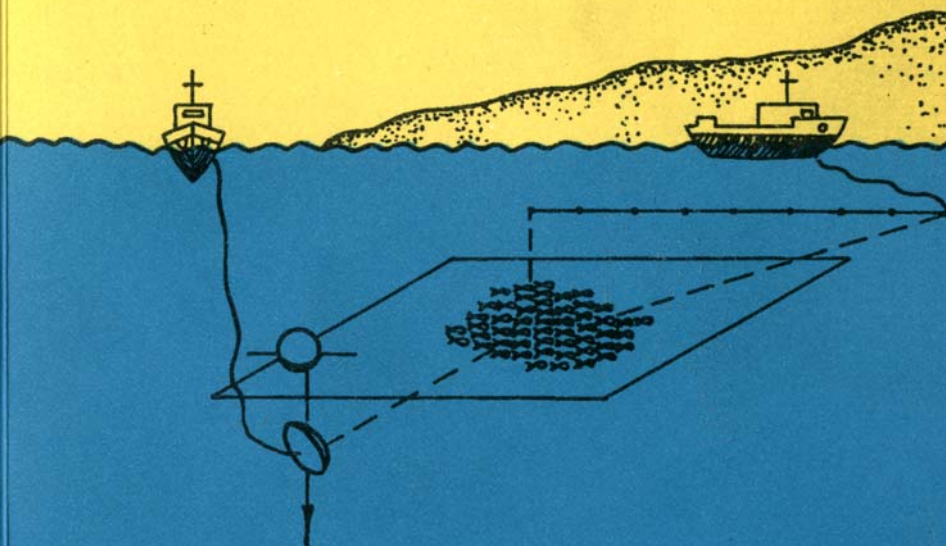




*В.В. Гончаров  
В.Ю. Зайцев  
В.М. Куртенов  
А.Г. Нечаев  
А.И. Хилько*

# АКУСТИЧЕСКАЯ ТОМОГРАФИЯ ОКЕАНА



НИЖНИЙ НОВГОРОД  
1997

Издано по решению Редакционно-издательского совета  
Института прикладной физики РАН

УДК 534.26

Гончаров В. В., Зайцев В. Ю., Куртепов В. М., Нечаев А. Г., Хилько А. И. Акустическая томография океана / ИПФ РАН. Нижний Новгород, 1997. 256 с.

Монография посвящена изучению одного из наиболее интересных направлений современной акустики океана, связанного с применением томографической идеи к проблеме реконструкции неоднородностей океанической среды. Анализируются конкретные особенности, возникающие при использовании принципов томографической реконструкции различных типов неоднородностей, по результатам звукового зондирования (томографическое восстановление крупномасштабных неоднородностей, таких как вихри и фронтальные зоны и более мелких неоднородностей, в частности внутритермоклинных линз, внутренних волн, турбулентных пульсаций, поверхностного волнения, скопления рыб, льдин, айсбергов и др.). Существенное внимание уделяется разработке методов томографического мониторинга в океане. Предложен и развит целый ряд новых оригинальных методов томографической реконструкции: модовый, интерференционный, дифференциальный, дифракционной томографии во френелевской области и др. В книге использован математический аппарат, развитый в современной акустике и радиофизике. Приводятся результаты численного моделирования и обработки данных, полученных при измерениях в лабораторных и натуральных условиях.

Книга предназначена для специалистов в области гидроакустики и радиофизики, а также аспирантов и студентов соответствующих специальностей.

Ил. 55, табл. 4, список использованной литературы 258 назв.

#### Рецензенты

доктор физико-математических наук С. Н. Гурбитов,  
доктор физико-математических наук А. И. Самчев

Намерение написать эту книгу возникло еще в конце 80-х годов. Большую роль в инициировании этой работы сыграли Л. М. Бреховских и Л. А. Островский. Им же принадлежала постановка задачи написания ее не в виде сборника отдельных статей, пусть и связанных некоторой общей идеей, а именно в виде работы монографического типа, все части которой выдержаны в едином общем стиле. С точки зрения удобства восприятия, такое построение работы, безусловно, предпочтительно, тем более, что в то время в мировой литературе подобного издания еще не существовало. В то же время задача написания такой единой не только по существу, но и по форме работы, учитывая относительно большое количество соавторов, оказалась гораздо более трудоемкой по сравнению с подготовкой просто сборника статей, отражающих отдельные стороны большой проблемы.

В силу трудоемкости поставленной задачи и по целому ряду других объективных причин работа по подготовке рукописи затянулась. На работе, безусловно, сказалось общее для всей страны резкое уменьшение поддержки научных исследований вообще и, в особенности, по гидрофизической тематике, требующей для своего нормального развития проведения масштабных натуральных экспериментов. Большим ударом стала преждевременная кончина в возрасте около 40 лет одного из наиболее активных участников авторского коллектива А. Г. Нечаева. Свою роль сыграла и значительная переориентация основных научных интересов некоторых авторов, что было вызвано уже отмеченной существенной структурной перестройкой российской науки.

За прошедшие годы из печати вышла готовившаяся также долгое время сходная по тематике книга В. Манка, П. Ворчестера и К. Вунша по акустической томографии океана (W. Munk, P. Worcester, C. Wunsch "Ocean Acoustic Tomography", 1996). Тем не менее оказалось, что план подготавливаемой нами рукописи в достаточной степени отличается от содержания вышедшей книги. Специфика представляемой работы обусловлена традициями волнового подхода, развиваемого в нижегородской радиофизической школе. Эти традиции плодотворно используются и в исследованиях по акустике океана, проводящихся в Институте прикладной физики РАН совместно с Институтом океанологии РАН, что проявилось и в работах, связанных с акустической томографией океана.

При исследовании проблемы акустической диагностики неоднородностей океана авторами неоднократно использовались различные "типично радиофизические" методы. Примерами этому могут служить попытки использовать метод темного поля, доплеровское смещение частоты и т. д. Такого рода радиофизические идеи для акустики океана являлись нетрадиционными и многообещающими. Однако непосредственный перенос этих методов в акустику океана наталкивался на трудности, связанные с особенностями распространения и дифракции звука в пространственно неоднородной и нестационарной океанической среде. Работы авторов по исследованию эффективности того или иного подхода для различных конкретных ситуаций, в конечном счете, привели к возможности объединить имеющиеся результаты и сформулировать их в терминах томографического подхода. Поэтому мы посчитали целесообразным завершить подготовку рукописи, хотя первоначальный план подготовить работу, выдержанную в едином стиле, оказался реализованным по указанным выше причинам не в полной мере.

В процессе подготовки рукописи большую помощь оказал Ю. П. Лысанов, который проявил живой интерес к этой работе. Он неоднократно участвовал в обсуждении материалов, представленных в книге, и, прочитав рукопись, сделал ряд полезных замечаний, за что авторы ему глубоко благодарны.

*Авторы*



## ВВЕДЕНИЕ

---

**Исторические замечания.** Изучение возможностей использования методов акустического зондирования для океанографических целей проводилось уже довольно давно. Определенным итогом этих исследований явилась опубликованная в 1977 году монография Клея и Медвина, которая так и называлась "Акустическая океанография" (она вышла на русском языке в 1980 году\*). Задачи акустического зондирования, рассматриваемые в этой книге, были объединены практически единственым подходом, который, если опустить несущественные детали, сводится к методу импульсной локации (как правило, при рассеянии сигнала в обратном направлении). Соответственно, его предполагалось использовать прежде всего на сравнительно небольших дистанциях для профилирования дна и локализации сосредоточенных рассеивателей.

В 70-е годы проводились интенсивные теоретические и экспериментальные исследования, связанные с дальним распространением звука в неоднородном океане [4, 20, 137]. Свойства сигнала, прошедшего через океаническую толщу, определяются интегральным влиянием расположенных по трассе неоднородностей. Использование теоретических представлений о взаимодействии звука с неоднородностями среды дает возможность по характеристикам принятого сигнала судить об усредненных по трассе параметрах неоднородностей. При этом регистрация быстрых и медленных вариаций зондирующего сигнала позволяет разделить вклады, вносимые мелко- и крупномасштабными неоднородностями (поскольку они характеризуются большими отличиями не только в пространственных, но и во временных масштабах), однако это еще не решает задачу получения информации о пространственном распределении этих неоднородностей. Упомянутый выше импульсный локационный подход здесь неприменим, поскольку речь идет о плавных и крупных (по сравнению с длиной волны зондирующего звука) образованиях, которые практически не рассеивают сигнал в обратном направлении. Большой интерес вызывала, в частности, выявленная в 70-е годы сильно выраженной пространственно-временная синоптическая изменчи-

\* Клей К., Медвин Г. Акустическая океанография. М.: Мир, 1980.

вость океана. Под этим термином принято понимать неоднородности гидрофизических полей типа вихрей, фронтов и волн Россби, горизонтальный масштаб которых  $L \sim 100-150$  км, вертикальный —  $h \sim 0,5$  км и временной — порядка нескольких недель или месяцев [137]. Как правило, синоптическая изменчивость сопровождается существенной перестройкой подводного звукового канала и приводит к значительным флуктуациям поля скорости звука, что вызывает соответствующие флуктуации звуковых полей. В этих условиях для характеристики гидрологической и акустической обстановки часто недостаточно указать усредненные среднеклиматические ("атласные") значения поля скорости звука вдоль звуковой трассы. Статистическое же описание синоптических неоднородностей и связанных с ними флуктуаций звуковых полей (как это делается в случае поверхностного волнения и внутренних волн) тоже нельзя признать удовлетворительным, поскольку из-за крайней низкочастотности и крупномасштабности этих неоднородностей трудно накопить достаточно большой массив данных для получения их надежных статистических характеристик. Более того, обусловленные этими неоднородностями флуктуации параметров среды и звукового поля могут быть столь велики, что статистически средние оценки значений этих параметров не будут представительными для конкретной ситуации. Поэтому было бы желательно осуществлять мониторинг — непрерывное слежение за синоптической изменчивостью в представляющих интерес районах Мирового океана.

Резкий всплеск интереса к работам, связанным с акустическим мониторингом, произошел после 1979 года, когда появилась статья американских исследователей Манка и Вунша [223], где было предложено наряду с простым акустическим зондированием среды использовать томографический подход (аналогичный применявшемуся уже достаточно широко в медицине при обработке рентгенографической информации) для получения не только усредненных данных о гидрофизических полях, но и информации о пространственном распределении этих характеристик на исследуемой акватории. Схема акустической томографии океана, предложенная в этой работе, была направлена на реконструкцию неоднородностей поля скорости звука с синоптическими масштабами и основана на измерении флуктуаций времени распространения импульсного сигнала по различным лучевым траекториям. Успешная демонстрация работоспособности этого подхода была проведена в ходе океанического эксперимента 1981 года [229]. Важно подчеркнуть, что измеренные флуктуации параметров звуковых сигналов могут быть, в принципе, использованы для восстановления не только поля скорости звука, но и других, связанных с ним, океанографических характеристик среды, таких как температура, соленость, плотность, течения, а также

спектры волновых движений, теплоперенос и теплосодержание океанической среды [222, 223, 172, 219], что представляет непосредственный интерес для гидрофизики и климатологии. Подчеркнем еще раз, что схема акустической томографии океана [223] являлась, по существу, непосредственным переносом хорошо развитого к тому времени томографического подхода, используемого в медицинской рентгеновской томографии (заметим, кстати, что в том же 1979 году, когда появилась статья Манка и Вунша с проектом океанической томографической схемы, Кормаку и Хаунсфилду была присуждена Нобелевская премия за успехи в развитии медицинской рентгеновской томографии). В последующих многочисленных публикациях были сформулированы предложения по использованию томографических принципов при акустическом зондировании не только синоптических изменчивости океана, но и других типов гидрофизических полей — более мелкомасштабных объемных неоднородностей (например, внутренних волн), поверхностного волнения, неоднородностей дна и т. д. Стало ясно, что элементы томографических методов можно обнаружить в самых различных задачах акустической океанографии, так что само понятие томографии, в последнее время используемое столь широко, стало охватывать чуть ли не все задачи, связанные с акустическим зондированием. Остановимся поэтому на некоторых общих моментах, характерных для томографического метода (не только применительно к океану), и более конкретно определим, что в дальнейшем в этой книге авторы будут понимать под термином "томография".

**Определение томографии.** Томографию можно причислить к наиболее интенсивно развивающимся в последние годы направлениям науки и техники. Томографическая терминология и методология становятся все более популярными в самых различных областях — медицине, оптике, физике плазмы, неразрушающем контроле и т. п. Одновременно происходит постоянное расширение круга задач, решаемых томографическими методами.

С точки зрения достигаемой цели, томографию можно отнести к группе методов, позволяющих получить изображение внутренней структуры исследуемого объекта по характеристикам зондирующего сигнала, прошедшего через исследуемую область. Различные методы изучения внутренней структуры объектов известны уже давно, среди них, например, можно назвать традиционную рентгеноскопию. Однако подобным образом получают изображения-проекции, в которых накладываются друг на друга изображения от многих частей объекта, т. е. получается некоторый интегральный образ исследуемой структуры. Томографические же методы отличаются тем, что позволяют получить представление о пространственной структуре неоднородностей, с чем связано и происхождение самого термина "томография", в основе которого лежат греческие

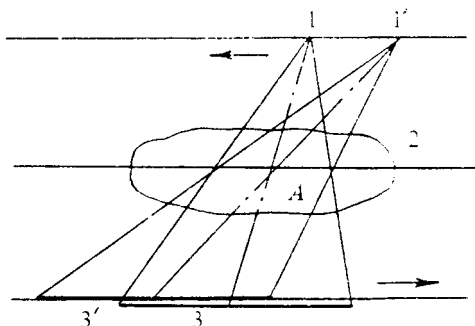


Рис. 1. Классическая томография по Бокажу: 1 — источник рентгеновского излучения, 2 — исследуемый объект, 3 — регистрирующая фотопленка. Стрелками показаны скорости относительного перемещения источника и приемника, А — точка на неподвижно проецируемой плоскости

корни: "томос" — слой, сечение и "граф" — пишу, рисую, поскольку исторически первые томографические методы давали именно послойное изображение объемной структуры. В настоящее время существует большое число методов реконструкции пространственной структуры объектов, в которых не предполагается в буквальном смысле послойное восстановление, но которые по ряду существенных общих признаков следует также относить к томографическим.

В упомянутой выше рентгеноскопии еще в 30-х годах предпринимались попытки получать не просто интегральные образы, а как-то научиться разделять вклады различных частей исследуемого объекта в получаемый образ. Так, Бокажем был предложен метод, который теперь называют классической томографией [94, 127]. В предложенной им установке источник излучения и регистрирующая проекцию плоскость совершали относительное перемещение, так что в процессе регистрации изображения проекция только одного слоя не меняла положения относительно плоскости наблюдения, а проекции прочих слоев перемещались, ослабляя свой вклад в формируемый образ (рис. 1). Этот подход позволял аналоговым образом производить такую обработку целого набора проекций изучаемого объекта, которая давала возможность определять его локальную (послойную) структуру.

Предложенные в последние годы томографические методы предполагают, как правило, не аналоговую, а цифровую обработку набора проекций, полученных по различным направлениям. Поэтому, говоря о современных томографических методах, почти всегда имеют в виду томографию вычислительную. Математическая (иногда комбинированная аналогово-цифровая) обработка набора интегральных изображений-проекций, которая и составляет основу метода вычислительной томографии, позволяет реконструировать

локальную (дифференциальную) структуру томографируемого объекта. Подобное понимание существа томографического подхода принято в подавляющем числе публикаций последних лет, поэтому в дальнейшем мы будем придерживаться вытекающего из этого понимания определения томографии как *метода реконструкции локальных характеристик объекта по набору его интегральных характеристик-проекций путем их специальной обработки*\*

**Некоторые особенности решения томографических задач.** По-видимому, в достаточно общем случае томографическая задача сводится к решению интегрального уравнения вида

$$\int_{M(\rho)} P(\rho, r) g(\rho) d\rho = f(r), \quad (1)$$

здесь  $\rho$  и  $r$  — пространственные координаты (в принципе, это могут быть координаты в обобщенном фазовом пространстве),  $g(\rho)$  — реконструируемый образ,  $P(\rho, r)$  — ядро интегрального преобразования,  $f(r)$  — измеряемая характеристика-проекция,  $M(\rho)$  — траектория, вдоль которой осуществляется измерение.

Физический смысл уравнения (1) достаточно прозрачен. Измеряемая характеристика  $f(r)$  определяется параметром среды  $g(\rho)$  вдоль всего пути распространения зондирующей волны. Информация о геометрии просвечивающего излучения содержится в структуре ядра  $P(\rho, r)$ . В геофизических приложениях (например, сейсмике и акустической океанографии)  $g(\rho)$  может иметь смысл коэффициента преломления среды для сейсмических или акустических волн,  $f(r)$  — например, временная задержка зондирующего импульса.

Наибольшие успехи в применении томографического подхода, как уже отмечалось, достигнуты в настоящее время в медицине, причем в медицинских томографах обычно производится именно послойное реконструирование, например построение двумерных сечений головного мозга. С математической точки зрения, такая задача сводится к восстановлению двумерной функции  $g(x, y)$  по измеренным проекциям  $R_i$  вдоль набора лучей  $\{L_i\}$

$$\int_{L_i} g(x, y) dl = R_i. \quad (1a)$$

\* С точки зрения общности математических методов, томографическими по своему существу следует считать еще целую группу задач, связанных с различными операциями (типа свертки, построения корреляторов, фильтрации, сжатия и т. п.) над функциями нескольких переменных в так называемом пространстве Радона, по аналогии со спектральной фурье-обработкой; с обработкой изображений (типа построения "объемных" изображений по набору плоскостных) и т. п. [94, 127]. Ниже почти исключительно будем пользоваться сформулированным здесь более узким определением томографии.

Реконструируемое поле  $g(x, y)$  представляет в данном случае распределение коэффициента поглощения рентгеновского излучения, а проекции  $R_i$  соответствуют ослаблению прошедших через объект рентгеновских лучей. Траектории  $L_i$  представляют собой прямые линии (что, вообще говоря, не обязательно). В этом случае величина  $R_i$  называется преобразованием Радона для функции  $g(x, y)$  по имени австрийского математика Иоганна Радона, работавшего в области интегральной геометрии и решившего еще в 1917 году задачу о восстановлении функции  $g(x, y)$  по набору ее проекций  $R_i$  [154] (здесь приведена в качестве приложения пионерская работа самого Радона). Запись проекционных данных в виде радоновского интеграла (1а) является весьма частным примером, который получается из более общего интеграла (1) в случае, когда ядро интегрального преобразования представляет собой дельта-функцию.

Результаты Радона в течение нескольких последующих десятилетий были в значительной степени забыты. Впоследствии они были заново "переоткрыты" наряду с целым рядом других алгоритмов восстановления функции  $g(x, y)$ , не связанных непосредственно с радоновской формулой обращения. В настоящее время имеется довольно обширная литература, посвященная свойствам радоновских образов, это, например, монография [154], а также соответствующие разделы в монографиях и обзорах [94, 95, 127–129, 155], посвященных собственно томографическим задачам. В алгоритмах, рассматриваемых в данной книге, непосредственно радоновское обращение практически не будет использоваться, поэтому на простом примере поясним один из возможных альтернативных путей восстановления функции  $g(\rho)$ , который позволяет продемонстрировать ряд существенных черт, общих для многих вариантов приведенных ниже алгоритмов. Пусть реконструируемая функция  $g(\rho)$  задана в некоторой области (рис. 2), которую разобьем на некоторое число ( $j$ ) ячеек.

В пределах каждой такой  $j$ -й ячейки будем считать величину реконструируемой характеристики постоянной:  $g(\rho) = g_j = \text{const}$ . А для разбитой на ячейки области получим вместо набора интегралов по лучам, из которых два показаны на рис. 2, систему линейных алгебраических уравнений следующего вида:

$$\sum b_{ij} a_j = y_i, \quad (2)$$

или в матричной записи:

$$\mathbf{B} \mathbf{a} = \mathbf{y}, \quad (3)$$

где  $y_i = R_i$  — значение проекции или луч-суммы, накопленной вдоль

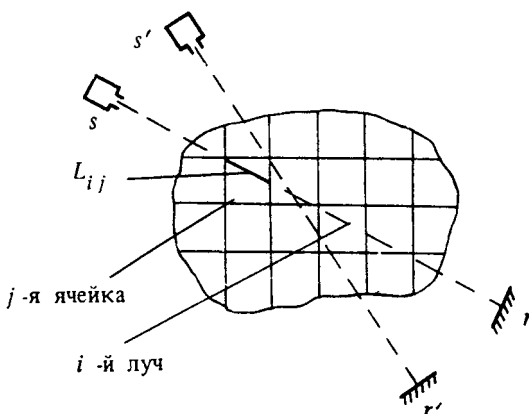


Рис. 2. Реконструируемая двумерная структура и ее разбиение на ячейки:  $r, r'$  — приемники,  $s, s'$  — источники

$i$ -го просвечивающего луча,  $a_j = g_j$  — искомое значение функции  $g(x, y)$  в  $j$ -й ячейке,  $b_{ij} = L_{ij}$  — длина  $i$ -й траектории в пределах  $j$ -й ячейки ( $L_{ij} = 0$ , если луч  $i$  не проходит через ячейку)\* Решив систему (3), можно восстановить распределение реконструируемой неоднородности  $g(x, y)$  Приведенный пример следует признать достаточно частным, но он демонстрирует ряд существенных моментов, являющихся общими для очень многих томографических схем

Остановимся на некоторых из них. На примере системы (3) сразу становится ясной важность проблемы выбора геометрии трасс, по которым идет "просвечивание" реконструируемого объекта При неудачном выборе различные проекции не будут нести независимой информации, что формально сказывается на понижении ранга проекционной матрицы  $B$  и приводит к сильной недоопределенности и неустойчивости задачи обращения. Проблеме оптимизации ранга проекционной матрицы за счет надлежащего выбора геометрии томографической схемы специально посвящен ряд работ [30, 31, 163]

Другим существенным моментом является выбор так называемых базисных функций, по которым происходит разложение искомой неоднородности. В рассмотренном примере в качестве таких функций были выбраны ступенчатые функции, каждая из которых отлична от нуля и постоянна только в пределах своей ячейки. Удачный

\* Очевидно, что аналогичная система может быть получена и из более общего вида проекционного интеграла (1), хотя входящие в алгебраические уравнения переменные в этом случае не будут иметь столь наглядного геометрического смысла

выбор базисных функций является очень важной проблемой, особенно в задачах с малым числом доступных независимых проекций, когда необходимо как можно лучше описать реконструируемый образ наименьшим числом параметров. Неудачный выбор, во-первых, не позволяет построить удовлетворительный образ и, во-вторых, может привести к сильной неустойчивости задачи, что формально также связано с плохой обусловленностью проекционной матрицы (в принципе проблема оптимизации ее ранга должна решаться с учетом как геометрии трасс просвечивания, так и выбранной формы базисных функций). Судить о том, насколько хорошо с помощью выбранного представления будет описываться реконструируемый образ, можно лишь имея определенное априорное представление о виде зондируемой неоднородности. Чем меньшее число независимых проекций имеется в распоряжении, тем большую роль играет априорная информация, что является типичным для всех томографических задач. Очевидно, например, что знание того, что неоднородность аксиально симметрична, может позволить неплохо описать ее с помощью нескольких базисных функций кольцевой структуры, в то время как использованное выше ступенчатое разбиение на квадраты, возможно, не позволит получить качественное изображение даже при довольно большом числе элементов.

Как видно из перечисленных выше особенностей, недоопределенность томографических задач является их существеннейшей чертой, и обусловлена она тем, что, с математической точки зрения, подобные задачи поставлены некорректно. Строгое понятие корректной постановки было введено Жаком Адамаром для задачи отыскания решения  $x$  уравнения  $Ax = u$ , в котором оператор  $A$  и правая часть  $u$  известны. Очевидно, что приведенные выше уравнения (1), (1a) и дискретизированная система (3) представляют собой частные случаи такого операторного уравнения. Задача определения  $x$  (решения) из множества  $F$  по "исходным данным"  $u$  из множества  $U$ ,  $x = R(u)$ , называется корректно поставленной на множествах  $(F, U)$ , являющихся метрическими пространствами с расстояниями  $\rho_F(x_1, x_2)$  и  $\rho_U(u_1, u_2)$ , где  $x_1, x_2 \in F$ ;  $u_1, u_2 \in U$ , если удовлетворяются требования:

- 1) для всякого элемента  $u \in U$  существует решение  $x$  из  $F$ ;
- 2) решение однозначно;
- 3) решение  $x$  непрерывно зависит от входных данных  $u$ . (Свойство 3 называют также свойством устойчивости).

Задачи, не удовлетворяющие перечисленным требованиям, называются некорректными. Для возникающих в процессе решения томографических задач уравнений, подобных (1), (1a)–(3), наиболее часто нарушается свойство 3, а иногда и 1 (например, если проекционный оператор является гладкой функцией, а исходные данные



в правой части являются негладкими — экспериментальные записи могут содержать изломы, разрывы, в результате чего решений в классе гладких функций просто не существует). Неустойчивость решения задачи типа (1а), т. е. нарушение свойства 3, можно продемонстрировать на следующем простом примере [146]. Пусть  $g$  — решение уравнения (1а), соответствующее значению правой части, равному  $R$ . Построим возмущенную функцию  $\tilde{g} = g + D \sin(\omega l)$ . Здесь лучевая координата  $l$  отсчитывается вдоль прямой  $L_i$  на плоскости  $(x, y)$ , которой, согласно (1а), должна соответствовать некоторая новая правая часть  $\tilde{R} = R + \delta R$ . Очевидно, что при любом значении  $D$  за счет выбора достаточно большого  $\omega$  "истинная" функция  $R$  и возмущенная  $\tilde{R}$  могут быть сделаны сколь угодно близкими. В то же время "истинное" решение  $g$  может при больших  $D$  сколь угодно сильно отличаться от возмущенного решения  $\rho(g, \tilde{g}) = \sup_{l \in L_i} |D \sin(\omega l)| = |D|$ . Появление подобных мелкомасштабных искажений, наложенных на реконструируемый образ, типично для томографических задач.

В связи с тем, что решение подобных задач оказывается чрезвычайно неустойчивым по отношению к погрешностям, "лобовые" методы решения (типа прямого обращения матриц) оказываются неприемлемыми, и в процессе томографической реконструкции пользуются иными алгоритмами, например, методами интегральных преобразований [95, 155], методами алгебраической реконструкции [143] с использованием различных регуляризующих процедур, большой вклад в развитие которых внесла советская школа математиков академика А. Н. Тихонова [127, 146, 147], методом максимума энтропии [128] и т. д. Авторы данной книги не ставили перед собой задачу детального изложения математической стороны вопроса, тем более что по этой теме в настоящее время уже существует достаточно обширная литература (см. упомянутую выше литературу, а также [3, 12, 29–32, 52, 59, 129] и указанную в ней библиографию), хотя, конечно, так или иначе при обсуждении конкретных алгоритмов будут обсуждаться и проблемы решения соответствующих томографических уравнений. Основное внимание будет уделено связи возможных томографических алгоритмов с физической постановкой задачи — анализу того, какого вида проекционные интегралы возникают в задачах томографирования различных типов неоднородностей, встречающихся в океане, какие параметры зондирующего поля можно использовать в качестве информационной характеристики для рассматриваемого типа неоднородностей, какими методами и приближениями в конкретной ситуации удобнее пользоваться при описании процесса распространения зондирующего поля и его взаимодействия с неоднородностями данного типа.

### Несколько замечаний о классификации томографических схем.

Остановимся теперь на некоторых моментах, связанных с классификацией томографических задач. Как ясно из описанного принципа томографирования, в любом случае информацию о среде несет распространяющееся в ней зондирующее поле. В том случае, когда среда пассивна, то есть поле излучается внешним по отношению к среде источником, томографическая схема называется *трансмиссионной*, а в случае, если сам томографируемый объем является излучающим, — *эмиссионной*. Эмиссионные схемы наиболее распространены в задачах, связанных с диагностированием плазмы [128, 129] и близких к ним по физике формирования излучения астрофизических обратных задачах [52], хотя и при исследовании океана можно ставить задачу томографирования источников шумовых полей.

Другой очевидный классификационный признак — различие схем *по физической природе зондирующего излучения*:  $\gamma$ -томография, рентгеновская, оптическая, акустическая (в том числе ультразвуковая и сейсмическая), ЯМР-томография и т. д.

Следующим признаком может быть *физическая природа реконструируемой характеристики* (распределение локального коэффициента затухания зондирующего сигнала, интенсивности источников в эмиссионных схемах, поле показателя преломления среды и т. д.).

