H_2}}{k_z v_{T_2}} \right)^2 \right] \right\} \times (5.2.2)$$

$$\times \left\{ \sum_{n=0}^{\infty} I_n(k_{\perp}^2 \rho_{H_2}^2) \exp \left[-k_{\perp}^2 \rho_{H_2}^2 - \left(\frac{\omega - n\omega_{H_2}}{k_z v_{T_2}} \right)^2 \right] + \frac{N_T}{N_s} \frac{\nu}{\sqrt{\pi} \omega} \frac{k_z^3 v_{T_2}^3}{\omega^3} \left(1 + \delta_B^2 \frac{k_1^2}{k_z^2} \right)^{-1} \right\}.$$

Здесь ω_{H_2} - гирочастота энергичных частиц, $\rho_{H_2} = v_{T_2} / \omega_{H_2}$ - их гирорадиус, ν - эффективная частота столкновений электронов основной компоненты, $\mathcal{E}_{\omega 2}^2 = \frac{2}{\pi} R T_T$ описывает равновесный шум в основной компоненте, I_n - модифицированная функция Бесселя n -го порядка, $\delta_B^2 = \omega^2 (\omega^2 + \omega_{H_2}^2) / (\omega^2 - \omega_{H_2}^2)^2$. Считается, что $N_s \ll N_T$, $T_s \gg T_T$, а длина антенны много больше всех масштабов пространственной дисперсии.

Проанализируем выражение (5.2.2) в различных частотных интервалах, привязываясь для определенности к условиям ионосферных экспериментов.

5.2.1. Спектр шумовой ЭДС в низкочастотной области

В настоящее время накоплен большой материал по электрическим измерениям ОНЧ-шумов на спутниках в ионосферной плазме (см. [102-106] и цитированную там литературу). Измерения проводились в большом интервале широт и высот на дипольные электрические антенны, размеры которых менялись от 0,5 м до 1 км. В большинстве экспериментов четко проявляется повышение интенсивности шума на частотах, близких к локальной частоте нижнего гибридного резонанса. Найдем спектр шумовой ЭДС в этом частотном интервале в рам-

как модели двухтемпературной плазмы.

1) Вначале рассмотрим вклад в шумы, обусловленный надтепловыми электронами. Вычисление интеграла (5.2.2) дает следующий результат:

$$\mathcal{E}_\omega^2 \approx \mathcal{E}_{\omega_s}^2 = \Phi(\omega) \mathcal{E}_{\omega_0}^2; \quad \mathcal{E}_{\omega_0}^2 = 4T_e / \pi L \omega_{pe} \sin \chi, \quad (5.2.3)$$

где функция $\Phi(\omega) = |\epsilon_1|^{-1/2} [1 + \mathfrak{b}(1 + \delta_e^2 / \mu^2)]^{-1}$ характеризует частотный спектр шумовой ЭДС, $\mu^2 = |\epsilon_1 / \epsilon_3|$,

$$\mathfrak{b} = e^{-1.5} (2/3)^{1/2} \frac{N_T}{N} \frac{\nu}{\sqrt{\pi} \omega}.$$

Легко показать, что максимум функции $\Phi(\omega)$ достигается

при $(\epsilon_1)_{\max} = \delta_e^2 |\epsilon_3| (1 + \mathfrak{b}^{-1})^{-1}$ и равен

$$\Phi_{\max} = (2\mathfrak{b}\delta_e)^{-1} [|\epsilon_3| (1 + \mathfrak{b}^{-1})]^{-1/2}. \quad (5.2.4)$$

Как следует из формул (5.2.3), (5.2.4), спектральные характеристики "надтепловых" НГР-шумов существенно зависят от величины параметра \mathfrak{b} . Оценки показывают [107], что в дневной ионосфере, как правило, $\mathfrak{b} \ll 1$. В ночной ионосфере это соотношение может быть обратным. Если $\mathfrak{b} \ll 1$, спектральные характеристики определяются только холодной компонентой, хотя интенсивность шумовой ЭДС пропорциональна $N_e T_e$. При этом вид спектра зависит от величины δ_e^2 . В случае плотной плазмы ($\delta_e^2 \approx 1$) спектр НГР-шумов широкий: $\Delta\omega \approx \Omega_{нг}$, а его максимум смещен в сторону высоких частот: $\omega_{\max} \approx \sqrt{2} \Omega_{нг}$ (при $\omega_{pe} \gg \omega_{не}$). Для разреженной плазмы ($\delta_e^2 \ll 1$), наоборот, спектр узкий: $\Delta\omega \approx \Omega_{нг} \delta_e^2 / 2$ с максимумом, близко прилегающим к частоте $\Omega_{нг}$.

В случае $\mathfrak{b} \gg 1$ характер спектра существенно меняется. Спектр становится уже, а частота максимума зависит от плотности горячих частиц, т.е. связана с интенсивностью шума. Спектральная интенсивность здесь пропорциональна $N_e^{1/2} T_e$.

В области частот $\omega < \Omega_{нг}$ интенсивность шумовой ЭДС сильно ослабляется из-за падения показателя преломления (который при $\omega \approx \Omega_{нг}$ резонансно возрастает). Например, в случае $(\nu_{Te} / \nu) \ll (\omega_{не} / \omega_{pe})$ величина $\mathcal{E}_{\omega_s}^2$ экспоненциально мала при $\omega < \Omega_{нг}$.

2) Характеристики шумовой ЭДС заметно меняются в присутствии надтепловых протонов. В этом случае вклад энергичных частиц состоит из слагаемых $\mathcal{E}_{\omega_4}^2$, связанного с черенковским излучением незамагниченных протонов, и сла-

гаемого $\mathcal{E}_{\omega c}^2$, связанного с циклотронным излучением. Выражения для этих слагаемых имеют вид [107]

$$\mathcal{E}_{\omega_4}^2 = \mathcal{E}_{\omega_0}^2 \cdot \frac{2}{3} |\epsilon_1|^{-1/2} \ln \left| 1 + \omega^3 \mu^3 / A \omega_{H_2}^3 \right|, \quad (5.2.6)$$

$$\mathcal{E}_{\omega c}^2 = \mathcal{E}_{\omega_0}^2 \sqrt{\frac{2}{\pi |\epsilon_1|}} \sum_{n=1}^{\infty} \left(1 + \frac{1}{4} B_n \right)^{-1}, \quad (5.2.7)$$

где

$$A = \frac{N_H}{N_S} \frac{\nu}{\sqrt{\pi} \omega} (1 + \delta_p^2 / \mu^2); \quad B_n = A \frac{\sqrt{2} \pi (\omega - n \omega_{H_2})^4}{\mu \epsilon_1 \omega \omega_{H_2} \omega_{pi}^2}.$$

Выражения (5.2.6), (5.2.7) показывают, что черенковский максимум, обусловленный излучением надтепловых протонов, довольно широкий (как и в случае электронов). Однако в области частот, прилегающей к Ω_{H_1} , спектр становится линейчатым с максимумами на циклотронных гармониках гирочастоты протонов.

3) Рассмотрим случай неизотермической плазмы $T_e \gg T_i$, когда значительный вклад в шумы могут давать звуковые волны. Спектральная плотность шумовой ЭДС по-прежнему определяется формулой (5.2.2), где, однако, следует учесть изменение аргумента дельта-функции, а также области интегрирования в фазовом пространстве \vec{k} . Будем считать выполненными неравенства

$$k_z^2 v_{Te}^2 \gg \omega, \quad k^2 v_{Ti}^2 \ll \omega_{pi}^2, \quad \omega \gg \omega_{H_1}. \quad (5.2.8)$$

В силу первого из этих неравенств основную плазму уже нельзя считать холодной, и аргумент δ -функции теперь примет вид

$$\epsilon_{||}(\omega, \vec{k}) = 1 + \frac{\omega_{pe}^2}{\omega_{H_2}^2} + \frac{\omega_{pi}^2}{k^2 v_{Te}^2} - \frac{\omega_{pi}^2}{\omega^2}. \quad (5.2.9)$$

Как видно из формулы (5.2.9), частота нижнего гибридного резонанса лежит внутри области существования звуковых волн

$$0 < \omega \lesssim \omega_{pi} \left(\frac{T_e}{T_e + T_i} \right)^{1/2}.$$

Плотность шумовой ЭДС в этом частотном интервале, полагая для простоты $\vec{j} = 0$, можно представить в виде

$$S_{\omega}^2 = \frac{4T_e}{\pi\omega L \epsilon_1^{1/2} (1 - \omega_{pe}^2/\omega^2)^{1/2}} \sin \left| \sqrt{1 + \frac{T_e}{T_i} \epsilon_1} + \sqrt{\frac{T_e}{T_i} \epsilon_1} \right| \quad (5.2.10)$$

Формула (5.2.10) показывает, что интенсивность квазиравновесных шумов в неизотермической плазме имеет сравнительно плавный спектр, примыкающий к нулевой частоте, с некоторым подъемом при $\omega \rightarrow \Omega_{нг}$. В отличие от предыдущего случая плазмы с добавкой надтепловых частиц, основная часть спектра S_{ω}^2 лежит в области частот $\omega \lesssim \Omega_{нг}$.

Таким образом, присутствие надтепловых частиц в ионосферной плазме кардинально меняет свойства электрических ОНЧ-шумов, принимаемых на спутниках. Если в холодной плазме спектр равновесных НГР-шумов очень узкий с симметричной полосой относительно $\Omega_{нг}$, то при наличии надтепловых частиц он резко расширяется (в сторону высоких частот).

Важной отличительной характеристикой является поведение спектра НГР-шумов в зависимости от плотности ионосферной плазмы. При пролете спутником областей с пониженной концентрацией ($\omega_{pe} < \omega_{ne}$) спектр НГР-шумов, обусловленных надтепловыми частицами, должен существенно сужаться и приближаться к локальной частоте $\Omega_{нг}$, а интенсивность расти. В случае надтепловых протонов спектр НГР-шумов вблизи $\Omega_{нг}$ может иметь тонкую структуру в виде линий, разделенных гирочастотой протонов.

Интересная особенность возникает при возрастании плотности N_s надтепловых частиц. В случае $N_s/N_T \gg \omega$ ширина спектра НГР-шумов начинает зависеть от N_s , а следовательно и от интенсивности НГР-излучения.

5.2.2. Спектр шумовой ЭДС в области высоких частот

Специфика высокочастотного интервала состоит в том, что квазиравновесные шумы здесь обусловлены только надтепловыми электронами и проявляются в частотном интервале $\omega_{pe} <$

$\omega < \sqrt{\omega_{pe}^2 + \omega_{ne}^2} = \Omega_{вг}$. Кроме того, уровень шумов сильно зависит от ориентации антенны по отношению к резонансному направлению $\gamma = \arcsin \frac{\omega_{pe}}{\omega}$. Как следствие этого, интеграл (5.2.2), определяющий S_{ω}^2 , имеет разные асимптотичес-

кие значения (по параметру $q = \omega L / v_{Te} \gg 1$) при $\tan \gamma \neq \mu$. Исключая значения углов, близких к резонансному, имеем

$$\mathcal{E}_{\omega_s}^2 = \frac{6 T_s \mu^2 \int_0^{\infty} y^3 e^{-y^2} (A + y^2 e^{-y^2})^{-1} dy}{\pi \omega L \sqrt{|\epsilon_1 \epsilon_3|} q (\mu^2 \cos^2 \gamma - \sin^2 \gamma)^{3/2}}, \quad \mu^2 \cos^2 \gamma - \sin^2 \gamma > 0, \quad (5.2.11)$$

$$\mathcal{E}_{\omega_s}^2 = \frac{16 T_s \int_0^{\infty} y^3 e^{-y^2} (A + y^2 e^{-y^2})^{-1} dy}{\pi \omega L \sqrt{|\epsilon_1 \epsilon_3|} (\sin^2 \gamma - \mu^2 \cos^2 \gamma)^{3/2}}, \quad \mu^2 \cos^2 \gamma - \sin^2 \gamma < 0, \quad (5.2.12)$$

где $|\mu \cos \gamma - \sin \gamma| \gg q^{-1}$.

Выражения (5.2.11), (5.2.12) определяют частотный спектр квазиравновесной шумовой ЭДС в зависимости от параметров антенной системы, плазмы и фотозлектронов. Основные параметры, определяющие величину, ширину и частотный ход спектральной линии квазиравновесного шума, есть температура фотозлектронов T_s , угол ориентации антенны по отношению к направлению геомагнитного поля γ и величина $A \ll \alpha = \nu N_x / \omega N_s$. Температура фотозлектронов определяет средний уровень квазиравновесных шумов, который в силу условия $T_s \gg T_x$ превышает уровень равновесного шума $\mathcal{E}_{\omega_x}^2$. Максимальное значение спектр ЭДС имеет на частоте, близкой к резонансной частоте, определяемой равенством $\mu(\omega_{max}) = \tan \gamma$. Угол γ определяет ширину резонансной кривой, основное zero которой находится в интервале частот $\omega_{max} \leq \omega < \Omega_{gr}$ и сильно влияет на величину максимума шумовой ЭДС. При $\gamma \rightarrow \pi/2$ амплитуда шумовой ЭДС падает, а ширина резонансной кривой растет, при $\gamma \rightarrow 0$ рост амплитуды сопровождается сужением спектра шумовой ЭДС.

Параметр α , при фиксированных γ и T_s определяет амплитуду шума вблизи плазменной частоты и тонкую структуру линии шумовой ЭДС вблизи верхней гибридной частоты. Например, в случае $\alpha \ll 1$, когда можно пренебречь поглощением излучения в основной плазме, шумовая ЭДС принимает максимальное значение, равное

$$\mathcal{E}_{\omega_s}^2 = \frac{2}{\pi} R_x(\omega) T_s. \quad (5.2.13)$$

Из формул (5.2.13) и (5.2.11) видно, что здесь по сравнению со случаем $\alpha \ll 1$ амплитуда шума при $\omega \approx \Omega_{BG}$ возрастает в $\omega L / v_{T_0}$ раз. Из формулы (5.2.13) также следует, что при $\alpha \ll 1$ сильно выражен верхнегибридный резонанс, так как спектр $R_Z(\omega)$ имеет максимум на частоте Ω_{BG} .

В противоположном случае $\alpha \gg 1$ для $\xi_{\omega_s}^2$ получим

$$\xi_{\omega_s}^2 = \frac{8\mu^2 T_0}{\mathfrak{F}^2 \omega L \alpha \sqrt{|\epsilon_1 \epsilon_3|} 4(\mu^2 \cos^2 \gamma - \sin^2 \gamma)^{3/2}}, \quad \mu^2 \cos^2 \gamma - \sin^2 \gamma > 0, \quad (5.2.14)$$

$$\xi_{\omega_s}^2 = \frac{4T_0}{\mathfrak{F}^{4/2} \omega L \alpha \sqrt{|\epsilon_1 \epsilon_3|} (\sin^2 \gamma - \mu^2 \cos^2 \gamma)^{1/2}}, \quad \mu^2 \cos^2 \gamma - \sin^2 \gamma < 0. \quad (5.2.15)$$

Амплитуда шумовой ЭДС здесь пропорциональна концентрации фотоэлектронов N_0 и уменьшается по сравнению со случаем $\alpha \ll 1$ в $\omega L \alpha / v_{T_0}$ раз при $\omega \approx \omega_{pe}$ и в α раз при $\omega \approx \Omega_{BG}$.

Полученные результаты были использованы для сравнения с экспериментальными данными по измерению естественных шумов ионосферы, полученными на спутнике "Интеркосмос-Коперник-500" [108]. Характерные частоты, на которых наблюдались повышенные всплески интенсивности шумов, $f \approx 1$ МГц (высота полета спутника при этом была 800-1000 км, $f_{pe} \approx 0,7$ МГц, $f_{HE} \approx 0,5$ МГц). Экспериментальные данные показали четкую зависимость интенсивности максимума естественных шумов ионосферы от угла γ . Максимальная интенсивность шумов наблюдалась, когда антенна ориентирована приблизительно вдоль магнитного поля Земли; для углов, близких к 90° , интенсивность минимальна. Подобная зависимость видна на расчетных спектрах, приведенных в работе [109]. Экспериментальное значение амплитуды ξ_{ω}^2 соответствует расчетным данным при $T_0 \approx 3 \cdot 10^5$ К в диапазоне энергий фотоэлектронов 10-140 эВ. Завышенное значение расчетных данных для амплитуд, приведенное в работе [108], связано с учетом поглощения надтепловых шумов на частицах основной плазмы. Этот случай соответствует значению параметра $\alpha = 0$ и дает максимальное значение интенсивности регистрируемого шума.

Отметим, что аналогичные расчеты могут быть выполнены для плазменных шумов в интервале частот $\omega < \omega_{He}$, а также на гармониках гирочастоты электронов, где возможно возбуждение мод Бернштейна надтепловыми частицами.