Тесно связан с типом реконструируемого параметра и *тип характеристики зондирующего сигнала*, используемой в качестве носителя информации (хотя эта связь и не является однозначной). В качестве такой информационной характеристики может выступать амплитуда (интенсивность) волны, частота или фаза квазимонохроматического сигнала, время распространения импульсной посылки или более сложные параметры типа уровня когерентной компоненты. Отметим, что иногда один и тот же параметр неоднородности может проявляться сразу в нескольких характеристиках зондирующего поля, так что выбор типа информационной характеристики будет определяться, прежде всего, удобством экспериментального осуществления соответствующих измерений. Например, неоднородности скорости звука в океаническом подводном звуковом канале приводят к изменению как фазово-временных, так и амплитудных характеристик распространяющегося звукового поля, причем в зависимости от конкретной ситуации свои преимущества может иметь использование в качестве информационной характеристики того или иного из перечисленных параметров. Отметим, что одни параметры являются чисто кинематическими характеристиками (типа фазы сигнала), другие определяются динамическими закономерностями (амплитудные характеристики), в соответствии с чем томографические схемы логично также делить на *кинематические* и *динамиче-*

ские (хотя иногда термин "динамическая томография" используют для обозначения схем томографии океана с нестационарными трасами — движущимися источниками или приемниками [4]).

Приведенные выше классификационные признаки томографических схем основывались на физических свойствах сигнала и среды. Другим направлением, по которому можно проводить классификацию, является математическая сторона вопроса — например, приближение, используемое при описании зондирующего поля (хотя адекватность выбранного способа описания природной ситуации определяется опять-таки из анализа физической стороны вопроса). Так, схемы, основанные на геометролучевом приближении, естественно называть *лучевыми*, а использующие более общее волновое описание — *волновыми* (в частности, для ситуаций, в которых распространение зондирующего поля носит волноводный характер, волновое поле может описываться на языке нормальных волн, или мод, а соответствующие томографические алгоритмы, использующие модовое представление, естественно называть *модовыми*).

Возвращаясь к виду проекционного интеграла (1), (1а), заметим, что ядро интеграла  $P(\rho, r)$  само зависит от неизвестной функции  $g(x, y)$  (например, форма лучевой траектории, информация о которой содержится в структуре ядра, зависит от реконструируемого распределения показателя преломления среды). Таким образом, строго говоря, задача томографического обращения в общем случае должна ставиться как нелинейная относительно неизвестного распределения. Обычно желательно решать задачу в линейной постановке, поскольку для линейных задач существуют достаточно универсальные, простые и эффективные алгоритмы решения. Как правило, пренебрегать зависимостью  $P(\rho, r)$  (или формой траектории  $L$  в уравнении (1а) от  $g(x, y)$ ) можно в случае достаточно малых в определенном смысле величин функции  $g$ . Неизвестная функция  $g$  во многих случаях может рассматриваться как поправка к некоторому выбранному опорному распределению искомого параметра. Выбирая это опорное распределение близким к ожидаемой структуре неоднородности, удастся линеаризовать проекционный интеграл и пользоваться при обращении существующими универсальными алгоритмами, разработанными для линейных задач. Условия "малости" неизвестной функции зависят от выбранного способа описания зондирующего поля и будут ниже оговариваться при формулировке конкретных алгоритмов акустической томографии океана.

Приближение неизменности формы лучевой траектории (или, в более общем случае, ядра проекционного интеграла) предполагает не только "слабость" неоднородности, но и ее плавность, позволяющую не учитывать перерассеяния на данной неоднородности зонди-

рующего поля из луча в другой луч или, например, из моды в моду. Основанные на таком приближении, называемом обычно адиабатическим [20], томографические алгоритмы можно называть *адиабатическими*, а схемы, основанные на получении информации о неоднородностях из измерения характеристик дифрагированного поля (из одной моды в другие, например), естественно определить как дифракционные.

Интересно под "томографическим" углом зрения посмотреть на хорошо известные традиционные методы реконструкции расположения неоднородностей типа обычной эхолокации. Время задержки зондирующего импульса также можно записать в виде интеграла, подобного (1а), но в направлении туда — обратно. Еще более наглядно видно сходство с томографической постановкой, если записать для одной спектральной составляющей импульсного сигнала интегральное выражение для комплексной амплитуды обратно рассеянного поля. Набор таких измерений для некоторой полосы частот, в принципе, содержит информацию, позволяющую в результате определенных вычислений локализовать положение рассеивателя с разрешением, определяемым полосой наблюдения. В эхолокации в результате суперпозиции спектральных компонент зондирующего импульса подобная обработка сигнала происходит аналогичным образом — рассеянные поля в результате надлежащего соотношения фаз гасят друг друга повсюду, кроме ограниченной пространственно-временной области, что и позволяет сразу определять положение рассеивателя. Подобного рода частичная "аналоговая обработка" имеет место и в рассматриваемых ниже томографических алгоритмах, например, использующих лучевое представление поля. В этом случае физический луч также производит "выкалывание" расположенных на его траектории неоднородностей, причем такая локализация вновь связана с суперпозицией большого числа пространственно распределенных плоских (или квазиплоских) волн (волноводных мод).

Ограничимся здесь проведенным кратким общим обсуждением особенностей томографических проблем и принципов классификации томографических схем. Дальнейшее изложение материала построено следующим образом.

В части I рассмотрены более детально применительно уже к специфическим океаническим условиям основные типы встречающихся неоднородностей, для диагностики которых разрабатываются алгоритмы томографической реконструкции, а также используемые методы описания распространения звуковых полей в океанических (морских) условиях и взаимодействие их с неоднородностями среды. Проводится классификация возможных типов акустической томографии различных океанических неоднородностей (в развитие описанного в данном введении подхода к классификации томографических задач). Здесь более подробно рассматриваются упомянутые во

введении проблемы, связанные с выбором способа дискретизации проекционного интеграла, а также имеющие общий характер методы стабилизации задачи обращения и учета априорной информации.

Во 2-й и 3-й частях рассматриваются проекционные интегралы, получающиеся для различных типов океанических неоднородностей и различных характеристик акустического сигнала, выбираемых в качестве носителя информации, и формулируются собственно томографические алгоритмы, адекватные различным океанологическим условиям.

Излагаемые ниже методы и даже сама используемая терминология еще не являются чем-то вполне устоявшимся. По существу, только предложенная Манком и Вуншем лучевая схема [223] реконструкции неоднородностей синоптического масштаба к настоящему времени опробована в достаточно полном объеме в натуральных условиях и, кроме того, является наиболее изученной в теоретическом плане, хотя и здесь еще остается довольно много вопросов, требующих дальнейшей разработки. В настоящее время предложены и другие направления развития акустической томографии океана, отличающиеся от сформулированного в [223] подхода, который можно уже назвать традиционным. Альтернативные варианты могут быть более удобными в ряде случаев с технической точки зрения, а также могут позволить получить дополнительную информацию. Последнее очень важно, поскольку для решения ряда океанологических и технических проблем необходимо иметь информацию не только о синоптических полях скорости звука и течений, но и о мезо- и мелкомасштабных структурах, морском волнении, пространственном распределении источников шума и т. д.

Исследования дна океана, особенно в мелководных районах и шельфовых зонах, также проводятся давно и достаточно интенсивно. Основным инструментом при этом служили, помимо бурения, сейсмические методы, которые, как правило, дают только стратиграфию отражающих границ и не обеспечивают приемлемую точность измерения акустических параметров дна, необходимую для классификации осадков. Существующий интерес к процессам распространения звука очень низких частот, для которых влияние дна существенно, а также проблемы поиска полезных ископаемых потребовали более детального, чем в сейсмике, изучения слоистой структуры осадочной толщи морского дна. В связи с этим в последние годы заметно расширились исследования, посвященные разработке и развитию акустических методов определения структуры и характеристик донных отложений с непосредственной проверкой их в районах, где проводилось глубоководное бурение. Вопросы использования томографических принципов при акустическом исследовании дна также будут затронуты в данной книге. По сравнению с традиционной схемой [223], которая также рассматривается ниже, другие приво-

димые в книге алгоритмы исследованы в гораздо меньшей степени и в экспериментальном, и в теоретическом плане. Авторы ставили перед собой цель не столько описать то, что уже существует и хорошо известно, сколько попытаться сформулировать принципиальные возможности, которыми могут обладать томографические схемы реконструкции океанических неоднородностей различного типа, и тем самым стимулировать постановку новых задач и активизацию дальнейших работ в этой области, которая нам представляется чрезвычайно перспективной.

# 1. ОСНОВНЫЕ ПРИНЦИПЫ АКУСТИЧЕСКОЙ ТОМОГРАФИИ ОКЕАНА

---

## 1.1. КЛАССИФИКАЦИЯ НЕОДНОРОДНОСТЕЙ

Пространственные и временные неоднородности характеристик морской воды (в том числе скорости звука) обусловлены многообразными физическими и химическими процессами в Мировом океане. Разнообразие этих процессов приводит к существенно различным пространственным ( $L$ ) и временным ( $T$ ) масштабам встречающихся в океане неоднородностей. Диапазоны их изменения лежат в пределах для  $L$  — от миллиметров до десятков тысяч километров и для  $T$  — от долей секунд до десятков лет. В литературе описаны различные подходы к классификации неоднородностей по масштабам, особенно часто разночтения возникают по поводу того, какие неоднородности относить к мезо- либо крупномасштабным. Следуя, в основном, [20], разделим возможные неоднородности Мирового океана на следующие четыре (также весьма обширные) группы.

Мелкомасштабные неоднородности с пространственными масштабами от долей миллиметра до десятков метров и временными от миллисекунд до десятков часов. К ним можно отнести:

- а) мелкомасштабную турбулентность ( $L \sim 1 \text{ мм} - 10 \text{ м}$ ,  $T \sim 1 \text{ мс} - 100 \text{ с}$ );
- б) вертикальную слоистую микроструктуру ( $L \sim 1 \text{ мм} - 10 \text{ м}$ ,  $T \sim 1 \text{ мин} - 1 \text{ сут}$ );
- в) капиллярные поверхностные волны ( $L \sim 1 - 10 \text{ мм}$ ,  $T \sim 10 - 100 \text{ мс}$ );
- г) поверхностные гравитационные волны ( $L \sim 0,1 - 100 \text{ м}$ ,  $T \sim 0,1 - 100 \text{ с}$ );
- д) короткопериодные внутренние волны ( $L \sim 0,1 \text{ м} - 1 \text{ км}$ ,  $T \sim 1 \text{ мин} - 1 \text{ час}$ ).

Мезомасштабные неоднородности (с характерной протяженностью от километра до нескольких десятков километров и временным периодом от единиц часов до нескольких суток) обусловлены:

- а) длинными внутренними волнами ( $L \sim 1 - 10 \text{ км}$ ,  $T \sim 1 \text{ час} - 1 \text{ сут}$ );
- б) инерционными колебаниями ( $L \sim 1 - 100 \text{ км}$ ,  $T \sim 12 \text{ час} - 10 \text{ сут}$ );
- в) приливами в мелководных районах;
- г) мезомасштабной турбулентностью.

Синоптические неоднородности, имеющие пространственный масштаб от нескольких десятков до первых сотен километров, являются сравнительно долгоживущими (от недель до единиц лет). Эти неоднородности связаны с такими движениями водных масс, как

- а) внутритермоклинные линзы инородных вод;
- б) фронтальные и свободные океанские вихри, волны Россби.

Глобальные неоднородности с пространственными масштабами от тысячи и до десятков тысяч километров, формирующиеся за время от нескольких лет до веков, обусловлены:

- а) сезонными колебаниями климата;
- б) главными (квазистационарными) океанскими течениями (типа Гольфстрим и Куросо);
- в) широтной зональностью климата.

Как правило, перечисленные выше неоднородности наиболее мощно проявляются в так называемом деятельном слое океана, простирающемся от поверхности до глубин главного термоклина (сотни метров — километр). В некоторых случаях, прежде всего для глобальных процессов типа апвеллинга, неоднородности простираются по всей толще океана. К перечисленным выше неоднородностям для полноты картины следует добавить также неоднородности дна, пространственные масштабы которых перекрывают весь диапазон от единиц миллиметров до тысяч километров.

Как видно из приведенного списка, помимо деления по масштабам неоднородности можно поделить на две большие группы — объемные и граничные. *Объемные* неоднородности оказывают определяющее влияние на характеристики звука в так называемых звуковых каналах закрытого типа, в которых профиль скорости звука имеет минимум на некоторой глубине, в результате чего акустическое поле практически не взаимодействует с границами волновода. *Граничные* неоднородности, в свою очередь, играют наибольшую роль в волноводах, которые в связи со структурой вертикального профиля скорости звука открыты к границам — поверхности или дну.

В процессе выполнения расчетов, проводимых в ходе томографической реконструкции неоднородностей, практически всегда требуется задание в явном виде той или иной аналитической модели реконструируемой структуры. С точки зрения диагностики и описания неоднородностей, их условно можно разделить на два больших класса — *случайные* и *детерминированные*. Деление это на самом деле условное, поскольку в зависимости от конкретной ситуации неоднородности одного и того же типа (например, внутренние волны) могут рассматриваться либо как детерминированные, либо как случайные.

Остановимся кратко на характеристиках некоторых типов неоднородностей и методах их описания.

Донные неоднородности, несмотря на многочисленные исследования, остаются недостаточно изученными, что в определенной



степени обусловлено сложностью внутренней структуры дна и техническими трудностями получения экспериментальных данных [9, 19, 39, 144]. Обширный теоретический материал получен при исследовании особенностей распространения акустических полей для различных моделей слоистого дна [4, 19], а также особенностей отражения звука от слоисто-неоднородного дна [21, 72, 73]. Большая изменчивость характеристик неровностей дна и его внутреннего строения в сочетании с недостаточностью натуральных данных не позволили к настоящему времени разработать универсальные модели донных неоднородностей. В целом можно сказать, что сейчас разработаны несколько простейших моделей дна океана (например, с изоскоростным слоем осадков [19, 20], а также в виде упругого полупространства [19]), позволяющих оценить зависимость структуры принятых сигналов от параметров дна океана. Однако во многих деталях особенности влияния неоднородностей дна на гидроакустические сигналы в прямой задаче все еще не ясны, что соответственно затрудняет постановку обратной задачи.

Неоднородности поверхности океана своим возникновением обязаны прежде всего действию ветра. При описании спектров развитого ветрового волнения часто используются модели Неймана — Пирсона и Пирсона — Московитца [5, 7, 20, 149, 231]. Оценки показывают, что отличия в корреляционных функциях волнения для упомянутых моделей наиболее заметны в направлениях, близких к направлению ветра. Для полностью развитого ветрового волнения, когда пространственный спектр можно считать изотропным, все параметры волнения определяются скоростью ветра. Указанные спектры являются лишь ограниченной аппроксимацией и не описывают сложных процессов нелинейной трансформации энергии по пространственно-частотному спектру ветровых волн при больших скоростях ветра [231]. Кроме указанных моделей, предложен еще целый ряд других, описывающих, например, существенно анизотропный по углу спектр зыби [117], волнение мелких масштабов [138], а также двухмасштабные модели [20] и др.

В качестве еще одной модели неоднородностей, которая имеет достаточно универсальный характер, можно назвать предложенную Гарреттом и Манком эмпирическую аппроксимацию спектра фонового поля внутренних волн [20, 190]. В ней предполагается, что поле внутренних волн формируется целым набором мод (имеется в виду структура по вертикали) внутренних волн. Согласно модели Гарретта — Манка, спектральная интенсивность спадает по степенному закону при изменении вертикальной компоненты волнового вектора в интервале значений от  $10^{-3}$  до  $1$  ( $\text{м}^{-1}$ ).

Для описания тонкой слоистой структуры флуктуаций поля скорости звука, учитывая вытянутость неоднородностей по горизонтали, можно пользоваться гауссовой аппроксимацией пространст-

венного спектра, у которого ширина по вертикали существенно превосходит ширину по горизонтали [137, 159]. Что касается мелко-масштабных турбулентных пульсаций, то, как показали теоретические и экспериментальные исследования [90, 145], пространственный спектр турбулентных пульсаций толщи океана можно описывать степенным спектром. Так, в инерционном интервале масштабов флуктуации скорости звука описываются "законом  $2/3$ " Колмогорова — Обухова, что приводит к степенной зависимости спектра от волнового числа.

Для крупномасштабных (с характерным горизонтальным масштабом порядка десяти километров и более) структур используется чаще детерминистическое описание, причем в вертикальной плоскости для аппроксимации структуры неоднородностей можно, например, пользоваться функциями низших мод волн Россби или длинных внутренних волн [90, 91], а по горизонтали аппроксимировать поле несколькими пространственными фурье-гармониками. Для локализованных образований типа отдельных вихрей или внутритермоклинных линз также можно пользоваться представлением в виде мод Россби или аппроксимировать форму неоднородностей, например, гауссовой функцией [90].

Вопросы выбора способа описания будут еще затрагиваться ниже в связи с обсуждением проблемы дискретизации и выбора так называемых базисных функций при решении обратной задачи, а также при рассмотрении конкретных алгоритмов реконструкции неоднородностей различных типов в последующих разделах, где, в частности, будут приведены и конкретные аналитические выражения для используемых моделей неоднородностей.

## **1.2. ОПИСАНИЕ ЗВУКОВЫХ ПОЛЕЙ И ХАРАКТЕР РАСПРОСТРАНЕНИЯ ЗВУКА В ОКЕАНЕ**

### **1.2.1. Краткая характеристика подходов, используемых при описании звуковых полей**

Как уже отмечалось во введении, томографическая схема восстановления структуры океанических неоднородностей была предложена для выполнения картирования достаточно больших акваторий с характерным размером порядка сотни или даже тысячи километров. При изучении распространения звука на такие большие расстояния даже в первом приближении оказывается невозможным считать океан однородной средой. Хотя диапазон изменения скорости звука в океане обычно укладывается в пределы 1450–1540 м/с, даже такие сравнительно небольшие вариации очень существенно

сказываются на характере распространения акустического поля. В предыдущем разделе были перечислены основные типы неоднородностей, встречающихся в океане. Ниже кратко остановимся на характеристике относительно регулярных, усредненных по достаточно большим пространственно-временным масштабам параметров океанической среды, которые в дальнейшем будут считаться базовыми (опорными), на фоне которых и будут определяться описанные выше неоднородности.

Вертикальный градиент скорости звука в океане в подавляющем большинстве районов приблизительно в тысячу раз превышает горизонтальный (исключение составляют лишь области схождения холодных и теплых течений). Таким образом, во многих случаях достаточно хорошим первым приближением может служить модель плоскостратифицированной среды, у которой характеристики меняются только по глубине и остаются постоянными в горизонтальных плоскостях. В тех случаях, когда неоднородность структуры среды по горизонтали меняется достаточно плавно, ее можно учесть сравнительно просто, используя так называемое адиабатическое приближение [20], о чем подробнее будет сказано ниже.

Происхождение вертикальных градиентов скорости звука связано с вариациями температуры и солености воды (эти факторы обычно играют доминирующую роль до глубин порядка 1000 м), а также с влиянием роста гидростатического давления с глубиной (что обычно наиболее существенно на глубинах свыше километра). Вид профиля скорости звука  $c(z)$  различен в различных районах Мирового океана, кроме того, он может существенно перестраиваться в зависимости от сезона. Тем не менее в подавляющем числе случаев за счет совместного влияния профиля скорости звука и границ (поверхности и дна) для акустического поля формируется волновод. В зависимости от типа профиля он может быть *закрытым* (чисто рефракционным), в котором большая часть захваченных лучей не касается ни поверхности, ни дна; *приповерхностным* или *придонным* (рис. 1.1). Чисто рефракционный волновод принято называть подводным звуковым каналом (ПЗК). В ряде случаев могут формироваться волноводы комбинированного типа, либо просто более сложные структуры типа двухосевого канала. Помимо указанных факторов на рефракцию звука могут оказывать влияние и течения. Подробнее встречающиеся в океане типы профилей скорости звука обсуждаются, например, в [20], а вопросы влияния поля течений анализируются в [19].

Кратко остановимся на некоторых подходах к описанию звуковых полей в океане. В настоящее время развито большое число методов описания звуковых полей в условиях океанической среды, подробные обзоры которых можно найти, например, в [4, 19, 20, 136, 137, 149]. В данном разделе мы напомним некоторые основные

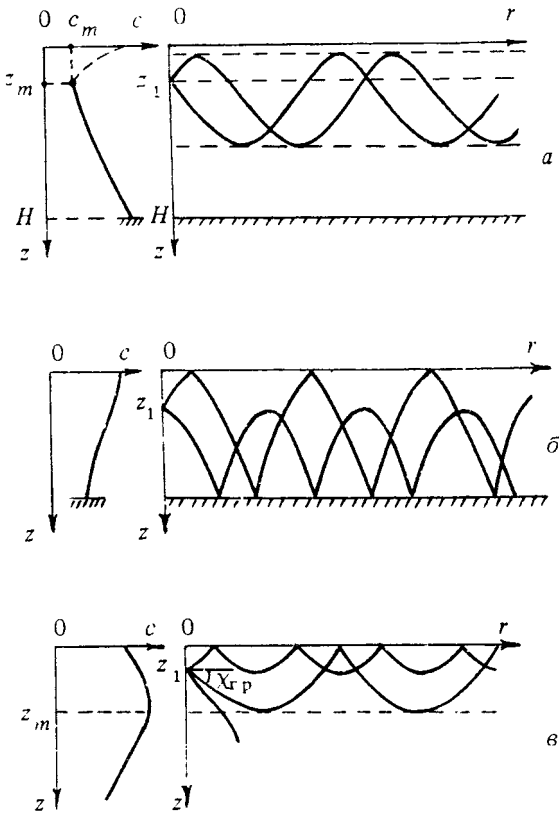


Рис. 1.1. Пример профиля скорости звука и формы траекторий лучей: *а* — в рефракционном волноводе (подводном звуковом канале); *б* — в придонном волноводе; *в* — в приповерхностном волноводе

понятия, связанные только с двумя приближениями — геометроакустическим и модовым (используемыми часто в виде так называемого метода "горизонтальных лучей — вертикальных мод" [136]). Такой выбор связан с тем, что на основе этих двух подходов базируются (либо непосредственно, либо могут быть сведены к ним) практически все излагаемые ниже томографические алгоритмы.

Изменения скорости звука, вообще говоря, происходят одновременно с изменениями плотности среды, однако в океане эти изменения весьма малы (в отличие, скажем, от атмосферы, где плотностная стратификация может быть весьма существенна), что часто позво-

ляет учитывать только неоднородности скорости звука [19, 20] и пренебрегать влиянием изменений плотности среды на распространение акустического поля. Для гармонических полей, например, процесс распространения акустической волны при этом можно описывать уравнением Гельмгольца

$$\Delta p + k^2 p = 0, \quad (1.1)$$

где  $\Delta = \partial^2/\partial x^2 + \partial^2/\partial y^2 + \partial^2/\partial z^2$  — оператор Лапласа;  $p = p(x, y, z) \times \exp(-i\omega t)$  — звуковое давление,  $k = \omega/c(x, y, z)$  — волновое число,  $c(x, y, z)$  — скорость звука,  $\omega = 2\pi f = 2\pi/T$  — круговая частота;  $f$  — частота,  $T$  — период звуковой волны. Точные решения этого уравнения даже в случае только горизонтально стратифицированного океана удается отыскать лишь в виде исключения. Поэтому широко используется приближение лучевой акустики, применяемое в случаях плавно неоднородных сред. Для его справедливости необходимо (но далеко не всегда достаточно), чтобы относительное изменение скорости звука на длине волны было мало

$$\frac{\lambda}{c} |\nabla c| \ll 1. \quad (1.2)$$

При получении уравнений лучевой акустики пользуются представлением звукового давления в виде:

$$p(\mathbf{R}) = A(\mathbf{R}) \exp [ik_0 W(\mathbf{R})], \quad (1.3)$$

где  $A$  и  $W$  — амплитуда и фаза волны, причем функцию  $W$  часто называют эйконалом,  $k_0 = \omega/c_0$ ,  $c_0$  — скорость звука в некоторой фиксированной точке (например, в месте расположения излучателя) или значение  $c(z)$  на оси звукового канала. Подстановка выражения для поля в виде (1.3) в (1.1) дает

$$\Delta A + ik_0(2 \nabla A \nabla W + A \Delta W) + k_0^2 A [n^2 - (\nabla W)^2] = 0, \quad (1.4)$$

где  $n = k(x, y, z)/k_0$ . В коротковолновом пределе ( $\lambda = 2\pi/k \rightarrow 0$ ) из (1.4), пренебрегая первым слагаемым и приравнивая нулю действительную и мнимую части, получаем уравнения лучевой акустики

$$(\nabla W)^2 = n^2, \quad (1.5)$$

называемое уравнением эйконала, и

$$2 \nabla A \nabla W + A \Delta W = 0, \quad (1.6)$$

называемое уравнением переноса.

Уравнение (1.5) определяет геометрию акустических лучей (т. е. линий, ортогональных поверхностям равной фазы  $W = \text{const}$ ). Уравнение (1.6) определяет закон переноса энергии звукового поля вдоль лучевых трубок.

В случае плоскостистой среды, которую обычно принимают в качестве базовой модели океанических волноводов, на основе уравнения эйконала может быть найдена форма траектории луча (которая в плоскостистом приближении является квазипериодической функцией горизонтального расстояния) и время пробега сигнала по лучу. Если локальный угол скольжения луча, отсчитываемый от горизонтали, обозначить  $\chi$ , то расстояние, проходимое лучом по горизонтали, равно:

$$r = \left| \int_{z_1}^z \frac{dz}{\text{tg} \chi} \right|, \quad (1.7)$$

или

$$r = \cos \chi_1 \left| \int_{z_1}^z \frac{dz}{[n^2(z) - \cos^2 \chi_1]^{1/2}} \right|, \quad (1.8)$$

где  $z_1$  — глубина расположения излучателя,  $z$  — приемника,  $\chi_1$  — начальный угол скольжения луча. Здесь предполагается, что  $r$  однозначно связано с  $z$ . Если же при распространении в волноводе луч успевает многократно возвращаться на данный горизонт, то формулы (1.7), (1.8) применяют на отдельных участках луча, где однозначность имеет место (примеры лучевых траекторий были приведены на рис. 1.1). Для времени пробега сигнала по лучу получают аналогичные выражения (с учетом того же замечания относительно однозначности в пределах одного цикла луча):

$$t = \left| \int_{z_1}^z \frac{dz}{c \sin \chi} \right|, \quad (1.9)$$

$$t = \frac{1}{c_1} \left| \int_{z_1}^z \frac{n^2 dz}{[n^2(z) - \cos^2 \chi_1]^{1/2}} \right|. \quad (1.10)$$

В том случае, если помимо вертикального градиента имеет место регулярная (т. е. закладываемая в структуру опорного профиля) зависимость структуры волновода и от горизонтальной координаты, форма лучевой траектории уже не определяется выражениями (1.7), (1.8), но может быть найдена из решения уравнения эйконала или

системы эквивалентных ему уравнений [19, 20]. Далее следует учитывать влияние на лучевые характеристики неизвестных реконструируемых неоднородностей, которые были охарактеризованы в предыдущем разделе. Наиболее просто это можно сделать для адиабатически плавных (т. е. крупных по сравнению с масштабом лучевого цикла) неоднородностей, на которых не происходит перераспределения сигнала между различными лучами, и потому возмущения, вносимые этими неоднородностями, можно находить независимо по каждому лучу.

В последующем, помимо лучевого, будет широко использоваться также модовое представление поля в плоскостратифицированном океаническом волноводе, которое получается на основе (1.1), если его решение ищется в разделяющемся виде

$$p(x, y, z) = P(r) \varphi(z), \quad (1.11)$$

где  $r = \{x, y\}$ , причем функция  $\varphi$ , описывающая зависимость от вертикальной координаты  $z$ , должна удовлетворять уравнению

$$\frac{d^2 \varphi}{dz^2} + (\omega^2/c^2(z) - h^2) \varphi = 0 \quad (1.12)$$

с соответствующими краевыми условиями на границах волновода. Краевая задача (1.12) определяет дискретный набор собственных чисел  $h_m$  и соответствующий им набор собственных функций  $\varphi_m$ , которые описывают вертикальную структуру нормальных (собственных) мод волновода. При этом величина  $\omega/c(z)$  для квазиплоской волны определяет локальное значение волнового числа на горизонте  $z$ ,  $h_m$  — имеет смысл горизонтального волнового числа моды, а комбинация  $(\omega^2/c^2(z) - h_m^2)^{1/2} = \sigma_m$  — локального вертикального волнового числа.