5.3. ДИАГНОСТИКА ШУМОВ В ДВИЖУЩЕЙСЯ ПЛАЗМЕ

Тот факт, что в движущейся плазме сопротивление излучения антенны может стать отрицательным (см. гл.1), особенно наглядно свидетельствует о неприменимости в этом случае формулы Найквиста и необходимости прямого расчета шумовой ЭДС, следуя методике раз. 5.1. Если движущаяся среда однородна, то для спектра шумовой ЭДС по-прежнему справедлива формула (5.1.4), в которую необходимо подставить корреляционную функцию микрозарядов и диэлектрическую проницаемость движущейся плазмы. Последние, как легко показать, выражаются через соответствующие функции неподвижной плазмы путем замены $\omega \rightarrow \omega - \vec{k} \vec{v}$. Считая распределение частиц плазмы в погuttной системе отсчета максвелловским, с помощью формулы (5.1.5) получим

$$S_{\omega}^2 = 8(2\pi)^3 / Q^2 \times \int_{-\infty}^{\infty} |p_0(\vec{k})|^2 \frac{\text{Im} \epsilon_{\parallel}(\omega - \vec{k} \vec{v}, \vec{k})}{(\omega - \vec{k} \vec{v}) |\epsilon_{\parallel}(\omega - \vec{k} \vec{v}, \vec{k})|^2} \cdot \frac{d\vec{k}}{k^3}, \quad (5.3.1)$$

где $\epsilon_{\parallel}(\omega, \vec{k})$ – продольная диэлектрическая проницаемость неподвижной плазмы. В отличие от формулы Найквиста, здесь вместо ω в знаменателе стоит множитель $(\omega - \vec{k} \vec{v})$, который обеспечивает положительный вклад аномальных доплеровских гармоник в спектральную плотность ЭДС.

Выражение (5.3.1) можно проинтегрировать в достаточно общем виде для разреженной изотропной плазмы, задав ее диэлектрическую проницаемость следующим образом:

$$\epsilon_{\parallel} = 1 - \frac{\omega_{pe}^2}{(\omega - k_z v)^2 - k^2 v_{Te}^2} + i \frac{2\omega_{pe}^2 \sqrt{\pi} (\omega - k_z v)}{k^2 v_{Te}^3} e^{\pm i\theta} \left[- \frac{(\omega - k_z v)^2}{k^2 v_{Te}^2} \right]. \quad (5.3.2)$$

Предполагается, что $v \gg v_{Te}$, $\omega \gg k_z v$, ось z направлена вдоль скорости потока.

Как показывают формулы (5.3.1), (5.3.2), основной вклад в шумы в частотных диапазонах $\omega \gg \omega_{pe}$ и $\omega \lesssim \omega_{pe}$ дают существенно различные области волновых чисел. На этих частотах $\omega \gg \omega_{pe}$, когда реальная часть $\epsilon_{||}$ близка к единице, основной вклад в интеграл (5.3.1) дает окрестность точки $k_z = \omega/v$. В самом деле, при

$$v_{Te} \rightarrow 0, \quad \text{Im } \epsilon_{||} / (\omega - k_z v) \rightarrow \pi \frac{\omega_{pe}^2}{k^2 v_{Te}^2} \delta(\omega - k_z v),$$

откуда для спектральной плотности ЭДС получим

$$\mathcal{E}_\omega^2 = \frac{4(2\pi)^4 \omega_{pe}^2 T}{Q^2 v_{Te}^2} \int \frac{|\rho_0(\vec{k})|^2}{k^4} \frac{\delta(\omega - k_z v)}{|\text{Re } \epsilon_{||}|^2} d\vec{k}. \quad (5.3.3)$$

Предполагая, что антенна ориентирована вдоль z , с учетом выражения (5.3.2) получаем

$$\mathcal{E}_\omega^2 = \frac{2(2\pi)^5 T}{v} \frac{|\rho_0(k_z = \omega/v)|^2}{Q^2} \left(1 + \frac{\omega^2 v_{Te}^2}{\omega_{pe}^2 v^2}\right)^{-1}. \quad (5.3.4)$$

Таким образом, на высоких частотах величина \mathcal{E}_ω^2 зависит от параметра $\rho = (\omega_{pe}^2/\omega^2)(v^2/v_{Te}^2)$. В достаточно плотной плазме (при $\rho \gg 1$) спектральная плотность ЭДС пропорциональна температуре. Если же $\rho \ll 1$, из формулы (5.3.4) следует

$$\mathcal{E}_\omega^2 = \frac{2(2\pi)^5}{v} \frac{|\rho_0(\omega/v)|^2}{Q^2} \frac{\omega_{pe}^2}{\omega^3} m v^2, \quad (5.3.5)$$

где m — масса электрона. Очевидно, что спектр шума здесь имеет негепловой характер. Роль температуры в формуле (5.3.5) играет кинетическая энергия заряженной частицы, а множитель $\omega_{pe}^2 |\rho_0(\omega/v)|^2 / \omega^3 Q^2 v$ характеризует пролетные потери потока электронов, налетающего на антенну со скоростью v . Отметим, что интенсивность шума при $\rho \ll 1$ пропорциональна концентрации заряженных частиц.

На частотах, достаточно близких к ленгмюровской, основной вклад в шумы дают резонансные колебания плазмы, которые описываются дисперсионным уравнением $\text{Re } \epsilon_{||}(\omega - k_z v, \vec{k}) = 0$. Считая $v \gg v_{Te}$, в этом уравнении членом $k^2 v_{Te}^2$ можно пренебречь. Переходя к пределу $\text{Im } \epsilon_{||} \rightarrow 0$, из формулы (5.3.1) получим

$$\mathcal{E}_\omega^2 = \frac{4(2\pi)^4}{Q^2} T \int \frac{|\rho_0(\vec{k})|^2}{k^2} |\omega - k_z v| \delta[(\omega - k_z v)^2 - \omega_{pe}^2] d\vec{k}. \quad (5.3.6)$$

Интегрирование по k_z приводит к следующему результату:

$$\mathcal{E}_\omega^2 = \frac{2}{Q} R_{эф} T, \\ R_{эф} = \frac{16\pi^5}{v Q^2} \int d\vec{k}_\perp \left\{ \frac{|\rho_0(\vec{k}_\perp, (\omega - \omega_{pe})/v)|^2}{k_\perp^2 + [(\omega - \omega_{pe})/v]^2} + \frac{|\rho_0(\vec{k}_\perp, (\omega + \omega_{pe})/v)|^2}{k_\perp^2 + [(\omega + \omega_{pe})/v]^2} \right\}. \quad (5.3.7)$$

Выражение (5.3.7) имеет вид формулы Найквиста с некоторым эффективным сопротивлением $R_{эф}$. С другой стороны, легко найти сопротивление излучения антенны в плазменные волны:

$$R = \frac{16\pi^5 \omega_{pe}}{v \omega Q^2} \int d\vec{k}_\perp \left\{ \frac{|\rho_0(\vec{k}_\perp, (\omega - \omega_{pe})/v)|^2}{k_\perp^2 + [(\omega - \omega_{pe})/v]^2} - \frac{|\rho_0(\vec{k}_\perp, (\omega + \omega_{pe})/v)|^2}{k_\perp^2 + [(\omega + \omega_{pe})/v]^2} \right\} = R_{нД} + R_{аД}, \quad (5.3.8)$$

которое определяется суммой потерь на возбуждение нормальных ($R_{нД}$) и аномальных ($R_{аД}$) доплеровских гармоник. Отрицательный знак $R_{аД}$ соответствует росту энергии движущегося источника при излучении им плазменных волн в области аномального эффекта Доплера. Как уже указывалось в разд. 1.3, существуют условия, при которых $|R_{аД}| > R_{нД}$, т.е. сопротивление излучения источника отрицательно. Что касается спектральной плотности шумовой ЭДС, то она строго положительна, поскольку и нормальные, и аномальные доплеровские гармоники вносят положительный вклад в $R_{эф}$. Действительно, сравнение формул (5.3.7) и (5.3.8) показывает:

$$R_{эф} = \frac{\omega}{\omega_{pe}} (R_{нД} + |R_{аД}|). \quad (5.3.9)$$

Отметим интересную особенность, следующую из формулы (5.3.7): при $\omega_{pe} \rightarrow \infty$ $\mathcal{E}_\omega^2 \rightarrow 0$. Это обстоятельство отражает явление так называемой депрессии шума в плотной плазме (или при $T \rightarrow 0$), когда размер поляризационного облака заряженных частиц стремится к нулю. При этом шумовой импульс "голого" электрона подавляется когерентным с ним импульсом поляризационного облака.

Анализ спектра шумовой ЭДС в движущейся магнитоактивной плазме в основном аналогичен вышеприведенному. Остановимся здесь лишь на случае $\omega \gg \omega_{pe}$, когда $\Re \epsilon_{\parallel} \approx 1$, и спектр \mathcal{E}_ω^2 определяется интегралом от мнимой части диэлектрической проницаемости плазмы. Пусть скорость потока направлена вдоль внешнего магнитного поля, тогда при $v_{Te} \rightarrow 0$, $\omega \gg \omega_{pe}$ получим

$$\begin{aligned} \frac{\text{Im } \epsilon_{\parallel}}{\omega - \kappa_z v} = 2\pi \frac{\omega_{pe}^2}{\kappa^2 v_{Te}^2} \left\{ \delta(\omega - \kappa_z v) + \right. \\ \left. + \frac{\kappa_z^2 v_{Te}^2}{2} \left[\delta(\omega - \kappa_z v - \omega_{He}) + \delta(\omega - \kappa_z v + \omega_{He}) \right] \right\}. \quad (5.3.10) \end{aligned}$$

Из формул (5.3.1), (5.3.10) следует, что шумы обусловлены пролетными потерями черенковского типа и пролетными потерями электронов на нормальных и аномальных доплеровских частотах $\omega = \kappa_z v \mp \omega_{He}$. Шумы, связанные с черенковскими потерями, не зависят от температуры, и выражение для их спектра совпадает с формулой (5.3.5), справедливой в изотропной плазме. Слагаемые, обусловленные возбуждением доплеровских гармоник, пропорциональны температуре. Так, для тонкой дипольной антенны, ориентированной вдоль z , спектральная плотность шумовой ЭДС принимает вид

$$\begin{aligned} \mathcal{E}_\omega^2 = \frac{b^4}{v} \left\{ \frac{\omega_{pe}^2}{\omega^2} m v \frac{2 \sin^4(\omega L/v)}{\omega^2 L^2/v^2} + \right. \\ \left. + \frac{\omega_{pe}^2}{\omega_{He}^2} T \left[\Re n \left| \frac{v}{b(\omega - \omega_{He})} \right| \frac{\sin^4[(\omega - \omega_{He})/v] L}{(\omega - \omega_{He})^2 L^2/v^2} + \right. \right. \\ \left. \left. + \Re n \left| \frac{v}{b(\omega + \omega_{He})} \right| \frac{\sin^4[(\omega + \omega_{He})/v] L}{(\omega + \omega_{He})^2 L^2/v^2} \right] \right\}. \quad (5.3.11) \end{aligned}$$

Здесь $2L$ — длина антенны, b — ее радиус; распределение заряда на антенне, в соответствии с условием $\omega \gg \omega_{pe}$, считается вакуумным.

5.4. ОСЕДАНИЕ ЗАРЯЖЕННЫХ ЧАСТИЦ НА ПОВЕРХНОСТЬ АНТЕННЫ

Расчет шумовой ЭДС, связанной с оседанием частиц на поверхность антенны, в общем случае является очень сложной задачей. Он упрощается лишь для высоких частот и достаточно малых источников, когда оседающие заряды можно считать "голыми" некоррелированными частицами. Вычисляя потенциал или ток, наводимый на антенне отдельным зарядом, и суммируя затем по всем зарядам с разными скоростями и направлениями движения, можно получить выражение для спектральной плотности шумовой ЭДС. Проведем указанную процедуру для двух наиболее простых случаев $\omega \rightarrow 0$ и $\omega \rightarrow \infty$, считая статический потенциал антенны близким к нулю, а траектории электронов — прямыми.

При $\omega \rightarrow 0$ достаточно использовать стандартное выражение для импульса тока на заземленный проводник при оседании на его поверхность электрона: $I(t) = e\delta(t)$. Отсюда сразу получаем формулу, определяющую спектр шумовой ЭДС:

$$S_{\omega}^2 = 2 \left(\frac{1}{\omega C_0} \right)^2 \frac{eI_0}{2\pi}, \quad (5.4.1)$$

где I_0 — постоянный ток на антенну, C_0 — ее емкость в вакууме. Сравнивая формулу (5.4.1) с вытекающими из теоремы Найквиста выражениями для ЭДС, наводимой на "малом" источнике ($\omega b/v_{Te} \ll 1$, $\omega d/v_{Te} \ll 1$, где b — радиус провода или усов диполя, d — радиус шара) пролетными частицами [7,31], легко убедиться, что для провода и диполя оседанием частиц можно пренебречь, а для шара шумы пролетных и оседающих частиц оказываются одного порядка.

В обратном предельном случае $\omega \rightarrow \infty$ ($\omega \gg \omega_{pe}$; $\omega d \gg v_{Te}$ или $\omega b \gg v_{Te}$) для нахождения шумов необходимо найти асимптотику при $\omega \rightarrow \infty$ Фурье-компоненты импульса потенциала или тока отдельного электрона. Очевидно, подобная асимптотика определяется областями, где не являются гладкими функция или ее производные. Из сказанного следует, что пролетные частицы не дают вклада в шумы, и последние полностью определяются оседающими частицами. "Негладкость" в импульсе тока оседающей частицы возникает в момент ее встречи с поверхностью, поэтому асимптотика ($\omega \rightarrow \infty$) фурье-компоненты импульса потенциала электрона легко может быть найдена. Суммируя затем импульсы всех электро-

нов, можно получить ξ_{ω}^2 . Приведем здесь соответствующие формулы для плазмы с максвелловским распределением электронов. Для шара

$$\xi_{\omega}^2 = \frac{T}{\pi^{3/2}} \frac{\omega_{pe}^2}{\omega^2} \frac{V_{Te}}{\omega L} \frac{1}{\omega L}; \quad (5.4.2)$$

для тонкого провода

$$\xi_{\omega}^2 = \frac{2T}{\pi^{3/2}} \frac{\omega_{pe}^2}{\omega^2} \frac{V_{Te}}{\omega L} \frac{1}{\omega L}, \quad (5.4.3)$$

где L — длина провода.

В случае больших источников при $\omega \ll \omega_{pe}$ оседание частиц также может играть важную роль. Как ясно из вышесказанного, при этом существенной является корреляционная "одежда" частиц.

Некоторые сведения по данному вопросу имеются в литературе [7, 110], однако его теоретический анализ в настоящее время далек от завершения.

Глава 6

ПРИМЕНЕНИЕ ТЕОРИИ АНТЕНН В ПЛАЗМЕ

В настоящее время антенны и зонды широко используются в лабораторных и космических плазменных экспериментах. Традиционной и наиболее известной областью их применения служит диагностика параметров плазмы и возбуждаемых в ней электромагнитных излучений различной природы. Однако в космических экспериментах (называемых обычно "активными") антенна, размещенная на борту спутника или ракеты, все чаще выступает как средство возбуждения интенсивных электромагнитных волн, способных создать сильные локальные возмущения ионосферной и магнитосферной плазмы. Настоящая монография исходит из потребностей указанных экспериментов, и ее основной целью является анализ физических закономерностей и эффектов, присущих электродинамической системе "источник — плазма". Рассмотренные выше задачи и уравнения, моделирующие эту систему, могут служить основой детального расчета поля и импеданса антенны в конкретной экспериментальной ситуации. Вместе с тем мы не ставили своей целью дать сколько-нибудь полный обзор проведенных и планируемых экспериментов. Это привело бы к резкому возрастанию объема книги. Следует также отметить, что во многих случаях анализ экспериментальных данных затруднителен из-за недостатка информации о параметрах используемых антенн и измерениях их импедансных характеристик в плазме.

В силу указанных причин, изложение данной главы строится следующим образом. Вначале более или менее подробно остановимся на результатах лабораторных экспериментов по изучению электродинамики дипольных антенн (электрического и магнитного типа) в нижегибридном диапазоне частот на малом уровне мощности, подводимой к антенне. Особое внимание будет также сосредоточено на результатах нелинейных (лабораторных и натурных) экспериментов, в которых эффекты ионизации или нагрева плазмы ближним полем кардинально меняют электромагнитное поле антенны и ее импеданс. Такого рода эксперименты, включающие комплексные измерения импеданса, амплитудно-фазовых распределений электромагнитного поля, параметров окружающей антенну плазмы, были проведены в

Институте прикладной физики АН СССР и Нижегородском государственном университете [50, 111-114]. Результаты экспериментов будут привязаны к соответствующим расчетам поля и импеданса, сделанным в предыдущих главах. Даваемые ниже формулы специально приведены к виду, удобному для практических вычислений и сценок. Надеемся, что они будут полезны для экспериментаторов.

Информацию о других экспериментальных работах, так или иначе относящихся к проблеме "антенна в плазме", можно найти в ряде оригинальных и обзорных статей, которые для удобства читателей объединены тематически в четыре раздела: 1) антенна как средство диагностики параметров плазмы (концентрации, температуры, функции распределения частиц) [115, - 119]; 2) антенна как инструмент для измерения спектральных, амплитудных и поляризационных характеристик естественных и искусственных излучений разной природы (шумовых, спорадических, регулярных) в плазме [102-108]; 3) зондирование ионосферы из космоса [120-122]; 4) активные спутниковые и ракетные эксперименты в космической плазме [15, 123-130].

6.1. ЛАБОРАТОРНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ПРОБЛЕМ ИЗЛУЧЕНИЯ НИЗКОЧАСТОТНЫХ АНТЕНН В МАГНИТОАКТИВНОЙ ПЛАЗМЕ

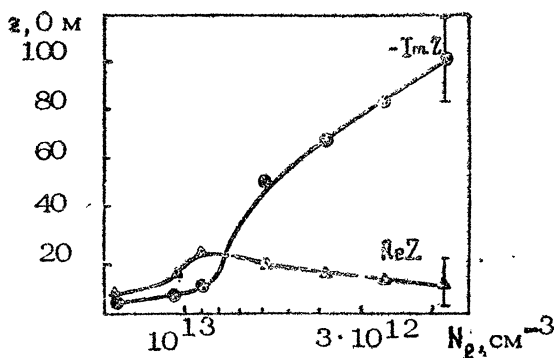
Эксперименты, о которых пойдет речь в разд. 6,1 - 6,2, были выполнены в вакуумной камере диаметром 120 см и длиной 125 см. Плазма создавалась путем зажигания индукционного разряда в квазистационарном магнитном поле величиной $H_0 \approx 400$ Э. В качестве рабочего газа использовался гелий при давлении $p \approx 6 \cdot 10^{-3}$ Тор. Измерения проводились после выключения ВЧ-источника ионизации в распадающейся плазме, время жизни которой составляло $\tau \sim 10^{-3}$ с. На стадии распада в объеме камеры устанавливался профиль концентрации, близкий к основной диффузионной моде: $N = N_{max}(t) \cos(\alpha x / 2l) \cdot J_0(2,4 \tau / R)$, где $N_{max} \approx 10^{13}$ см $^{-3}$, $2l \approx 150$ см, $R \approx 20$ см, J_0 - функция Бесселя, x и τ - координаты вдоль и поперек оси камеры. Исследовались вопросы излучения антенн электрического типа (симметричный диполь с длиной плеча $l/2 = 2,5$ см) и магнитного типа (виток медного провода диаметром $a = 5$ см) в диапазоне частот 20-60 МГц. Излучающая антенна разме-

чалась на оси плазменного столба, переменное напряжение к ней подводилось от ВЧ-генератора, работающего в непрерывном режиме с максимальной амплитудой выходного напряжения на согласованной нагрузке $U_{\text{н}} = 5$ В.

Режим работы установки выбирался следующим образом. Во-первых, частота излучения ω соответствовала нижнегибридному диапазону для магнитоактивной плазмы, удовлетворяя неравенствам $\Omega_{\text{нг}} < \omega < \Omega_{\text{не}} < \omega_{\text{pe}}$, причем в условиях эксперимента $\omega_{\text{не}} \approx 8 \cdot 10^9 \text{ с}^{-1}$, $\Omega_{\text{нг}} \approx 8 \cdot 10^6 \text{ с}^{-1}$. Во-вторых, характерные размеры антенны были малы по сравнению с продольной длиной свистовой волны $\lambda_c = \frac{2\pi c}{\omega_{\text{pe}}} \left(\frac{C_{\text{не}}}{\omega}\right)^{1/2}$, но значительно превышали масштабы пространственной дисперсии $\gamma_{\text{н}}, \gamma_{\text{н}}/\omega, \beta_e = v_{\text{те}}/\lambda_{\text{не}}$. В этой области параметров выполнены условия резонансного возбуждения собственных квазистатических колебаний плазмы, а пространственная дисперсия слабо влияет на структуру электромагнитного поля и импеданс антенны. В то же время, так как частота достаточно низка, а толщина антенного провода много больше дебаевского радиуса, оказываются существенными эффекты, связанные с оседанием заряженных частиц на поверхность антенны.

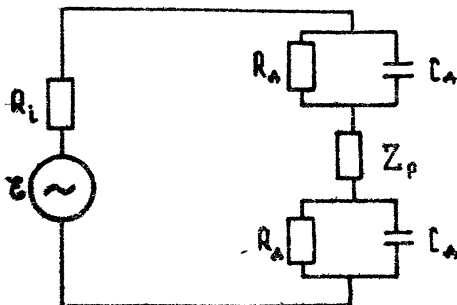
6.1.1. Импеданс электрического диполя

Для исследования импеданса излучающей антенны в экспериментах измерялись амплитуды падающей (U_1) и отраженной (U_2) волн в антенно-фидерном тракте, а также тока в антен-



Р и с. 6.1. Экспериментальные зависимости импеданса электрической дипольной антенны от концентрации электронов

не, при различных значениях концентрации окружающей плазмы ($N_e \approx 10^{13} \div 10^{11} \text{ см}^{-3}$) и частоты ($\omega/2\pi \approx 20 \div 60 \text{ МГц}$). На рис. 6.1 представлены характерные зависимости $\text{Re } Z(N_e)$ и $\text{Im } Z(N_e)$ реальной и мнимой частей импеданса электрического диполя, ориентированного перпендикулярно внешнему магнитному полю, при $\omega/2\pi = 10 \text{ МГц}$ и $U_{\sim} = 3 \text{ В}$. Для анализа результатов измерений удобно, пользуясь квазистационарностью системы, представить антенну в виде двухполосника, эквивалентная схема которого изображена на рис. 6.2. На этой схеме



Р и с. 6.2. Эквивалентная схема симметричного электрического диполя в плазме

R_A и C_A характеризуют сопротивление и емкость области нарушения квазинейтральности (двойного слоя), обусловленной оседанием заряженных частиц на поверхность каждого из "усов" электрического диполя; $Z_p = R_p + iX_p$ - импеданс диполя в однородной (невозмущенной) плазме. В рассматриваемой области частот и масштабов реальная и мнимая части импеданса Z_p , следуя результатам гл.2, могут быть рассчитаны по формулам:

$$R_p = \begin{cases} \ln\left(\frac{L \sin \gamma}{b}\right) / \omega_{pe} L \sin \gamma, & |\sin \gamma| > \frac{\omega}{\omega_{ne}} |\cos \gamma|, \\ \pi \omega_{ne} / 2 \omega \omega_{pe} L \cos \gamma, & |\sin \gamma| < \frac{\omega}{\omega_{ne}} |\cos \gamma|; \end{cases} \quad (6.1.1)$$

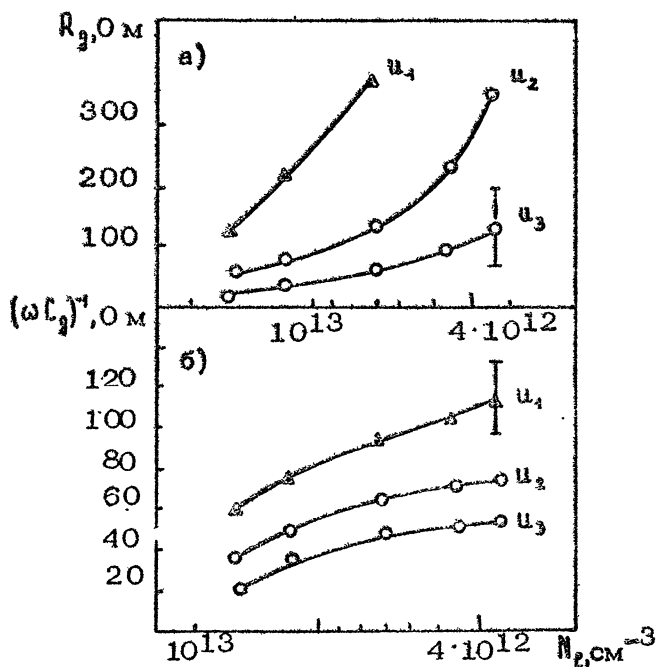
$$X_p = \frac{1}{\omega C_p} \begin{cases} \omega / \omega_{ne} \omega_{pe} L \sin^2 \gamma, & |\sin \gamma| > \frac{\omega}{\omega_{ne}} |\cos \gamma|, \\ \omega_{ne} \ln\left(\frac{\omega L}{\omega_{ne} b}\right) / \omega \omega_{pe} L \cos \gamma, & |\sin \gamma| < \frac{\omega}{\omega_{ne}} |\cos \gamma|. \end{cases} \quad (6.1.2)$$

Здесь δ - толщина уса пиполя, γ - угол между осью диполя и магнитным полем.

Что касается значений R_A и L_A , их величина существенно зависит как от геометрии антенны, так и от соотношения амплитуды переменного напряжения между усами u_{\sim} , статического потенциала антенны относительно плазмы φ_0 и плазменного потенциала $V_e = eT_e/e$. Не излагая здесь подробно результаты разд. 4.2, напомним лишь формулы для R_A в случае малой ($u_{\sim} \ll V_e$) и большой ($u_{\sim} \gg V_e$) амплитуды переменного напряжения (при $\varphi_0 = V_e$):

$$\begin{cases} R_A \approx V_e / J_{in}, & u_{\sim} \ll V_e, \\ R_A \approx \pi u_{\sim} / 4 J_{in}, & u_{\sim} \gg V_e. \end{cases} \quad (6.1.3)$$

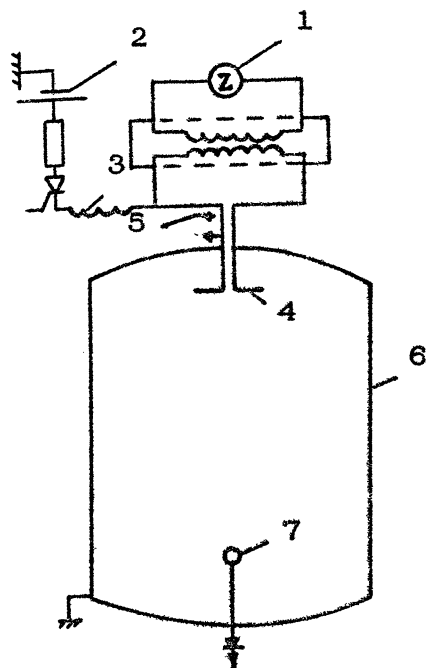
Здесь J_{in} - ионный ток насыщения на плечо диполя. Из приведенных формул следует, что в условиях эксперимента выполнялись неравенства $R_A \approx (\omega L_A)^{-1} \gg |Z_p|$, т.е. входной импеданс



Р и с. 6.3. Зависимости активного (а) и реактивного (б) сопротивления двойного слоя от концентрации электронов при трех значениях амплитуды переменного напряжения на антенне ($u_1 = 10$ В, $u_2 = 3$ В, $u_3 = 1$ В)

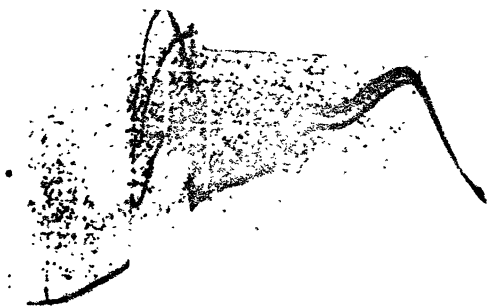
диполя определяются характеристиками области нарушения квазинейтральности. Поэтому, зная результаты измерений входного импеданса антенны, с помощью эквивалентной схемы можно построить зависимости R_A и C_A от концентрации. Соответствующие кривые для трех значений амплитуды переменного напряжения приведены на рис. 6.3. Они показывают, что сопротивление и емкость двойного слоя существенно зависят от величины u_{∞} . Из экспериментальных данных, в частности, следует, что при $u_{\infty} > V_0$ емкость $C_A \propto u_{\infty}^{-1/2}$, а сопротивление $R_A \propto u_{\infty}$. Как уже обсуждалось в разд. 4.2, подобные зависимости связаны с нелинейностью статических характеристик антенны $I_0(\psi)$ и $Q_0(\psi)$.

Таким образом, импеданс низкочастотных антенн в плазме в значительной степени определяется пространственным зарядом и током оседающих на поверхность антенны частиц. Оценки показывают, что в ионосферных условиях, например, импеданс двойного слоя по абсолютной величине может на несколько порядков превышать сопротивление излучения диполя в электромагнитные волны. Разумеется, это резко снижает эффективность излучения (или чувствительность приема) низкочастотной антенны в космосе и заставляет искать способы уменьшения $|Z_A|$. Как показали эксперименты, в лабораторных условиях наиболее простым и удобным способом снижения $|Z_A|$ является покрытие поверхности антенны слоем диэлектрика (стекла), толщина которого в несколько раз превышает дебаевский радиус электронов. Однако для антенн, размещаемых на спутнике или ракете, применить этот способ было бы затруднительно из-за увеличения веса антенны и ряда других конструктивных неудобств. В связи с этим представляет интерес метод электродинамического управления величиной импеданса низкочастотной антенны, также апробированный в лаборатории на установке, схема которой изображена на рис. 6.4. Идея метода основана на зависимости импеданса Z_A от положения рабочей точки на статических характеристиках $I_0(\psi)$ и $Q_0(\psi)$, т.е. от статического потенциала антенны относительно плазмы ψ_0 . При $u_{\infty} < V_0$, например, импеданс двойного слоя можно оценить по формуле $Z_A = [I'_{0\psi}(\psi_0) + i\omega Q'_{0\psi}(\psi_0)]^{-1}$. Следовательно, $|Z_A|$ принимает минимальное значение в точках экстремумов функций I'_0 и Q'_0 , т.е. в точках перегиба соответствующих статических характеристик. Из рассмотрения кривых на рис. 4.2. и просто из физических соображений ясно, что величина $|Z_A|$ имеет



Р и с. 6.4. Схема эксперимента по электродинамическому управлению мощностью излучения электрического диполя: 1—ВЧ-генератор, 2—источник постоянного напряжения, 3—дрессельная развязка по высокой частоте, 4—антенна, 5—рефлектометр, 6—вакуумная камера, 7—приемная антенна

минимум, когда статический потенциал антенны близок к нулю, т.е. его величина сравнима с потенциалом окружающей плазмы, а область нарушения квазинейтральности вблизи проводника отсутствует. На практике для поддержания потенциала φ_0 равным плазменному необходимо подавать на антенну положительный потенциал относительно проводящей поверхности с достаточно большой площадью $S \gg S_a \sqrt{M/m}$, где S_a — площадь антенны. В космических условиях такой поверхностью может служить корпус спутника, в лаборатории — металлическая стенка вакуумной камеры (см. рис.6.4). Лабораторный эксперимент был осуществлен следующим образом. К электрической дипольной антенне длиной $L/2 = 22$ мм, излучающей в нижнегибридном диапазоне частот, подводилось импульсное

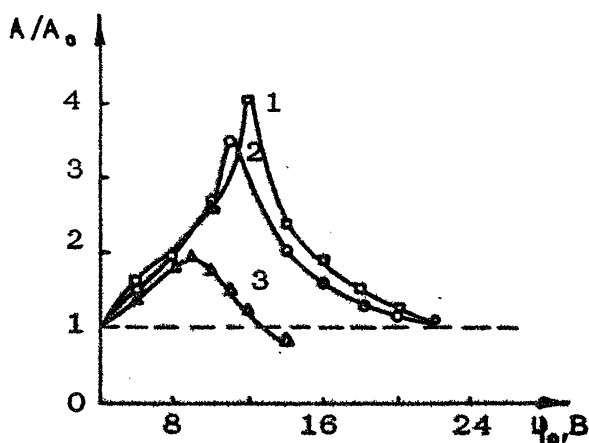


Р и с. 6.5. Осциллограммы сигнала на приемной антенне

напряжение длительностью $\tau_{\text{и}} = 100$ мкс. Амплитуда импульса смещения изменялась в пределах от -10 В до 100 В. Импульсный режим смещения потенциала диктовался требованием минимального возмущения концентрации плазмы, окружающей антенну.

Результаты эксперимента представлены на рис.6.5. Как видно из осциллограммы сигнала с приемной антенны, во время действия импульса смещения происходит существенный рост амплитуды поля излучения. Максимальное значение мощности, излучаемой диполем, достигается при напряжении, приблизительно равном потенциалу плазмы. Иллюстрирует указанный эффект рис.6.6., где изображены зависимости относительной интенсивности излучения от величины φ_0 при различных значениях электронной температуры (соответственно, различных значениях потенциала плазмы). В проведенных экспериментах зарегистрировано максимальное увеличение эффективности излучения при включении импульса смещения в четыре раза.

Таким образом, результаты проведенных исследований показывают, что, изменяя статический потенциал на антенне, можно существенно изменить ее входной импеданс и значительно повысить КПД диполя. В космических условиях,

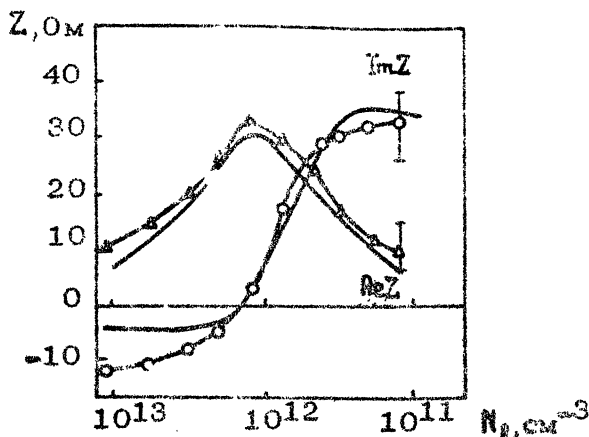


Р и с. 6.6. Зависимость амплитуды ВЧ-сигнала на приемной антенне от статического потенциала излучающей антенны. 1- $T_e = 1,3$ эВ; 2- $T_e = 1,2$ эВ; 3- $T_e = 0,8$ эВ

где возможности изменять геометрию системы ограничены, предложенный метод может оказаться предпочтительным. Заметим, что указанная методика может быть использована в диагностических целях — для определения потенциала плазмы или температуры электронов. В качестве еще одного результата проведенных экспериментов отметим вывод о слабом влиянии магнитного поля на импеданс симметричной дипольной антенны при выбранных условиях, когда радиус антенного провода много больше гирорадиуса электрона, диполь ориентирован перпендикулярно \vec{H}_0 и в рассматриваемом интервале частот $|Z_p| \ll |Z_A|$.