Радиальная часть решения в свою очередь удовлетворяет уравнению

$$\frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left( r \frac{dP}{dr} \right) + h_m^2 P = 0 \quad (1.13)$$

с решением

$$P(r) = H_0^{(1)}(h_m r) \underset{r \rightarrow \infty}{\approx} \left( \frac{2}{\pi h_m r} \right)^{1/2} \exp(-i h_m r + i\pi/4). \quad (1.14)$$

В случае точечного источника с единичной амплитудой (приведенной к одному метру) поле  $p(x, y, z)$  имеет вид:

$$p(x, y, z) = i\pi \sum_{m=1}^M \varphi_m(z_1) \varphi_m(z) H_0^{(2)}\{h_m r\}. \quad (1.15)$$

Уравнение (1.15) представляет собой выражение для функции Грина  $G(\mathbf{R}', \mathbf{R})$  в модовой форме. В случае некоторого произвольного распределения источников  $Q(x, y, z)$  выражение для поля имеет вид:

$$p(\mathbf{R}) = \frac{1}{4\pi} \int d\mathbf{R}' Q(\mathbf{R}') G(\mathbf{R}', \mathbf{R}). \quad (1.16)$$

Если источник локализован в окрестности начала координат, то вдали от него поле (1.16) имеет структуру, близкую к (1.15) для точечного источника

$$p(x, y, z) = \sum c_m \varphi_m(z) H_0^{(2)}\{h_m r\}. \quad (1.17)$$

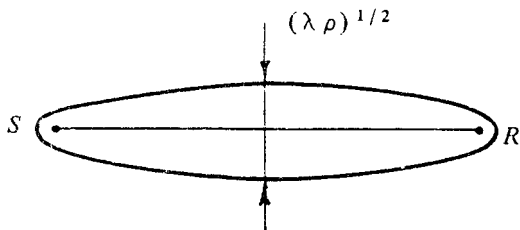
Поскольку при этом практически всегда также выполняется условие  $h_m r \gg 1$ , вместо функции Ханкеля можно пользоваться ее асимптотикой, приведенной в (1.14). Множитель  $c_m$  в (1.17) обычно называют коэффициентом возбуждения  $m$ -й моды, хотя иногда под коэффициентом возбуждения моды понимают всю совокупность множителей перед  $\varphi_m(z)$ . Эволюцию найденных таким образом коэффициентов возбуждения мод с удалением от источника можно проводить в лучевом приближении, применяя упомянутый выше геометро-лучевой подход в горизонтальной плоскости  $(x, y)$ . Именно поэтому подобный способ описания поля часто называют языком вертикальных мод — горизонтальных лучей. Отметим, что часто весьма полезным является представление о распространении поля моды как суперпозиции пары квазиплоских волн, называемых обычно волнами Бриллюэна. Наиболее просто (и строго) это понятие вводится для однородного волновода глубины  $H$  с идеально отражающими границами. В этом случае, если вертикальная координата отсчитывается от поверхности, собственные функции мод имеют следующий вид  $\varphi_m = (2/H)^{1/2} \sin(\sigma_m z)$ , где  $\sigma_m$  определяется граничными условиями на дне волновода. Если представить входящий в выражение для собственной функции синус в виде двух комплексных экспонент, то поле каждой моды будет соответствовать распространению двух скрещенных плоских волн, с горизонтальным углом наклона  $\pm \arcsin(\sigma_m/K)$ . В случае рефракционного волновода разбиение на пару квазиплоских волн может быть произведено приближенно при использовании так называемого ВКБ-приближения для представления собственных функций [20].



## 1.2.2. Понятие геометрического и физического лучей. Френелевские объемы

В основе лучевого описания лежит предположение о локальном влиянии на характеристики сигнала только тех точек среды, которые лежат на рассматриваемой лучевой траектории. Такое чисто геометрическое понятие о луче дает возможность устанавливать очень простые и наглядные связи между характеристиками среды и сигнала. Возможность использования геометро-лучевых представлений может быть установлена с использованием более общих методов описания зондирующего поля, учитывающих его волновую природу. В настоящее время вопросы о соотношении между лучевым и более общим волновым подходами достаточно хорошо проработаны (см., например, [20, 40, 225]). Анализ, подобный приведенному в [40], показывает, что лучу можно приписать некоторую конечную толщину (вводится понятие "физического" луча, в отличие от "геометрического"). Наиболее просто понятие толщины физического луча можно проиллюстрировать для случая однородного пространства. Рассмотрим прямолинейный луч, соединяющий источник  $S$  и приемник  $R$ . Для волнового поля с длиной волны  $\lambda$  практически не различимы сигналы, прошедшие строго по прямому отрезку  $SR$  или же по близкой к нему траектории, отличающейся от  $SR$  по длине менее, чем на величину  $\lambda/2$ . Огибающей всех таких траекторий является эллипсоид с фокусами в точках  $S$  и  $R$  и имеющий максимальное сечение  $(\lambda\rho)^{1/2}$ , где  $\rho$  — длина отрезка  $SR$  (рис. 1.2). Объем данного

Рис. 1.2. Построение френелевского эллипсоида между источником  $S$  и приемником  $R$ ,  $\rho = |SR|$ ,  $\lambda$  — длина волны звука



эллипсоида, называемого также френелевским объемом, можно считать объемом физического луча. Из самого принципа построения френелевского объема видно, что существенное влияние на характеристики поля в точке  $R$  оказывают не только свойства точек среды, лежащих на отрезке  $SR$ , но и во всем остальном физическом объеме луча. Действительно, вклады, вносимые всеми виртуальными лучами, вписанными в построенный френелевский объем, синфазно суммируются с вкладом самого луча  $SR$ , а вклады от прочих мыслимых виртуальных лучей, имеющих большие разности хода

относительно  $SR$ , взаимно компенсируются (гасятся) из-за несинфазности. Отметим, что подобная процедура сложения вкладов от отдельных виртуальных траекторий производится при нахождении поля так называемым методом интегрирования по траекториям [137].

Таким образом, как следует из приведенных рассуждений, для применимости чисто геометрического способа учета влияния неоднородностей необходимо, чтобы характерный размер соответствующей неоднородности был много больше поперечного размера френелевского объема. В качестве примера отметим, что при длине волны звука в воде  $\lambda = 10$  м (т. е. частоте порядка 150 Гц) и характерном расстоянии  $\rho \sim 10^5$  м френелевский радиус имеет порядок  $(\lambda\rho)^{1/2} \sim 10^3$  м. Следовательно, для мезомасштабных неоднородностей с характерными горизонтальными масштабами порядка десяти километров и более можно физический луч заменить в горизонтальной плоскости геометрическим. Что касается мелкомасштабных по сравнению с френелевским радиусом (но крупных по сравнению с длиной волны звука) неоднородностей среды, то их влияние на поле в точке приема за счет суммирования по всему френелевскому объему усредняется (сглаживается), если только эти флуктуации не являются слишком сильными, так что порождают новые лучи (стохастическую микролучевость [137]). В результате, устойчивые вариации характеристик сигнала определяются именно сравнительно крупномасштабными неоднородностями, на реконструкцию которых направлены томографические схемы типа предложенной Манком и Вуншем [223], поскольку влияние слабых мелкомасштабных неоднородностей, как это описано выше, в значительной степени усредняется по поперечному размеру френелевской зоны. Определенную роль играют также и неоднородности с характерным масштабом, сравнимым либо малым по сравнению с длиной волны, которые обуславливают рассеяние сигнала в обратном направлении. В океане, однако, интенсивность неоднородностей резко падает с уменьшением их масштаба, в связи с чем они, как правило, не оказывают существенного влияния на характеристики рассеянного вперед сигнала. Рассеянный ими под большими углами (в том числе в обратном направлении, хотя интенсивность его обычно весьма мала) сигнал также может использоваться для диагностики неоднородностей соответствующих масштабов, о чем будет говориться в разделе, посвященном дифракционным томографическим методам. Таким образом, в горизонтальной плоскости лучевой язык описания зондирующего излучения, как правило, вполне достаточен для нахождения характеристик распространяющегося вперед зондирующего сигнала, причем для оценки горизонтального размера френелевского объема можно пользоваться теми же выражениями, что и в однородном пространстве.

В вертикальной плоскости размер френелевского объема из-за влияния регулярной рефракции растет несколько по иному закону, в частности, вертикальный размер может стать осциллирующей функцией горизонтального расстояния [137]. Однако для грубой оценки вертикального размера френелевского объема в пределах одного лучевого цикла достаточно использовать выражение для однородного пространства, в котором в качестве расстояния  $r$  можно взять четверть длины цикла (отметим, что иногда и в волноводных условиях, например, в волноводе с отражающими границами и линейным либо изоскоростным распределением скорости звука по глубине, вертикальный размер френелевского объема не осциллирует и растет по такому же закону, как в однородной среде, но строится вокруг криволинейного луча). Итак, в вертикальной плоскости размер френелевской зоны может быть приблизительно такого же порядка, как в горизонтальной; это, однако, не относится к вертикальному масштабу неоднородности среды, поскольку, как известно [20], в океане характерные масштабы вертикальной изменчивости, как правило, на 1–3 порядка меньше масштабов по горизонтали. В связи с этим требование малости размера френелевского объема по сравнению с характерным масштабом неоднородности, необходимое для применимости геометро-акустического приближения, может в вертикальной плоскости нарушаться гораздо раньше, чем по горизонтали, поэтому при описании вертикальной структуры может потребоваться использование более общего метода описания поля, учитывающего его волновую природу.

Приведенные выше качественные соображения, касающиеся закономерностей изменения масштабов френелевских объемов в морских звуковых каналах, были основаны на использовании представлений, развитых для свободного пространства и опирающихся на лучевые построения. Вместе с тем, как было указано выше, поле в волноводе может быть представлено в виде суммы нормальных волн (мод), и это представление, строго говоря, является более общим, чем лучевое. При рассмотрении вопроса о соотношении лучевого и модового описания поля в волноводе было показано (см., например, [20, 40, 223]), что в том случае, когда излучатель возбуждает большую группу мод, в волноводе существуют траектории, соединяющие излучатель с точкой наблюдения, вблизи которых поля определенных групп мод складываются в фазе (конструктивно интерферируют). Эти траектории и соответствуют геометро-акустическим лучам. Вне окрестности такой траектории интерференция полей рассматриваемых мод является деструктивной, т. е. они взаимно гасят друг друга. Окрестность, в пределах которой происходит конструктивная интерференция, имеет смысл физической толщины луча. Эта окрестность и соответствует френелевскому

объему, построенному вокруг криволинейной лучевой траектории [20]. На расстояниях, при которых вертикальный размер такого модового френелевского объема меньше характерного масштаба вертикальной структуры волновода, можно (и это, по-видимому, наиболее удобно в такой ситуации) использовать геометро-акустические представления о локальном влиянии на поле неоднородностей, "нанизанных" на лучевую траекторию. На больших расстояниях, где вертикальный френелевский размер сравнивается или превышает вертикальный размер неоднородности, такое локальное влияние уже не имеет места, и при анализе данных о возмущениях акустического поля в такой ситуации удобно описание поля на модовом языке.

### **1.3. МЕТОДЫ АКУСТИЧЕСКОЙ ТОМОГРАФИИ ОКЕАНА**

Многообразие типов диагностируемых объектов и гидрологических условий распространения звука естественным образом привели к разработке большой группы существенно различающихся между собой методов акустической томографии океана (АТО). При их теоретическом обосновании используются различные физические приближения, что обуславливает и различия в конкретной форме интегрального уравнения (1). Не претендуя на исчерпывающее изложение, постараемся в этом разделе дать краткий обзор основных физических приближений для ряда методов, которые, на наш взгляд, можно отнести к томографическим, и по возможности указать основную литературу. Математических вопросов решения интегрального уравнения (1) пока затрагивать не будем. Конкретный выбор способа решения зависит от ряда факторов, в частности, от схемы измерения, объема и вида априорной информации и т. д. Некоторые полезные алгоритмы решения рассматриваются ниже в разделах 1.4, 1.5 и обсуждаются при рассмотрении конкретных томографических схем.

#### **1.3.1. Классификация методов акустической томографии океана**

Классифицировать методы акустической томографии ввиду обилия факторов, играющих в них заметную роль, можно различным способом. Одна из возможных классификаций может быть проведена по типу исследуемого объекта: дно, неоднородности водной толщи и поверхности, источники шума. Учитывая особенности процесса взаимодействия звука с неоднородностями океана, совокупность

методов томографии водной толщи и морской поверхности можно, в свою очередь, разбить на две группы: методы реконструкции синоптических и гиромасштабных неоднородностей и методы реконструкции мезо- и мелкомасштабных неоднородностей. Принципиальное различие между этими двумя группами состоит в следующем.

Влияние неоднородностей на распространение звукового сигнала определяется не только интенсивностью возмущений (например, величиной вариаций поля скорости звука и поля течений, величиной возвышений неровной поверхности и т. д.), но и характерными пространственными масштабами (или градиентами) возмущения. В зависимости от пространственных масштабов реконструируемых неоднородностей можно условно выделить методы, которые используют и которые не используют адиабатическое приближение. Условие применимости адиабатического приближения является неравенство  $l \gg L$  [20], где  $l$  — характерный масштаб неоднородности по горизонтали,  $L$  — горизонтальная длина цикла луча (или горизонтальный масштаб интерференции соседних по номеру акустических мод). Неоднородности синоптического и гиромасштабов имеют горизонтальные пространственные размеры порядка или больше 100 км, что практически всегда гарантирует адиабатичность распространения звукового сигнала (отсутствует межмодовая перекачка энергии). Мезо- и мелкомасштабные неоднородности занимают диапазон пространственных масштабов от единиц метров до десятков километров. В глубоком море, когда  $L \sim 50-70$  км, влияние мезо- и мелкомасштабных неоднородностей приводит к существенной трансформации энергетического спектра мод и значительно возмущению лучевых траекторий в вертикальной плоскости. Методы томографии таких неоднородностей, для которых эффекты дифракции или рассеяния существенны, в дальнейшем будем называть дифракционными.

В мелком море (когда  $L < 10$  км) условие применимости адиабатического приближения может иногда выполняться и для мезомасштабных неоднородностей. В этом случае для их диагностики также могут быть использованы адиабатические методы, развитые для более крупномасштабных неоднородностей. В общем случае удобно (хотя бы в контексте этой книги) выделить четыре основные группы методов акустической томографии океана: методы томографии гиромасштабных и синоптических неоднородностей (используется адиабатическое приближение), методы томографии мезо- и мелкомасштабных неоднородностей (когда адиабатическое приближение неприменимо), а также методы томографии источников морского шума и сейсмоакустической томографии дна. К первой группе адиабатических методов относим лучевой [223, 253, 254], модовый [68, 84, 69, 232] и интерференционный [99, 112]. Во вторую группу неадиабатических (дифракционных) методов включаем дифферен-

циальный [118–120], локационный [8, 138], лучевой [184, 184, 246], доплеровский [22], фазовый [215], "двухмасштабный" [187], а также специальные методы зондирования локализованных в пространстве неоднородностей океана. Третью группу образуют методы эмиссионной томографии [62, 63, 103], а четвертую – сейсмотомографии [143] и томографии случайных нерегулярностей дна [72, 73]. Более подробно выделенные группы методов рассматриваются ниже.

Другой возможный признак классификации методов акустической томографии океана – способ описания неоднородностей: статистический или детерминированный. Выбор способа описания зависит от соотношения пространственно-временных масштабов неоднородностей и характерных интервалов пространственно-временного анализа. Для методов, которые диагностируют неоднородности, достаточно медленно меняющиеся во времени, используется детерминированный подход. При этом быстро меняющиеся во времени нерегулярности играют роль мультипликативной помехи, вносящей в реконструкцию случайную погрешность.

Для диагностики неоднородностей, у которых масштабы временных флуктуаций малы по сравнению с необходимым для реконструкции временным интервалом накопления информации, характерно статистическое описание. Обычно в этих методах определяются пространственно-временные распределения статистических (часто средних по относительно небольшому интервалу времени и пространства) характеристик неоднородностей. При этом более медленные неоднородности играют роль опорного фона, информация о котором априорно закладывается в метод реконструкции. Следует подчеркнуть, что существенные различия в характерных масштабах временной изменчивости неоднородностей позволяют путем выбора оптимального временного окна анализа разделить эффекты воздействия неоднородностей различных типов.

### 1.3.2. Методы реконструкции гиромасштабных и синоптических неоднородностей

В этом разделе рассмотрим три метода: лучевой, модовый и интерференционный. Определение возмущений поля скорости звука [223] или поля течений [253, 254, 47] в лучевом алгоритме основано на измерении вариаций времени задержки короткого импульса, распространяющегося вдоль криволинейной в вертикальной плоскости лучевой траектории. Как правило, лучевая траектория  $M(y)$ , вдоль которой осуществляется интегрирование в уравнении (1), берется для случая опорного (невозмущенного) волновода. Это обеспечивает линейную связь возмущений задержки импульса с возмущениями поля скорости звука (или поля течений).

В модовом методе (имеется в виду модовое представление звукового поля в вертикальной плоскости и лучевое — в горизонтальной) реконструкция осуществляется по вариациям фазы [68, 84, 69] или времени задержки [224, 68, 69, 232] акустических мод. Здесь область интегрирования в уравнении (1) представляет собой двумерную цилиндрическую поверхность (а при отсутствии в опорном волноводе горизонтальной рефракции — вертикальную плоскость), у которой направляющая линия представляет собой траекторию луча в горизонтальной плоскости. Существенная особенность метода связана с тем, что ядро интегрального уравнения (1) факторизуется на произведение компонент, зависящих от горизонтальных  $W_H$  и вертикальных  $W_V$  координат. Это упрощает решение трехмерного уравнения (1) — вся процедура реконструкции разбивается на два последовательных этапа: сначала восстанавливается горизонтальная структура, а потом для фиксированной горизонтальной координаты — вертикальная структура неоднородности. Методика измерения возмущений  $g^*$  предусматривает выделение мод с помощью антенных систем (мелкое море, маломодовый волновод) или путем идентификации импульсов, отвечающих отдельным модам, по последовательности времен их прихода (мелкое море, приповерхностный волновод в глубоком море), аналогично тому, как это делается в лучевом методе.

Алгоритмы лучевой и модовой томографии во многом аналогичны, однако различие в измеряемых характеристиках звукового поля обуславливает и различие в областях применимости. Лучевой алгоритм удобен для случая глубокого моря и глубоководного звукового канала, а модовый — мелкого моря или приповерхностного звукового канала.

В интерференционном методе [99, 112] реконструкция возмущений поля скорости звука осуществляется по измерениям интерференционной структуры — пространственного распределения интенсивности — звукового поля. Метод во многом повторяет модовый алгоритм, однако в отличие от него для реконструкции используются не вариации фаз мод, а возмущения в межмодовой разности фаз, которые определяются косвенным путем по величине возмущений интерференционной структуры. Как и в модовом методе, ядро интегрального уравнения (1) факторизуется на произведение компонент, зависящих соответственно только от горизонтальных и вертикальных координат (тем самым существенно упрощается решение задачи). Кроме того, следует отметить, что интерференционный метод, в отличие от лучевого и модового методов, обладает гораздо большей устойчивостью по отношению к влиянию погрешности определения координат источников и приемников, однако требует привлечения большего объема априорной информации. Суммируя вышесказанное, в табл. 1.1 приведем основные характеристики адиабатических методов.

Таблица 1.1

Метод	Тип данных	Объект исследования	Реконструируемый параметр
Лучевой	Задержка вдоль луча	Синоптические и гиромасштабные неоднородности	Скорость звука, скорость течения
Модовый	Задержка или фаза моды		
Интерференционный	Интенсивность		

### 1.3.3. Методы реконструкции мезо- и мелкомасштабных неоднородностей

В соответствии с приведенной выше классификацией типов океанических неоднородностей в группе методов, учитывающих эффекты дифракции или рассеяния звука, можно выделить алгоритмы реконструкции распределенных в пространстве нерегулярностей поля скорости звука и волнения (как правило, используется статистическое описание) и алгоритмы реконструкции локализованных в пространстве неоднородностей (используется детерминированное описание).

Прямые задачи рассеяния волн в случайных средах обычно решаются приближенными методами, область применимости которых определяется интенсивностью флуктуаций волнового поля [7, 76, 138, 145]. Часто выделяют два случая: слабых и сильных флуктуаций.

*Случай слабых флуктуаций*, когда степень когерентности распространяющегося в океане сигнала близка к единице, реализуется для достаточно слабых неоднородностей и относительно небольших акустических трасс. Теоретической основой анализа слабых флуктуаций звукового поля чаще всего служит первое приближение метода малых возмущений (приближение Борна) [7, 76, 138, 145], а для плавных и достаточно крупномасштабных неоднородностей — метод плавных возмущений (приближение Рытова) [76, 138]. В рамках первого приближения метода малых возмущений реконструкция в дифракционных методах томографии осуществляется по измеренным характеристикам пространственно-временной (или частотно-угловой) функции когерентности (в частном случае, интенсивности) рассеянной компоненты звукового поля. При этом восстанавливаемой характеристикой служит пространственно-временное распределение локального частотно-углового спектра неоднородностей поля скорости звука или волнения (часто называемого функцией Вигнера).



Существенное различие в горизонтальных масштабах диагностируемых мезо- и мелкомасштабных неоднородностей обуславливает и существенное различие в конкретной форме уравнения (1). Мезомасштабные неоднородности поля скорости звука достаточно крупномасштабны в том смысле, что часть акватории, формирующей рассеянное поле на приемнике, концентрируется вблизи отрезка прямой, соединяющей источник и приемник (для определенности считаем опорный волновод однородным по горизонтали). В качестве грубого условия, при выполнении которого можно пренебречь отклонением траектории лучей в горизонтальной плоскости от прямой, служит неравенство  $\theta_s < \theta_p$ , где  $\theta_s$  — характерная ширина индикаторы рассеяния звука в горизонтальной плоскости,  $\theta_p$  — характерная величина углового разрешения приемной системы.

При выполнении соотношения  $\theta_s < \theta_p$  рассеянный сигнал маскируется более мощным сигналом "подсветки" (недифрагированная или нерассеянная компонента звукового поля). Чтобы "отстроиться" от этого сигнала (выделить слабый рассеянный сигнал), необходимо осуществить его подавление. В дифференциальной схеме томографии [118—120] эта задача решается за счет возбуждения и приема групп мод, разнесенных по модовому спектру (формирование "модовой тени"), или за счет формирования различно ориентированных в вертикальной плоскости диаграмм направленности источника и приемника, или благодаря использованию существующих в океане естественных зон "модовой тени". Дифференциальный метод является как бы переходным от методов, основанных на адиабатическом приближении, к обычным дифракционным методам: эффекты дифракции (рассеяния) в горизонтальной плоскости еще не существенны, а в вертикальной — уже существенны и несут полезную информацию о параметрах неоднородностей.

Траектория акустического сигнала, рассеянного мелкомасштабной неоднородностью, значительно отклоняется в горизонтальной плоскости от траектории сигнала "подсветки". В этом случае рассеянный сигнал можно легко выделить или за счет соответствующей ориентации диаграммы направленности в горизонтальной плоскости, или за счет импульсного стробирования (локационный метод [8, 138]), поскольку время распространения рассеянного сигнала оказывается существенно больше времени распространения сигнала "подсветки". При этом многомодовый (или многолучевой) характер звукового поля не играет существенной роли. Локационный метод дает возможность определять характеристики как мелкомасштабных неоднородностей поля скорости звука, так и морского волнения.

Для диагностики взволнованной поверхности океана предложен фазовый алгоритм [215], теоретическим основанием для которого

служит приближение [216], аналогичное приближению Рытова: фазу или время задержки моды (или луча) представляют в виде разложения в ряд по степеням высот морских волн и ограничиваются только слагаемыми до первого порядка включительно. В результате получается интегральное соотношение (1), связывающее функцию когерентности флуктуаций фазы или времени задержки с энергетическим спектром волнения.

Численные эксперименты [215], проведенные для условий мелкого моря и акватории размером в несколько десятков километров, показали, что по измерениям функции временной корреляции или частотного спектра фазы (времени задержки) моды (луча) можно осуществлять достаточно точную реконструкцию пространственного распределения частотно-углового спектра возвышений морских волн.

*В случае сильных флуктуаций* акустического поля, когда степень когерентности сигнала мала по сравнению с единицей, при теоретическом анализе применяются различные приближенные подходы: приближение параболического уравнения и марковского процесса [76, 138, 145], приближение Кирхгофа [7, 76] и ряд других [6, 7, 76, 81, 138, 145]. Однако даже после этого прямая задача остается значительно более сложной, чем для случая слабых флуктуаций. Соответственно и решение обратной задачи оказывается гораздо более сложной проблемой. Связано это в том числе и с тем, что вклад компонент второй и большей кратности рассеяния в результирующее поле приводит к запутыванию информации о неоднородностях и появлению неоднозначности в решении обратной задачи, для компенсации которой приходится привлекать дополнительную априорную информацию. В частности, в простейшем случае учета только первого приближения теории многократного рассеяния (модифицированное борновское приближение) [6] требуется дополнительно привлекать информацию о границах области изменчивости параметров неоднородностей [117].

В случае рассеяния звука на взволнованной поверхности океана ситуация оказывается более благоприятной. За счет особенностей рассеяния звука на морском волнении удается реализовать схему доплеровской томографии [22], которая с математической точки зрения идентична классической схеме томографии на основе преобразования Радона [127, 129, 155]. Измеряемым параметром в доплеровской томографии взволнованной поверхности является коэффициент затухания когерентной компоненты акустического поля. Инверсия двумерного преобразования Радона (интегрального преобразования (2)) позволяет по набору интегральных (по трассе) значений коэффициента определять локальные значения, по которым, в свою очередь, восстанавливаются локальные характеристики волнения. Методика измерения коэффициента затухания предус-

матривает выделение когерентной компоненты поля путем частотной "отстройки" (фильтрации) от стохастической составляющей, линия которой смещена по частоте из-за эффекта Доплера. Аналогично коэффициенту затухания когерентной компоненты в качестве измеряемого параметра также может быть использовано и доплеровское уширение частотного спектра акустического сигнала [22].

Возможность решения обратной задачи в области сильных флуктуаций поля для случая мезомасштабных неоднородностей скорости звука рассматривалась в [187]. Теоретической основой здесь является "двухмасштабное" решение уравнения для функции когерентности (в общем случае двухчастотной и двухточечной) звукового поля.

Суть метода состоит в следующем. Искомое решение уравнения для функции когерентности, полученного в приближении параболического уравнения и марковского процесса [138, 145], представляется в виде разложения по малому параметру  $\epsilon = [l_3 \lambda / l^2]^{1/2}$ , где  $l_3$  — длина экстинкции,  $l$  — радиус корреляции неоднородностей. Слагаемое наиболее низкого порядка по  $\epsilon$  удовлетворяет дифференциальному уравнению первого порядка в частных производных, решение которого находится методом характеристик. В результате "двухмасштабное" решение дает представление функции пространственной и частотной когерентности акустического поля в виде двойного преобразования Фурье по частотной и пространственной переменным от величины  $g = \exp[Q]$ , где  $Q$  — фазовый параметр, который интегральным соотношением типа (2) связан со структурной функцией флуктуаций скорости звука. Последовательное обращение интегральных преобразований в принципе позволяет по функции когерентности звука восстановить структурную функцию неоднородностей. Существенная особенность этого метода заключается в том, что метод требует измерения как пространственной, так и частотной корреляции акустического поля.

Для реконструкции мезомасштабных неоднородностей поля скорости звука и течений, создаваемых внутренними волнами, применялся и лучевой алгоритм [184, 185, 246], в котором измеряемыми параметрами служили статистические характеристики высокочастотных вариаций (высокочастотных по сравнению с вариациями, вызываемыми синоптическими неоднородностями) временной задержки вдоль луча, а восстанавливаемыми параметрами среды являлись усредненные по трассе глубинное распределение энергии внутренних волн и величина горизонтальной компоненты скорости течения.

Объектом исследования дифракционных методов акустической томографии океана является также и класс локализованных возмущений, включающий в себя как океанические образования типа акустических линз, не имеющих относительно резких границ, так и тела с резкими границами. В первом случае задача реконструкции

заключается в определении поля скорости звука внутри возмущения, во втором — в определении характеристической функции (по определению, характеристическая функция равна 0 вне области пространства, занятой телом, и равна 1 внутри нее) [15, 29, 58, 59, 165, 177, 207]. Измеряемым параметром в обоих случаях служит комплексная амплитуда или полного звукового поля, или только дифрагированной компоненты, которые измеряются, как правило, на удаленной поверхности, охватывающей исследуемый объект.

Таблица 1.2

Метод	Тип данных	Объект исследования	Реконструируемый параметр
Дифференциальный	Интенсивность + задержка моды	МЗ неоднородности	Локальный спектр неоднородности
Локационный	Интенсивность + задержка	ММ неоднородности	
2-масштабный	Функция когерентности поля	МЗ неоднородности скорости звука	Структурная функция вариаций скорости звука
Лучевой	Задержка луча	Внутренние волны	Пространственно-усредненные характеристики скорости звука и течения
Фазовый	Задержка или фаза моды (луча)	Волнение	Локальный спектр
Доплеровский	Затухание или уширение частотного спектра	Волнение	Высота воли или скорость приводного ветра
Дифракционный, локализованных неоднородностей	Комплексная амплитуда полного поля	Локализованные неоднородности водной толщи	Скорость звука
			Характеристическая функция области, занятой неоднородностью

Рассеяние звукового поля на локализованном возмущении приводит к эффектам интерференции дифрагированного и недифрагированного полей. С учетом особенностей океанического волновода этот эффект рассмотрен в [53]. Метод реконструкции, основанный на анализе дифракционной картины на поперечной к направлению распространения акустического сигнала плоскости, подробно обсуждается ниже в разд. 3.3. Отметим только, что в этом методе из решения интегрального уравнения (1) определяются коэффициенты

матрицы межмодового рассеяния (параметр  $g(x)$ ), а уже на основе, полученной из соответствующего физического приближения, связи функции  $g(x)$  с неоднородностью восстанавливаются вариации скорости звука или определяется характеристическая функция. Итоговая сводка дифракционных методов представлена в табл. 1.2.

### 1.3.4. Методы эмиссионной акустической томографии океана

В АТО помимо трансмиссионных методов, использующих активные излучающие системы, возможна разработка и вариантов пассивной (или шумовой) томографии. В томографии по шумовому полю можно выделить два аспекта: эмиссионный, когда осуществляется реконструкция пространственного распределения параметров самих источников шума, и диагностический, когда на основе априорной информации о пространственном распределении источников шума определяются параметры океанической среды. Если развитию эмиссионного метода посвящен ряд работ [62, 63, 103], то диагностический аспект в литературе практически не обсуждался. В эмиссионной томографии пространственное распределение мощности источников шума определяется или по пространственно-частотному распределению интенсивности шумового поля [62, 63, 115], или по функции временной корреляции шума для двух пространственно-разнесенных приемников [103]. Методика их измерения предусматривает в первом случае использование нескольких приемных систем, во втором — сканирование приемной парой вдоль излучаемой области.

В первом случае используется представление эффективных источников шума в горизонтальной плоскости в виде совокупности распределенных некоррелированных точечных источников, обладающих тем не менее некоторой диаграммой направленности по вертикали [63]. Получающееся интегральное уравнение (1) характеризуется следующими параметрами: переменная  $y$  образована горизонтальной координатой приемника и частотой, а переменная  $x$  — пространственной координатой шумового источника и номером моды. Интегрирование в уравнении (1) производится по номерам мод, формирующим шумовое поле, и по акватории, попадающей в диаграмму направленности приемной системы. Ядро интегрального уравнения факторизуется на произведение компонент, зависящих от горизонтальных и вертикальных координат  $W(*) = W_H(*) W_V(*)$ . Помимо пространственного распределения имеется возможность определять и частотную характеристику источников.

В случае, когда функция источников факторизуется на компоненту, зависящую от частоты, и компоненту, зависящую от координаты, для приемной системы, имеющей в горизонтальной плоскости

достаточно узкую диаграмму направленности, преобразование уравнения (1) по горизонтальным переменным имеет вид экспоненциального преобразования Радона [129]. Тогда алгоритм реконструкции сводится к схеме спектротомографии [128], в которой по известной частотной характеристике источников и известной зависимости коэффициента затухания звука от частоты, используя только одну приемную систему, можно восстановить двумерное распределение источников шума на всей акватории [62, 63]. Оценки, сделанные для типичных частотных зависимостей коэффициента затухания звука в океане и типичных погрешностей измерения, показали, что эффективность реконструкции в спектротомографии возможна только для неоднородностей с пространственными масштабами порядка или больше синоптических.

### 1.3.5. Методы сейсмо-акустической томографии осадочного слоя дна океана

В методах исследования дна моря акустическими средствами можно выделить три группы томографических задач. В первой из них предполагается регулярная зависимость параметров осадочного слоя дна от глубины. Определение этой зависимости и является целью акустического зондирования дна. Исторически первым подходом к решению этой задачи был классический сейсмический метод, основанный на измерении годографа (зависимости временной задержки короткого импульса от горизонтального расстояния между источником и приемником) [9, 39, 48, 104, 143]. Выделение (идентификация) лучей, отраженных или преломленных в дне, осуществляется по последовательности времен прихода импульсов. Позднее было предложено использовать разностный годограф, когда временные задержки лучей, отраженных или рефрагированных в дне, измеряются относительно времени задержки "чисто" водного луча [37, 38]. Величина относительной задержки определяется по максимуму текущей функции автокорреляции широкополосного сигнала. Методика измерения разностного годографа предусматривает использование в качестве приемника автономных донных станций, а в качестве источника — шум исследовательского судна, что позволяет существенно удешевить и технически упростить реализацию метода. Следует отметить, что основная сложность использования алгоритма реконструкции вертикальной структуры верхнего осадочного слоя дна по годографу связана с неоднозначностью восстановления профиля скорости звука, если скорость звука не монотонно растет с глубиной. Для устранения возникающей неоднозначности принципиально необходимо использовать дополнительную информацию, главным образом данные морского бурения.

Кроме кинематических параметров звукового поля, для реконструкции слабых неоднородностей морского грунта используются также данные измерений динамических параметров [9, 23, 25, 48, 60, 144, 176], в частности частотно-угловой зависимости коэффициента отражения звука [9, 48]. Обычно при измерении коэффициента отражения применяются широкополосные источники звука [9, 39, 48, 60, 104]. В [23, 25] развит оригинальный метод доплеровской томографии с применением узкополосного (квазигармонического) излучения. Разделение лучей, падающих на дно под разными углами, осуществляется в нем за счет различий в величине эффекта Доплера, возникающего при горизонтальном движении гармонического источника звука. Заметим, что задача определения возмущений плотности  $\rho$  и скорости звука  $c$  в дне для жидкой среды математически сводится к задаче определения одного нового параметра — некоторой эффективной скорости звука, являющегося комбинацией реальных  $\rho$  и  $c$  [29]. В [27] показано, что путем многочастотного зондирования на основе реконструированного параметра можно определить реальные плотность  $\rho$  и скорость звука  $c$ .

Во второй группе методов объектом исследования являются акустически мягкие или твердые тела, находящиеся в морском грунте. Определение границ области, занятой телом, или восстановление характеристической функции этой области осуществляется по характеристикам рассеянного звукового поля в дальней зоне [8, 15, 29]. Одним из таких подходов, например, является метод, основанный на интегральном тождестве POFFIS (*physical optics far field inverse scattering*) [15], связывающим комплексную амплитуду рассеянного звукового поля с Фурье-трансформантой искомой области. Вывод соотношения POFFIS осуществляется на основе принципа Гюйгенса — Френеля и приближения Кирхгофа [35] (приближение "физической оптики"): падающее поле считается на освещенной стороне тела невозмущенным (как и в отсутствии тела), а на теневой стороне — равным нулю. При этом предполагается, что тело является выпуклым.

В третьей группе методов используется модель осадочного слоя дна в виде случайно-неоднородной среды, статистические параметры которой регулярно изменяются с глубиной. По измеренным статистическим и корреляционным характеристикам рассеянного поля определяется частотно-угловая зависимость эффектов рассеяния звука в дне, восстанавливаются коэффициенты поглощения и объемного рассеяния [21, 72, 73]. По ним, в свою очередь, определяются среднестатистические характеристики флуктуаций скорости звука и плотности, а также неровностей границ раздела донных слоев. Итоговая сводка вышеупомянутых методов исследования дна дана в табл. 1.3.

Таблица 1.3

Метод	Тип данных	Объект исследования	Реконструируемый параметр
POFFIS	Комплексная амплитуда рассеянного поля	Локализованные неоднородности морского дна с резкими границами	Характеристическая функция области, занятой неоднородностью
Сейсмический	Годограф или комплексная амплитуда поля	Регулярная структура морского дна	Профили скорости звука и плотности
Доплеровский	Коэффициент отражения		
Дифракционно-томографический случайных неоднородностей дна	Статистические характеристики рассеянного поля	Случайные нерегулярности морского дна	Коэффициенты поглощения и объемного рассеяния
Эмиссионный	Интенсивность или функция временной корреляции	Источники шума	Мощность источников

Выше были представлены сравнительные характеристики ряда известных методов низкочастотного акустического зондирования океана, которые, на наш взгляд, можно причислить к томографическим. Подробное обсуждение теоретических и экспериментальных результатов, касающихся этих методов, осуществить в одной книге достаточно трудно. Поэтому во 2-й и 3-й частях будет рассмотрено только несколько трансмиссионных методов томографии толщи и поверхности океана. В группе адиабатических методов остановимся на всех трех алгоритмах: лучевом, модовом и интерференционном, а в группе дифракционных методов — на дифференциальном, локационном и доплеровском, а также на методах реконструкции локализованных неоднородностей.

#### 1.4. МЕТОДЫ ДИСКРЕТИЗАЦИИ

Как уже отмечалось во введении, при решении конкретной томографической задачи (интегральное уравнение типа (16)) большое значение имеет правильный выбор дискретного представления неизвестных функций  $g(\rho)$  в виде линейной комбинации конечного числа базисных функций с неизвестными коэффициентами. В этом



случае линейное (или линеаризованное) по  $g(\rho)$  интегральное уравнение (16) сводится к системе линейных алгебраических уравнений относительно коэффициентов разложения. Существуют различные способы дискретизации [31, 50, 171, 172, 179]. Оптимальным может считаться, по-видимому, тот, который позволил бы в данной конкретной ситуации достаточно точно описать поле  $g(\rho)$  с использованием минимального числа неизвестных параметров. Познакомимся с некоторыми из них на примере используемых в лучевой схеме акустической томографии Манка и Вунша [223] систем линейных интегральных уравнений

$$\int_{\Gamma_m^0} c_0^{-2} \Delta c \cdot ds = -\Delta t_m, \quad m = 1, \dots, M, \quad (1.18)$$

где неизвестным является поле отклонений скорости звука в среде  $c(x, y, z)$  от известного "опорного" поля  $c_0(x, y, z)$ :  $\Delta c(x, y, z) = c(x, y, z) - c_0(x, y, z)$ . Здесь  $z$  — вертикальная,  $x$  и  $y$  — горизонтальные координаты. Интегрирование в системе уравнений (1.18) проводится по криволинейным лучам  $\Gamma_m^0$ , соединяющим источники и приемники в "опорной" среде. Измеряемый параметр  $\Delta t_m$  соответствует отклонению времени прихода сигнала по  $m$ -у лучу от его значения в "опорной" среде.

#### 1.4.1. Использование базисных функций

Предположим, что известен набор функций  $\Phi_n(x, y, z)$ ,  $n = 1, \dots, N$ , таких, что

$$\Delta c(x, y, z) = \sum_{n=1}^N B_n \Phi_n(x, y, z). \quad (1.19)$$

Тогда система уравнений (1.18) переписется в виде

$$\Delta t_m = \sum_{n=1}^N Q_{mn} B_n, \quad m = 1, 2, \dots, M, \quad (1.20)$$

где  $Q_{mn} = -\int_{\Gamma_m^0} \Phi_n c_0^{-2} ds$ . Разрешив эту систему относительно неизвестных  $B_n$ , найдем  $\Delta c$ . Трудности такого способа параметризации связаны с поиском подходящей системы функций  $\Phi_n(x, y, z)$ .

Более "гибкой" и близкой к задачам томографии океана представляется аппроксимация, предложенная в [172, 173]. В двумерном случае

$$\Delta c(x, z) = \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J \left[ \alpha_{ij} \cos(2\pi jx/R) + \beta_{ij} \sin(2\pi jx/R) \right] f_i(z). \quad (1.21)$$

Здесь зависимость вариаций  $\Delta c$  от  $x$  на трассе длиной  $R$  аппроксимируется конечным рядом Фурье, а зависимость  $\Delta c$  от  $z$  — разложением по набору функций  $f_i$ , в качестве которых можно выбрать:

- 1) бароклинные Россби-моды или, лучше, соответствующие им возмущения среднеклиматического профиля скорости звука;
- 2) эмпирические ортогональные функции (см. приложение 1);
- 3) "П"-образные функции  $f_i(z)$ , отличные от нуля и равные 1 лишь в интервале  $(z_i < z < z_{i+1})$ .

Подстановка уравнения (1.21) в систему уравнений (1.18) дает систему уравнений относительно  $N = 2IJ$  неизвестных  $\alpha_{ij}$  и  $\beta_{ij}$

$$\Delta t_m = \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J \left[ \alpha_{ij} c_{ijm} + \beta_{ij} s_{ijm} \right], \quad m = 1, 2, \dots, M. \quad (1.22)$$

Здесь

$$c_{ijm} = - \int_{\Gamma_m^0} c_0^{-2} \cos(2\pi jx/R) f_i(z) ds, \quad s_{ijm} = - \int_{\Gamma_m^0} c_0^{-2} \sin(2\pi jx/R) f_i(z) ds.$$

Переобозначим входящие в систему уравнений (1.22) переменные  $\alpha_{ij}$ ,  $\beta_{ij}$  и постоянные  $c_{ijm}$  и  $s_{ijm}$ . С этой целью для любой пары индексов  $(i, j)$  определим новые неизвестные  $B_n$  и постоянные  $Q_{mn}$ , руководствуясь правилом:

$$\text{для } n = j + (i-1)J, \quad B_n = \alpha_{ij}, \quad Q_{mn} = C_{ijm},$$

$$\text{для } n = IJ + j + (i-1)J, \quad B_n = \beta_{ij}, \quad Q_{mn} = S_{ijm}.$$

Тогда систему (1.22) можно переписать в "стандартном" виде уравнения (1.20). Недостатком такой формы параметризации, на наш взгляд, является ее неадекватность при описании дискретных неоднородностей типа изолированных вихрей и, как следствие, чрезмерно большое количество неизвестных, многократно превышающее число уравнений. С другой стороны, открывается возможность томографического зондирования периодических волновых структур, например внутренних волн.

### 1.4.2. "Скользкая" дискретизация

Иной тип дискретизации используется в инверсионном методе Бэкуса — Гильберта [3] и в статистическом подходе к задаче инверсии [171]. Пользуясь тем, что вариации  $\Delta c$  и данные измерений  $\Delta t_m$  ( $m = 1, 2, \dots, M$ ) связаны линейно, можно оценку  $\Delta c$  в произвольной точке  $(x, y, z)$  искать в виде

$$\Delta c(x, y, z) = \sum_{m=1}^M A_m(x, y, z) \Delta t_m. \quad (1.23)$$

Здесь  $A_m(x, y, z)$  — неизвестные функции, которые ищутся из соотношений максимальной близости (в определенном смысле) реального поля  $\Delta c$  и его оценки  $\Delta c$ .

### 1.4.3. "Точечная" дискретизация

Один из возможных вариантов дискретизации, не оптимальной, но удобной для расчетов лучевых характеристик, заключается в следующем. Поле скорости звука  $c(x, z)$  в двумерном случае задается его значениями  $c_{ij} = c_0(x_i, z_j) + \Delta c_{ij}$  в узлах, например, прямоугольной координатной сетки  $x_i, z_j$  ( $i = 1, \dots, I; j = 1, \dots, J$ ). Здесь  $\Delta c_{ij} = \Delta c(x_i, z_j)$  — упомянутые выше неизвестные параметры, ось  $z$  направлена вверх, ось  $x$  — по горизонтали вдоль звуковой трассы. В пространственной ячейке между 3-мя ближайшими опорными точками поле скорости звука  $c(x, z)$  аппроксимируется линейной по  $x, z$  функцией, непрерывной при переходе к смежной ячейке (звуковые лучи в таких ячейках — дуги окружностей). Для того чтобы обеспечить одинаковое разрешение поля скорости звука по горизонтали и вертикали, выбор горизонтального  $\Delta x$  и вертикального  $\Delta z$  шагов сетки естественно подчинить дополнительному условию  $\Delta z / \Delta x = h / L$ , где  $h$  и  $L$  — характерные вертикальный и горизонтальный масштабы неоднородностей. Подставляя в (1.18) представление  $\Delta c$  через  $\Delta c_{ij}$  и вводя сплошную нумерацию неизвестных  $\Delta c_{ij} = \Delta c_n$ , где  $n = j + (i-1)J = 1, 2, \dots, N$ , а  $N = I \cdot J$ , получим систему уравнений вида

$$\sum_{n=1}^N a_{mn} \Delta c_n = \Delta t_m, \quad m = 1, 2, \dots, M, \quad (1.24)$$

или в матричной форме

$$A \Delta c = \Delta t, \quad \text{где } \Delta c = (\Delta c_1, \dots, \Delta c_N)^T, \quad \Delta t = (\Delta t_1, \dots, \Delta t_M)^T, \quad (1.25)$$

где  $T$  — знак транспонирования, матрица  $A$  образована элементами  $a_{ml}$ . Здесь коэффициенты  $a_{ml}$  выражаются через интегралы вида  $\iint c_0^{-2} ds$  по фрагментам луча  $\Gamma_m^{(0)}$  в отдельных встретившихся ему объемных ячейках. Эти интегралы при выбранном способе аппроксимации  $c_0$  вычисляются аналитически. Количество неизвестных  $N$  в системе (1.24) определяется длиной трассы, толщиной деятельного слоя океана и пространственными масштабами изменчивости среды. Если речь идет, например, о синоптической изменчивости, то чтобы отслеживать ее с хорошим разрешением, дискретность  $\Delta x$  по горизонтали должна быть порядка  $L/4 = 25$  км, а по вертикали (для верхнего деятельного слоя океана)  $\Delta z = \Delta x h/L \approx 0,125$  км или менее. Эти оценки ориентированы на сравнительно хорошо изученную синоптическую изменчивость Саргассова моря [78, 248]. Если  $R$  — длина звуковой трассы,  $H$  — толщина деятельного слоя океана ( $\sim 1$  км), то в рассматриваемом здесь случае плоской томографии число неизвестных  $N \approx (H/\Delta z)(R/\Delta x) \approx 0,3R$  (км). Например, при  $R = 200$  км число неизвестных  $N = 64$ .

Отметим, что "точечная" дискретизация легко распространяется и на 3-мерный случай, когда  $c = c(x, y, z)$ .

## 1.5. МЕТОДЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ ИНВЕРСИИ. СПОСОБЫ ЗАДАНИЯ АПРИОРНОЙ ИНФОРМАЦИИ

### 1.5.1. Метод регуляризации

При решении конкретных томографических задач (систем алгебраических уравнений вида (1.24)), как правило, число неизвестных  $N$  и число уравнений  $M$  не совпадают. Либо  $M > N$  (медицинская томография), либо  $N > M$  (акустическая томография Манка и Вунша). Если в первом случае для получения решения задачи обычно достаточно найти минимум среднеквадратичного функционала невязок исходных уравнений, то во втором — система уравнений оказывается недоопределенной, и для получения единственного решения нужно привлекать дополнительную априорную информацию. Такая же необходимость возникает и в случае  $M \geq N$ , если ранг системы (1.24) меньше  $N$ , т. е. когда минимум функционала невязок достигается не в точке, а в некоторой области переменных  $\Delta c_n$ . Например, в случае двух неизвестных  $\Delta c_1$  и  $\Delta c_2$  это будет прямая линия  $L$  ("ущелье"). Если потребовать дополнительно, чтобы абсолютная величина вариаций  $\Delta c_n$  также была минимальной, то реше-

ние становится единственным и соответствует точке на прямой  $L$ , расположенной ближе всего к началу координат. Если же заранее известно, что вариации  $\Delta c$  достаточно плавные, то дополнительно следует потребовать минимальности модуля разности  $|\Delta c_1 - \Delta c_2|$ . В этом случае единственное решение томографической задачи будет соответствовать точке пересечения прямой  $L$  с прямой  $\Delta c_2 = \Delta c_1$ .

Универсальным алгоритмом решения систем типа (1.24) при произвольном соотношении между числом уравнений  $M$  и неизвестных  $N$  является метод регуляризации по А. Н. Тихонову в различных его вариантах [146, 49]. При адаптации этого метода к томографии океана следует учесть ярко выраженную разномасштабность изменения его свойств по вертикали и горизонтали. Если воспользоваться для описания поля скорости звука точечной дискретизацией, то под решением системы (1.24) будем понимать набор значений  $\Delta c_n$ , минимизирующий функционал

$$\begin{aligned}
 F = & \frac{\sum_{m=1}^M (\delta t_m)^2}{M} + \beta \left[ \frac{A_0}{N} \frac{\sum_{n=1}^N (\Delta c_n)^2}{\langle (\Delta c)^2 \rangle} + \right. \\
 & + \frac{A_z}{N-I} \frac{\sum_{i=1}^I \sum_{j=2}^J (\Delta c_{j-1+(i-1)J} - \Delta c_{j+(i-1)J})^2}{\langle (\partial \Delta c / \partial z)^2 \rangle (\Delta z)^2} + \\
 & \left. + \frac{A_x}{N-J} \frac{\sum_{i=1}^I \sum_{j=2}^I (\Delta c_{j+(i-2)J} - \Delta c_{j+(i-1)J})^2}{\langle (\partial \Delta c / \partial x)^2 \rangle (\Delta x)^2} \right]. \quad (1.26)
 \end{aligned}$$

В выражении (1.26)  $\delta t_m = \sum_{n=1}^N a_{mn} \Delta c_n - \Delta t_m$  — невязки исходных уравнений, выражение в квадратных скобках — стабилизатор. В нем 1-е слагаемое не допускает больших абсолютных отклонений (вариаций)  $\Delta c$ , 2-е ограничивает сверху вертикальные, а 3-е — горизонтальные градиенты  $\Delta c$ . Априорная информация входит сюда в виде данных о типичных значениях среднеквадратичных флуктуации  $\langle (\Delta c)^2 \rangle^{1/2}$  и градиентов  $\langle (\partial \Delta c / \partial z)^2 \rangle^{1/2}$ ,  $\langle (\partial \Delta c / \partial x)^2 \rangle^{1/2}$ . Если нет веских оснований в пользу относительного усиления (или ослабления) какого-либо из членов стабилизатора, то можно положить  $A_0 = A_z = A_x = 1$ .

Минимум функционала (1.26) достигается при условиях:

$$\partial F / \partial (\Delta c_n) = 0, \quad n = 1, 2, \dots, N, \quad (1.27)$$

что эквивалентно линейной системе из  $N$  уравнений с  $N$  неизвестными. Ее приходится решать многократно для последовательно убывающих значений положительного параметра регуляризации  $\beta$ . Изменения  $\beta$  производятся до тех пор, пока

$$|\delta t|_{\max} = \max_m |\delta t_m| \leq |\delta t_{\text{изм}}|. \quad (1.28)$$

Дальнейшее уменьшение  $\beta$  в натуральных условиях не имеет смысла. В численных же экспериментах для выявления максимально достижимой точности восстановления  $\Delta c$  процедуру можно продолжить, поскольку  $\delta t_{\text{изм}} = 0$  ("идеальный" эксперимент) и к тому же поле  $\Delta c$  известно точно. Заметим, что уменьшением  $\beta$  можно уточнять  $\Delta c$  лишь до определенного предела, так как при  $\beta \rightarrow 0$  система (1.27) может потерять устойчивость.

### 1.5.2. Метод сингулярных разложений. Обобщенное обращение

Обратим внимание, что уравнения (1.27) при  $\beta = 0$ , реализующие известную схему метода наименьших квадратов, могут быть записаны в виде  $A^T A \Delta c = A^T \Delta t$  (обозначения такие же, как в (1.25)), т. е. задаются матрицей  $A^T A$  размером  $N \times N$  ( $N$  — число неизвестных) с неотрицательными собственными значениями  $\lambda_1^2 \geq \lambda_2^2 \geq \dots \geq \lambda_N^2 \geq 0$ . Эта система имеет единственное решение лишь в том случае, когда все  $\lambda_n^2 > 0$ . Если же учесть первый член (с  $A_0$ ) стабилизатора в (1.26), то система уравнений будет уже задаваться матрицей  $A^T A + \gamma^2 E$ , где  $\gamma^2 = \beta A_0 (M/N)$ ,  $E$  — единичная матрица. Собственные значения этой матрицы  $\lambda_n^2 + \gamma^2 \geq \gamma^2$  уже строго положительны, и соответствующее решение системы — единственное.

На основе матрицы  $A^T A$ , а также матрицы  $AA^T$  (размером  $M \times M$ ) с теми же ненулевыми собственными значениями  $\lambda_n^2$ , строится широко используемый в сейсмике и в акустической томографии океана метод сингулярных разложений для решения систем уравнений типа (1.24). В основе этого метода лежит хорошо известное в теории матриц утверждение, что любую матрицу  $A = \{a_{mn}\}$ , содержащую  $M$  строк и  $N$  столбцов, можно представить в виде разложения

$$A = U_s \Lambda_s V_s^T, \quad (1.29)$$

где матрицы  $U_s$ ,  $\Lambda_s$  и  $V_s^T$  определяются собственными векторами и собственными значениями (спектром) квадратных матриц  $A^T A$  и  $AA^T$

$$U_s = (U_1, \dots, U_s) = \begin{pmatrix} u_{11} & \dots & u_{1s} \\ \dots & \dots & \dots \\ u_{M1} & \dots & u_{Ms} \end{pmatrix}, \quad V_s = (V_1, \dots, V_s) = \begin{pmatrix} v_{11} & \dots & v_{1s} \\ \dots & \dots & \dots \\ v_{N1} & \dots & v_{Ns} \end{pmatrix},$$

$$\Lambda_s = \begin{pmatrix} \mu_1 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots \\ 0 & \dots & \mu_s \end{pmatrix}, \quad (1.30)$$

где матрицы-столбцы (векторы)  $U_i = (u_{1i}, \dots, u_{Mi})^T$  и  $V_i = (v_{1i}, \dots, v_{Ni})^T$  удовлетворяют уравнениям

$$AA^T U_i = \lambda_i^2 U_i, \quad i = 1, \dots, M, \quad (1.31)$$

$$A^T A V_i = \lambda_i^2 V_i, \quad i = 1, \dots, N, \quad (1.32)$$

причем ненулевые собственные значения  $\lambda_i^2$  ( $i = 1, \dots, s \leq \min(M, N)$ ) — одинаковы для обеих матриц  $AA^T$  и  $A^T A$ . Предполагается также, что  $\lambda_1^2 > \lambda_2^2 > \dots > \lambda_s^2 > 0$ , а векторы  $U_i$  и  $V_i$  — ортонормированы:

$$U_i^T U_j = V_i^T V_j = \delta_{ij}. \quad (1.33)$$

Векторы  $U_i$  и  $V_i$  при  $i > s$  соответствуют значениям  $\lambda_i = 0$ . Матрицы  $U_s$  и  $V_s$  образованы лишь столбцами  $U_i$  и  $V_i$ , соответствующими ненулевым собственным значениям  $\lambda_i^2$ . Числа  $\mu_i = |\lambda_i|$  называются сингулярными числами матрицы  $A$ , а векторы  $U_i$  и  $V_i$  — ее сингулярными базисами.

Используя представление (1.29), можно переписать систему (1.24) в виде  $U_s \Lambda_s V_s^T \Delta c = \Delta t$  или, перемножая матрицы,

$$\sum_{i=1}^s \mu_i (V_i^T \Delta c) U_i = \Delta t. \quad (1.34)$$

Если умножить обе части этой системы на  $U_k^T$ ,  $k = 1, \dots, M$ , то получим

$$V_k^T \Delta c = \mu_k^{-1} (U_k^T \Delta t), \quad k = 1, \dots, s, \quad (1.35a)$$

$$U_k^T \Delta t = 0, \quad k = s + 1, \dots, M. \quad (1.35b)$$

Система уравнений (1.35a) относительно  $\Delta c$  определена при  $s = N$  или недоопределена при  $s < N$ . Что же касается условий (1.35b), то их выполнение (или невыполнение) свидетельствует о совместимости или несовместимости системы (1.34). В случае невыполнения условий (1.35b) следует определить, что именно понимается под решением системы (1.34).

Структура системы (1.34) или эквивалентной ей системы (1.35) позволяет сделать некоторые общие выводы о связи наблюдаемых флуктуаций времен  $\Delta t$  с изменениями  $\Delta c$  и наоборот. Действительно, любое  $N$ -компонентное возмущение (вектор)  $\Delta c$  можно разложить по базису векторов  $V_i$ ,  $i = 1, \dots, N$

$$\Delta c = \sum_{i=1}^s \alpha_i V_i + \tilde{\Delta} c, \quad (1.36)$$

где  $\tilde{\Delta} c = \sum_{i=s+1}^N \alpha_i V_i$ , а  $\alpha_i = (V_i^T \Delta c)$ . Если подставить выражение (1.36) в систему (1.35a), то в силу ортогональности векторов  $V_i$  флуктуации вида  $\tilde{\Delta} c$  с произвольными коэффициентами  $\alpha_i$  никак не проявятся в наблюдениях  $\Delta t$ , т. е. вектор  $\tilde{\Delta} c$  восстанавливается по  $\Delta t$  неоднозначно, а лишь с точностью до  $\Delta c$ .

С другой стороны, любой вектор  $\Delta t$  может быть разложен по базису векторов  $U_i$ ,  $i = 1, \dots, M$

$$\Delta t = \sum_{i=1}^s \beta_i U_i + \tilde{\Delta} t, \quad (1.37)$$

где  $\tilde{\Delta} t = \sum_{i=s+1}^M \beta_i U_i$ , а  $\beta_i = (U_i^T \Delta t)$ .

Обращаясь теперь к (1.35a), видим, что временные флуктуации  $\Delta t$  не меняют правой части в этой системе и, следовательно, соответствуют одним и тем же проекциям  $\alpha_k = (V_k^T \Delta c)$ ,  $k = 1, \dots, s$ , по которым восстанавливается  $\Delta c$ . Это полезно учитывать при анализе влияния ошибок измерений  $\Delta t$  на качество восстановления поля



$\Delta c$ . Не всякие ошибки ухудшают точность восстановления  $\Delta c$ . Условия (1.35б), очевидно, эквивалентны требованиям  $\beta_k \Big|_{k=s+1, \dots, M} = 0$ .