6.1.2. Импеданс магнитной антенны

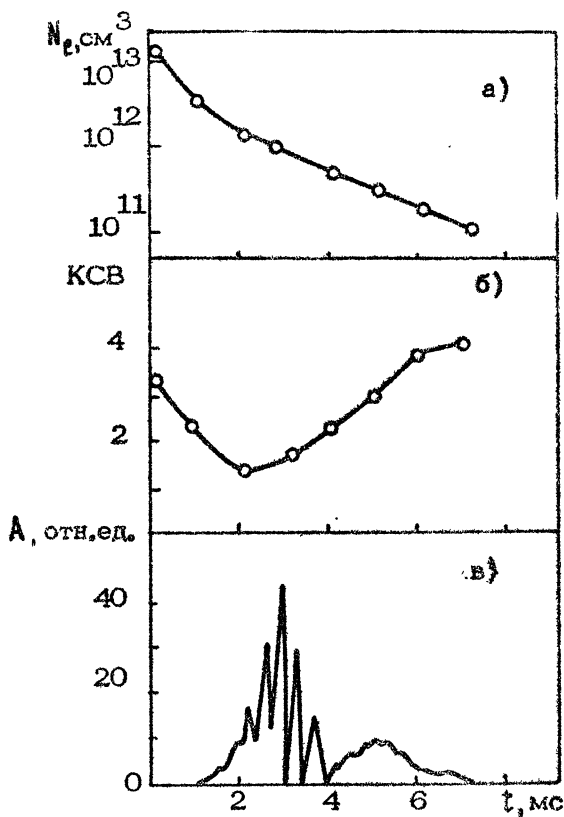
Характерные результаты измерений импеданса витка с током, ориентированного перпендикулярно магнитному полю, изображены на рис.6.7. Измерения показали, что при определенном значении концентрации электронов $N_e = N_c$ (рис.6.8) происходит практически полное согласование (коэффициент стоячей волны порядка 1,3) антенны с выходом генератора. При $N_e \neq N_c$ приемные антенны фиксировали существенное возрастание амплитуды ВЧ-сигнала в плазме (рис.6.8,в). Из



Р и с. 6.7. Экспериментальные и расчетные зависимости импеданса магнитной антенны от концентрации электронов ($f = 40 \text{ МГц}$, $U_{\text{ан}} = 0.5 \text{ В}$)

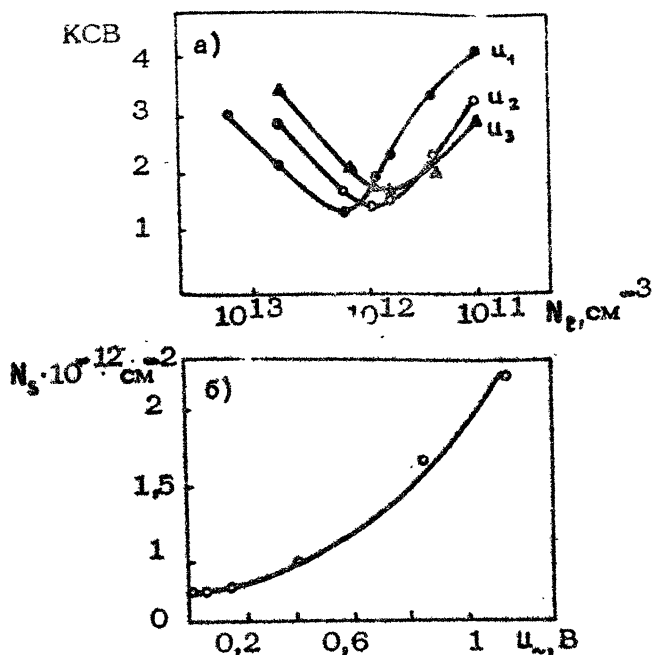
рис. 6.7 видно, что наилучшее согласование антенны достигается в точке, где мнимая часть импеданса меняет знак, а действительная близка к величине 40–60 Ом, равной внутреннему сопротивлению генератора. Как было обнаружено в эксперименте, величина N_e зависит от частоты и амплитуды подводимого к антенне ВЧ-напряжения. Так, на рис. 6.9 показана зависимость значения КСВ от амплитуды ВЧ-напряжения и концентрации плазмы при фиксированной частоте сигнала $\omega/2\pi = 40 \text{ МГц}$. Из графика на рис. 6.9,б следует, что с увеличением амплитуды сигнала согласование происходит в более плотной плазме, причем зависимость $N_e(U_{\text{ан}})$ имеет нелинейный характер. С другой стороны, при фиксированной амплитуде сигнала увеличение частоты приводит к смещению точки согласования в область меньших концентраций плазмы.

Смена знака реактанса $\text{Im} Z$ магнитной антенны при $N_e \approx N_{e0}$, а также экспериментальные зависимости $N_e(f, U_{\text{ан}})$ указывают на то, что в плазме в исследуемом диапазоне частот существенно возрастает емкостной ток, связанный с падением напряжения вдоль антенного провода, т.е. электрическая компонента дипольного момента витка с током. Заметим, что электрическая компонента магнитного диполя существует и в вакууме, она связана с наличием разрыва в реаль-



Р и с. 6.8. Временные зависимости концентрации электронов (а), КСВ излучающего витка (б), амплитуды сигнала на приемной антенне (в)

ной геометрии витка с током, необходимого для подключения генератора (или нагрузки). В плазме реактанс этого электрического диполя существенно возрастает и в рассматриваемом диапазоне частот имеет емкостный характер. С учетом указанных замечаний можно построить эквивалентную схему магнитной дипольной антенны (рис. 6.10). Она представляет собой параллельное соединение индуктивного импеданса витка с током $Z^m = R_\Sigma^m - i\omega L_a/c^2$ (L_a - индуктивность витка, R_Σ^m - его сопротивление излучения) и импеданса эффективного электрического диполя, согласно эквива-



Р и с. 6.9. Зависимости КСВ магнитной антенны от концентрации электронов для трех значений амплитуды переменного напряжения $u_1 > u_2 > u_3$ (а) и зависимость концентрации, соответствующей максимуму КСВ, от амплитуды переменного напряжения (б)

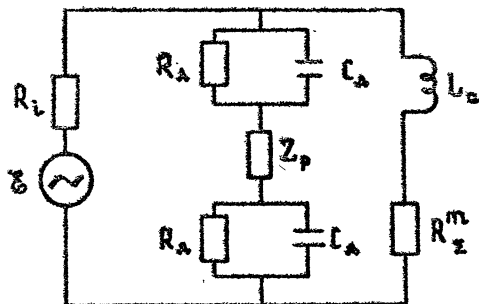
лентной схеме на рис. 6.2. В квазистатическом приближении "магнитная" часть импеданса витка с током определяется формулами разд. 2.6 и в рассматриваемом частотном интервале (в случае, когда плоскость витка перпендикулярна \vec{H}_0), равна

$$L_a = L_b + \Delta L = L_b - \frac{16\pi}{3} a \left(\frac{a\omega}{c} \right)^2 \frac{\omega_{pe}^2}{\omega_{He}^2}, \quad (6.1.4)$$

$$R_z^m = \frac{16\pi}{3} \frac{\omega^2 a^3}{c^4} \frac{\omega_{pe}^2}{\omega_{He}}, \quad (6.1.5)$$

где $L_b = 4\pi a^2 n (\partial a / \partial b)$ - индуктивность витка в вакууме, ΔL - поправка к индуктивности (по параметру квазистатики

α/λ_c), обусловленная наличием плазмы. Сопротивление излучения (6.1.5) определяет потери энергии магнитного диполя на возбуждение плазменных колебаний. Поскольку $R_{\Sigma}^m \ll \omega L_B/c^2$, $\Delta L \ll L_B$, зависимость полного импеданса витка от параметров плазмы и амплитуды ВЧ-напряжения в эксперименте была связана с влиянием соответствующих параметров на электрическую часть импеданса. Таким образом, очевидно, что импеданс витка с током в нижегибридном диапазоне частот су-



Р и с. 6.10. Эквивалентная схема магнитной антенны в плазме

щественно зависит от процессов оседания заряженных частиц на поверхность антенны.

Основываясь на выражениях (6.1.4), (6.1.5) и анализе импеданса электрической антенны, можно рассчитать полный импеданс магнитного диполя по эквивалентной схеме (см. рис.6.10). На рис.6.7 представлено сравнение экспериментальных и расчетных зависимостей импеданса витка от концентрации для случая $\omega/2\pi = 40$ МГц и $U_m = 0,8$ В. Видно достаточно хорошее согласие расчетных значений импеданса с экспериментальными данными.

Наличие выделенного интервала резонансных частот вблизи $\omega_R = (L_A C_A)^{-1/2} c^{-1}$ (соответствующего нулевым значениям $\text{Im} Z$ и экстремумам $\text{Re} Z$) позволяет выбирать в эксперименте оптимальные условия излучения дипольной антенны или применять ее для диагностики параметров окружающей плазмы (резонансный зонд магнитного типа), используя в качестве управляющих параметров частоту и амплитуду переменного сигнала. Например, в данном эксперименте добротность резонансного контура определяется величиной R_A , так как $R_A \ll R_0$, где $R_0 = (\omega^2 L_B^2 / c^4) / R_{\Sigma}^m$ — эффективное сопротивление

контура при $\omega = \omega_d$. В свою очередь, Q_d есть функция температуры и концентрации окружающей плазмы.

С другой стороны, меняя частоту излучения, можно существенно образом изменять характерные масштабы возбуждаемых в плазме резонансных колебаний. Так, если при заданной концентрации $\omega < \omega_d$, то излучение резонансных плазменных колебаний определяется в основном "электрической частью" антенной системы и, следовательно, характерный масштаб возбуждаемых колебаний равен величине зазора витка (или толщине антенного провода). Если же $\omega > \omega_d$, основной вклад в излучение дает "магнитная часть" диполя, т.е. характерный масштаб возбуждаемых волн в этом случае определяется радиусом витка. Последняя ситуация наглядно проявляется при анализе структуры ближнего электромагнитного поля магнитной антенны.

6.1.3. Возбуждение электростатических в свистовых волн антенной магнитного типа

Обратимся к анализу структуры электромагнитного поля, возбуждаемого дипольной антенной магнитного типа. Характерный вид осциллограммы сигнала на приемной антенне, отражающей зависимость амплитуды магнитного поля (в данном случае H_z -компоненты) от времени в фиксированной точке на оси плазменной камеры, показан на рис. 6.8, в). Заметный сигнал регистрируется приемной антенной в момент согласования t_s и в течение нескольких миллисекунд после него. На осциллограмме, как правило, видны два максимума, разделенные промежутком времени 2 мс. Особенностью принимаемого сигнала является наличие тонкой структуры, т.е. глубокой модуляции амплитуды в области первого максимума. Время модуляции менялось в пределах $\tau_m = 300-500$ мкс в зависимости от концентрации плазмы и положения приемной антенны. В области второго максимума глубокая модуляция не наблюдалась. Как показали амплитудные измерения, поле сосредоточено вблизи оси системы, хотя структура его существенно зависит от концентрации плазмы. Фазовые измерения обнаружили, что при $t \geq t_s$ вблизи оси системы распространяется волна с фиксированной длиной $\lambda \approx 15-30$ см, что соответствует продольному волновому числу $k_z = 0,4-0,2$ см $^{-1}$.

Будем считать, что плазма однородна вдоль внешнего магнитного поля, а в поперечной плоскости ее концентрация меняется по закону $N_z(r_1) = N_0(1 - \alpha r_1^2)$ (далее в этом разделе $r_1 = r$). Для однородной плазмы в интересующем нас диапазоне частот $\Omega_{нг} \ll \omega \ll \omega_{H_2} \ll \omega_{pe}$ и при условии $k_z \gg 2k_0 \omega_{pe} / \omega_{H_2}$ дисперсионное уравнение имеет вид

$$(k_1^2 - \mathfrak{E}_1^2)(k_2^2 - \mathfrak{E}_2^2) = 0, \quad (6.1.6)$$

где $\mathfrak{E}_1^2 = -\omega_{H_2}^2 k_z^2 / \omega^2 + 2\omega_{pe}^2 k_0^2 / \omega^2$ соответствует квазиэлектростатическим, а $\mathfrak{E}_2^2 = -k_z^2 + (\omega_{pe}^4 / \omega_{H_2}^2 \omega^2)(k_0^2 / k_z^2)$ — свистовым волнам, $k_0 = \omega / c$. Очевидно, $\mathfrak{E}_1 \gg \mathfrak{E}_2$, т.е. поперечные масштабы мод сильно различаются, что позволяет независимо описывать каждую из них. Ограничиваясь для простоты осесимметричным случаем (плоскость витка с током перпендикулярна силовым линиям \vec{H}_0), обсудим сначала некоторые особенности генерации электростатических волн. В нулевом приближении по $\omega_{pe}^2 k_0^2 / \omega_{H_2}^2 k_z^2$ параметр \mathfrak{E}_1 не зависит от концентрации электронов: $\mathfrak{E}_1^2 = \omega_{H_2}^2 k_z^2 / \omega^2$ и, следовательно, неоднородность не влияет на распространение этих волн. Используя результаты, изложенные в гл. 2, приведем здесь некоторые формулы, необходимые для интерпретации эксперимента. В частности, условия эксперимента таковы, что электростатические волны распространяются почти вдоль магнитного поля (под углом $\mu = \frac{\omega}{\omega_{H_2}} \ll 1$), поэтому для достаточно плотной плазмы ($N_2 \gtrsim 10^{11} \text{ см}^{-3}$) расстояние между плоскостью рамки и фокальной точкой $z_{\text{ф}} = a\omega_{H_2} / \omega$ превышает длину электромагнитной волны $\sqrt{2} \pi \omega_{H_2} / k_0 \omega_{pe}$, формирующейся (при удалении от источника) вблизи резонансного конуса. В результате пакет электростатических волн, возбуждаемый рамкой, оказывается промодулированным по амплитуде. В этом легко убедиться, написав явное выражение для H_z -компоненты магнитного поля на оси системы в окрестности фокуса $z \approx z_{\text{ф}}$:

$$H_z = -\frac{\pi k_0^2 \omega_{pe}^2}{\omega^2 \omega_{H_2}} I_{3\text{ф}} J_1 \left(\sqrt{2} \frac{\omega_{pe}}{\omega_{H_2}} k_0 z \right) H_1^{(1)} \left(\sqrt{2} \frac{\omega_{pe}}{\omega_{H_2}} k_0 z \right), \quad (6.1.7)$$

где $I_{3\text{ф}} = 2\pi d k_0 I$, I — амплитуда тока в рамке, J_1 и $H_1^{(1)}$ — функции Бесселя и Ханкеля первого порядка. Наличие множителя $J_1 \left(\sqrt{2} \frac{\omega_{pe}}{\omega_{H_2}} k_0 z \right)$ свидетельствует о модуляции амплитуды пакета волн в пространстве с характерным продольным масштабом $z_{\text{м}} = \sqrt{2} \pi \omega_{H_2} / \omega_{pe} k_0$. Поскольку эксперименты проводились в распадающейся плазме, где концентрация

элементы менялась по закону $N_e(t) = N_0 \exp(-t/\tau_p)$ с характерным временем $\tau_p \approx 1$ мс, сигнал, снимаемый с приемной антенны в фиксированной точке z , будучи пропорционален $|H_z|^2$, должен быть промодулирован по амплитуде во времени. Характерное время модуляции τ_M можно оценить по формуле

$$\tau_M = \tau_p \frac{\pi}{\sqrt{2}} \cdot \frac{c \omega N_0}{\omega_{pe}^2 z} \quad (6.1.8)$$

Для $z = z_0 = 85$ см, $N_0 = 10^{12}$ см $^{-3}$ оценка дает $\tau_M \approx 0,45$ мс.

Потери энергии антенны на возбуждение электростатических волн можно рассчитать по формуле $W_3 = \frac{1}{2} I^2 R_{\Sigma}^m$, где R_{Σ}^m определяется выражением (6.1.5) настоящего раздела:

$$W_3 = \frac{8 \pi a^3 \omega^2 \omega_{pe}^2}{3 c^4 \cdot \omega_{ne}} I^2$$

Для генерации свистовых волн в условиях эксперимента уже существенна неоднородность плазмы в поперечной к \vec{H}_0 плоскости. Для параболического профиля распределения концентрации в рассматриваемом случае осесимметричной ориентации рамки с током задача о возбуждении свистовых волн в плазменном столбе решается аналитически и компоненты электрического и магнитного полей выражаются через известные функции [50]. Дисперсионное уравнение, определяющее спектр продольных волновых чисел в интервале $k_{zn} \gg \alpha$, имеет вид

$$k_{zn} = k_0 q_0^{1/2} - \sqrt{2} \alpha (n+1), \quad (6.1.9)$$

где $q_0 = \omega_{pe}^2(0)/\omega_{ne} \omega$, $\omega_{pe}(0)$ — значение плазменной частоты на оси столба, $n = 0, 1, 2, \dots$

Потери энергии источника (в единицу времени) на излучение n -й моды равны

$$W_n = \frac{4 \pi^2 I^2 a^4 \beta_n^4}{c q_0^{1/2}} \exp(-2 \beta_n^2 a^2) \times \\ \times (n+1) \left[\Phi(-n, 2; 2 \beta_n^2 a^2) \right]^2. \quad (6.1.10)$$

Здесь $\beta_n^2 = \alpha k_0^2 q_0 / \sqrt{2} k_{zn}$ — квадрат поперечного собственного числа, $\Phi(-n, 2; \tau)$ — вырожденная гипергеометрическая функция. Если $k_0 q_0^{1/2} \gg \alpha$, спектр волновых чисел квазинепрерывен, и источник возбуждает много мод: это означает, по существу, переход к однородной среде. В самом деле,

опеним суммарную энергию, которую источник теряет на излучение свистовых мод: $W_c = \sum_n W_n$. Условие $\Delta k_z = \sqrt{2} \alpha \ll k_0 (q_0^{1/2} - 2\omega_{pe} / \omega_{He})$ позволяет перейти от суммирования по n к интегрированию по k_z . Так как в однородной среде волны с $k_z < 2\omega_{pe} / c$ не распространяются, естественно выбрать $k_{z0} = 2\omega_{pe} / c$ в качестве нижнего предела области интегрирования. Считая, что $\alpha k_0 a^2 \ll 2\sqrt{2\omega / \omega_{He}}$, находим

$$W_c = \frac{9c^2}{c} I^2 a^4 k_0^4 q_0^{3/2} S, \quad (6.1.11)$$

где $S = \frac{1}{2} \left[\sqrt{\omega_{He} / \omega} - \left[1 + \ln \left(\frac{1}{2} \sqrt{\omega_{He} / \omega} \right) \right] \right]$. Укажем для сравнения, что потери энергии на возбуждение гармоник с волновыми числами k_z , лежащими выше точки перегиба $k_z = 3^{-1/4} k_0 q_0^{1/2}$ на волновой поверхности, также даются выражением (6.1.11), где $S \approx 0,05$. Следовательно, при достаточно малых $\mu = \omega / \omega_{He}$ волны с $k_{z0} < k_z < k_3$ в однородной среде излучаются гораздо эффективнее.