Если искать  $\Delta c$  в виде разложения (1.36), то подставляя его в (1.35а), получим для коэффициентов  $\alpha_k$

$$\alpha_k = \mu_k^{-1} (U_k^T \Delta t), \quad k = 1, \dots, s. \quad (1.38)$$

Но тогда, отбрасывая компоненту  $\tilde{\Delta} c$ , определить которую матрица  $A$  принципиально не позволяет, получим

$$\Delta c_g = A_g^{-1} \Delta t = V_s \Lambda_s^{-1} U_s^T \Delta t = \sum_{k=1}^s \mu_k^{-1} (U_k^T \Delta t) V_k \quad (1.39)$$

— так называемое псевдообратное, или обобщенное обращение. Оно представляет собой линейную комбинацию первых  $s$  векторов  $V_k$  с коэффициентами, пропорциональными проекциям вектора  $\Delta t$  на первые  $s$  векторов  $U_k$ . Решение  $\Delta c_g$  обладает следующими свойствами:

1. При  $N = M = s$  вектор  $\Delta c_g$  совпадает с точным решением системы (1.34) и  $A_g^{-1} = A^{-1}$ .

2. Если  $M > N = s$ , т. е. число уравнений больше числа неизвестных и при этом  $s = N$ , то  $\Delta c_g$  не является точным, а соответствует решению системы (1.34) методом наименьших квадратов, полученному в результате минимизации квадрата модуля вектора невязки  $|A \Delta c - \Delta t|^2 = (A \Delta c - \Delta t)^T (A \Delta c - \Delta t)$ . Как можно показать,

$$\min |A \Delta c - \Delta t|^2 = |A \Delta c_g - \Delta t|^2 = |\tilde{\Delta} t|^2 = \sum_{k=s+1}^M \beta_k^2. \text{ Условия (1.35б), выра-$$

женные в виде  $\beta_k = 0, k = s + 1, \dots, M$ , вообще говоря, не выполняются.

Матрица  $A_g^{-1}$  выражается через  $A$  в виде  $A_g^{-1} = (A^T A)^{-1} A$ .

3. Если  $N > M = s$  (число уравнений меньше числа неизвестных и  $s = M$ ), то решение задачи (1.34) неоднозначно,  $\Delta c = \Delta c_g + \tilde{\Delta} c$ . При

$$\text{этом } |\Delta c|^2 = |\Delta c_g|^2 + |\tilde{\Delta} c|^2 = |\Delta c_g|^2 + \sum_{k=s+1}^M \alpha_k^2, \text{ т. е. } \Delta c_g \text{ — минимальное}$$

по норме решение. В данном случае  $A_g^{-1} = A^T (A A^T)^{-1}$ .

4. Если  $s < N$  и  $s < M$ , то  $\Delta c_g$  одновременно минимизирует  $|A \Delta c - \Delta t|^2$  и  $|\Delta c|^2$ .

Некоторые свойства такого способа инверсии, в частности разрешающая способность и устойчивость по отношению к погрешностям в измерениях  $\Delta t$ , изложены в [3]. Оценим, например, максимально достижимую (без ошибок измерений в  $\Delta t$ ) точность восстановления среды (т. е. вариации  $\Delta c$ ) методом сингулярных разложений. Для этого зададимся произвольным вектором  $\Delta c$  и, пользуясь системой уравнений (1.34), вычислим индуцированные этими возмущениями времена

$$\Delta t = \sum_{k=1}^s \mu_k (V_k^T \Delta c) U_k. \quad (1.40)$$

Выберем теперь эти времена  $\Delta t$  в качестве исходных для обобщенной инверсии (решим обратную задачу). Подставляя (1.40) в (1.39), получим

$$\Delta c_g = \sum_{k=1}^s (V_k^T \Delta c) V_k = V_s V_s^T \Delta c. \quad (1.41)$$

Здесь  $V_s V_s^T$  — матрица размером  $N \times N$ , называемая матрицей разрешения ( $\Delta c$  — точное значение,  $\Delta c_g$  — взвешенное среднее). Как видно, точное восстановление заданных значений  $\Delta c$  реализуется только в случае, когда  $V_s V_s^T = E$  ( $E$  — единичная диагональная матрица), что достигается при  $s = N$ .

Легко показать, что неточность инверсии (1.41) прямо связана с невозможностью точно аппроксимировать вектор  $\Delta c$  разложением по неполному базису векторов  $V_k$ ,  $k = 1, \dots, s$ . Действительно, вычисляя коэффициенты  $\alpha_k$  в выражении (1.36) по формуле  $\alpha_k = (V_k^T \Delta c)$ ,  $k = 1, \dots, s$  и пренебрегая компонентами с  $k > s$ , получим оценку

$$\hat{\Delta c} = \sum_{k=1}^s (V_k^T \Delta c) V_k = V_s V_s^T \Delta c, \quad (1.42)$$

в точности совпадающую с (1.41), т. е.  $\hat{\Delta c} = \Delta c_g$ . Строки матрицы разрешения дают весовые коэффициенты при отображении (в результате инверсии)  $\Delta c$  в  $\Delta c_g$ .

Если переписать матрицу  $V_s V_s^T$  в виде

$$V_s V_s^T = (V_1, \dots, V_s) \begin{pmatrix} V_1^T \\ \vdots \\ V_s^T \end{pmatrix} = \sum_{k=1}^s V_k V_k^T, \quad (1.43)$$

то можно убедиться в том, что

$$V_s V_s^T V_i = \begin{cases} V_i & i = 1, \dots, s \\ 0, & i = s+1, \dots, N, \end{cases} \quad (1.44)$$

т. е. векторы  $V_i$ ,  $i = 1, \dots, s$  являются собственными для матрицы разрешения. Им соответствуют собственные значения, равные единице. След матрицы разрешения, всегда равный сумме собственных значений, в данном случае равен  $s$  — числу ненулевых собственных значений.

Если, найдя в результате инверсии обобщенное решение  $\Delta c_g$ , подставить его в уравнение (1.34), пытаясь осуществить предсказание времен, то получим

$$\Delta t_g = \sum_{k=s}^s (U_k^T \Delta t) U_k = U_s U_s^T \Delta t = \sum_{m=1}^M q_m \Delta t_m, \quad (1.45)$$

где  $q_m$  — столбцы матрицы  $U_s U_s^T = (q_1, \dots, q_m)$ . Фактически именно  $\Delta t_g$ , а не  $\Delta t$  и используются для инверсии. Если матрица  $U_s U_s^T$  размером  $M \times M$  — единичная, то  $\Delta t_g = \Delta t$ . В общем случае используемые при построении томографического изображения векторы  $\Delta t_g$  выражаются в виде взвешенной суммы компонент вектора  $\Delta t = (\Delta t_1, \dots, \Delta t_m)^T$ .

Очевидно, что  $U_i$  ( $i = 1, \dots, M$ ) — собственные векторы матрицы  $U_s U_s^T$ , первые  $s$  из которых имеют собственные значения, равные единице, остальные — нулю. Поэтому сумма диагональных элементов матрицы  $U_s U_s^T$  равна  $s$ , т. е. рангу системы (1.29).

**Об устойчивости инверсии.** Если временные задержки  $\Delta t$  определены с погрешностями  $\delta t = (\delta t_1, \dots, \delta t_M)^T$ , то это приведет к погрешностям решения задачи инверсии  $\Delta c_g \rightarrow \Delta c_g + \delta c_g$ , где в соответствии с (1.39)

$$\delta c_g = \sum_{k=1}^s \mu_k^{-1} (U_k^T \delta t) V_k. \quad (1.46)$$

Эту погрешность можно характеризовать по-разному. Изменчивость "в целом" можно определить нормой вектора  $\delta c_g$

$$\|\Delta c_g\|^2 = \delta c_g^T \delta c_g = \sum_{k=1}^s \mu_k^{-2} (U_k^T \delta t)^2 = \sum_{k=1}^s \mu_k^{-2} (U_k^T \delta t \delta t^T U_k). \quad (1.47)$$

"Локальная" погрешность инверсии описывается матрицей

$$\begin{aligned} \delta c_g \delta c_g^T &= \sum_{k,l=1}^s \mu_k^{-1} \mu_l^{-1} (U_k^T \delta t) (U_l^T \delta t) V_k V_l^T = \\ &= \sum_{k,l=1}^s \mu_k^{-1} \mu_l^{-1} (U_k^T \delta t \delta t^T U_l^T) V_k V_l^T. \end{aligned} \quad (1.48)$$

Матрица ошибок позволяет оценить абсолютную и относительную погрешности компонент вектора  $\Delta c_g$ . В частном случае, когда

$$\delta t \delta t^T = \begin{Bmatrix} \sigma_{11}^2 & \dots & 0 \\ 0 & \dots & \sigma_{MM}^2 \end{Bmatrix}, \text{ имеем}$$

$$\delta c_g \delta c_g^T = \sum_{k=1}^s \mu_k^{-2} V_k V_k^T \sigma_{kk}^2. \quad (1.49)$$

Сравнивая выражения (1.44) и (1.49), отметим, что с ростом  $s$  разрешение улучшается:  $V_s V_s^T \rightarrow E$ , но при этом (из-за убывания  $\mu_k$  с ростом  $k$ ) растет погрешность. Приемлемый для практики компромисс можно попытаться достичь, остановив суммирование на некотором  $s_0 < s$ .

Выражения (1.46)–(1.48) легко обобщаются на случай, когда погрешности  $\delta t$  имеют случайный характер и известна матрица  $\langle \delta t \delta t^T \rangle$ , где под  $\langle \rangle$  подразумевается статистическое усреднение.

### 1.5.3. Статистический подход к решению задачи инверсии

В этом случае флуктуации поля скорости звука  $\Delta c(r, t)$  ( $r$  – 3-мерный радиус-вектор точки пространства,  $t$  – время) предполагаются случайными. При этом  $\langle \Delta c \rangle = 0$ , а среднее поле скорости звука  $c = \langle c(r, t) \rangle$  зависит от  $r$  (не следует отождествлять флуктуацию в точке  $r$  с используемым выше вектором  $\Delta c = (\Delta c_1, \dots, \Delta c_N)^T$ , составленным из флуктуаций скорости звука в  $N$  точках). Предпо-

лагается (априорная информация), что поле  $\Delta c$  — стационарно и известна его корреляционная функция  $G(r_1, r_2) = \langle \Delta c(r_1, t) \Delta c(r_2, t) \rangle$ . Необходимый для усреднения ансамбль реализаций среды может быть накоплен в результате предшествующих измерений скорости звука в данном районе океана. Допускается также, что измеряемые флуктуации  $\Delta t$  зашумлены

$$\Delta t_m = - \int_{\Gamma^0} (\Delta c / c_0^2) ds + \delta t_m, \quad m = 1, \dots, M.$$

Здесь  $\delta t_m$  — компоненты вектора  $\delta t$ , связанные с техническими погрешностями измерений, а также "шумами" физического происхождения (влияние внутренних волн, тонкой структуры и др.). При этом считается, что  $\langle \delta t_m \rangle = \langle \Delta c \delta t_m \rangle = 0$ .

Следуя [171], ищем приближенную оценку флуктуаций  $\tilde{\Delta c}$  в виде линейной комбинации вариаций времен прихода  $\Delta t_m$

$$\tilde{\Delta c}(r, t) = \sum_{m=1}^M L_m(r) \Delta t_m = L \Delta t, \quad (1.50)$$

где  $L = (L_1, \dots, L_M)$  — матрица-строка из пока неизвестных величин  $L_m$ , а  $\Delta t = (\Delta t_1, \dots, \Delta t_M)^T$ . Подберем их из условия минимума среднеквадратичной разности

$$E = \langle (\Delta c - \tilde{\Delta c})^2 \rangle = \langle (\Delta c)^2 \rangle - 2 \langle \Delta c \tilde{\Delta c} \rangle + \langle (\tilde{\Delta c})^2 \rangle. \quad (1.51)$$

Подставляя (1.50) в уравнение (1.51), найдем, что

$$E = \langle (\Delta c)^2 \rangle - 2 \sum_{m=1}^M L_m \langle \Delta t_m \Delta c \rangle + \sum_{m,k=1}^M L_k L_m \langle \Delta t_m \Delta t_k \rangle. \quad (1.52)$$

Потребовав, чтобы  $\partial E / \partial L_k = 0$  при  $k = 1, 2, \dots, M$ , придем к системе линейных уравнений относительно  $L_m$

$$\sum_{m=1}^M \langle \Delta t_m \Delta t_k \rangle L_m = \langle \Delta t_k \Delta c \rangle, \quad k = 1, 2, \dots, M, \quad (1.53)$$

или в матричной форме

$$\langle \Delta t \Delta t^T \rangle L^T = \langle \Delta t \Delta c(r, t) \rangle. \quad (1.53a)$$

При этом матричные коэффициенты  $\langle \Delta t_m \Delta t_k \rangle$  и правые части  $\langle \Delta t_k \Delta c \rangle$  выражаются через корреляционную функцию  $G$ , а именно

$$\begin{aligned} \langle \Delta c(r, t) \Delta t_k \rangle &= - \int_{\Gamma_k^0} c_0^{-2} [R_k(s)] G[r, R_k(s)] ds, \\ \langle \Delta t_m \Delta t_k \rangle &= \int_{\Gamma_k^0} \int_{\Gamma_m^0} c_0^{-2} [R_k(s_1)] c_0^{-2} [R_m(s_2)] G[R_m(s_1), R_k(s_2)] ds_1 ds_2 + \\ &+ \langle \delta t_m \delta t_k \rangle. \end{aligned}$$

Здесь  $R_k(s)$  — радиус-вектор текущей точки на траектории  $k$ -го опорного луча  $\Gamma_k^0$ ,  $r$  — точка наблюдения. Разрешив систему (1.53) относительно  $L$  и подставив последние в уравнение (1.50), получим оценку 3-мерного флуктуационного поля в виде

$$\Delta \tilde{c}(r, t) = \langle \Delta c(r, t) \Delta t^T \rangle \langle \Delta t \Delta t^T \rangle^{-1} \Delta t. \quad (1.536)$$

Заметим, что поскольку корреляционная функция  $G$  входит линейно в левую и правую части системы (1.53), ее нужно знать лишь с точностью до постоянного множителя. Отметим также, что выражение (1.536) определяет значение флуктуационного поля  $\Delta c$  в любой точке пространства.

Часто статистический подход используется для решения дискретных систем вида

$$A \Delta c + \delta t = \Delta t \quad (1.54)$$

со случайными  $\Delta c$ ,  $\delta t$ , а следовательно и  $\Delta t$ . Здесь  $\Delta c = (\Delta c_1, \dots, \Delta c_N)^T$ ,  $\delta t = (\delta t_1, \dots, \delta t_M)^T$ ,  $\Delta t = (\Delta t_1, \dots, \Delta t_M)^T$ , а  $A$  — матрица из  $M$  строк и  $N$  столбцов. К такой постановке задачи приводит определение функции  $\Delta c(r, t)$  ее значениями в  $N$  точках. Если  $\langle \Delta c \rangle = \langle \delta t \rangle = 0$  и  $\Delta c$  не коррелирует с  $\delta t$ , то оценка решения в виде линейной комбинации исходных данных  $\Delta \tilde{c} = L \Delta t$  (где элементы матрицы  $L$  из  $N$  строк и  $M$  столбцов находятся из условия минимальности величины  $\langle |\Delta c - \Delta \tilde{c}|^2 \rangle$ ) приводит [3] к матричному уравнению  $L \langle \Delta t \Delta t^T \rangle = \langle \Delta c \Delta t^T \rangle$ .

Отсюда  $L = \langle \Delta c \Delta t^T \rangle \langle \Delta t \Delta t^T \rangle^{-1}$ .

Воспользовавшись связью системы (1.54) и некоррелированностью  $\Delta c$  и  $\delta t$ , получим

$$L = \Psi_{\Delta c} A^T (A \Psi_{\Delta c} A^T + \Psi_{\delta t})^{-1}, \quad (1.55)$$

где матрицы

$$\Psi_{\Delta c} = \langle \Delta c \Delta c^T \rangle \text{ и } \Psi_{\delta t} = \langle \delta t \delta t^T \rangle$$

предполагаются известными. В частном случае, когда  $\Psi_{\Delta c} = \sigma_{\Delta c}^2 E$  и  $\Psi_{\delta t} = \sigma_{\delta t}^2 E$ , получим  $L = A^T (A A^T + \epsilon^2 E)^{-1}$ , где  $\epsilon^2 = \sigma_{\delta t}^2 / \sigma_{\Delta c}^2$ . Заметим, что при  $\epsilon \rightarrow 0$   $L \rightarrow A^T (A A^T)^{-1} \rightarrow A_g^{-1}$ , т. е.  $L \Delta t$  стремится к обобщенному решению для случая  $N > M$ , хотя в системе (1.54) соотношения между  $M$  и  $N$  произвольны.

Как можно показать, представив полученное решение в виде сингулярного разложения, член  $\epsilon^2 E$  подавляет вклад, вносимый собственными векторами, соответствующими малым сингулярным числам, тем самым стабилизируя решение. При этом разрешение ухудшается.

## 2. МЕТОДЫ РЕКОНСТРУКЦИИ ГИРОМАСШТАБНЫХ И СИНОПТИЧЕСКИХ НЕОДНОРОДНОСТЕЙ

---

### 2.1. ЛУЧЕВОЙ МЕТОД

#### 2.1.1. Организация акустического мониторинга океана

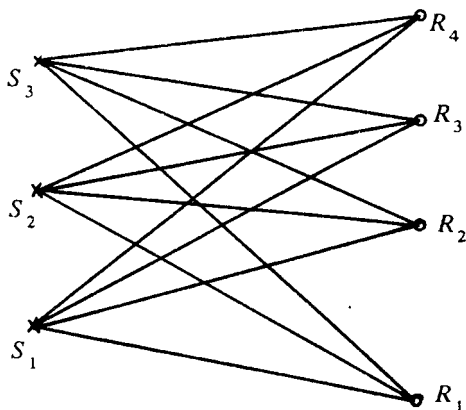
Как уже говорилось, идея лучевой акустической томографии океана заключается в том [223], чтобы, расположив в пределах исследуемой акватории требуемое количество источников и приемников звука (рис. 2.1), восстановить пространственно-временную структуру неоднородностей океанической среды по измеряемым вариациям времен распространения прошедших через среду звуковых сигналов. В этом разделе под восстановлением параметров среды понимается определение поля скорости звука.

Выбор в качестве носителя информации о среде времени распространения сигнала оправдан тем, что, во-первых, для этого времени существует точное аналитическое выражение даже в случае трехмерно-неоднородной среды, во-вторых, это технически наиболее легко измеримый параметр. Все прочие характеристики звукового поля (интенсивность, модовый состав, угловой спектр и т. п.) либо трудно измеримы, либо в случае неоднородных сред описываются только приближенными выражениями, возможность использования которых на больших дистанциях проблематична.

Далее, воспользовавшись каким-либо из описанных в разд. 1.4 способов дискретизации поля скорости звука для исследуемой акватории, можно рассчитать времена прихода звуковых сигналов численно как функции параметров дискретизации среды. В сопоставлении измеренных времен распространения с рассчитанными для различных параметров дискретизации с целью нахождения наилучшего соответствия и заключается процесс восстановления поля скорости звука. Фактически задача сводится к минимизации некоторого функционала, например среднеквадратичной невязки времен распространения сигналов. Этот функционал является нелинейным по параметрам дискретизации, что существенно осложняет



Рис. 2.1. Традиционная схема акустической томографии океана:  $S_1, S_2, S_3$  — источники,  $R_1, R_2, R_3, R_4$  — приемники



процесс его минимизации и требует многократных (каждый раз для нового набора параметров дискретизации) трудоемких вычислений времен распространения звуковых сигналов. Поэтому как в предложенной Манком и Вуншем схеме лучевой акустической томографии [223], так и во всех последующих работах, используется, как правило, линейное приближение для связи рассчитываемых времен распространения сигналов с параметрами дискретизации. Это позволяет свести задачу к решению линейной алгебраической системы уравнений типа (1.24) или к минимизации квадратичного функционала. Именно такая методика и была реализована в первых натуральных экспериментах [229, 243, 201]. Однако и в этом случае вычислительная часть задачи оставалась весьма трудоемкой и была связана с трехмерностью ее общей постановки, что приводило как к большой размерности плохо обусловленных систем линейных уравнений, так и к необходимости расчета элементов матрицы этой системы с учетом трехмерности звуковых лучей. Если в случае, когда на всем протяжении распространения звука его взаимодействие с неровным дном океана остается существенным (например, для случая мелкого моря) и учет трехмерности задачи является обязательным, то в условиях ярко выраженного звукового канала (глубокое море) появляется возможность несколько упростить задачу.

Многочисленные расчеты распространения звука, а также натурные эксперименты показывают (исключая некоторые экзотические ситуации [34, 214, 218]), что горизонтальная рефракция лучей даже в условиях неоднородностей синоптических масштабов остается малой. Лучи практически не выходят из вертикальной плоскости, содержащей источник и приемник, а связанные с их отклонениями от этой плоскости дополнительные вариации времен прихода сигналов обычно не превышают 0,01% от их абсолютных значений [43]. Поэтому представляется возможным, во всяком случае в первом

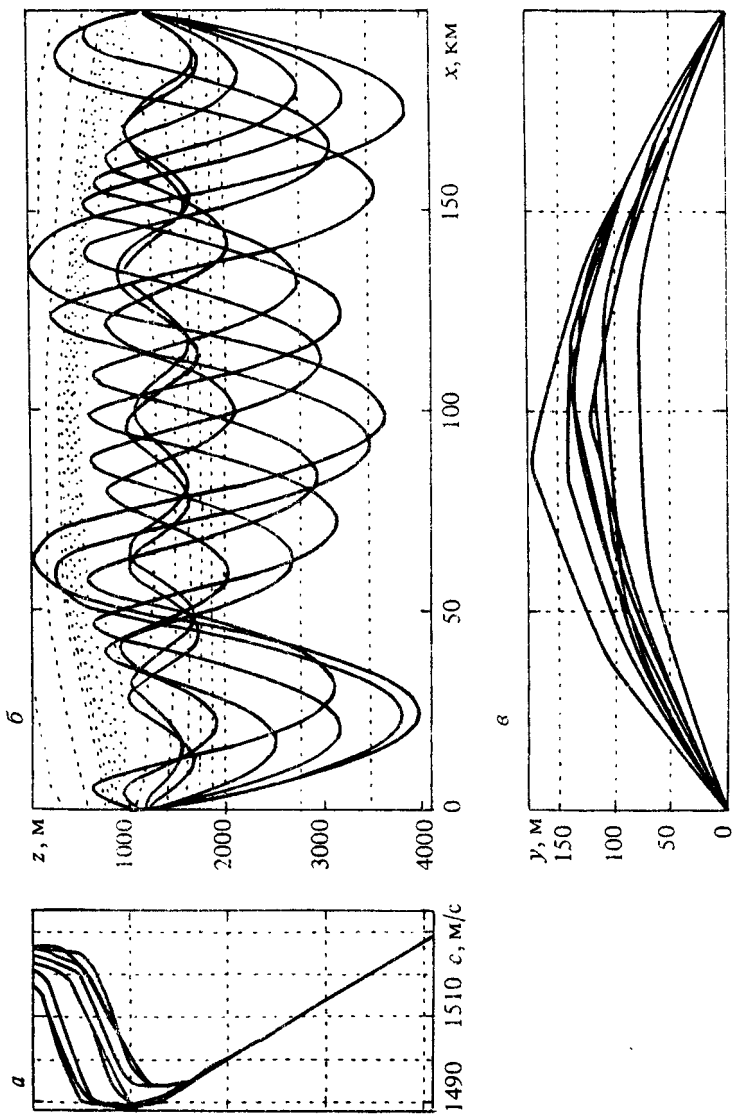


Рис. 2.2. Рефракция лучей при прохождении через мощный вихрь: а — профили скорости звука в вихре; б — лучевые траектории в вертикальной плоскости на фоне изолиней поля скорости звука; в — горизонтальная рефракция лучей

приближении, восстанавливать параметры среды независимо в каждом вертикальном сечении, содержащем пару источник — приемник, а в областях между этими сечениями воспользоваться, например, одним из известных способов интерполяции [46]. На рис. 2.2 представлен типичный вид лучевых траекторий в вертикальной (б) и горизонтальной (в) плоскостях для достаточно сильной цилиндрически симметричной неоднородности радиусом 200 км и  $\max |\Delta c| = 30$  м/с, профили скорости звука в которой показаны на рис. 2.2, а, а изолинии — точечными линиями на рис. 2.2, б.

Снижение размерности задачи инверсии до двумерной приводит к ее значительному упрощению, правда, ценой потери части информации о взаимном расположении неоднородностей на исследуемой акватории океана. В этой связи представляется более целесообразным решать задачу в два приема. На первом этапе производится так называемая "малопараметрическая" томография в горизонтальной плоскости, позволяющая грубо определить местоположение неоднородностей на акватории. С учетом этого на втором этапе решаются двумерные, уже "многопараметрические" томографические задачи для отдельных вертикальных плоских сечений среды. Этот подход будет подробнее обсужден ниже, в разд. 2.2.3.

### 2.1.2. Интегральное уравнение и его линеаризация

Приведем основные соотношения линейной лучевой томографии для двумерного случая (в вертикальной плоскости, содержащей источник и приемник), которые могут быть легко обобщены и на трехмерный.

Пусть  $c(x, z, t) = c_0(x, z) + \Delta c(x, z, t)$  — поле скорости звука в среде в момент времени  $t$ , где  $c_0$  — известное, "опорное" состояние поля скорости звука, например, климатически-среднее распределение или его состояние в момент начала томографического эксперимента, а  $\Delta c$  — подлежащая определению вариация. И пусть вектор  $V(x, z, t)$  — неизвестная скорость течений. Время  $t_m$  распространения звукового сигнала по лучу  $\Gamma_m$ , соединяющему какой-либо из источников с каким-либо из приемников (с учетом только членов первого порядка по числу Маха  $M = |V|/c$ ), связано с  $\Delta c$  и  $V$  соотношением

$$t_m = \int_{\Gamma_m} (c_0 + \Delta c + V l_m)^{-1} d\sigma, \quad m = 1, 2, \dots, M, \quad (2.1)$$

где  $d\sigma$  — элемент длины луча  $\Gamma_m$ ,  $l_m$  — единичный вектор, касатель-

ный к лучу в каждой его точке. Форма луча, в свою очередь, зависит от  $\Delta c(x, z)$  и  $V(x, z)$  (в дальнейшем будем опускать зависимость  $\Delta c$  и  $V$  от  $t$ ). Задача томографии (инверсии) сводится к тому, чтобы по набору  $t_m$  определить  $\Delta c$  и  $V$ . Как видно, в точной постановке задача нелинейная. Однако в случае томографии океана имеется малый параметр  $\varepsilon = \max\{|\Delta c|/c + |V|/c\}$ , который обычно не превосходит 0,02. Разлагая правую часть соотношения (2.1) по степеням этого параметра, получим

$$t_m = t_m^{(0)} + \Delta t_m^{(1)} + \Delta t_m^{(2)} + \dots, \quad (2.2)$$

где  $t_m^{(0)} = \int_{\Gamma_m^0} c_0^{-1} ds$  — время распространения сигнала в "опорной"

( $\Delta c = |V| = 0$ ) среде по лучу  $\Gamma_m^0$ , в который переходит луч  $\Gamma_m$  при  $\varepsilon \rightarrow 0$  (процедура установления такого соответствия между лучами  $\Gamma_m$  и  $\Gamma_m^0$  называется идентификацией лучей). Значения  $t_m^{(0)}$  и траектории  $\Gamma_m^0$  предполагаются известными,  $ds$  — элемент длины луча  $\Gamma_m^0$ . Член  $\Delta t_m^{(1)} = - \int_{\Gamma_m^0} c_0^{-2} (\Delta c + V l_m) ds$  — линейная поправка к  $t_m^{(0)}$ .

Именно это соотношение и положено в основу томографической схемы, предложенной Манком и Вуншем (см. также приложение 2).

При попытке определить последующие нелинейные по  $\varepsilon$  члены ряда соотношения (2.2) возникают трудности объединения величин одного порядка по  $\varepsilon$ , часть из которых связана с тем, что  $\Delta c$  входит в знаменатель подынтегрального выражения в формуле (2.1), а другая — с изменчивостью формы траектории  $\Gamma_m$  под влиянием  $\Delta c$  и  $V$ . Эту процедуру можно сделать регулярной, если преобразовать выражение (2.1) в интеграл по опорному лучу  $\Gamma_m^0$  и затем разложить подынтегральное выражение по степеням  $\varepsilon$ . В частности, при  $V = 0$  получим (см. приложение 2), что квадратичный член

$$\Delta t_m^{(2)} = \int_{\Gamma_m^0} \left\{ (\Delta c/c_0)^2 - [(dp_m/ds)^2 - p_m^2 c_0^{-1} (n_m^0 \nabla)^2 c_0] / 2 \right\} c_0^{-1} ds \quad (2.3)$$

выражается через  $\Delta c$  и  $p_m(s)$  — отклонение (по нормали  $n_m^0$  к  $\Gamma_m^0$ ) истинного луча  $\Gamma_m$  от опорного  $\Gamma_m^0$ , которое является решением краевой задачи

$$c_0 d(c_0^{-1} dp_m/ds) ds + p_m c_0^{-1} (n_m^0 \nabla) c = - (n_m^0 \nabla) (\Delta c/c_0),$$

$$\rho_m(0) = \rho_m(S) = 0. \quad (2.4)$$

Здесь  $S$  — полная длина  $m$ -го опорного луча  $\Gamma_m^0$ , член  $(\Delta c/c)^2$  в уравнении (2.3) учитывает вклад квадратичной нелинейности при распространении сигнала по опорному лучу, остальные слагаемые — временные поправки того же порядка из-за отклонений луча  $\Gamma_m$  от  $\Gamma_m^0$ , вызванных вариацией  $\Delta c$ . Поскольку обычно  $|V/\Delta c| \ll 1$ , будем считать  $\Delta t_m^{(2)}$  оценкой квадратичных членов и для случая с течением.

Пусть параметр  $\varepsilon$  достаточно мал, так что квадратичный член в выражении (2.2) много меньше линейного,

$$|\Delta t_m^{(2)}| \ll \Delta t_m^{(1)}, \quad (2.5)$$

и, кроме того,

$$|\Delta t_m^{(2)}| \ll \delta t_{\text{изм}}, \quad (2.6)$$

где  $\delta t_{\text{изм}}$  — допустимая экспериментальная погрешность измерений времен распространения  $t_m$ . Неравенство (2.6) обычно более жесткое, поскольку величина погрешности  $|\delta t_{\text{изм}}|$  не должна превышать нескольких единиц (десятка) миллисекунд, в противном случае, как было показано в численных и натуральных экспериментах, точность восстановления  $\Delta c$  будет неудовлетворительной. В этих условиях от соотношения (2.1) переходим к линейной задаче томографии

$$\Delta t_m^{(\rightarrow)} = - \int_{\Gamma_m^0} c_0^{-2} (\Delta c + V l_m) ds, \quad m = 1, 2, \dots, M, \quad (2.7)$$

где вариация времени прихода сигнала по  $m$ -му лучу  $\Delta t_m^{(\rightarrow)} = t_m - t_m^0$ , а  $t_m$  — измеряемая величина. Уравнения (2.7) записываются для каждого из лучей, соединяющих какой-либо из источников с одним из приемников. Общее количество лучей  $M = p \cdot r \cdot l$ , где  $p$  — число источников,  $r$  — число приемников, а  $l$  — среднее количество лучей, соединяющих каждую пару источник-приемник. Параметр  $l$  определяется геометрией расстановки источников и приемников в пространстве и свойствами среды. Как правило,  $l$  растет с увеличением дистанции.

При переходе от уравнения (2.1) к уравнению (2.7) контур интегрирования  $\Gamma_m$  был заменен на  $\Gamma_m^0$  и под интегралом удержаны лишь линейные по  $\Delta c$  и  $V$  члены. Оценим грубо область применимости уравнения (2.7), исходя из критерия (2.6). Удерживая в

формуле (2.3) лишь 1-й член и производя усреднение по лучу  $\Gamma_m^0$  (будем обозначать усреднение как  $\langle \rangle_{\Gamma_m^0}$ ), найдем приближенно

$$|\Delta t_m^{(2)}| = \langle (\Delta c/c_0)^2 \rangle_{\Gamma_m^0} t_m^0 \approx \langle (\Delta c/c_0)^2 \rangle (R/c_{00}),$$

где  $c_{00} = 1,5$  км/с, а  $R$  — дистанция между источником и приемником, соединенными лучом  $\Gamma_m^0$ . При  $|\delta t_{\text{изм}}| \approx 10$  мс получим

$$|\langle (\Delta c/c_0)^2 \rangle_{\Gamma_m^0}| \leq 1,5 \cdot 10^{-2} R^{-1} \quad (R \text{ в км}). \quad (2.8)$$

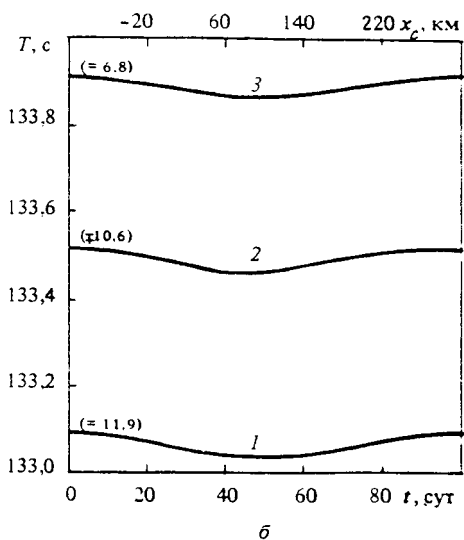
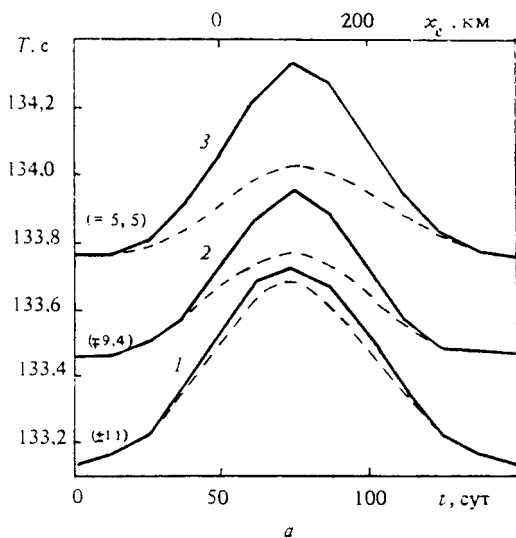
Отсюда следует, что для звуковых трасс протяженностью в несколько сотен километров среднеквадратичные флуктуации скорости звука вдоль лучей  $\langle (\Delta c)^2 \rangle_{\Gamma_m^0}^{1/2}$  не должны превышать величины

порядка 10 м/с. Для уточнения оценки понадобилось бы учесть длину пути, проходимого  $m$ -м лучом в области, занятой неоднородностью, положение источника и приемника относительно неоднородности и т. п. Может случиться, что для некоторых лучей линейное приближение (2.7) еще справедливо, а для других уже не годится.

Для иллюстрации сказанного проверим выполнение критерия линейности неравенств (2.5) и (2.6) в двух частных случаях, когда неоднородности  $\Delta c$  создавались на фоне слоистой среды  $c_0(z)$  движущимися вдоль звуковой трассы (со скоростью 4 км/сут) изолированными "холодным" и "теплым" вихрями, наблюдавшимися в Атлантическом океане. Скоростью течений в вихрях пренебрегалось.

В первом случае это был ринг Гольфстрима радиусом около 200 км с холодным ядром, вариации скорости в котором достигали 30 м/с, а  $\Delta c/c_0 \approx -2 \cdot 10^{-2}$ . Его поперечный разрез, показанный на рис. 2.3, взят из работы [233]. Источник и приемник звука располагались в модели на глубине 1175 м. Дистанция между ними — 200 км. На рис. 2.4, а изображена рассчитанная временная диаграмма, по оси абсцисс которой отложено время (в сутках) с начала наблюдений, а по оси ординат — время распространения  $t_m$  звукового сигнала. Кривые 1–3 на рисунке соответствуют различным лучам. В момент  $t = 0$  вихрь, надвигаясь на звуковую трассу, коснулся источника своей внешней границей, в момент  $t = 75$  сут его ядро располагалось посередине трассы и при  $t = 150$  сут он ее покинул. Шкала  $x_c$  введена, чтобы обозначить положение центра вихря относительно звуковой трассы в различные моменты времени. Временная диаграмма при  $t < 0$  и  $t > 150$  сут соответствует опорному





**Рис. 2.4.** Временные диаграммы при перемещении центра вихря вдоль звуковой трассы: а — для ринга Гольфстрима; б — для вихря Саргассова моря



(в данном случае слоистому) распределению  $c_0(z)$  (при этом  $t_m = t_m^0$ ). В скобках над кривыми цифра указывает направление выхода из источника (в градусах). Знак "+" соответствует выходу/приходу луча в направлении снизу-вверх, знак "-" — сверху-вниз. Как и следовало ожидать, по мере продвижения холодного вихря время распространения сигналов по всем лучам увеличивается. Максимальные флуктуации времен  $\Delta t_m = t_m - t_m^{(0)}$  для пришедшего первым звукового сигнала по 1-му лучу составляют 593 мс, по 2-му — 488 мс, по 3-му — 570 мс. Эти максимумы достигаются, когда центр вихря расположен посередине звуковой трассы. Пунктиром на том же рисунке нанесены времена пробега сигналов  $t_m = \int_{\Gamma_m^0} (c_0 + \Delta c)^{-1} ds$ ,

рассчитанные по лучам слоистой среды  $\Gamma_m^0$ , но с учетом встретившихся по пути связанных с вихрем неоднородностей. Расхождение кривых, соответствующих лучам одного номера, есть ошибка линеаризации. Как видно, максимальное значение ошибки для 1-го луча составляет 44 мс, для 2-го — 185 мс и для 3-го — 310 мс. Отсюда следует, что, по крайней мере для первых трех лучей, неравенство (6.6) (при  $\delta t_{\text{изм}} \approx 10$  мс) не выполняется, поэтому замена  $\Gamma_m$  на  $\Gamma_m^0$  невозможна. На это также указывает и упрощенный критерий неравенства (2.8).

Проблемы линеаризации, по-видимому, не возникает в случае относительно слабого "теплого" вихря ( $\Delta c/c \sim 4 \cdot 10^{-3}$ ), радиусом около 100 км, который наблюдался в юго-западной части Саргассова моря. Структура этого вихря изображена на рис. 2.5, а на рис. 2.4, б приведена соответствующая временная диаграмма. Флуктуации  $\Delta t_m$  для всех учтенных лучей невелики, порядка 40 мс. Ошибка при расчете флуктуаций по лучам для слоистой среды в данном случае не превышала 5 мс, так что линеаризация допустима. Критерий (2.8) опять "срабатывает". Для трасс протяженностью много большей размера вихря относительный вклад нелинейных членов  $\Delta t_m^{(2)}$  может возрасти. Так, в [236] на основе проведенных 5-ти численных расчетов с полем скорости звука, соответствующим различным районам Мирового океана, утверждается, что на трассах порядка 1000 км для вихрей с аномалией скорости звука 2–4 м/с отношение  $|\Delta t_m^{(2)} / (\Delta t_m^{(1)} + \Delta t_m^{(2)})|$  для некоторых лучей достигало значений 0,17–0,9. При этом величина нелинейного члена  $\Delta t_m^{(2)}$  слабо зависела от положения вихрей на трассе и оставалась, как и в случае малых трасс, примерно пропорциональной параметру  $\epsilon^2$  и длине звуковой

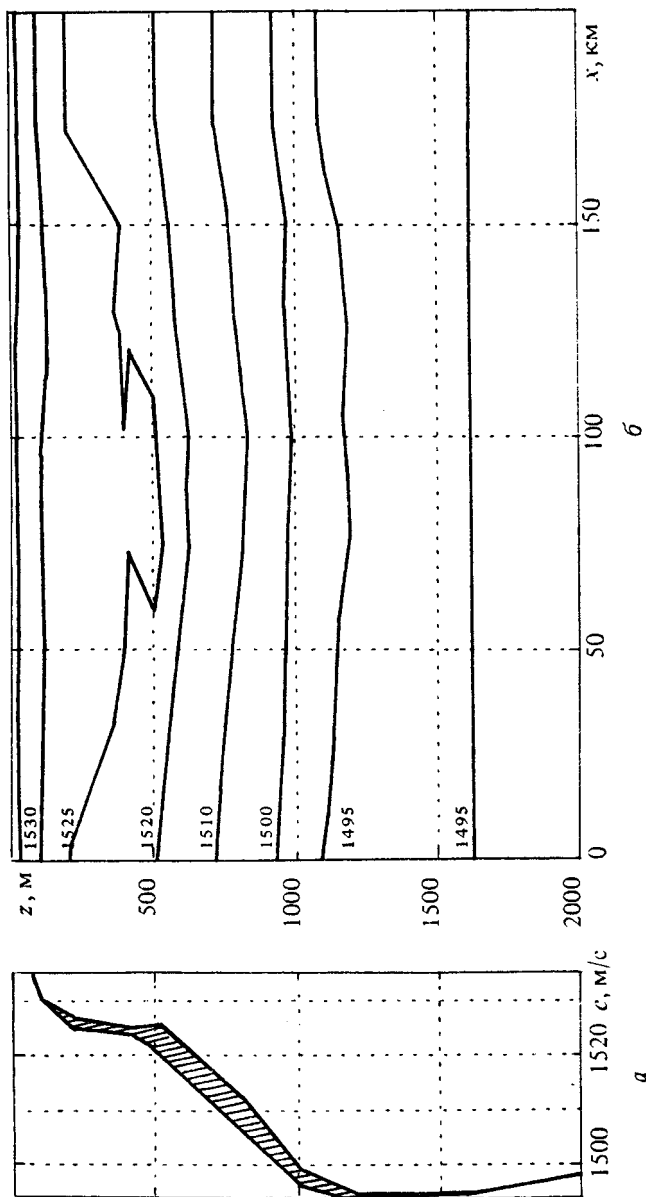


Рис. 2.5. Структура водря Саргассова моря: *а* — характерные профили скорости звука; *б* — изолинии поля скорости звука в вертикальной плоскости

трассы  $R$ . В работе [236] также делается вывод, что при синоптических флуктуациях среды с  $|\Delta c| > 5$  м/с линейная томография на больших трассах может быть ошибочной.

Вернемся к соотношению (2.7). Если точки излучения и приема поменять местами, то из-за наличия течения время распространения сигнала изменится, и вместо  $\Delta t_m^{(\rightarrow)}$  из соотношения (2.7) получим

$$\Delta t_m^{(\leftarrow)} = - \int_{\Gamma_m^0} c_0^{-2} (\Delta c - V t_m^0) ds, \quad m = 1, \dots, M, \quad (2.9)$$

измеряемую так же, как и  $\Delta t_m^{(\rightarrow)}$ , линейную по  $\Delta c$  и  $V$  флуктуацию времени прихода сигнала по лучу  $\Gamma_m^0$ , но при его распространении в обратном направлении. Складывая и вычитая почленно уравнения (2.7) и (2.9), получаем отдельно уравнения для  $\Delta c$  и  $V t_m^0$

$$- \int_{\Gamma_m^0} c_0^{-2} \Delta c ds = \Delta t_m, \quad (2.10)$$

$$- \int_{\Gamma_m^0} c_0^{-2} (V t_m^0) ds = \Delta^* t_m, \quad (2.11)$$

где  $\Delta t_m = (\Delta t_m^{(\rightarrow)} + \Delta t_m^{(\leftarrow)})/2$ ,  $\Delta^* t_m = (\Delta t_m^{(\rightarrow)} - \Delta t_m^{(\leftarrow)})/2$ .

Отметим, что при выводе этих соотношений предполагалась достаточная близость истинных лучевых траекторий к опорной  $\Gamma_m^0$ , в том числе и при противоположных направлениях распространения звука между корреспондирующими точками. Заметим также, что в изложенной схеме лучевой акустической томографии определяется не истинный вектор скорости течения  $V$ , а его проекция на текущий направляющий вектор  $t_m^0$   $m$ -го опорного луча  $V t_m^0$ . И только в случае, когда наклоны информативных лучей в вертикальной плоскости малы, а в трехмерном варианте схемы мала и горизонтальная рефракция опорных лучей, вектор  $t_m^0$  в уравнении (2.11) можно приближенно заменить на единичный орт  $e$ , лежащий в горизонтальной плоскости и направленный из точки излучения в точку приема. Тогда, положив  $V_0 = V e$ , вместо формулы (2.11) получим

$$- \int_{\Gamma_m^0} c_0^{-2} V_0 ds = \Delta^* t_m. \quad (2.12)$$

Обратим внимание на то, что уравнения (2.10) для флуктуаций скорости звука и (2.12) для течения идентичны по структуре. Следо-

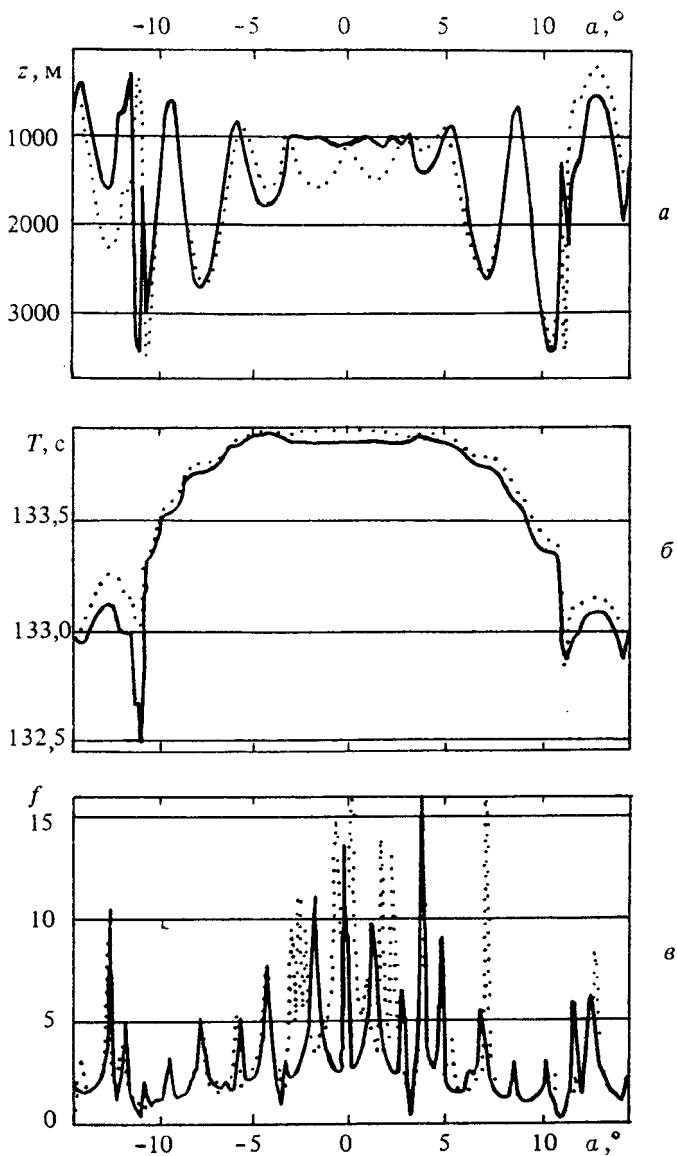
вательно, совпадают и способы решения задач линейной лучевой томографии относительно  $\Delta c$  и скорости течений  $V_0$ . Поэтому в дальнейшем сосредоточимся на уравнении (2.10).

### 2.1.3. О соотношении между числом неизвестных и уравнений

Оценим количество уравнений (лучей) для определения неизвестных параметров дискретизации. Пусть  $l$  — число водных лучей, соединяющих один источник с одним приемником. При заданной дистанции  $R$  величину  $l$  можно найти с помощью так называемой  $Z(\alpha)$ -диаграммы (зависимости горизонта прихода луча на дистанции  $R$  от его угла выхода  $\alpha$  из источника). В частности, для опорного поля  $c_0(z)$ , показанного левой сплошной линией на рис. 2.5,  $a$  (профиль скорости звука на периферии теплого вихря из разд. 2.1.2), пример такой диаграммы представлен точечной линией на рис. 2.6,  $a$ . Источник звука располагался на глубине 1000 м, дистанция  $R = 200$  км. Диапазон изменения углов  $\alpha$  соответствует водным лучам, не касающимся дна и поверхности океана. В приемник, расположенный на глубине  $z_r$ , приходят лучи с углами выхода из источника  $\alpha_m$  ( $m = 1, \dots, l$ ), соответствующими абсциссам точек пересечения функции  $Z(\alpha)$  с прямой  $z = z_r$ .

Отметим, что изучение диаграмм  $Z(\alpha)$ , учитывающих специфику условий распространения звука в данном районе океана, облегчает выбор глубины расположения приемника  $Z_r$ . Она должна быть такой, чтобы приходящие в приемник лучи были далеки от каустик — экстремальных точек функции  $Z(\alpha)$ . В противном случае уже малые вариации  $\Delta c$  могут привести к исчезновению прежних или появлению новых лучей, что не дает возможности использовать их в качестве опорных при линеаризации томографической схемы. Для иллюстрации этого эффекта на рис. 2.6,  $a$  сплошной линией приведена диаграмма  $Z(\alpha)$  для случая, когда "теплый" вихрь проходил через центр звуковой трассы. Из сравнения двух  $Z(\alpha)$ -диаграмм видно, что пологие лучи с углами скольжения от  $-3^\circ$  до  $+3^\circ$  будут нестабильны, если точку приема расположить на глубинах 1000–1500 м.

Анализируя подобные  $Z(\alpha)$ -диаграммы, можно заключить, что для водных районов Атлантики (с гидрологией, близкой к изображенной на рис. 2.5,  $a$ ) на трассах протяженностью в несколько сотен километров среднее количество относительно устойчивых лучей  $l$  составляет величину порядка 10–15, т. е. для одной пары источник —



**Рис. 2.6.** Лучевые диаграммы на дистанции 200 км (источник на глубине 1000 м) для вихря в центре трассы (сплошная линия) и в опорной среде (точки): *a* — для глубины  $z$ ; *б* — для времени пробега  $T$ ; *в* — для фактора фокусировки  $f$

приемник число уравнений  $M = 10-15$ . Как видно (см. оценку числа неизвестных  $N$  в разд. 1.4.3), при этом число уравнений значительно меньше числа неизвестных. Следовательно, система уравнений (1.24) в данном случае недоопределена.

Увеличить число уравнений можно, казалось бы, увеличив количество источников  $p$  и приемников  $r$ , тогда  $M = p \cdot r \cdot l$ . Однако на этом пути возникает естественный предел. Если лучи проходят через одни и те же неоднородности с малым разнесением траекторий, то соответствующие им уравнения будут почти линейно зависимы. Они не несут дополнительной информации о  $\Delta c$ , т. е. с увеличением  $M$  ранг матрицы  $A = \{a_{mn}\}$  системы (1.24) может и не возрасти. Желательно поэтому, пользуясь, например,  $Z(\alpha)$ -диаграммой, найти такую расстановку источников и приемников, чтобы соответствующие им лучи  $\Gamma_m^0$  "заметали" весь деятельный слой океана, но при этом существенно отличались углами скольжения на оси звукового канала. Такие лучи будут испытывать "заворот" (а это — области наибольшего влияния неоднородностей на время распространения сигнала) на различных горизонтах и поэтому проходить через разные участки неоднородностей, тем самым являясь носителями "независимой" информации о среде. Эти соображения позволяют оценить максимально возможный ранг матрицы  $A = \{a_{mn}\}$ . Если принять, что для водных лучей диапазон возможных углов скольжения составляет  $\pm 15^\circ$ , то для районов Мирового океана с гидрологическими условиями типа Саргассова моря, выбирая вертикальный масштаб сетки  $\Delta z = 100$  м, получим, что угловое различие между лучами, соответствующими независимым уравнениям, не должно быть меньше  $1^\circ$ .

Таким образом, общее количество "независимых" лучей в вертикальной плоскости не будет превосходить 30-ти. Если же учесть, что для протяженных неоднородностей с горизонтальным масштабом, значительно превосходящим длину цикла лучей, вышедшие из источника вверх и вниз под теми же углами лучи несут практически одну и ту же информацию о среде, то следует ожидать, что ранг системы (1.24) будет еще меньше, порядка 15. Отсюда следует, что при решении томографической задачи в океане, как правило, приходится иметь дело с недоопределенной системой уравнений ( $M < N$ ). Как уже говорилось выше, для решения таких систем необходима дополнительная априорная информация о поле  $\Delta c$ . В численных же экспериментах (см. разд. 2.2), где число неизвестных и пар источник — приемник может выбираться любыми, возможны и случаи, когда  $M > N$ .

Отметим возможность пополнения системы уравнений, связанной с чисто водными лучами, за счет отразившихся от поверхности океана лучей [189]. Помимо увеличения числа уравнений при этом

появляется дополнительная информация о верхних слоях океана, практически не засвечиваемых рефракционными лучами.

Следует подчеркнуть, что оценки числа неизвестных и независимых уравнений, сделанные в этом разделе, ориентированы на гидрологические условия и синоптические неоднородности, типичные для Саргассова моря. В других районах Мирового океана ситуация может быть иной.

#### 2.1.4. Итерационный подход к решению слабонелинейной задачи

Как было показано в разд. 2.1.2, может оказаться, что, несмотря на малость параметра  $\epsilon = \max |\Delta c|/c$ , синоптические неоднородности, находящиеся в пределах исследуемой акватории, все же настолько мощны, что их воздействие на время распространения звуковых сигналов перестает описываться линейной по  $\Delta c$  теорией, т. е. критерии линеаризации, сформулированные в разд. 2.1.2, уже не выполняются (см. также [213, 236, 242]). Есть примеры (приосевое распространение в глубоководном океаническом звуковом канале), когда квадратичные члены больше линейных [245]. На эти случаи можно предусмотреть следующую итерационную процедуру. Ее суть — текущий контроль качества инверсии и своевременная замена опорного распределения скорости звука  $c_0$  и опорных лучей  $\Gamma_m^0$  ( $m = 1, \dots, M$ ) на новые. Обозначим решение системы уравнений (2.10) через  $(\Delta c)_1$ , где индекс "1" соответствует номеру итерации. Тем самым для скорости звука в океане имеем оценку  $c = c_0 + (\Delta c)_1$ . Для того чтобы проверить качество этой оценки, построим лучи  $\Gamma_m^1$  в этой среде и вычислим времена распространения сигнала по ним

$$t_m^1 = \int_{\Gamma_m^1} [c_0 + (\Delta c)_1]^{-1} ds, \quad m = 1, \dots, M_1. \quad (2.13)$$

При этом может оказаться, что часть лучей исчезнет или появятся новые ( $M_1 \neq M$ ). Сравним эти времена с измеренными  $t_m$  в эксперименте. Если их отличие  $|t_m - t_m^1|$  для достаточного большого числа лучей не превышает  $|\delta t_{\text{изм}}|$ , то качество инверсии следует признать удовлетворительным. В противном случае нужны дальнейшие уточнения поля скорости звука. Для этого вводится новое опорное состояние  $c_1 = c_0 + (\Delta c)_1$ , а в качестве опорных выбираются лучи  $\Gamma_m^1$ . Представим теперь поле скорости звука в виде  $c = c_1 + (\Delta c)_2$ .

Используя точное выражение  $t_m = \int_{\Gamma_m} c^{-1} ds$  и линеаризуя его по

$(\Delta c)_2$ , приходим к системе уравнений  $t_m - t_m^1 = - \int_{\Gamma_m^1} c_1^{-2} (\Delta c)_2 ds$

( $m = 1, \dots, M_1$ ) относительно величин  $(\Delta c)_2$ , которая аналогична системе (2.10). Найдя решение этой системы, получим новую оценку поля скорости звука  $c = c_1 + (\Delta c)_2$  и т. д. Можно надеяться, что при достаточно малых  $\epsilon$  эта итерационная процедура приведет к последовательному уточнению поля скорости звука, как, например, в [209]. Если сходимости все же нет (поправки  $(\Delta c)_k$  не убывают с ростом номера итерации  $k$ ), то необходимо провести новые инструментальные измерения для уточнения состояния среды, после чего томографическую процедуру можно продолжить.

Возможны и другие варианты итерационной процедуры. Так, в [245] предложена итерационная схема, основанная на методе Ньютона и вычислении на каждом шаге поправок к лучам  $\Gamma_m^0$  вместо того, чтобы всякий раз строить новые опорные лучи  $\Gamma_m^k$ .

Здесь также следует упомянуть возможность построения итерационной процедуры минимизации точного нелинейного функционала среднеквадратичных разностей между рассчитанными  $t_m^t$  и измеренными  $t_m$  временами распространения сигналов по лучам

$$F_t = M^{-1} \sum_{m=1}^M (t_m^t - t_m)^2,$$

где  $t_m^t$  вычисляется для поля скорости звука  $c(x, z) = c_0 + \Delta c$  точно по формуле, аналогичной формуле (2.13). При этом расчет для опорного поля  $c(x, z)$  матрицы  $A = \{a_{mn}\}$ , определяющей вариации времен  $t_m^t$  в линейном приближении, фактически позволяет найти вектор градиента этого функционала  $\nabla F_t = -2 \sum_{m=1}^M a_{mn} (t_m^t - t_m)$ , что существенно упростит построение итерационной процедуры минимизации.

### 2.1.5. Основные проблемы лучевой акустической томографии

**Выбор опорного состояния.** Существуют определенные трудности с выбором опорного состояния поля скорости звука. Было бы идеальным, если отличия реального поля от климатически- или



сезонно-среднего укладывались бы в рамки линейной томографии. Однако в районах с повышенной динамической активностью океана (а они-то и вызывают наибольший интерес) вряд ли на это можно рассчитывать. Может оказаться, что уже в начальный момент томографического эксперимента флуктуации  $\Delta c$  велики и линейризация невозможна. В этом случае целесообразно выбрать в качестве опорного — состояние среды именно к началу акустического зондирования. Однако гидрофизические съемки большой акватории растянуты во времени. Вследствие несинхронности измерений такое поле будет отличаться от его истинного состояния, но если это отличие не слишком велико, то, воспользовавшись аппаратом линейной томографии, можно с помощью итерационной процедуры уточнить и само опорное состояние.