В условиях эксперимента формула (6.1.11) может быть использована лишь при высоких значениях концентрации электронов: $N_e > 10^{12} \text{ см}^{-3}$. Так, для $N_e = 4 \cdot 10^{11} \text{ см}^{-3}$ может распространяться только нулевая мода свиста. Коэффициент возбуждения нулевой моды, отнесенный к мощности излучения электростатических волн, имеет вид

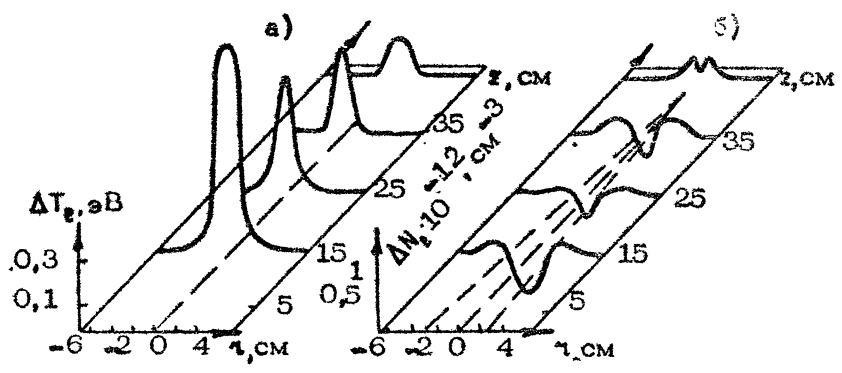
$$\frac{W_0}{W_3} = \frac{3\pi(\alpha R_0)^4}{2(\alpha k_0 q_0^{1/2})^3} \cdot \text{erf}(-2\beta_0 a^2). \quad (6.1.12)$$

Для $N_e = 5 \cdot 10^{11} \text{ см}^{-3}$ получим $W_0 / W_3 \approx 0,18$. При уменьшении N_e отношение W_0 / W_3 несколько возрастает, но при $N_e \lesssim 10^{11} \text{ см}^{-3}$ оказывается $k_{z0} \approx 2\omega_{pe} / c$, и для собственно свистовых волн волновод становится непрозрачным.

6.2. ЭФФЕКТЫ ТЕПЛОЙ НЕЛИНЕЙНОСТИ ПРИ ИЗЛУЧЕНИИ АНТЕНН В ПЛАЗМЕ

Цикл экспериментов по изучению эффектов нагрева плазмы ближним полем антенны был проведен на установке, описанной в разд. 6.1. Параметры плазмы и магнитного поля выбирались такими же, как в линейной задаче. Антенной служил виток медного провода радиусом $a = 0,8 \text{ см}$, который размещался на оси плазменного столба перпендикулярно силовым линиям магнитного поля. На вход антенны подавалось

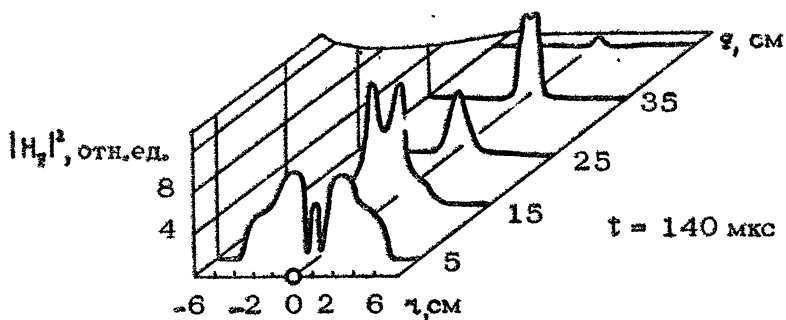
(через фидер) напряжение от импульсного ВЧ-генератора ($f \approx 30$ МГц, $\tau_{\text{и}} = 250$ мкс) с максимальной выходной мощностью порядка 200 Вт. Длина свободного пробега электрона в невозмущенной плазме $\lambda_e \approx 1,3$ мм значительно превышала его гирорадиус $r_{\text{He}} \approx 0,1$ мм, но была много меньше радиуса антенны. В этих условиях при включении импульса ВЧ-напряжения осуществлялся омический нагрев электронов ближним полем. Измерения показали, что температура электронов в окрестности антенны возрастала более чем в три раза и достигала $T_e \approx 0,4$ эВ. Квасистационарное распределение температуры электронов устанавливалось за время $\tau_T \approx 50$ мкс. В процессе его установления от источника нагрева вдоль магнитного поля распространялось температурное возмущение с резким фронтом между нагретой и холодной областями плазмы. Квасистационарное распределение возмущений температуры представляло собой тепловой канал в виде конуса, вытянутого вдоль магнитного поля (рис.6.11). Характерные масштабы



Р и с. 6.11. Пространственные распределения возмущений температуры (а) и концентрации (б) электронов в момент $t \approx 250$ мкс (в фоновой плазме $T_e = 0,4$ эВ; $N_e = 2 \cdot 10^{12} \text{ см}^{-3}$)

табы теплового канала вдоль и поперек магнитного поля составляли $L_{T\parallel} \approx 45$ см и $L_{T\perp} \approx 4$ см. Таким образом, масштабы распределения температуры (определяемые продольной и поперечной теплопроводностью) в данных экспериментах были велики по сравнению с масштабами антенны, но малы по сравнению с размерами фоновой плазмы. Последнее обстоятельство позволило исследовать эволюцию возмущений плаз-

мы и поля вблизи антенны, исключив влияние границ. Это дало возможность убедиться, что в безграничной замагниченной плазме перераспределение концентрации электронов в нагретой области происходит за времена, много меньшие времени амбиполярной термодиффузии как вдоль, так и поперек магнитного поля (время установления N_e составило величину порядка τ_T). Данный факт объясняется в рамках представлений о неоднородной термодиффузии, при которой электроны быстро диффундируют вдоль, а ионы — поперек магнитного поля [111]: Неоднородная термодиффузия реализуется при условии $\omega_{H_i} / \nu_{i0} < L_{Tn} / L_{Ti} < \omega_{H_e} / \nu_e$. Особенности квазистационарных распределений температуры и концентрации и детали их установления обсуждаются в работах [111, 112]. Здесь же более подробно остановимся на вопросах излучения антенны в возмущенной плазме.



Р и с. 6.12. Пространственное распределение поля в тепловом канале в момент $t = 240$ мкс при мощности падающего сигнала $P_i = 105$ Вт

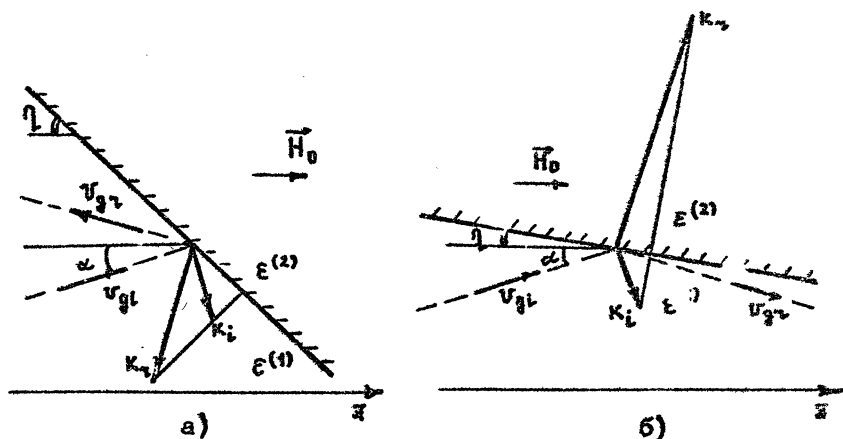
Измерения показали (рис. 6.12), что в результате нагрева плазмы структура электромагнитного поля в окрестности антенны существенно модифицируется. Это обусловлено, в первую очередь, просветлением замагниченной плазмы, вызванным резким снижением частоты электрон-ионных столкновений. Как показывают оценки, в условиях эксперимента даже в невозмущенной плазме длина столкновительного затухания свистовых волн $L_c = 2\omega_{H_e} c / \nu_e \omega q^{1/2}$ превышает размеры системы. Следовательно, эффект проникновения поля в нагретую плазму связан с возбуждением электростатических волн. В самом деле, волновые числа электростатических волн

$k_3 > k_p = \omega_{pe} / c \approx 2,5 \text{ см}^{-1}$, поэтому масштаб их затухания $L_3 < \omega_{He} / \nu_e k_p$, т.е. в невозмущенной плазме $L_3 < 8 \text{ см}$. Поскольку $\nu_e \propto T_e^{-3/2}$, в прогретой плазме выполняется неравенство $\nu_e \ll \omega$, и масштаб затухания электростатических волн резко возрастает — они могут достигать границ области нагрева. Измерения показали, что максимум амплитуды поля наблюдался вблизи поверхности $\nu_e \approx \omega$. Характерный масштаб изменения частоты столкновений вблизи этой поверхности $l_\nu = \nu_e^{-1} |\nabla \nu_e|^{-1}$ составлял примерно 0,5 см. Таким образом, прогретая область была отделена от невозмущенной достаточно резкой границей.

Так как радиус рамки a мал по сравнению с длиной свистовой волны $\lambda_c = 2\pi c / \omega q^{1/2} \approx 10,5 \text{ см}$, коэффициент возбуждения электростатических волн значительно превышает коэффициент возбуждения свистовых волн. В результате электрическое поле тонкой рамки в прозрачной плазме имеет резонансную структуру с максимумом на конической поверхности $(\tau_c - a)^2 = \omega^2 z^2 / \omega_{He}^2$, вдоль которой направлен вектор групповой скорости электростатических волн. В рассматриваемых условиях амплитуда резонансных колебаний ограничена из-за столкновений. Как показывает простое геометрическое построение, электростатические волны, возбуждаемые антенной, достигают границы прогретой области на расстояниях $z_0 \approx 30 \pm 15 \text{ см}$ от плоскости рамки. Особенностью пакета электростатических волн является его широкий пространственный спектр. В самом деле, все гармоники с волновыми числами $k > k_p \approx 2,5 \text{ см}^{-1}$, независимо от величины волнового вектора, распространяются под фиксированным углом $\alpha \approx \omega / \omega_{He}$ к магнитному полю. Легко убедиться, что главный максимум в спектре волн, возбуждаемых витком тока, соответствует точке $k_{max} \approx 2/a \approx 3 \text{ см}^{-1}$. Но в силу медленного спада спектра ($\propto k^{-3/2}$) достаточно интенсивно возбуждаются также гармоники гораздо меньших масштабов. Волны с $k > 2\pi/l_\nu \approx 12 \text{ см}^{-1}$, очевидно, должны поглощаться в окрестности границы. В то же время волны, длина которых больше l_ν , и волновые числа, следовательно, лежат в интервале $k_p < k < 2\pi/l_\nu$ (как видим, этот интервал достаточно широк, и в него попадает точка k_{max}), могут отражаться от границы прогретой области.

Для выяснения качественной картины возникающей структуры поля в работе [112] была рассмотрена модельная задача в предположении, что граница между прозрачной

($\nu_e \ll \omega$) и поглощающей плазмой ($\nu_e^{(2)} \gtrsim \omega$) является резкой. Пусть плоская электростатическая волна, распространяющаяся в прозрачной магнитоактивной плазме (определяемой тензором ϵ_{ij}), падает на резкую границу, которая наклонена под углом η к магнитному полю \vec{H}_0 , параллельному оси z (рис. 6.13). Волновой вектор и ортогональный ему вектор



Р и с. 6.13. Отражение электростатической волны от плоской границы прогретой области в замагниченной плазме при $\alpha < \eta$ (а), $\alpha > \eta$ (б). \vec{k}_i и \vec{k}_r — волновые векторы падающей и отраженной волн

групповой скорости падающей волны, а также вектор внешнего магнитного поля лежат в плоскости, перпендикулярной границе. Поглощающая плазма характеризуется тензором диэлектрической проницаемости $\epsilon_{ij}^{(2)}$. Из условия непрерывности тангенциальной компоненты электрического поля на границе сразу же следует

$$k_i \sin(\alpha + \eta) = k_r \sin(\eta - \alpha) = k_2 \sin(\eta + \alpha^{(2)}), \quad (6.2.1)$$

где $\alpha = \arctg(-\epsilon_1/\epsilon_2)$, $\alpha^{(2)} = \arctg(-\epsilon_1^{(2)}/\epsilon_2^{(2)})$.

Соотношения (6.2.1) показывают, что при отражении и преломлении электростатических волн длина волны меняется. Замечательно, что, когда групповая скорость отраженной волны направлена вдоль границы (т.е. волновой вектор \vec{k}_r ортогонален границе), длина отраженной волны обращается в нуль. Если $\eta \ll 1$, $\alpha \ll 1$, $\alpha^{(2)} \ll 1$, амплитудный коэффициент отражения электростатической волны имеет вид [112]

$$R = \frac{\eta + \alpha}{\eta - \alpha} \cdot \frac{\epsilon_2 \alpha - \epsilon_3^{(2)} \alpha^{(2)}}{\epsilon_2 \alpha + \epsilon_3^{(2)} \alpha^{(2)}} \quad (6.2.2)$$

В рассматриваемом случае отражения от поглощающей среды коэффициент R равен

$$R = - \frac{(\omega + \omega_e^{(2)})^2}{4\omega_{He}^2} \cdot \frac{\eta + \omega/\omega_{He}}{\eta - \omega/\omega_{He}} \quad (6.2.3)$$

Формулы (6.2.2) и (6.2.3) показывают, что при отражении электростатических волн важнейшую роль играет угол наклона границы: в случае $\eta \rightarrow \alpha$ амплитуда поля отраженной волны резонансно возрастает, и R формально обращается в бесконечность. Смысл этого результата можно понять, замечая, что при $\eta = \alpha$ групповая скорость отраженной волны направлена вдоль границы, а волновой вектор ей ортогонален, поэтому все волновые фронты отраженной волны лежат в плоскости границы (что соответствует пределу $k_{\perp} \rightarrow \infty$ в формуле (6.2.1)), т.е. энергия отраженной волны сосредоточена в бесконечно узком слое. Поэтому вблизи критического угла $\eta = \alpha$ в задаче о падении плоской электростатической волны на резкую границу необходимо учитывать, например, непотенциальность волны или конечную толщину границы. Следует отметить, что при переходе через критический угол изменяется направление групповой скорости отраженной волны. Так, при $\eta > \alpha$ (см. рис. 6.13,а) поток энергии в отраженной волне направлен вдоль резонансной характеристики к плоскости расположения источника, а при $\eta < \alpha$ в противоположном направлении (рис. 6.13,б).

Так как в эксперименте угол η был близок к α , вывод о существовании критического угла и резонансном возрастании амплитуды поля при $\eta \rightarrow \alpha$ представляется важным для объяснения наблюдавшихся особенностей структуры поля. Близость значений α и η можно понять из следующих рассуждений. Угол η фактически соответствует углу наклона изотермической поверхности $v_e(T_e) \approx \omega = v_e^{(2)}$ к магнитному полю. В замагниченной плазме при лок-пальном нагреве электронов стационарный профиль температуры и соответственно угол η определяются соотношением коэффициентов электронной теплопроводности поперек и вдоль магнитного поля:

$$\eta = (\chi_{e\perp} / \chi_{e\parallel})^{1/2} \approx v_e / \omega_{He}.$$

Угол наклона резонансных характеристик поля электростатических волн в исследуемом диапазоне частот составляет $\alpha \approx \omega / \omega_{ce}$. Поэтому в процессе установления стационарного температурного распределения угол η стремится к α , т.е. оказывается близок к критическому.

Как следует из результатов экспериментов, характерное время установления квазистационарных профилей температуры и концентрации плазмы равнялось $\tau_y \approx 60$ мкс. В дальнейшем (при $t > \tau_y$), вплоть до выключения сигнала на нагрев-ной антенне, распределения концентрации, температуры и поля в плазме мало меняются.

Перейдем к обсуждению особенностей структуры поля, связанных с неоднородным распределением температуры и частоты столкновений по объему плазмы, окружающей источник. К их числу относится, прежде всего, возрастание поля на достаточно больших расстояниях от оси, соответствующих положению границы прогретой области. Необходимо также отметить высокие значения поля и его медленное спадание (с ростом r_1) в сечениях, близких к плоскости антенны, на расстояниях $r_1 \approx 2 \div 6$ см от оси. Здесь наибольшие значения поля наблюдались при $t \leq \tau_y$, затем амплитуда поля уменьшалась (медленное спадание с ростом r_1 по-прежнему имело место), но возрастала относительная амплитуда поля вблизи оси системы на расстояниях $z \approx 35$ см от источника, т.е. гораздо дальше фокуса. При $z = z_s \approx 15$ см и $r_1 \approx 2$ см имел место абсолютный максимум поля на временах $t > \tau_y$.