**Идентификация лучей.** Как уже отмечалось, входными данными для задачи лучевой акустической томографии являются  $\Delta t_m$  — разности между измеренным временем прихода сигнала по  $m$ -му лучу  $\Gamma_m$  и расчетным временем для луча  $\Gamma_m^0$ . При этом предполагается возможным установить соответствие между  $\Gamma_m$  и  $\Gamma_m^0$ , т. е. идентифицировать лучи. Обычно на практике идентификация осуществляется путем сравнения фактической временной диаграммы прихода звуковых сигналов по отдельным лучам с соответствующей эталонной, рассчитанной для опорного состояния среды диаграммой. Трудности с идентификацией возникают, например, если сигналы по лучам приходят с задержкой, меньшей временного разрешения приемной системы. Кроме того, интервалы между отдельными приходами в многолучевом сигнале могут оказаться меньше временных вариаций самих приходов (см. рис. 2.4, а). Временная диаграмма при этом сильно исказится по сравнению с эталонной, и можно ошибиться, приписав  $\Delta t_m$  не тому лучу. Так получилось бы в случае упомянутого выше ринга Гольфстрима, если бы временная диаграмма по мере продвижения вихря не отслеживалась с малым шагом по  $t$ , а пришедшие лучи отождествлялись бы с опорными путем сравнения такой диаграммы, например для  $t = 75$  сут, с соответствующей при  $t = 0$ .

Идентификация лучей несколько упростилась бы, если помимо времени распространения воспользоваться дополнительным признаком — углом прихода сигнала, чтобы отличить лучи, приходящие почти одновременно, "снизу" и "сверху". Этого можно достичь, если воспользоваться простейшей антенной [252, 248].

Существуют и такие лучи, которые принципиально невозможно идентифицировать. Это произойдет, если в изменившейся среде

имеются лучевые траектории, которые не имеют аналогов при  $\Delta c = 0$ . Возможно также исчезновение идентифицированных ранее (при меньших  $\epsilon$ ) лучей, которые теперь не могут попасть в приемник. В частности, для рассмотренных в разд. 2.1.2 теплого и холодного вихрей удалось надежно идентифицировать лишь 8 лучей. И это в условиях численного эксперимента, в отсутствии ошибок измерений. Появление на временной диаграмме значительного количества "неопознанных" лучей или же их массовое исчезновение свидетельствуют о необходимости введения новой опорной среды и соответствующих ей опорных лучей. Трудности идентификации лучей возникают и в связи с флуктуациями интенсивности проходящих по ним сигналов (факторов фокусировок). Такие сигналы могут потеряться в шумах.

Итак, чтобы идентификация лучей была успешной, необходимо:

- 1) выбрать в качестве опорного поля распределение  $c(x, y, z)$ , близкое к реальному;
- 2) отслеживать временную диаграмму с достаточно малым шагом по  $t$ ;
- 3) своевременно обновлять опорное состояние и опорные лучи.

**Оптимизация расстановки источников и приемников.** Другая важная проблема томографии связана с оптимизацией расстановки источников и приемников с целью увеличения ранга соответствующей системы уравнений и достижения лучшего разрешения в томографическом изображении неоднородностей. В настоящее время не существует универсального рецепта оптимальной расстановки для реального океана, хотя некоторые принципы такой оптимизации и ясны. Они отличаются от используемых в плоских моделях с постоянной скоростью звука [32, 33].

Расстановка источников и приемников должна ориентироваться на условия распространения звука в конкретном районе океана и способствовать

- 1) технически осуществимому приему и временному разделению акустических сигналов в точке приема на фоне помех;
- 2) надежной и устойчивой (к малым возмущениям среды) идентификации реальных лучей с лучами в опорной среде;
- 3) максимально-возможному повышению ранга инверсионной системы уравнений за счет использования лучей с максимально широким угловым спектром.

Если пренебречь горизонтальной рефракцией лучей, что сделает задачу томографии двумерной, то реализация перечисленных выше условий может быть осуществлена с помощью известных в геометрической акустике диаграмм  $Z(\alpha)$ ,  $T(\alpha)$  и  $f(\alpha)$ . Если положения источника звука  $(x_s, z_s)$  и приемника  $(x_r, z_r)$  зафиксированы, то:

— диаграмма  $Z_x(\alpha)$  (см. рис. 2.6, а) определяет глубину точки пересечения лучом вертикали  $x = x_r$  для любого угла  $\alpha$  выхода луча из источника; значения углов  $\alpha_r^{(i)}$ ,  $i = 1, 2, \dots$ , удовлетворяющие уравнению  $Z_x(\alpha_r^{(i)}) = Z_r$ , соответствуют лучам, попадающим в точку наблюдения  $(x_r, z_r)$ ;

— диаграмма  $T_x(\alpha)$  (см. рис. 2.6, б) определяет время распространения акустического сигнала вдоль луча, вышедшего под углом  $\alpha$  из источника, до вертикали  $x = x_r$ , а значения  $t_r^{(i)} = T_x(\alpha_r^{(i)})$  соответствуют моментам прихода звуковых сигналов в точку  $(x_r, z_r)$ ;

— диаграмма  $f_x(\alpha)$  (см. рис. 2.6, в) — так называемый фактор фокусировки [4, 20] — определяет относительную (по сравнению со сферической волной) интенсивность звукового сигнала, в частности,  $f_x(\alpha_r^{(i)})$  — интенсивности сигналов, приходящих в точку  $(x_r, z_r)$  по лучам с углами выхода  $\alpha_r^{(i)}$ .

Задачу оптимизации расстановки источников и приемников теперь можно формализовать следующим образом. Выберем какое-нибудь положение источника  $(x_s, z_s)$  и приемника  $(x_r, z_r)$ . Каждой такой паре источник — приемник соответствуют три последовательности чисел:

- набор углов выхода лучей, соединяющих источник и приемник;
- времена прихода сигналов по этим лучам;
- значения факторов фокусировки лучей в точке приема.

Этих данных достаточно, чтобы оценить:

- представительность используемой сетки лучей (чем шире угловой спектр, тем лучше);
- временные интервалы между приходящими сигналами (чем эти интервалы больше, тем легче осуществить прием и идентификацию сигналов с лучами);
- возможность приема сигналов на фоне шумов (чем больше фактор фокусировки  $f$ , тем мощнее, а следовательно, надежнее сигнал, однако точка наблюдения не должна располагаться вблизи каустики, где  $f \rightarrow \infty$ ).

В совокупности это позволяет заключить, годится ли выбранная пара источник — приемник в качестве элемента томографической системы или же путем перебора следует подыскать другие варианты их расположения.

Здесь уместно сделать несколько методических замечаний применительно к томографии в глубоком океане и на мелководье.

В глубоком океане удобно работать с чисто водными лучами. Если же их число не велико, а частота звука такова, что рассеяние на поверхности пренебрежимо мало, можно для целей томографии воспользоваться также лучами, отраженными поверхностью [189]. Они позволяют, кроме того, "засветить" и сделать доступными для томографии приповерхностные слои океана.

Временные флуктуации сигналов формируются, в основном, возмущениями среды в окрестности точек "заворота" лучей (обычно верхними точками "заворота"). Отсюда следует, что наилучшее разрешение лучевой томографии по горизонтали  $(\Delta x)_{\min}$  связано с длинами циклов  $D(\alpha)$  опорных лучей соотношением  $(\Delta x)_{\min} > \min D(\alpha)$ .

Достаточно хорошее разрешение по вертикали обеспечивается набором лучей, верхние точки "заворота" которых разнесены на интервал порядка  $(\Delta z)_{\min} \sim (h/L)(\Delta x)_{\min}$ . Более частая сетка лучей невыгодна из-за трудностей их идентификации при приеме. Кроме того, такие лучи не содержат дополнительной информации о среде, и попытка улучшить разрешение приведет [252, 32] к неустойчивости инверсии по отношению к малым ошибкам в измерениях  $\Delta t_m$  и погрешностям задания коэффициентов соответствующей матрицы.

В мелководных районах океана из-за трудностей идентификации лучевая томография может обеспечить, по-видимому, лишь определение средних по трассе свойств среды [175, 203].

## 2.2. ЧИСЛЕННЫЕ ЭКСПЕРИМЕНТЫ ПО ЛУЧЕВОЙ ТОМОГРАФИИ

Главный вопрос, который возникает, если говорить о перспективах томографии океана, это вопрос о точности восстановления среды, т. е. о соответствии томографического изображения его оригиналу. Экспериментальное решение этого вопроса сопряжено со значительными трудностями. Кроме того, качество восстановления среды существенно зависит от точности измерений временных флуктуаций  $\Delta t_m$ , а эта точность определяется совершенством используемой акустической и навигационной техники, а также способами обработки данных измерений. Назначение численных экспериментов — оценить потенциально достижимую точность восстановления среды в условиях "идеального эксперимента", когда ошибки "измерений" времен прихода сигналов  $\delta t_{\text{изм}}$  равны нулю, лучи безошибочно идентифицируются, а возмущенное "реальными", например, синоп-

тическими неоднородностями, поле скорости звука, которое будет восстанавливаться, заранее известно. Точность восстановления среды в реальном натурном эксперименте будет заведомо ниже.

Другая цель численных экспериментов — проанализировать устойчивость томографического изображения среды при варьировании различных элементов томографической схемы: количества и способа расстановки источников и приемников, методов инверсии и введения априорной информации. Некоторые из сформулированных задач обсуждаются в данном разделе, следуя, в основном, работам [49, 50].

### 2.2.1. Восстановление вариаций поля скорости звука в движущемся вихре

В качестве объекта численного моделирования был выбран упомянутый в разд. 2.1.2 вихрь диаметром 200 км с теплым ядром (см. рис. 2.5). Вызванные им вариации  $\Delta c$ , удовлетворяющие критерию линейности, показаны сплошными линиями на рис. 2.7, *а, б, в*. На этом рисунке случаи *а — в* имитируют движение вихря вдоль звуковой трассы и отличаются горизонтальным расстоянием центра вихря  $X_c = 50, 100, 150$  км от источника звука ( $r = 0$ ). Каждая из сплошных линий представляет профиль вариаций  $\Delta c(z)$  вдоль соответствующей вертикали ( $i = 1, \dots, 8$ ) пространственной сетки, использованной для точечной параметризации среды. Местоположение вертикали характеризуется дистанцией  $x$  от источника звука. Точки излома профилей ( $j = 1, \dots, 8$ ) соответствуют узлам (по вертикали) той же сетки. Горизонтальный и вертикальный шаги сетки в данном случае переменны:  $\Delta x = 25-50$  км,  $\Delta z = 100-300$  м. Источник и приемник звука в численном эксперименте были выбраны на глубине 1 км, что несколько выше оси характерного для этого района звукового канала. Длина звуковой трассы — 200 км.

На первом шаге численного эксперимента были построены все водные лучи  $\Gamma_m$ , соединяющие источник и приемник, и вычислены времена прихода звуковых сигналов  $t_m$  — аналоги времен, измеряемых в реальном эксперименте. Кроме того, строились лучи  $\Gamma_m^0$  и определялись соответствующие им времена распространения  $t_m^{(0)}$  для среды без вихря. Далее производилась идентификация лучей  $\Gamma_m$  и  $\Gamma_m^0$ , т. е. их сопоставление и объединение в пары, такие что  $\Gamma_m \rightarrow \Gamma_m^0$  при  $\varepsilon \rightarrow 0$ . Фактически использовались следующие признаки: близость времен прихода лучей, а также их углов выхода и

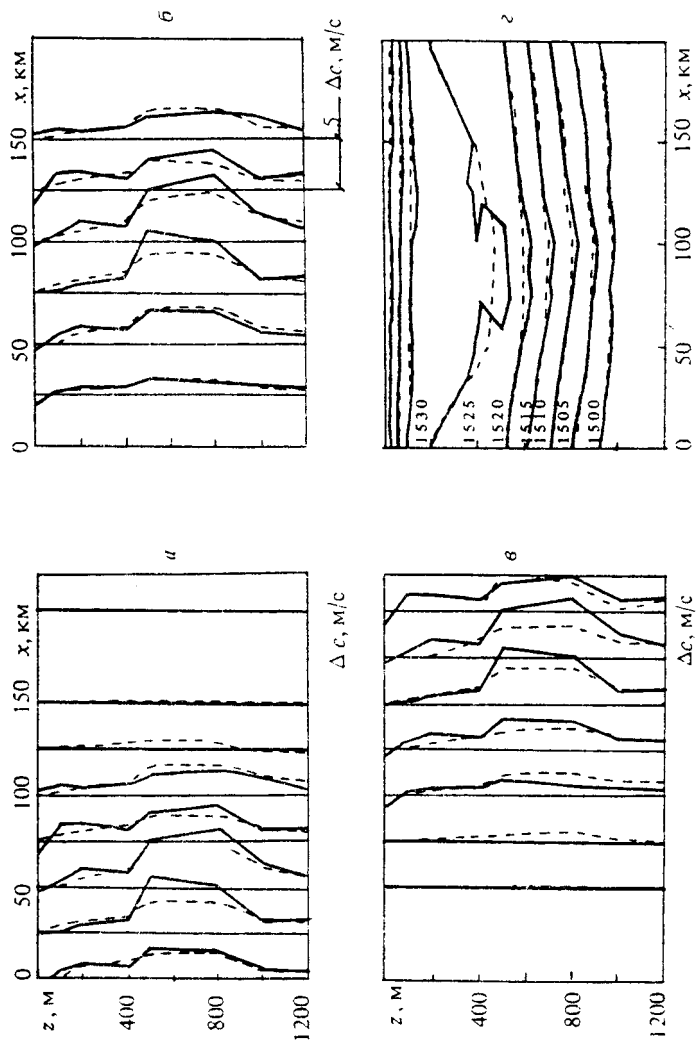


Рис. 2.7. Результаты реконструкции (пунктирные линии) вариаций поля скорости звука в вихре Саргассова моря (сплошные линии) для различных положений центра вихря на звуковой трассе 200 км: а — в 50 км от источника; б и г — в центре; в — в 50 км от приемника

прихода и одинаковое число каустик, встретившихся лучам  $\Gamma_m$  и  $\Gamma_m^0$  по их пути от источника к приемнику. В реальном натурном эксперименте идентификация лучей обычно основывается только на 1-м признаке, реже — с учетом 2-го. В результате для случаев, приведенных на рис. 2.7, а, б, в, было отобрано соответственно 12, 14 и 11 пар лучей ( $\Gamma_m, \Gamma_m^0$ ). Для них вычислялись разности  $\Delta t_m = t_m - t_m^0$  и коэффициенты  $a_{mn}$  системы (1.24) для  $\Delta c_n$ .

Результаты решения системы (1.24) из  $M = 11-14$  уравнений с  $N = 64$  неизвестными методом регуляризации, изложенным в разд. 1.5.1, представлены на этом рисунке пунктиром. Неточность полученного томографического изображения вариационного поля  $\Delta c$  в условиях идеального эксперимента ( $\delta t_{изм} = 0$ ) характеризуется его отклонением от сплошных кривых. Количественной мерой этих отклонений могут служить среднеквадратичная ошибка (по всем точкам сетки)  $\sigma_{\delta c}$  и максимальная ошибка  $|\delta c|_{max}$ . Точность, с которой удовлетворяются уравнения системы (1.24), характеризуется максимальной невязкой  $|\delta t|_{max}$ . Для случаев, показанных на рис. 2.7, а, б, в, имеем:

$$а) \sigma_{\delta c} = 0,6 \text{ м/с}, |\delta c|_{max} = 2,4 \text{ м/с}, |\delta t|_{max} = 1,2 \text{ мс};$$

$$б) \sigma_{\delta c} = 0,6 \text{ м/с}, |\delta c|_{max} = 2,1 \text{ м/с}, |\delta t|_{max} = 0,8 \text{ мс};$$

$$в) \sigma_{\delta c} = 0,8 \text{ м/с}, |\delta c|_{max} = 2,9 \text{ м/с}, |\delta t|_{max} = 0,8 \text{ мс}.$$

Как видно, максимальная невязка  $|\delta t|_{max}$  уравнений при этом составляла 1,2 мс, что меньше реальных ошибок измерения времен прихода звуковых сигналов. На рис. 2.7 г для случая вихря в центре трассы изображены истинные и восстановленные (пунктир) изолинии поля скорости звука  $c = c_0 + \Delta c$ . Достаточно высокое качество восстановления поля  $\Delta c$  в условиях существенной недоопределенности системы уравнений свидетельствует об адекватности использованной априорной информации истинному возмущенному вихрем полю скорости звука. Наилучшее качество восстановления  $\Delta c$ , достигнутое в случае вихря в центре трассы (рис. 2.7, б), служит косвенным свидетельством важности способа расстановки источника и приемника относительно неоднородностей. В данном примере такой оптимизации не проводилось.

Для того чтобы проследить за изменением качества восстановления  $\Delta c$  с ростом числа уравнений, был проведен следующий эксперимент. В гидрологических условиях, соответствующих описан-

ному выше случаю, вместо одного приемника были размещены 15 (три вертикальных цепочки по 5 гидрофонов на дистанциях 160, 180, 200 км, на глубинах от 500 до 1500 м). В результате получилась система вида (1.24), содержащая уже 73 уравнения для тех же 64 неизвестных. Решение этой, теперь уже переопределенной системы отличается от точного поля примерно так же, как и в случае одного приемника, а именно:  $\sigma_{\delta c} = 0,7$  м/с,  $|\delta c|_{\max} = 2$  м/с, при  $|\delta t|_{\max} = 1,8$  мс. Это означает, как уже отмечалось выше, что большое число уравнений не гарантирует улучшения точности восстановления среды из-за линейной зависимости большинства уравнений.

### 2.2.2. Имитация случайных и систематических ошибок измерений

В реальном эксперименте времена прихода звуковых сигналов определяются с ошибками. Помимо чисто технических причин (недостаточная разрешающая способность измерительной аппаратуры, погрешности синхронизации излучения и приема и т. п.), к ним приводят естественные шумы океана, внутренние и приливные волны, а также ошибки в определении текущих координат источников и приемников томографической системы. В результате задержки  $\Delta t_m$  известны обычно со случайными и систематическими ошибками порядка 10 мс. В этой связи естественно оценить устойчивость проведенного в условиях "идеального" эксперимента восстановления среды к разного рода возмущениям в правых частях уравнения (1.24).

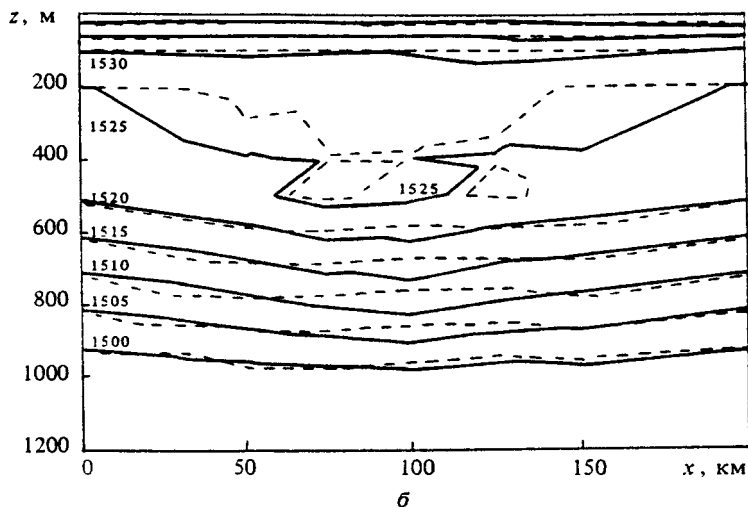
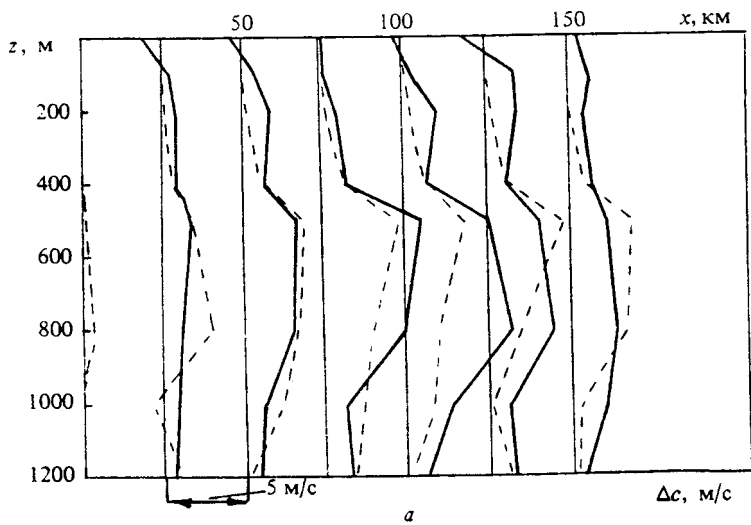
Для имитации случайных ошибок задержки  $\Delta t_m$ , относящиеся к случаю вихрь — в центре трассы, заменялись на  $\Delta t_m + \tau Q_m$ , где  $\tau$  — амплитуда случайных погрешностей, а  $Q_m$  — случайные числа, равномерно распределенные в интервале  $(-1, +1)$ . Оказалось, что при  $\tau = 10$  мс среднеквадратичная ошибка восстановления  $\sigma_{\delta c} = 0,9$  м/с, а  $|\delta c|_{\max} = 3$  м/с, в то время как при  $\tau = 20$  мс  $\sigma_{\delta c} = 1,2$  м/с и  $|\delta c|_{\max} = 3,3$  м/с. Естественно, что с увеличением  $\tau$  качество восстановления ухудшается. Тем не менее, можно сделать вывод, что измерения времен прихода звуковых сигналов с точностью до случайных ошибок  $\pm 20$  мс еще позволяют восстановить среду.

Имитация возможных систематических ошибок (трендов) в правых частях системы уравнений (1.24), обусловленных погрешностями в позиционировании источников и приемников, а также в системе



временной синхронизации, производилась тем же способом в предположении, что  $Q_m = 1$ . Результаты восстановления показывают, что при  $\tau = 10$  мс  $\sigma_{\delta c} = 0,8$  м/с,  $|\delta c|_{\max} = 3$  м/с, а при  $\tau = 20$  мс  $\sigma_{\delta c} = 1$  м/с,  $|\delta c|_{\max} = 3,6$  м/с. Отсюда следует, в частности, что дистанцию между источниками и приемниками нужно знать с точностью до нескольких десятков метров.

Можно попытаться, как было предложено Л. М. Бреховских, уменьшить систематическую ошибку, если для каждой пары источник — приемник выбрать "эталонный" луч  $\Gamma_9$  и вместо  $\Delta t_m = t_m - t_m^0$  использовать разность  $\Delta t_m - \Delta t_9 = (t_m - t_9) - (t_m^0 - t_9^0)$ . В такой разностной схеме томографии абсолютные значения времен прихода  $t_m$  и  $t_m^0$  заменяются на разности  $t_m - t_9$  и  $t_m^0 - t_9^0$ , которые менее чувствительны к систематическим погрешностям (трендам). Формально, система уравнений в таком подходе получается из системы (1.24), если из каждого уравнения подсистемы, связанной с каждой парой источник — приемник, почленно вычесть уравнение, соответствующее выбранному "эталонному" для этой пары лучу. При этом весьма важным является правильный выбор "эталонного" луча, который должен быть отличным от остальных в его подсистеме, например, проходить через неоднородности среды, незатрагиваемые другими лучами, или же вследствие своей крутизны быть малочувствительным к влиянию этих неоднородностей. В противном случае соответствующее эталонному лучу уравнение будет линейно-зависимо от остальных, следовательно, относительные погрешности в правых частях разностных уравнений резко возрастут. Качество восстановления среды по такому методу, не оптимизированному относительно выбора эталонных лучей, получилось следующим:  $\sigma_{\delta c} = 1,1$  м/с,  $|\delta c|_{\max} = 4,3$  м/с при  $|\delta t|_{\max} = 3$  мс, что вполне приемлемо для океанографических целей (рис. 2.8). Увеличение числа приемников до 15 (по той же схеме, что и выше) приводит к некоторому улучшению качества томографического изображения в нижней части пространственной сетки, но и к его ухудшению в поверхностных слоях. В целом же ошибки восстановления несколько возросли:  $\sigma_{\delta c} = 1,4$  м/с,  $|\delta c|_{\max} = 4,8$  м/с, что связано, по-видимому, с ростом для разностной схемы томографии относительной доли погрешностей в правых частях системы уравнений (1.24).



**Рис. 2.8.** Реконструкция вихря в центре звуковой трассы (как и на рис. 2.7, б, г) по схеме разностной (динамической) томографии

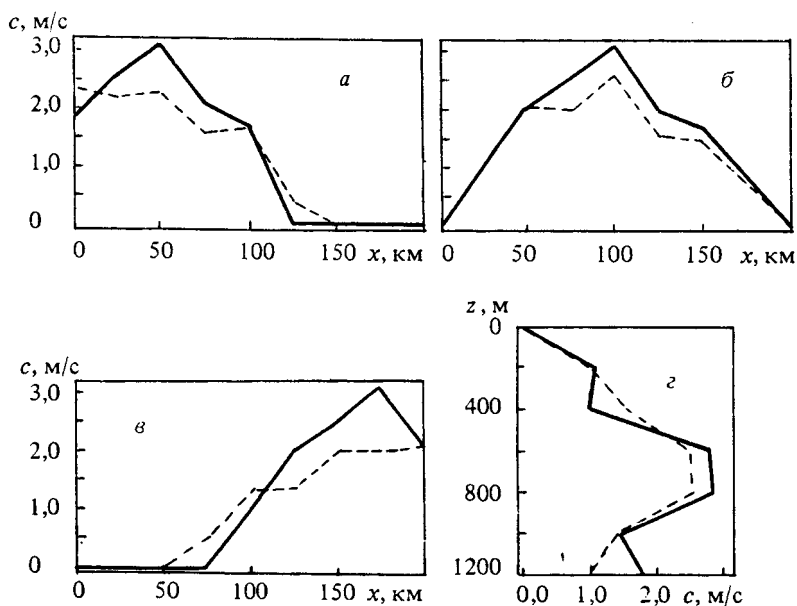
### 2.2.3. Малопараметрические модели среды

Наряду с восстановлением детальной структуры поля скорости звука, имеют смысл и различные загрубленные, малопараметрические схемы томографии океана. Они призваны ответить, например, на такой вопрос: где на акватории и на каких глубинах располагаются в данный момент ядра синоптических вихрей? Для решения подобных задач не требуется высокого пространственного разрешения, а следовательно, определения большого числа неизвестных. Поэтому можно ввести вместо  $\Delta c_n$  некие эффективные параметры  $(\Delta c_{эф})_n$ , в меньшем количестве, и поступаясь разрешением, получить возможность охватить значительные районы Мирового океана [209, 211, 219, 222].

В качестве примера рассмотрим решение томографической задачи для загрубленной плоской модели вихря, получающейся из поля  $\Delta c$  в вихре в задаче с его прогонкой (см. рис. 2.7) при замене всех неизвестных  $\Delta c_{ij}$  на одной  $i$ -й вертикали всего лишь одним эффективным значением  $(\Delta c_{эф}^H)_i$ . В результате для последних получаем систему только из 8-ми уравнений. Инверсия по методу регуляризации приводит к загрубленной картине перемещения ядра вихря по горизонтали (рис. 2.9, а, б, в). Вычисленные величины  $(\Delta c_{эф}^H)_i$ , показанные пунктиром, оказываются близкими к усредненным по вертикали точным значениям  $\langle \Delta c_{ij} \rangle_z$  (сплошные линии).

Можно также ввести эффективные параметры по следующему закону  $\Delta c_{ij} \rightarrow (\Delta c_{эф}^L)_j$ ,  $j = 1, \dots, 8$ , приписав всем неизвестным на одном горизонте равные значения (вертикальная модель). Тогда аналогичным путем удастся найти загрубленную картину вертикального распределения флуктуационного поля  $\Delta c$  на звуковой трассе (рис. 2.9 г), которая позволяет судить о локализации ядра вихря по глубине. В данном случае значения вычисленных эффективных переменных (пунктир) близки к усредненным вдоль звуковой трассы точным значениям  $\langle \Delta c_{ij} \rangle_R$  (сплошные линии). Заметим, что степень и способ "загрубления" в малопараметрических моделях могут, естественно, варьироваться.