Отмеченные особенности могут быть объяснены на основе приведенного выше анализа, с учетом близости угла наклона границы прогретой области η_s (при $z \approx z_s$) к критическому. Последнее обстоятельство приводит к возрастанию поля вблизи поверхности $\omega \approx \omega_c^{(2)}$. Вместе с тем в эксперименте радиус кривизны границы является конечной величиной, поэтому при $t \approx \tau_y$ угол η несколько меняется на апертуре падающего пучка электростатических волн от значений, меньших α , до $\eta > \alpha$. Ясно что в этих условиях уже незначительные изменения распределения температуры могут привести к существенным изменениям структуры поля. При $t \leq \tau_y$ угол $\eta > \alpha$. Здесь должно иметь место (наряду с поглощением) отражение части энергии электростатических волн, падающих на границу, вдоль отраженных характеристик в направлении к излучателю. В результате, с учетом симмет-

рии системы относительно плоскости антенны ($\alpha = 0$) и возможности повторных отражений, энергия плазменных колебаний концентрируется в области, достаточно близкой к источнику, причем поле медленно спадает с ростом r_1 . За время $t \approx \tau_y$ возмущение температуры вытягивается вдоль магнитного поля, угол η_s при этом уменьшается, и при $t \gg \tau_y$ имеем $\eta_s \lesssim \alpha$. Следовательно, на достаточно больших временах может стать существенным отражение волн от границы в направлении от источника, способное привести к возрастанию поля на оси при $\alpha \approx 35$ см.

Как показывает зависимость амплитуды поля на оси системы от величины мощности, подводимой к источнику, при $\alpha = 35$ см эта зависимость имеет пороговый характер: поле появляется в этих точках только для значений $P_i > 80$ Вт. Этот эффект может быть связан с тем, что угол η_s достигает критического значения α , начиная с достаточно высоких значений мощности, так как коэффициент теплопроводности существенно зависит от температуры. Следует отметить также, что при значительных амплитудах поля в области его локализации могут иметь место эффекты самовоздействия.

Одновременно с исследованием структуры поля излучения проводились измерения мощности падающей и отраженной волн в антенно-фидерном тракте. Они показали, что поглощаемая мощность $P = P_i - P_r$ была не более $0,1 P_i$, т.е. $P \lesssim 10$ Вт при $P_i \approx 100$ Вт. Оценки показывают, что затраты энергии (в единицу времени) на нагрев плазмы

$$P_T \approx (N_e \Delta T_e + T_e \Delta N_e) V \tau^{-1} \quad (6.2.4)$$

составляли $P_T \approx 5 - 7$ Вт (здесь ΔN_e и ΔT_e - возмущения концентрации и температуры электронов в объеме прогарной плазмы, время $\tau \approx 60$ мкс $\approx \tau_y$). Для мощности излучения квазиэлектростатических волн имеем

$$P_T = \frac{1}{2} R_{\Sigma}^m I_a^2 \approx 1 \text{ Вт}, \quad (6.2.5)$$

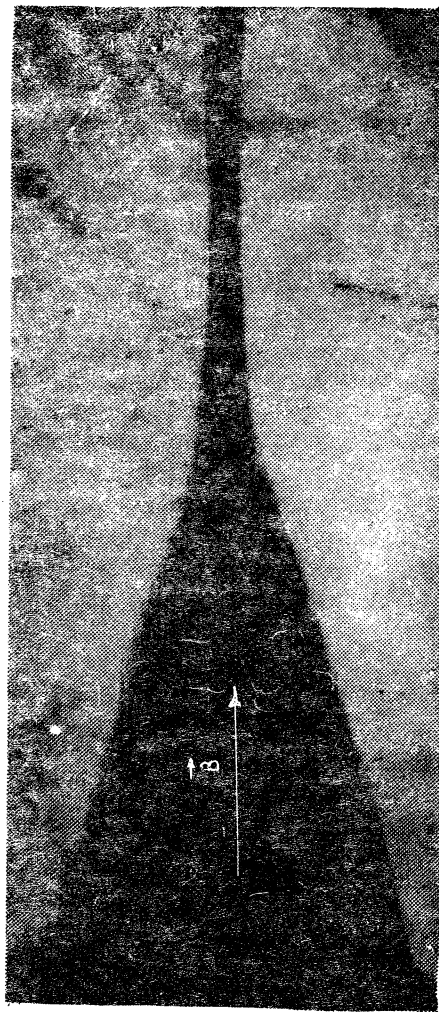
где I_a - амплитуда тока в антенне, $R_{\Sigma}^m = 4\pi \alpha^3 \omega^3 q / 3c^4 \approx 0,2$ Ом. Таким образом, большая часть поглощаемой мощности расходуется на нагрев.

Поскольку сопротивление фидера R_T существенно превышало величины $R_T = 2P_T / I_a^2$ и $\omega L_a c^2$ (L_a - индуктивность витка), изменения температуры окружающей антенну плазмы не влияли на согласование антенны с выходом генератора.

Поэтому излучаемая мощность $P_{\Sigma} \approx (\omega_p^2 / R_F^2) R_{\Sigma}^m$, зависящая от величины сопротивления излучения $R_{\Sigma}^m \propto N_p$, определялась концентрацией плазмы в окрестности излучателя. Характерная осциллограмма сигнала с приемной антенны [112], расположенной вблизи излучателя ($z \approx 5$ см), иллюстрирует падение амплитуды поля излучения, обусловленное быстрым выносом плазмы из нагретой области в результате термодиффузии. Таким образом, нагрев плазмы в окрестности антенны приводил к существенному изменению эффективности ее излучения.

6.3. ВЫСОКОЧАСТОТНЫЙ РАЗРЯД В БЛИЖНЕМ ПОЛЕ АНТЕННЫ И ЕГО ИСПОЛЬЗОВАНИЕ В ИОНОСФЕРНЫХ ЭКСПЕРИМЕНТАХ

С точки зрения практических применений большой интерес представляет возможность создания в слабоионизованной среде самосогласованных плазменных структур, поддерживаемых ближним полем антенны. Речь идет, в первую очередь, о пробое газа в ближнем поле антенны с последующим формированием вытянутого вдоль магнитного поля плазменного шнура. Соответствующие эксперименты в лабораторной плазме были проведены впервые авторами работ [80,113]. В этих экспериментах наблюдалось формирование плазменного канала с повышенной концентрацией электронов, который вытягивался из фокуса электрической кольцевой антенны вдоль магнитного поля. Плазменный канал поддерживался в квазистационарном режиме полем распространяющихся вдоль него плазменных волн, для которых область повышенной концентрации, где $\omega < \omega_{pe} < \omega_{ne}$, была прозрачной. Вскоре было предложено использовать указанное явление в условиях нижней ионосферы для сильных локальных возмущений, а также для управления электродинамическими характеристиками антенн, размещаемых на борту ракет и ИСЗ [131]. Натурным экспериментам предшествовало лабораторное моделирование с целью определения основных закономерностей эволюции и геометрии самосогласованного плазменного шнура [114,131]. По параметрам ω / ω_{pe} , ω_{ne} / ω , r_D / l , l_e / L (где l_e — длина свободного пробега электронов, L — характерный масштаб антенны) моделирование соответствовало условиям

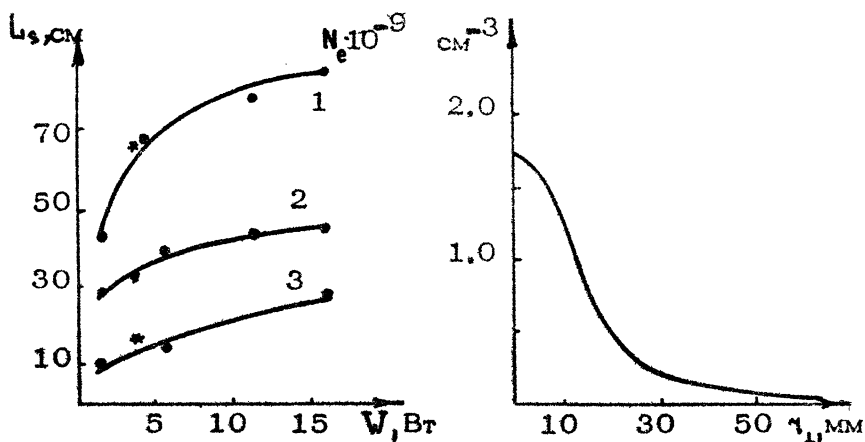


Р и с. 6.14. Фотография разряда, формируемого ближним полем
электрической кольцевой антенны

ночной ионосферы на высотах 110–150 км и излучающей антенне с масштабом $L \approx 2$ м на частоте $\omega \approx 3 \cdot 10^6$ с⁻¹. Выбор частоты излучения внутри интервала непрозрачности для плазменных волн $\omega_{рф} < \omega < \omega_{не}$ (где $\omega_{рф}$ – ленгмюровская частота электронов фоновой плазмы) диктовался условием локализации разрядной плазмы вблизи оси шнура.

Моделирование проводилось в рейстректовой магнитной ловушке. Общая длина разрядной камеры составляла 4,5 м, ее внутренний диаметр – 16 см. Давление в камере менялось от 10^{-1} до 10^{-5} Тор, величина магнитного поля $B = 150$ Гс выбиралась из расчета $\varrho_e / \gamma_D \approx 8$. Дипольная электрическая антенна в виде двух колец диаметром $a = 3,5$ мм и расстоянием между ними $L_a = 6,5$ мм размещалась на оси разрядной камеры и запитывалась от генератора на частоте 160 МГц. Фоновая плазма создавалась при помощи индукционного разряда на частоте порядка 10^8 с⁻¹.

Как показали проведенные эксперименты, при наличии фоновой плазмы ($N_{эф} \approx 10^6$ см⁻³, $N_{эф}/N_{екр} = \omega_{рф}^2 / \omega^2 \approx 10^{-2}$) и подводимого к антенне ВЧ-напряжения амплитудой 30 В в диапазоне давлений $p = 10^{-1} - 10^{-4}$ Тор наблюдалось возбуждение ВЧ-разряда в виде локализованного вдоль оси антенны плазменного шнура. Структура разряда приведена на фотографии (рис.6.14). Формирование шнура обусловлено самокапитализацией возбуждаемых антенной интенсивных плазменных волн в области плотной плазмы $\omega_{ре} > \omega_{рф}$ ($\omega_{ре}$ – плазменная частота электронов в основной части разряда). На рис.6.15 приведена зависимость длины шнура L_s от подводимой ВЧ-мощности W_0 . При давлении $p \leq 3 \cdot 10^{-3}$ Тор ($\varrho_e > 10$ см) и $W_0 > 5$ Вт плазменный шнур проходит через всю ловушку, т.е. его общая длина $L_s \approx 4,5$ м. Распределение концентрации плазмы в поперечном сечении разряда $N_e(\gamma_1)$ на расстоянии $x \approx 30$ см от антенны для случая $p = 8 \cdot 10^{-3}$ Тор, $B = 150$ Гс, $W_0 = 10$ Вт показано на рис.6.16. Температура электронов внутри шнура в этом случае $T_e \approx 15$ эВ. КСВ антенны составляет не менее 20% при $\gamma_{не}/L \approx 1/4$, $\varrho_e/L \approx 3$ и увеличивается с уменьшением указанных соотношений. При низкочастотной модуляции (частотой $f_m \approx 10^3$ Гц) подводимого к антенне ВЧ-сигнала наблюдается модуляция внешнего магнитного поля внутри шнура, обусловленная диамагнетизмом плазмы. Величина наблюдаемого диамагнитного сигнала согласуется с измеренными значениями концентрации и температуры электронов.



Р и с. 6.15. Зависимость длины шнура от мощности подводимого ВЧ-сигнала для трех значений давления воздуха: 1 - $p = 8 \cdot 10^{-3}$ Тор, $l_e/L \approx 6$; 2 - $p = 1,5 \cdot 10^{-2}$ Тор, $l_e/L \approx 3$; 3 - $p = 3 \cdot 10^{-2}$ Тор, $l_e/L \approx 1,5$

Р и с. 6.16. Распределение концентрации электронов в поперечном сечении шнура на расстоянии $z = 30$ см от антенны для случая $p = 8 \cdot 10^{-3}$ Тор, $\nu = 150$ Гс, $W_0 = 10$ Вт

Длина шнура определяется групповой скоростью (вдоль магнитного поля) возбуждаемых антенной плазменных волн v_A и декрементом их столкновительного затухания δ : $L_s \approx v_A / \delta$. На рис. 6.15 звездочками отмечены рассчитанные для данного частотного диапазона значения длины шнура при $L = 6,5$ мм. Поперечный масштаб шнура в ионосферных условиях определяется диффузионными процессами. Концентрацию на оси разряда можно оценить, исходя из уравнения баланса энергии, вкладываемой в разряд [131].

Проведенные модельные эксперименты и оценки позволяют прогнозировать характерные параметры разряда в ионосфере. В табл. 6.1 приведены параметры плазменного шнура, возбуждаемого в нижней ионосфере в ночное время дипольной антенной с характерным масштабом $L \approx 2$ м на частоте 500 кГц при вкладываемой в разряд мощности порядка 500 Вт. (Здесь δ_e - доля энергии, теряемая электроном при столкновении с молекулой).

Т а б л и ц а 6.1

Высота Н, км	110	120	130	140
Длина шнура L_s , м	90	230	620	2500
Максимальная концентрация электронов N_e , см^{-3}				
$\delta_e = 0,1$	10^7	10^7	10^7	10^7
$\delta_e = 0,01$	10^8	10^8	10^8	10^8
Время формирования шнура				
$\tau_p \approx L_s / v_{Te} \delta_e^{1/2}$, с	10^{-4}	$3 \cdot 10^{-4}$	$8 \cdot 10^{-4}$	$3 \cdot 10^{-3}$

Реализация ионосферного эксперимента была осуществлена в средних и полярных широтах с помощью метеорокет МР-12. Результаты экспериментов изложены в работах [130,132,133]

Кратко сформулируем основные выводы.

1. Плазменно-волновой разряд легко возбуждается на высотах 100-160 км. Концентрация электронов в разрядной плазме вблизи ракеты достигает величины $N_e \approx 10^7 \text{ см}^{-3}$ и может резко увеличиваться (в 30-40 раз) при напуске газа с борта ракеты. Величина вкладываемой в разряд ВЧ-мощности зависит от давления газа; на высотах $H \leq 100$ км она составляла в среднем 0,5 кВт, на высотах $H > 130$ км — не менее 0,3 кВт и резко увеличивалась до значений 0,6 кВт при напуске газа.

2. Развитие плазменно-волнового разряда сопровождается вариациями потока выпадающих энергичных частиц (электронов и ионов), которые коррелируют с циклограммой работы ВЧ-передатчика. Увеличение потока быстрых электронов (в 3-10 раз) во время работы передатчика обусловлено влиянием разряда на спорадические процессы в силовой трубке геомагнитного поля, опирающейся на область активного воздействия. Одним из основных результатов, полученных в экспериментах в полярной ионосфере, является наблюдение стимулированного увеличения (в спокойной ионосфере в 5-10 раз) потока выпадающих электронов с энергией $\mathcal{E}_e > 40$ кэВ [130].

3. Активное воздействие сопровождается генерацией низкочастотных электромагнитных излучений в ионосфере, которая может быть, в частности, искусственно стимулирована модуляцией разряда [133].

С точки зрения практического применения антенн важно подчеркнуть следующее. Эксперименты и теоретические оценки показывают, что искусственные плазменные образования в виде плазменно-волнового разряда можно использовать для целей повышения эффективности излучения дипольных антенн, т.е. создавать легко управляемые и достаточно эффективные плазменно-волновые (plasma-switch) антенны. В этой связи были проанализированы и подтверждены в лабораторном (и частично в ионосферном) эксперименте следующие возможности [114,133]:

а) увеличение электрической длины дипольной антенны путем погружения ее в плазменно-волновой разряд, в котором концентрация плазмы много больше фоновой;

б) использование запасенной в плазменно-волновом разряде энергии для излучения электромагнитных волн. В частности, был предложен вариант низкочастотной антенны, формируемой путем периодической модуляции режима зажигания разряда, т.е. диамагнитная антенна с размером порядка длины плазменного шнура;

в) использование направляющих свойств плазменного шнура при возбуждении антенной электромагнитной (например, свистовой) моды. В этом случае плазменный разряд формирует волновод с повышенной концентрацией плазмы внутри по сравнению с фоновой, и дипольный источник возбуждает одну или несколько мод с последующим адиабатическим высвечиванием их в окружающую плазму (с учетом диффузионного расплывания торца плазменного шнура).

Дальнейшее теоретическое и экспериментальное развитие указанных возможностей, на наш взгляд, может открыть новую обширную область применения антенн в плазме.

ЛИТЕРАТУРА

1. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Электродинамика сплошных сред. М.: Наука, 1982. 620с.
2. Альперт Я. Л., Гуревич А. В., Пятаевский Л. П. Искусственные спутники в разреженной плазме. М.: Наука, 1964. 298с.
3. Силин В. П., Рухадзе А. А. Электромагнитные свойства плазмы и плазмоподобных сред. М.: Госатомиздат, 1961. 230с.
4. Гинзбург В. Л. Распространение электромагнитных волн в плазме. М.: Наука, 1967. 683с.
5. Железняков В. В. Электромагнитные волны в космической плазме. М.: Наука, 1977. 432с.
6. Шафранов В. Д. Электромагнитные волны в плазме // Вопросы теории плазмы. М.: Госатомиздат, 1963. Вып.3. С.21-146.
7. Андронов А. А., Чугунов Ю. В. Квазистационарные электрические поля источников в разреженной плазме // УФН. 1975. Т.16, вып.1. С.79-113.
8. Hastings D. E., Wang J. The radiation impedance of electrodynamic tether with end connectors // Geophys.Res.Lett. 1987. V.14, N6. P.519-522.
9. Estes R. D. Alfvén waves from an electrodynamic tether satellite system // J.Geophys.Res. 1988. V.93, N A2. P. 945-956.
10. Андронов А. А., Эйдман В. Я. К теории тонкой цилиндрической антенны в изотропной плазме // ЖТФ. 1969. Т.39, №2. С.365-372.
11. Чугунов Ю. В. Квазистатическая теория антенны в магнитоактивной плазме при наличии плазменного резонанса // Изв. вузов. Радиофизика. 1968. Т.11, №12. С.1829-1838.
12. Чугунов Ю. В. К теории тонкой металлической антенны в анизотропных средах // Изв. вузов. Радиофизика. 1969. Т.12, №6. С.830-836.
13. Леонтович М. А., Левин М. Л. К теории возбуждения колебаний в вибраторах антенн // ЖТФ. 1944. Т.14, вып. 9. С.481-506.
14. Андронов А. А., Городнянский Г. В. Дипольное излучение плазменных волн // Изв. вузов. Радиофизика, 1963. Т.5, №2. С.234-239.

15. Active experiments in space: Proc.Int.Symp. Austria, 1983. 376 p.
16. K a i s e r T.R. On the impedance of radio-frequency probe in plasma // Planet.Space Sci. 1962. V. 9. P. 639-645.
17. Г у р е в и ч А. В., Ш в а р ц б у р г А. Б. Нелинейная теория распространения радиоволн в ионосфере. М.: Наука, 1973. 272с.
18. M l o d n o v s k y R. F., G a r r i o t O.K. The VLF admittance of a dipole in the ionosphere // Proc.Int. Conf. Ionosphere / Ed. A. C. Stickland. London, 1962. P.484-491.
19. А н д р о н о в А. А. Импеданс и шумы антенны (зонда) в космической плазме // Космические исследования. 1966. Т.4. С.558-564.
20. F e j e r J.A. Interaction of an antenna with a hot plasma and the theory of resonance probes // J.Res. Nat. Bur. Stand., Sect.D. 1964. V.68(11). P.1171-1176.
21. А н д р о н о в А. А. Об излучении, поглощении и взаимодействии электромагнитных полей в плазме: Дис. . . . к.ф.-м.н. / НИРФИ, Горький, 1968.
22. Т я х о н о в А. Н., С а м а р с к и й А. А. Уравнения математической физики. М.: Наука, 1974. 685с.
23. Г и н з б у р г В. Л. Теоретическая физика астрофизика. М.: Наука, 1981. 504с.
24. Г и н з б у р г В. Л., Ф р а н к И. М. Об эффекте Доплера при сверхсветовой скорости // ДАН СССР, нов. сер. 1947. Т.56, №6. С.583-586.
25. Г и н з б у р г В.Л., Э й д м а н В. Я. О силе реакции излучения при движении заряда в среде // ЖЭТФ. 1959. Т.36, вып.6. С.1823-1833.
26. Н а р ы ш к и н а Л. Г. О потерях энергии движущейся частицей на излучение продольных волн // ЖЭТФ. 1962. Т.43, вып.3(9). С.953-957.
27. Э й д м а н В. Я. О силе реакции излучения в магнитоактивной плазме // Изв. вузов, Радиофизика, 1960. Т.3, №2. С.192-199.
28. Э й д м а н В. Я. О неустойчивости квазистатических колебаний тонкого проводника, обтекаемого плазмой // Изв. вузов. Радиофизика. 1979. Т.22, №7. С.781-788.

29. Немцов Б. Е. Когерентные эффекты взаимодействия движущихся источников с излучением: Дис. . . . к.ф.-м.н. / Горький, 1985.
30. Абрамович Б. С., Немцов Б. Е. Возбуждение нижнегибридных волн проводником, движущимся в космической плазме // Изв. вузов. Радиофизика. 1984. Т.27, №6. С.685-689.
31. Pierce G. P. Limiting currents in electron beam in the presence of ions // J.Appl. Phys. 1944. V.15. P.721-726.
32. Balmain K. G. The impedance of a short dipole antenna in a magnetoplasma // IEEE Trans. Antennas Propag. 1965. V. AP-12, N5. P. 605-617.
33. Бункин Ф. В. Об излучении в анизотропных средах // ЖЭТФ, 1957. Т.32, вып.2. С.338-346.
34. Kogelnic H. On electromagnetic radiation in magnetoionic media // J.Res. Nat. Bur. Stand. 1960. V.64D, N5. P.515-523.
35. Kuehl H. H. Electromagnetic radiation from an electric dipole in a cold anisotropic plasma // Phys. Fluids. 1962. V.5, N9. P.1095-1103.
36. Arbel E., Felsen L. B. Theory of radiation from sources in anisotropic media // Electromagnetic theory and antennas /Ed. E. C. Jordan. Part 1. Oxford: Pergamon Press, 1963. P. 391-459.
37. Fisher R. K., Gould R. W. Resonance cones in the field pattern of a radio frequency probe in a warm anisotropic plasma // Phys. Fluids. 1971, V. 14, N4. P. 857-867.
38. Singh N., Gould R. W. Waves in a hot uniaxial plasma excited by a current source // Phys. Fluids. 1973. V. 16, N8. P. 75-8
39. Kuehl H. H. Electric field and potential near the plasma resonance cone // Phys. Fluids. 1974. V. 17, N6. P.1275-1283.
40. Фелсен Л., Маркувич Н. Излучение и рассеяние волн. Т.2. М.: Мир, 1978. 556с.
41. Галушко Н. П., Ерохин Н. С., Мосеев С. С. Распределение полей источника и поглощение энергии в неоднородной плазме // ЖЭТФ. 1975. Т.69, вып.1(7). С.142-154.

42. Ерохин Н. С., Кузелев М. В., Моисеев С. С., Рухадзе А. А., Шварцбург А. Б. Неравновесные и резонансные процессы в плазменной радиофизике. М.: Наука, 1982. С.106-129.
43. Мареев Е. А., Чугунов Ю. В. О возбуждении плазменного резонанса сторонним источником в магнитоактивной плазме. 1. Источник в однородной плазме // Изв. вузов. Радиофизика. 1987. Т.30, №8. С.961-967.
44. Альперт Я. Л., Моисеев Б. С. О распределении поля электромагнитных волн в двух конусах излучения в однородной магнитоактивной плазме // Геомагнетизм и аэрономия. 1980. Т.20, вып.2. С.233-244.
45. Чугунов Ю. В. Квазиодномерные структуры поля в магнитоактивной плазме // Радиотехника и электроника. 1971. Т.16, №2. С.366-373.
46. Чугунов Ю. В. Об особенностях квазиэлектростатического поля источников в магнитоактивной плазме // Изв. вузов. Радиофизика. 1971. Т.14, №1. С.44-52.
47. Докучаев В. П., Тамойкин В. В., Чугунов Ю. В. Излучение спиральных волн в магнитоактивной плазме распределенными источниками // Изв. вузов. Радиофизика. 1976. Т.19, №8. С.1121-1129.
48. Чугунов Ю. В. Электрические характеристики излучателей магнитного типа, находящихся в плазме // Радиотехника и электроника. 1973. Т.18, №6. С.1111-1117.
49. Koops H.C., Dazeu M.N., Edgar B.C. Impedance measurements on a VLF multiturn loop antenna in a space plasma simulation chamber // Radio Sci. 1984. V.19, N1. P.395-399.
50. Голубятников Г. Ю., Егоров С. В., Костров А. В., Мареев Е. А., Чугунов Ю. В. Возбуждение электростатических и свистовых волн антенной магнитного типа // ЖЭТФ. 1988. Т.94, вып.4. С.124-135.
51. Мошков А. В. Электромагнитное поле рамочной антенны, расположенной в холодной многокомпонентной магнитоактивной плазме (ионосфере) // Космические исследования. 1986. Т.24, вып.5. С.735-744.

52. Карлман В. Ч. Ближняя зона антенны в магнитоактивной плазме // ЖЭТФ. 1985. Т.89, вып.1(7). С.71-84.
53. Денисов Н. Г., Докучаев В. П., Таммойкин В. В. О нестационарном излучении дипольных источников в плазме с диагональным тензором диэлектрической проницаемости // Изв. вузов. Радиофизика. 1973. Т.16, №3. С.351-357.
54. Беллюстин Н. С. Установление резонансных полей в магнитоактивной плазме // Изв. вузов. Радиофизика. 1977. Т.20, №11. С.1605-1613.
55. Козлов О. В. Электрический зонд в плазме. М. Атомиздат. 1969, 292с.
56. Чен Ф. Электрические зонды // Диагностика плазмы / Под ред. Р.Хадлстоуна и С.Леонарда. М.: Мир, 1967. С.94-164.
57. Чан П., Тэлбот Л., Турян К. Электрические зонды в неподвижной и движущейся плазме. М.: Мир, 1978. 201с.
58. Гильденбург Э. Б. О резонансных свойствах неоднородных плазменных объектов // ЖЭТФ. 1963. Т.45, вып.6. С.1978-1983.
59. Нагр R.S., Crawford F. W. Characteristics of the plasma resonance probe // J.Appl.Phys. 1964. V. 35, N12. P. 3436-3446.
60. Dote T., Ichimiya T. Characteristics of resonance probes // J.Appl. Phys. 1965. V. 36, N6. P. 1866-1872.
61. Morita Y. Two-element cylindrical antenna in a warm plasma // Int.J. Electron. 1986. V. 61, N1. P. 13-25.
62. Godard R., Lafraimboise J.G. Low-frequency sheath admittance of a sphere in a collisionless plasma // Radio Sci. 1986. V. 21, N3. P. 421-428.
63. Пилия А. Д., Федоров В. И. Особенности поля электромагнитной волны в холодной анизотропной плазме с двумерной неоднородностью // ЖЭТФ. 1971. Т.60, вып.1. С.389-399.
64. Пилия А. Д., Федоров В. И. Линейная трансформация электромагнитных и плазменных волн в двумерной неоднородной плазме // Высокочастотный

нагрев плазмы: Всесоюз. совещ. Горький: ИПФ АН СССР, 1983. С.281-323.

65. М а р е е в Е. А., Ч у г у н о в Ю. В. О возбуждении плазменного резонанса сторонним источником в магнитоактивной плазме. 2. Источник в неоднородной плазме // Изв. вузов. Радиофизика. 1987. Т.30, №9. С.1073-1078.
66. Г у р с а Э. Курс-математического анализа. М. -Л.: ОНТИ, 1936. 257с.
67. У и з е м Дж. Линейные и нелинейные волны. М.: Мир. 1977. 624с.
68. Л а н д а у Л. Д., Л и ф ш и н Е. М. Квантовая механика. Нерелятивистская теория. М.: Наука, 1973. С.97.
69. Ч у г у н о в Ю. В. Теория СВЧ-зонда в изотропной плазме: Препринт ИПФ АН СССР №149. Горький, 1986. 17с.
70. Г о р б у н о в С. А., П о т а п о в а Т. Л. Возмущенная зона вблизи сферической низкочастотной антенны и ее емкость в плазме // Изв. вузов. Радиофизика. 1989. Т.32, №6. С.679-686.
71. S h k a r o f s k y L.P. Nonlinear sheath admittance, currents and charges associated with high-peak voltage drive on a VLF/ELF dipole antenna moving in the ionosphere // Radio Sci. 1972. V. 7, №4. P. 503-523.
72. З а х а р о в В. Е. Коллапс и самофокусировка ленгмюровских волн // Основы физики плазмы. Т.2. М.: Энергоатомиздат, 1984. С.79-118.
73. Е р о х и н Н. С., М у х и н В. В. Генерация второй гармоники источником в магнитоактивной плазме // Письма в ЖТФ. 1977. Т.3, вып.9. С.396-399.
74. F i a l a V., S o t n i k o v V. I. Parametric excitation of lower hybrid waves in the vicinity of the resonance cone // Plasma Phys. Contr. Fusion. 1985. V. 27, №3. P. 321-327.
75. М у ш е р С. Л., С т у р м а н Б. И. О коллапсе плазменных волн вблизи нижнегибридного резонанса // Письма в ЖЭТФ. 1975. Т.22, вып.11. С.537-542.
76. С о т н и к о в В. И., Ш а п и р о В. Д., Ш е в ч е н к о В. И. Макроскопические следствия коллапса на нижнем гибридном резонансе // Физика плазмы. 1978. Т.4, вып.2. С.450-459.

77. Ерохин Н. С., Моисеев С. С., Панченко И. П. Самовоздействие волновых пакетов в нелинейной магнитоактивной плазме // Укр. физ. журн. 1978. Т.23, №2. С.287-290.
78. Козырев А. Н., Пилия А. Д., Федоров В. И. Распространение нижнегибридных волн конечной амплитуды // Физика плазмы. 1979. Т.5, вып.2. С.322-328.
79. Stenzel R.L., Gekeiman W. Nonlinear interactions of focused resonance cone field with plasmas // Phys. Fluids. 1977. V.20, N1. P.108-115.
80. Марков Г. А., Мионов В. А., Сергеев А. М. О самоканализации плазменных волн в магнитном поле // Письма в ЖЭТФ. 1979. Т.29, вып.11. С.672-676.
81. Wang W.S., Kuehl H.H. Converging nonlinear resonance cone // Phys. Fluids. 1979. V. 22, N9. P.1707-1715.
82. Wilson J. R., Wong K.L. Nonlinear converging resonance cone // Phys. Fluids. 1980. V.23, N3. P.566-572.
83. Гуревич А. В., Питаевский Л. П. Нелинейные эффекты в плазменном резонансе // ЖЭТФ. 1963. Т.43, вып.4(10). С.1243-1251.
84. Гильденбург В. Б. О нелинейных эффектах в неоднородной плазме // ЖЭТФ. 1964. Т.46, вып.6. С.2156-2164.
85. Гильденбург В. Б. Скачок плотности плазмы в поле сильной электромагнитной волны и его влияние на эффективность резонансного поглощения // Взаимодействие сильных электромагнитных волн с бесстолкновительной плазмой. Горький: ИПФ АН СССР, 1980. С.83-116.
86. Гильденбург В. Б., Фрайман Г. М. Деформация области плазменного резонанса в сильном высокочастотном поле // ЖЭТФ. 1975. Т.69, вып.5 (11). С.1601-1606.
87. Carney C.F., Sen A., Chu F. Nonlinear evolution of lower-hybrid waves // Phys. Fluids. 1979. V.22, N9. P.1724-1731.

88. Гольдберг В. Н., Мареев Е. А., Угрюновский В. А., Чугунов Ю. В. О нелинейной модификации поля стороннего источника в разреженной замагниченной плазме // ЖЭТФ. 1986. Т.90, вып.6. С.2013-2022.
89. Maughan J. T., Faente R. L., O'Keefe e. a. Comparison of various microwave breakdown prediction models // J. Appl. Phys. 1971. V. 42, N13. P. 5362-5369.
90. Литвак А. Г., Миронов В. А., Фрайман Г. М., Юнаковский А. Д. Тепловое самовоздействие волновых пучков в плазме с нелокальной нелинейностью // Физика плазмы. 1975. Т.1, №1. С.60-71.
91. Семенов В. Е. Динамика высокочастотного разряда в волновых и квазистатических полях. Дис. . . . к.ф.-м.н. / ИПФ АН СССР. Горький, 1983.
92. Мареев Е. А., Чугунов Ю. В. Ионизационное и тепловое самовоздействие поля источника в замагниченной плазме // Физика плазмы. 1990. Т.16, вып.9. С.1119-1126.
93. Мареев Е. А., Чугунов Ю. В. Влияние нелокальной нелинейности на структуру поля источника в замагниченной плазме // Препринт ИПФ АН СССР №176. Горький, 1987. 21с.
94. Гильденбург В. Б. Электродинамические механизмы ограничения электронной концентрации в лазерной искре // ЖЭТФ. 1980. Т.78, №3. С.952-956.
95. Борисов Н. Д., Гуревич А. В., Милых Г. М. Искусственная ионизированная область в атмосфере. М.: ИЗМИРАН, 1986. 184с.
96. Райзер Ю. П. Физика газового разряда. М.: Наука, 1987. 591с.
97. Левин М. Л., Рытов С. М. Теория равновесных тепловых флуктуаций в электродинамике. М.: Наука, 1967. 308с.
98. Рытов С. М., Кравцов Ю. А., Татарский В. И. Введение в статистическую радиофизику. Ч.2. Случайные поля. М.: Наука, 1978. 464с.
99. Кролл Н., Трайвеллис А. Основы физики плазмы. М.: Мир, 1975. С. 137-475.

100. С и т е н к о А. Г. Флуктуации и нелинейные взаимодействия волн в плазме. Киев.: Наукова думка, 1977. 278с.
101. Г а л ь п е р и н Ю. И., В е р н и к А., Д ы - м е к М. и др. Исследование геоактивных корпускул и фотоэлектронов на спутнике "Космос-261" // Космические исследования. 1973. Т.11, вып.1. С.101-112.
102. T a y l o r W.W, L., G a r n e t t D.A. Morphology of VLF emissions observed with the Injun 3 satellite // J. Geophys. Res. 1968. V. 73. P. 5615-5627.
103. L a a s p e r e T., T a y l o r H. A. Comparison of certain VLF noise phenomena with the lower hybrid resonance frequency calculated from simultaneous ion composition measurements // J. Geophys. Res. 1970. V.75. P. 97-106.
104. S c a r f F.L., F r e d r i c s R.W., G r e e n I. M., C r o o k G.M. Observations of interplanetary plasma waves, spacecraft noise and sheath phenomena on amp 7 // J. Geophys. Res. 1974. V. 79, N1. P. 73-86.
105. Низкочастотные волны и сигналы в ионосфере Земли. М.: Наука, 1980. 156с.
106. Т и т о в а Е. Е., Д и В. И. и др. Уширение спектра сигналов ОНЧ-передатчиков в верхней ионосфере // Геомагнетизм и аэрномия. 1984. Т.24, вып.6. С.935-943.
107. Т р а х т е н г е р ц В. Ю., Ч у г у н о в Ю.В. О низкочастотных шумах, наводимых на антенну в ионосферной плазме // Космические исследования. 1978. Т.16, вып.2. С.238-249.
108. А к с е н о в В. И., Е ф и м о в а Т. В., К о м - р а к о в Г. П. и др. Исследования Солнца и параметров ионосферы Земли на спутнике "Интеркосмос-Коперник 500" // Космические исследования. 1978. Т.16, вып.1. С.78-90.
109. Е ф и м о в а Т. В., Ч у г у н о в Ю. В. О высокочастотных шумах, наводимых на антенну в ионосферной плазме // Геомагнетизм и аэрномия, 1981. Т.21, №1. С.50-56.
110. S t e n z e l R. L. High-frequency noise on antennas in plasmas // Phys. Fluids. B. 1989. V. 1. N7. P. 2369-1380.

111. Голубятников Г. Ю., Егоров С. В., Костров А. В., Миронов В. А., Чу-гунов Ю. В. Исследование пространственной динамики нагрева и термодиффузии плазмы // Физика плазмы. 1988. Т.14, вып.2. С.246-252.
112. Голубятников Г. Ю., Егоров С. В., Костров А. В., Мареев Е. А., Чу-гунов Ю. В. Захват квазистатических волн в тепловой канал, образованный ближним полем магнитной антенны в замагниченной плазме // ЖЭТФ. 1989, Т.96, вып.6(12). С.2009-2017.
113. Марков Г. А., Миронов В. А., Сергеев А. М., Соколова И. А. Многолучевая самоканализация плазменных волн // ЖЭТФ. 1981. Т.80, вып.6. С. 2264-2271.
114. Марков Г. А. Ионизационное каналирование электромагнитных полей: Дис. . . . д.ф.-м.н. Горький, 1988.
115. Mosier S. R., Garnett D. A. VLF measurements of the Poynting flux along the geomagnetic field with the Injun-5 satellite // J. Geophys. Res. 1969. V. 74. P. 5675-5684.
116. Miller E. K., Schulte H. F. Results from a swept-frequency ionosphere probe // Planet. Space Sci. 1974. V. 22, P. 1017-1030.
117. Li K. C., Chen K. M. Plasma density measurement using a frequency sweeping short antenna // IEEE Trans. Antennas Propag. 1976. V. 24, N4. P. 433-437.
118. Decreau P. M. E., Beghin C., Parrot M. Electron density and temperature, as measured by the mutual impedance experiment on board GEOS-1 // Space Sci. Rev. 1978. V. 22. P. 581-595.
119. Beghin C., Karczewski J. F., Poirer B., Debrie R., Masse-vitch N. The ARCAD-3 ISOPROBE experiment for high time resolution thermal plasma measurements // Ann. Geophys. 1982. V. 38, N5. P. 615-629.
120. Proc. IEEE. Special Issue on Topside Sounding and the Ionosphere. 1969. V. 57, N6. P. 859-1171.

121. J a m e s H. G. Wave propagation experiments at medium frequencies between two ionospheric satellites: 1. General results. 2. Whistler mode pulses // Radio Sci. 1978. V. 13, N3. P. 531-558.
122. C a m b o u F., G a l p e r i n Yu. I. Main results of the joint French-Soviet space project ARCAD- and ARCAD-2 for magnetospheric, auroral and ionospheric physics // Ann. Geophys. 1982. V. 38, N1. P. 87-110.
123. K o o n s H. C., P r i d m o r e - B r o w n D. C., M c P h e r s o n D. A. Oblique resonances excited in the near field of a satellite-borne electric dipole antenna // Radio Sci., 1974. V. 9, N5. P. 541-545.
124. Г а л ь п е р и н Ю. И., С а г д е е в Р. З., Ш у й с к а я Ф. К. и др. Обнаружение явления ускорения электронов в ионосферной плазме под действием излучения мощного бортового радиопередатчика вблизи локальной плазменной частоты со спутника "Интеркосмос-19" // Космические исследования. 1981. Т. 19, вып. 1. С. 34-44.
125. J a m e s H. G. Sounder-accelerated particles observed on ISIS // J. Geophys. Res. 1983. V. 88, N A5. P. 4027-4040.
126. P u l i n e t s S. A., S e l e g e v V. V. Ionospheric plasma modification in the vicinity of a spacecraft by powerful radio pulses in topside sounding // J. Atmos. Terr. Phys. 1986. V. 48, N2. P. 149-157.
127. J a m e s H. G., D a r l i n g t o n T. R., H e r s o m C. N., G r u n o R. S., G o r e J. V. Exploring space plasmas - the WISP/HF experiment // Proc. IEEE. 1987. V. 75, N2. P. 218-235.
128. А р м а н д Н. А., С е м е н о в Ю. П., Ч е р т о к Г. Е. и др. Экспериментальное исследование в ионосфере Земли излучения рамочной антенны в диапазоне ОНЧ, установленной на орбитальном комплексе "Мир - Прогресс-28 - Союз ТМ-2" // Радиотехника и электроника. 1988. Т. 33, № 11. С. 2225-2234.
129. K e l l o g g P. J., M o n s o n S. J., W h a l e n B. A. Observation of an antenna - plasma instability // J. Geophys. Res. 1990. V. 95, N A6. P. 7773-7788.

130. Агафонов Ю. Н., Бажанов В. С., Исякаев В. Я. и др. Стимулирование высвобождения энергичных частиц плазменно-волновым разрядом в полярной ионосфере // Письма в ЖЭТФ. 1990. Т.52, вып.10. С.1127-1130.
131. Марков Г. А., Попова Л. Л., Чугунов Ю. В. Моделирование нелинейного воздействия пучка плазменных волн на ионосферную плазму // Письма в ЖТФ. 1985. Т.11, вып.23. С.1465-1470.
132. Агафонов Ю. Н., Бабаев А. П., Бажанов В. С. и др. Плазменно-волновой разряд в ионосфере Земли // Письма в ЖТФ. 1989. Т.15, вып.17. С.1-5.
133. Агафонов Ю. Н., Бажанов В. С., Гальперин Ю. И. и др. НЧ-возмущения в ионосферной плазме, стимулированные бортовым ВЧ-источником // Письма в ЖТФ. 1990. Т.16, вып.16. С.65-70.

О Г Л А В Л Е Н И Е

Предисловие	3
ВВЕДЕНИЕ	5
Глава 1 ЛИНЕЙНАЯ ТЕОРИЯ АНТЕНН В ОДНОРОДНОЙ ИЗОТРОПНОЙ ПЛАЗМЕ	16
1.1. Поле и импеданс дипольной антенны с заданным распределением тока	16
1.2. Теория тонкой цилиндрической антенны в изотропной плазме	21
1.3. Антенна в движущейся плазме	23
1.3.1. Особенности поля и импеданса антенны в движущейся плазме	23
1.3.2. Неустойчивость колебаний тока на тонкой антенне, обтекаемой плазмой	26
Глава 2 ЛИНЕЙНАЯ ТЕОРИЯ АНТЕННЫ В ОДНОРОДНОЙ МАГНИТОАКТИВНОЙ ПЛАЗМЕ	30
2.1. Функция Грина. Краевая задача о металлическом эллипсоиде	30
2.2. Теория тонкой металлической антенны в замагниченной плазме	36
2.3. Электромагнитные поля распределенных источников вблизи резонансных направлений	41
2.4. Особенности поля и импеданса антенны на частотах гибридного и плазменного резонанса	47
2.5. Энергетические характеристики источников в различных частотных интервалах	53

2.5.1.	Приближение слабой пространственной дисперсии. "Большие" источники электромагнитных волн	55
2.5.2.	"Сильная" пространственная дисперсия. Пролетные потери для источников электрического типа	57
2.6.	Магнитный диполь (виток с током) в плазме	59
2. .	Установление резонансной структуры поля источника	66

Глава 3

КВАЗИЭЛЕКТРОСТАТИЧЕСКИЕ ПОЛЯ ИСТОЧНИКОВ В НЕОДНОРОДНОЙ ПЛАЗМЕ		71
3.1.	Источник в неоднородной изотропной плазме	
3.1.1.	Холодная плоскостная плазма	71
3.1.2.	Поле и импеданс СВЧ-зонда в неоднородной изотропной плазме	73
3.2.	Источник в неоднородной магнитоактивной плазме	80
3.2.1.	Кусочно-однородная плазма	82
3.2.2.	Плавно-неоднородная плазма. Эталонные профили	87
3.2.3.	О потенциале при произвольной форме параболической границы	98
3.2.4.	Укороченное уравнение для поля источника в плавно-неоднородной плазме	101
3.3.	Возбуждение свистовых волн антенной магнитного типа в неоднородной плазме	104

Глава 4

ВЛИЯНИЕ НЕЛИНЕЙНЫХ ЭФФЕКТОВ НА СТРУКТУРУ ПОЛЯ И ИМПЕДАНСНЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ИСТОЧНИКОВ В ПЛАЗМЕ		110
4.1	Теория СВЧ-зонда в изотропной плазме	111

4.2.	Низкочастотный зонд в изотропной плазме . . .	117
4.3.	Источник в разреженной магнитоактивной плазме	125
4.3.1.	Основные уравнения	125
4.3.2.	Образование скачков концентрации и п.я. Гистерезис	128
4.3.3.	Влияние столкновений	134
4.3.4.	Влияние пространственной дисперсии	137
4.4.	Эффекты нелокальной нелинейности в ближнем поле антенны в замагниченной плазме	143
4.4.1.	Основные уравнения	143
4.4.2.	Ионизационное самовоздействие поля	146
4.4.3.	Тепловое самовоздействие поля	150
4.5.	Структуры высокочастотного разряда, поддерживаемого источником плазменных волн в магнитном поле	153

Глава 5

АНТЕННАЯ ДИАГНОСТИКА

	ШУМОВЫХ СИГНАЛОВ В ПЛАЗМЕ	164
5.1.	Методика расчета шумовой ЭДС, наводимой на антенне в неравновесной плазме	165
5.2.	Двухтемпературная плазма	168
5.2.1.	Спектр шумовой ЭДС в низкочастотной области	169
5.2.2.	Спектр шумовой ЭДС в области высоких частот	172
5.3.	Диагностика шумов в движущейся плазме	175
5.4.	Оседание заряженных частиц на поверхность антенны	179

Глава 6

ПРИМЕНЕНИЕ ТЕОРИИ АНТЕНН В ПЛАЗМЕ

6.1.	Лабораторное исследование проблем излучения низкочастотных антенн в магнитоактивной плазме	182
------	--	-----

6.1.1.	Импеданс электрического диполя	183
6.1.2.	Импеданс магнитной антенны	189
6.1.3.	Возбуждение электростатических и свистовых волн антенной магнитного типа	194
6.2.	Эффекты тепловой нелинейности при излучении антенн в плазме	197
6.3.	Высокочастотный разряд в ближнем поле антенны и его использование в ионосферных экспериментах	205
Л и т е р а т у р а		211

CONTENTS

Preface.....	3
INTRODUCTION.....	5
Chapter 1 LINEAR THEORY OF ANTENNAS IN HOMOGENEOUS ISOTROPIC PLASMA	16
1.1. Field and impedance of a dipole antenna with the assigned current distribution....	16
1.2. Theory of a thin cylindrical antenna in isotropic plasma.....	21
1.3. Antenna in a moving plasma.....	23
1.3.1. Peculiarities of antennas field and impe- dance in a moving plasma.. ..	23
1.3.2. Instability of current oscillations on a thin antenna flown around by plasma.....	26
Chapter 2 LINEAR THEORY OF AN ANTENNA IN HOMOGENEOUS MAGNETOACTIVE PLASMA.....	30
2.1. Green's function. Boundary problem for me- tallic ellipsoid.....	30
2.2. Theory of a thin metallic antenna in a magnetized plasma.....	36
2.3. Electromagnetic fields of distributed so- urces near resonance directions.....	41
2.4. The field and impedance at the frequencies of hybrid and plasma resonance.....	47
2.5. Energetic characteristics of sources in various frequency intervals.....	53
2.5.1. The approximation of a weak spatial dis- persion. "Large" sources of electromagn- etic waves.....	55

2.5.2.	"Strong" space dispersion . Transit losses for the sources of the electric type.....	57
2.6.	Magnetic dipole (a current loop) in plasma.....	59
2.7.	The set of the resonance structure of a source field.....	66
 Chapter 3		
QUASIELECTROSTATIC FIELDS OF SOURCES		
I.	INHOMOGENEOUS PLASMA.....	71
3.1.	A source in inhomogeneous isotropic plasma.	71
3.1.1.	Cold layered plasma.....	71
3.1.2.	A field and impedance of a HF probe in inhomogeneous isotropic plasma.....	79
3.2.	A source in an inhomogeneous magnetoactive plasma.....	80
3.2.1.	Piecewise-homogeneous plasma.....	82
3.2.2.	Smoothly-inhomogeneous plasma. Standard profiles.....	87
3.2.3.	On the source potential for the arbitrary form of the parabolic boundary.....	98
3.2.4.	A truncated equation for the source field in a smoothly-inhomogeneous plasma.....	101
3.3.	Excitation of whistler waves by the loop antenna in inhomogeneous plasma.....	104
 Chapter 4		
NONLINEAR EFFECTS INFLUENCE ON THE FIELD STRUCTURE AND IMPEDANCE CHARACTERISTICS OF SOURCES IN PLASMA.....		
4.1.	Theory of a HF probe in isotropic plasma..	111
4.2.	A low-frequency probe in isotropic plasma.	117
4.3.	A source in a rarefied magnetoactive plasma.....	125
4.3.1.	Basic equations.....	125

4.3.2.	The formation of concentration and field jumps. Hysteresis.....	128
4.3.3.	The collisions effects.....	134
4.3.4.	The spatial dispersion effect.....	137
4.4.	The effects of nonlocal nonlinearity in the near field of an antenna in magnetized plasma.....	143
4.4.1.	Basic equations.....	143
4.4.2.	Ionization self-interaction of the field..	146
4.4.3.	Thermal self-interaction of the field....	150
4.5.	The structures of a RF discharge sustained by the source of plasma waves in a magnetic field.....	153

Chapter 5

ANTENNA DIAGNOSTICS OF NOISE SIGNALS IN PLASMA..... 164

5.1.	The calculation of noise voltage induced on an antenna in nonequilibrium plasma....	165
5.2.	Dual-temperature plasma.....	168
5.2.1.	The spectrum of noise voltage in the region of low frequencies.....	169
5.2.2.	The spectrum of noise voltage in the region of high frequencies.....	172
5.3.	Diagnostics of noises in a moving plasma..	175
5.4.	Absorption of charged particles on an antenna surface.....	179

Chapter 6

THE APPLICATION OF THE THEORY OF ANTENNAS IN PLASMAS..... 181

6.1.	Laboratory investigation of the problems of low-frequency antennas radiation in magnetoactive plasma.....	182
6.1.1.	Impedance of electric dipole.....	183
6.1.2.	Impedance of a loop antenna.....	189

6.1.3.	Excitation of electrostatic and whistler waves by the loop antenna.....	194
6.2.	The thermal nonlinearity effects on antenna radiation in plasma.....	197
6.3.	HF discharge in the antenna near field and its application in ionospheric experiments.....	205

ANTENNAS IN PLASMA

E. A. Mareev, Yu. V. Chugunov

The monograph deals with modern problems of the theory of antennas in plasma. The main attention is focused on the analysis of the problems in which dispersion, its resonances, inhomogeneity, nonequilibrium of the source-plasma system change considerably the electromagnetic field and impedance characteristics of antennas in comparison with vacuum ones. Nonlinear effects arising in the fields of antennas and probes in isotropic and magnetoactive plasma are studied. The theoretical results are used to interpret experimental data on plasma diagnostics, for noise radiation detecting in ionosphere and magnetosphere. They are also utilized in active experiments in space.

The book is intended for scientists, students and aspirants whose field of investigation are plasma physics, radiophysics and geophysics.

**Евгений Анатольевич Мареев
Юрий Владимирович Чугунов**

АНТЕННЫ В ПЛАЗМЕ

**Редактор *Н.Н.Кралина*
Техн. редактор *О.А.Сударик*
Корректор *Р.Н.Раскина***

Подписано к печати 14.08.91. Формат 60x90 1/16. Бумага книжно-журнальная.
Печать офсетная. Усл. печ. л. 14,5. Усл. кр.-отг. 14,5. Уч.-изд. л. 11,3.
Темплан 1990 г. (моногр.). Поз. 2. Тираж 600 экз. Цена 1 р. 70 к. Заказ № 176

Отпечатано на роталпринте
в Институте прикладной физики АН СССР,
603600, г. Н.Новгород, ул. Ульянова, 46