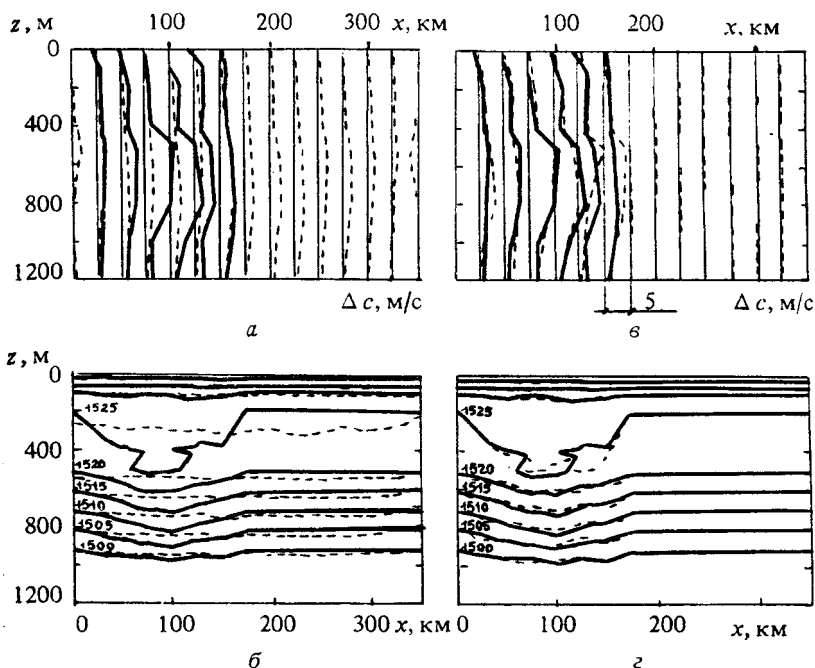
Такие малопараметрические модели, помимо прочего, могут оказаться полезными на ранних стадиях построения детального томографического изображения среды, а именно, использованы для уточнения исходной априорной информации о ней. Появляется, в частности, возможность скорректировать схему дискретизации поля скорости звука с целью лучшей аппроксимации при меньшем числе неизвестных. Это особенно важно в 3-мерных задачах и в случае протяженных акустических трасс, превышающих характерные раз-



**Рис. 2.9.** Реконструкция вихря по схемам малопараметрической томографии: *a, б* — аналогично рис. 2.7; *г* — восстановление среднего по трассе профиля скорости звука

меры синоптических неоднородностей. Кроме того, полученная в результате решения малопараметрической задачи дополнительная информация позволяет ввести в функционал (1.26) вместо коэффициентов  $A_0, A_z, A_x$  обоснованную совокупность весовых множителей при каждом из слагаемых в соответствующих суммах. Так, на рис. 2.10, *a, б* пунктиром показаны вариации (*a*) и изолинии (*б*) восстановленного поля скорости звука в том же теплом вихре, но уже на большей трассе  $R = 350$  км. Томографическое изображение оказалось как бы "размазанным" по всей длине трассы, по-видимому, в силу ухудшения соотношения между рангом инверсионной системы уравнений и числом неизвестных, что приводит к расширению области возможных решений, в том числе и к распределению неоднородностей по различным участкам трассы.

Однако наличие дополнительной информации о положении ядра вихря позволяет заменой  $(\Delta c_n)^2 \rightarrow \rho_n^{-2} (\Delta c_n)^2$  ввести в стабилизатор функционала (1.26) весовые множители  $\rho_n$  — амплитуды возможных



**Рис. 2.10.** Реконструкция вихря с центром в 100 км от источника на звуковой трассе 350 км: *а, б* — без привлечения априорной информации о положении вихря; *в, г* — с ее учетом

вариаций  $(\Delta c)_n$ , принимающие относительно большие значения в соответствующих ядру точках сетки, и тем самым значительно улучшить качество томографического изображения (рис. 2.10, *в, г*).

Такой двухступенчатый подход можно, по-видимому, применить и в 3-мерной лучевой томографии океана. В самом деле, если для каждой вертикальной плоскости, содержащей пару источник — приемник, написать систему уравнений относительно эффективных горизонтальных параметров  $(\Delta c_{эф}^H)_i$ , то в результате совместного решения всех этих систем получится эффективное распределение  $\Delta c_{эф}^H$  в горизонтальной области исследуемой акватории океана. Далее, в соответствии с положением и величиной экстремумов этого распределения появляется возможность в каждой из вертикальных плоскостей, содержащей пару источник — приемник, ввести упоминавшиеся выше весовые множители  $\rho_n$  для получения уточненного томографического изображения. Таким образом, общая 3-мерная

многопараметрическая задача сводится к последовательному решению некоторого числа плоских томографических задач, каждая из которых имеет уже существенно меньшее число неизвестных.

Описание среды малым числом параметров имеет также и самостоятельный интерес, например для глобальной океанографии и климатологии. Пользуясь тем, что изменчивость скорости звука  $\Delta c$  в океане практически линейно связана с изменчивостью температуры  $\Delta \theta$ , можно, восстановив флуктуационное поле  $\Delta c$ , пересчитать его в поле  $\Delta \theta$ . При этом временная изменчивость температурного поля будет свидетельствовать о локальном нагреве или охлаждении океана. Если же усреднить поле  $\Delta \theta$  (или  $\Delta c$ ) по трассам протяженностью в тысячи километров и по временным интервалам от нескольких месяцев до нескольких лет, "сгладив" тем самым температурные аномалии, создаваемые синоптическими, мезомасштабными и всеми прочими неоднородностями, то можно получить представление о среднем теплосодержании всей охваченной томографической сетью акватории океана. Важно подчеркнуть, что именно акустическая томография океана как нельзя лучше отвечает этим целям. Дополнительная информация о средней скорости течений  $V$  позволила бы оценить теплоперенос в океане, что существенно для долговременных прогнозов погоды и возможных климатических изменений.

Иллюстрацией к сказанному может служить численный эксперимент по определению теплосодержания водной толщи в восточной, субтропической части Тихого океана [209, 211]. Вначале с помощью гидродинамической вихреразрешающей программы прогнозировались циркуляция и гидрофизические характеристики океанической среды, которые сформировались бы по прошествии 10 лет под воздействием переменного ветра. При этом распределение скорости звука в океане стало зависеть от горизонтальной координаты с масштабами, близкими к обычно наблюдаемым в данном районе. Вот эту известную к началу численного эксперимента структуру поля температуры  $\Delta \theta$  и предстояло восстановить томографическим путем, оценив качество инверсии. Численный томографический эксперимент характеризовался следующими параметрами: длина трассы — 2400 км, глубина океана — 5000 м, источник и приемник — на оси звукового канала на глубине 1000 м. Дискретность задания среды по горизонтали — 20 км, по вертикали — 50 м. Для инверсии использовалось 6–10 лучей, которые были идентифицированы с опорными по числу точек поворота и углам выхода из источника.

Специфику этой томографической задачи можно охарактеризовать, переформулировав ее с использованием точечной дискретизации среды. Число сечений по вертикали в данном случае равно  $5000/50 = 100$ , по горизонтали —  $2400/20 = 120$ . Итого, общее число неизвестных  $N = 120 \cdot 100 = 12000$ , уравнений же при этом не более

10. Задача в высшей степени недоопределена. Извлечь в такой ситуации какие-либо сведения о среде можно, используя надежную априорную информацию о поле  $\Delta c$  и интересуясь не локальными значениями флуктуаций скорости звука, а относительно небольшим числом их усредненных характеристик, например эффективным средним по трассе вертикальным профилем флуктуаций  $\Delta c$ .

Отметим, что в приведенной в разд. 1.5.3 оценке флуктуационного поля (выражение (1.536)) ее правая часть зависит от  $r$  только через аргумент корреляционной функции  $G$  и допускает непосредственное усреднение по произвольному пространственному разрезу  $\gamma$ , например горизонтальному или вертикальному. Если обозначить через квадратные скобки с индексом  $\gamma$  ( $[ ]_\gamma$ ) среднее по такому разрезу значение, то сразу же, не производя восстановления во всем пространстве, получаем выражение для усредненной флуктуации

$$[\tilde{\Delta c}]_\gamma = [ \langle \Delta c \cdot \Delta t^T \rangle ]_\gamma (\Delta t \cdot \Delta t^T)^{-1} \cdot \Delta t.$$

Упомянутому выше "смещению" расчетных времен распространения от истинных значений, вызванному неточностями линейризованных оценок на трассах в тысячи километров (гиромасштабы), посвящены специальные исследования и численные расчеты [220, 221], которые показали, что:

1) на гиромасштабах отношение квадратичных по  $\Delta c$  флуктуаций времен прихода сигналов к линейным достигает  $10^{-1}$ .

2) нелинейные по  $\Delta c$  поправки к временам примерно пропорциональны длине трассы и квадрату аномалии  $\epsilon = \max \{ |\Delta c| \} / c_0$  в изолированном вихре, но малочувствительны к его положению на трассе.

3) при интерпретации "смещений" следует учитывать каустики лучей, на которых знак "смещения" меняется.

#### 2.2.4. Томография слоистых сред

К области малопараметрических моделей в задачах с фиксированными положениями излучателя и приемника можно отнести также и томографию слоистых сред. Для слоистой среды необходимые расчеты выполняются сравнительно просто, вместе с тем это позволяет изучить важные особенности позиционной акустической томографии, например проблемы неоднозначности восстановления среды или же так называемого траекторного компенсирующего взвешивания.

Неоднородности скорости звука  $\Delta c$ , встретившиеся на пути луча, в различной степени влияют на флуктуации времени распространения звукового сигнала, что обусловлено механизмом "траекторного" взвешивания. Поясним его суть на примере, когда

$c = c_0(z) + \Delta c(z)$ . Флуктуация  $\Delta t$  времени распространения на фрагменте лучевой траектории между нижней  $z_-$  и верхней  $z_+$  точками поворота лучей составит (в линейном по  $\Delta c$  приближении)

$$\Delta t = - \int_{z_-}^{z_+} (c_0^2 \sin \chi)^{-1} \Delta c dz, \quad (2.14)$$

где  $\chi$  — угол "скольжения" луча, образованный касательным к лучу вектором с горизонтальной плоскостью. Легко видеть, что при  $\chi \rightarrow 0$  (что соответствует  $z \rightarrow z_{\pm}$ ) подынтегральное выражение в формуле (2.14) стремится к  $\infty$ . Это приводит к относительному увеличению вклада в вариации времени  $\Delta t$  тех неоднородностей  $\Delta c$ , которые расположены вблизи точек поворота луча  $z_{\pm}$ . Взвешивающим фактором в данном случае является  $(\sin \chi)^{-1}$ . Он же определяет относительные вклады различных горизонтальных слоев невозмущенной среды в общее время пробега сигнала между точками поворота  $z_-$  и  $z_+$ :

$t_0 = \int_{z_-}^{z_+} (c_0 \sin \chi)^{-1} dz$ . Как видно, время прохождения сигналом слоя

толщиной  $dz$  зависит от  $\chi$  и растет при  $\chi \rightarrow 0$ . Сопоставляя эти соображения с предшествующим, можно сделать довольно естественный вывод, что флуктуации  $\Delta t$  особенно чувствительны к неоднородностям  $\Delta c$  в тех областях, где звуковой сигнал проводит большее время. Этот вывод справедлив и для переменных по трассе сред.

При попытке инверсии наличие двух выделенных горизонтов  $z_{\pm}$  приводит к неоднозначности восстановления положения неоднородности по глубине. Для того чтобы исключить эту неоднозначность, следует использовать априорную информацию о предполагаемом положении и структуре неоднородностей. Так, например, в [226] для улучшения качества томографического изображения применялось физически оправданное взвешивание подынтегрального выражения в формуле (2.14) путем умножения его на нормированную частоту Вайсяля  $N^2(z)$ , спадающую с глубиной, а также представление флуктуаций  $\Delta c$  в виде суперпозиции бароклинных мод Россби. Напомним, что  $N^2(z) = -(g/\rho_0) \cdot d\rho_0/dz - (g/c_0)^2$ , где  $\rho_0$  — плотность воды, а  $g$  — ускорение силы тяжести. Иногда используют также и другие несимметричные относительно оси звукового канала весовые функции ("окна") с целью уменьшить вклад ложных неоднородностей скорости звука и течений в области ниже звукового



канала [181]. Для успеха такого приема нужна уверенность, что неоднородностей там действительно нет.

В контексте томографии слоистых сред следует отметить возможность комбинированного метода, использующего достоинства лучевого и волнового подходов. Численный эксперимент, проведенный в [166], имел своей целью показать, как ими разумно распорядиться, если учесть, что лучевые методы, использующие в качестве информативного параметра время распространения, требуют применения широкополосных сигналов, а волновые, извлекающие информацию из интерференционной структуры звукового поля, используют сигналы, близкие к гармоническим. Сравнение различных подходов проводилось на примере слоистой среды со слоистыми же возмущениями ( $|\Delta c| \leq 2$  м/с). Источник и приемник в модельных расчетах были размещены на 400 км и располагались вблизи оси звукового канала. Частоты излучения  $f$  варьировались в пределах 10–100 Гц, полоса частот  $\Delta f$  составляла также 10–100 Гц. Восстановление возмущений  $\Delta c$  производилось по флуктуациям времени распространения, а также по линеаризованным флуктуациям интенсивности или формы звукового сигнала. Во всех случаях использовалась итерационная процедура.

Результаты сопоставления восстановленных профилей с истинным свидетельствуют, что наилучшее соответствие достигалось при двухэтапном восстановлении: вначале лучевая томография (несколько итераций), а затем, с учетом уже подправленного профиля скорости звука, — по линеаризованным флуктуациям формы сигнала или его интенсивности. В результате максимальная ошибка восстановления  $\Delta c$  составила 0,2 м/с, т. е. 10 %. Успешные попытки использовать вариации амплитуд сигналов для улучшения пространственного разрешения поля скорости звука предпринимались и в сейсмике [249].

## 2.3. НАТУРНЫЕ ЭКСПЕРИМЕНТЫ ПО ЛУЧЕВОЙ ТОМОГРАФИИ ОКЕАНА

### 2.3.1. Технические особенности и схемы организации

В результате различных оценок и численных экспериментов стало возможным сформулировать технические требования к точности измерения времен распространения  $t_m$  сигналов по лучам, а значит и их флуктуаций  $\Delta t_m = t_m - t_m^0$ . Согласно оценкам Манка и Вунша [223], точность измерения времен должна быть не хуже 25 мс. Примерно к тем же значениям привели и численные эксперименты,

изложенные в разд. 2.2.2. При несоблюдении этого условия качество инверсии может быть неудовлетворительным (это не означает, впрочем, что при его выполнении положительный результат гарантирован). Учитывая, что в открытом океане источник и приемник устанавливаются на заякоренных буйах, для обеспечения необходимой точности измерений требуется решить целый ряд проблем. Перечислим некоторые из них.

**Синхронизация.** Поскольку все излучатели и приемники работают автономно, для обеспечения их координированного взаимодействия нужна система единого времени. Эта задача решается, если каждый из источников и приемников оснащен высокоточными часами.

**Позиционирование источников и приемников.** Заякоренные в океане буи — носители источников и приемников — смещаются под влиянием океанических течений на сотни метров, что приводит к совершенно недопустимым погрешностям при измерении  $\Delta t_m$ . Для устранения этих ошибок используются транспондеры — донные акустические маяки, позволяющие с точностью порядка 1 м контролировать истинное положение источников и приемников в любой момент времени. Первоначальное расположение источников и приемников определяется с помощью навигационной системы судна-постановщика, а допущенные при этом неточности устраняются в ходе "томографирования", если малые неучтенные смещения источников и приемников включить, наряду с  $\Delta c$ , в число неизвестных и определить в процессе инверсии [174]. Океанические течения, в частности течения синоптических и глобальных масштабов, приводят и сами по себе к флуктуациям времен прихода звуковых сигналов [194, 197]. Что же касается восстановления поля скорости звука, то неучтенные течения вносят дополнительные ошибки.

**Шумы океана.** Мощность источников звука, предназначенных для томографии океана, обычно невелика. Это диктуется соображениями экономии питания, поскольку такие источники должны функционировать в течение длительного времени. На дистанции в 1000 км уровень импульсного сигнала от такого источника на десятки децибел ниже уровня шумов. Чтобы выделить такой сигнал, его специальным образом кодируют, а в точке приема вычисляют свертку принятого и излученного сигналов [240]. Максимум корреляционной функции и идентифицируется как время прихода. Отношение сигнал/шум при такой обработке можно увеличить во много раз за счет накопления сигнала — увеличения длительности излучаемого импульса. Однако на этом пути есть предел, устанавливаемый декорреляцией звукового поля из-за внутренних волн и тонкой структуры скорости звука в океане.

**Микролучевость.** Внутренние волны и тонкая структура гидрофизических полей в океане могут привести на больших дистанциях к явлению микролучевости — расщеплению некоторых лучей на трубки "случайных" лучей. Время распространения сигналов по таким микролучам несколько различается, что приводит к интерференции и к затягиванию принятого сигнала. Согласно экспериментальным данным [198], для сигнала с частотами  $206 \pm 25$  Гц и на дистанции 500 км это затягивание составляло 10 мс. От влияния микролучевости можно освободиться переходом на более низкие частоты, а также временным усреднением измеренных данных по не менее чем суточному интервалу.

Таким образом, большинство проблем томографии, в принципе, поддаются решению. О технической реализуемости отдельных элементов томографической схемы свидетельствуют проведенные эксперименты в Саргассовом море и в Тихом океане [167, 206, 240, 241, 244, 252]. В них использовались низкочастотные широкополосные источники с центральной частотой 230 Гц и длительностью излучаемого импульса от 64 до 192 с, трассы длиной 215, 300 и 900 км. Продолжительность опытов составляла 22, 19 и 48 суток соответственно. В процессе этих экспериментов подтвердилась ожидаемая чувствительность времен прихода сигналов к синоптическим неоднородностям. При этом удалось уверенно отслеживать от 6 до 16 лучей, которые идентифицировались с опорными лучами, рассчитанными для слоистого профиля скорости звука. На дистанции вплоть до 900 км точность измерения времени прихода была не хуже 10 мс, что вполне укладывается в требования, выдвинутые в работе [223].

### 2.3.2. Томография в глубоком море

В феврале — июне 1981 г. состоялся первый эксперимент по акустической томографии океана [229, 243, 201]. Экспериментом была охвачена акватория размером  $300 \times 300$  км с центром в точке с координатами  $26^\circ$  с. ш.,  $70^\circ$  з. д. Были расставлены 4 источника и 5 приемников (два приемника — направленные). Все они размещались на притопленных заякоренных буйках вблизи оси звукового канала. Смещения источников и приемников в ходе эксперимента фиксировались с большой точностью с помощью донных акустических маяков. Единая система времени обеспечивалась использованием на каждом из источников и приемников кварцевых частот, точность хода которых корректировалась рубидиевым стандартом частоты, что обеспечивало точность не хуже 1 мс в год.

Эксперимент проводился в три этапа. Вначале на исследуемой акватории в течение 19 суток было проведено инструментальное измерение поля скорости звука. Данные этих измерений — опорное

состояние — были заложены в программу расчета геометрии опорных лучей и времен прихода сигналов по ним. В дальнейшем все вариации времен прихода сигналов по отдельным лучам, усредненные за несколько суток, приписывались влиянию синоптической изменчивости океана, а значения этих флуктуаций использовались для решения обратной задачи по восстановлению поля скорости звука на акватории. По истечении двух месяцев инструментальная съемка была повторена. На этом этапе предполагалось сравнить томографическую карту поля скорости звука с истинной. К сожалению, выход из строя трех приемников не позволил этого сделать. Промежуточное (через 30 суток после начала томографической реконструкции) сравнение поля скорости звука с результатами измерений, проведенных при помощи теряемых зондов АХВТ, показывает их определенное сходство. При решении обратной задачи использовался статистический метод инверсии (см. разд. 1.5.3), а в качестве априорной информации — модельная корреляционная функция флуктуаций скорости звука. Эта функция выбиралась однородной и изотропной в горизонтальной плоскости и имела гауссову форму с масштабом 100 км. Вертикальный профиль скорости звука представлялся разложением по набору эмпирических ортогональных функций, полученных по данным эксперимента MODE [248].

Еще один эксперимент, на этот раз в Гольфстриме, состоялся в декабре 1984 г. в глубоководном районе с центром в точке 36°07' с. ш., 73°22' з. д. [210, 212, 162]. Он предназначался для исследования динамики поля скорости звука, а значит, и температуры в Гольфстриме. В состав томографического комплекса входили один источник и три приемника на удалении 18, 19 и 51 км в направлениях по- и поперек течения. В ходе измерений, которые прервались из-за технических неисправностей через двое суток, удалось идентифицировать лучи (в том числе и "крутые", отразившиеся от дна и поверхности океана) с опорными, построенными на основе средноклиматических гидрологических данных. Показано, что флуктуации времен распространения по "крутым" лучам связаны линейно с флуктуациями скорости звука в среде, изменявшимися в широком интервале от -10 до 18 м/с. Это делает такие лучи "удобными" для томографических целей, что несомненно будет использовано в будущем.

### 2.3.3. Томография в мелком море

В августе 1983 г. был проведен томографический эксперимент во Флоридском проливе [175, 203] на широте 27° с. ш. Три закрепленных на дне источника — приемника (преобразователя) располагались по углам равностороннего треугольника со стороной в 20 км.

Излучались псевдослучайные акустические сигналы с частотами  $460 \pm 50$  Гц. Целью эксперимента было определение средних (по глубине и горизонтали) значений температуры, вектора скорости течений  $\langle V \rangle$  и завихренности  $\langle \text{rot} V \rangle$ . Источником информации должны были послужить флуктуации времен распространения сигналов между каждой парой преобразователей (туда и обратно), в соответствии с обычной схемой лучевой томографии океана в ее малопараметрическом варианте. Оказалось, однако, что томография в мелком море обладает рядом неблагоприятных особенностей. В частности, все задействованные в томографической схеме лучи отражались от неровной границы раздела вода — грунт, а многие еще и от взволнованной поверхности океана. Это вносит труднопредсказуемые погрешности в расчет опорных лучей и времен распространения сигналов по ним. Кроме того, из-за малости временных задержек между последовательно приходящими сигналами их невозможно разрешить, а следовательно, и провести идентификацию с опорными лучами. Поэтому томография строилась на групповых свойствах лучей, а именно, на временных флуктуациях положения максимума огибающей принимаемого многолучевого сигнала. Эксперимент проводился в течении 30 дней. Результаты инверсии контролировались и были подтверждены прямыми инструментальными измерениями определяемых гидрофизических параметров.

## 2.4. МОДОВЫЙ МЕТОД

### 2.4.1. О разрешимости лучей и мод в океанических волноводах

Во всех вариантах описанного в разд. 2.1 лучевого подхода к решению обратной томографической задачи предполагалось, что отдельные лучевые траектории могут быть разделены (разрешены) и идентифицированы. Разрешать лучи предполагалось прежде всего по различиям во времени прихода зондирующих импульсов, распространяющихся вдоль разных лучевых траекторий. При этом направленность антенны в вертикальной плоскости помогает различать лучи, приходящие из глубины и от поверхности, которые могут иметь близкие времена распространения сигнала [252]. Отметим, что эта дополнительная возможность селекции сигналов уже использовалась в томографическом эксперименте [229].

Вместе с тем, измеряемые параметры зондирующего сигнала можно интерпретировать не на лучевом, а на модовом языке, например, определить фазовые или групповые скорости мод. По возмущениям этих характеристик также можно получить информа-

цию о структуре океанических неоднородностей, что было отмечено еще в работе [223]; более подробно вопрос о соотношении лучей и мод в смысле получения информации о возмущениях скорости звука в океане обсуждался теми же авторами в [225].

В принципе, поскольку модовое представление поля в волноводе является строгим, им можно было бы просто пользоваться вместо лучевого, что, очевидно, излишне, если описать структуру поля можно с помощью числа лучей, меньшего числа распространяющихся в волноводе мод. Вместе с тем, существуют условия, при которых лучевой подход оказывается не только более громоздким, но и неадекватно описывает сам процесс формирования принимаемого сигнала, как это отмечалось в разд. 1.2, где рассматривались методы представления звукового поля.

При достаточно большом расстоянии между источником и приемником отдельные импульсы, приходящие на приемник, могут соответствовать не лучам, а индивидуальным модам. Это расстояние определяется как характеристиками самого волновода, так и свойствами излучаемого сигнала [158]. Как отмечалось в разд. 1.2.2, для квазигармонического сигнала различным лучам, приходящим на приемник, соответствуют интерференционные максимумы групп мод, имеющих близкие номера. С увеличением расстояния между источником и точкой наблюдения число конструктивно интерферирующих мод в каждой такой группе уменьшается, и, начиная с некоторого расстояния, даже соседние по номеру моды перестают конструктивно интерферировать, т. е. различие фаз полей соседних мод достигает величины порядка  $\pi$ . Это расстояние, как показано в [40], определяется неравенством:

$$x \geq x_{\text{opt}} \approx f c_0^{-1} D_n^3 (dD/da)^{-1}, \quad (2.15)$$

где  $a = \cos \beta_n$ ,  $\beta_n$  — угол выхода бриллюэновской волны  $n$ -й моды с оси волновода,  $D_n = |h_n - h_{n+1}|^{-1}$  — длина биений между соседними модами (длина цикла  $n$ -й бриллюэновской волны),  $f$  — несущая частота сигнала,  $c_0$  — скорость звука на оси канала. Величину определяемую неравенством (2.15), можно интерпретировать и другим эквивалентным способом, а именно, на расстоянии  $x_{\text{opt}}$  вертикальный размер френелевского объема [40], построенного вокруг траектории бриллюэновской волны, сравнивается с характерным вертикальным размером волновода (точнее, вертикальным размером области, озвучиваемой модой в рефракционном волноводе). Действительно, в качестве оценки вертикального френелевского

\* Заметим, что сигнал предполагается все же достаточно узкополосным, чтобы можно было пользоваться понятием групповой скорости.

размера можно брать масштаб биений в вертикальной плоскости между крайними модами из рассматриваемой синфазной группы. Отсюда ясно, что, когда синфазность начинает нарушаться даже между соседними по номеру модами (что эквивалентно увеличению масштаба биений соседних мод по вертикали до величины порядка размера всей озвученной по глубине области), френелевский размер по вертикали также становится сравнимым с вертикальным масштабом неоднородности скорости звука в волноводе. Напомним, что условие справедливости лучевого описания поля в неоднородной среде может быть сформулировано как требование малости размера френелевской зоны по сравнению с характерным размером неоднородности.

Для импульсного сигнала расстояние межмодового разделения имеет простой и наглядный смысл. В процессе распространения происходит, с одной стороны, "разбегание" импульсов по отдельным модам, связанное с межмодовой дисперсией, а с другой — уширение импульса на каждой моде из-за влияния внутримодовой частотной дисперсии. Пока импульсы, отвечающие достаточно большому числу мод, перекрываются, результат интерференции их полей может быть интерпретирован в терминах геометрических лучей. В отсутствие внутримодовой дисперсии разделение импульсов для мод с номерами  $n$  и  $m$  (на величину порядка собственной пространственной ширины) происходит на расстоянии

$$x_{n,m} \approx c^2 \tau_0 / |v_n - v_m|, \quad (2.16)$$

где  $\tau_0$  — начальная длительность импульса,  $v_l$  — групповая скорость  $l$ -й моды,  $c$  — скорость звука в волноводе, например на его оси. Уширение длительности импульса  $\tau$  за счет влияния внутримодовой дисперсии определяется равенством (для гауссовой формы импульса)

$$\tau(x) = \tau_0 \left[ 1 + (x/a_n)^2 \right]^{1/2}, \quad (2.17)$$

где  $a_n = 0,5\tau_0(d^2 h_n / d\omega^2)$ ,  $h_n$  — горизонтальное волновое число  $n$ -й моды. Поэтому для того чтобы импульсы, соответствующие двум соседним по номерам модам, разделялись по времени, требуется выполнение условия

$$x \geq x_p = x_{n,n+1} / (1 - q^2)^{1/2}, \quad (2.18)$$

где  $q = x_{n,n+1} / a_n$ , а  $x_{n,n+1}$  определяется из выражения (2.16). Параметры  $x_{n,n+1}$  и  $a_n$ , входящие в условие (2.18), зависят от начальной

длительности импульса  $\tau_0$  (или спектральной ширины  $\Delta f \approx \tau_0^{-1}$ ) и его несущей частоты. Для каждой фиксированной несущей частоты можно определить соответствующую величину  $\tau_0$ , при которой разделение происходит на минимальном расстоянии  $x_{\text{opt}}$ . Можно показать, что для такой оптимально подобранной величины  $\tau_0$  (ей соответствует  $q = 1/2$ ) условие (2.18) переходит в неравенство (2.15).

В глубоководном звуковом канале для реально используемых на практике несущих частот в сотни герц расстояние разделения  $x_{\text{opt}}$  чрезвычайно велико. Так, для канонического профиля скорости звука [137], не слишком больших (меньше 15 град) углов наклона лучей на оси канала и несущей частоты 200 Гц на основании формул (2.15) и (2.18) получаем, что минимальное расстояние разделения импульсов по модам — порядка  $2 \cdot 10^4$  км. Поэтому для звукового канала с масштабами, характерными для глубокого океана, лучевая томографическая схема практически всегда оказывается достаточной. Столь большое расстояние разделения мод связано с тем, что форма профиля звука в приосевой области канонического звукового канала близка к параболической и межмодовая дисперсия очень слабая. Однако для других типов волноводов (мелкое море, приповерхностный канал) расстояние, где моды разделяются, может быть значительно меньше. Например, на частоте 200 Гц для приповерхностного канала с линейным профилем скорости звука ( $c(z) = c_0 + z \cdot 1,7 \cdot 10^{-2} c^{-1}$ ) для первой моды получим  $x \sim 80$  км. На рис. 2.11 показана качественная зависимость расстояния разделения мод от начальной длительности импульса  $\tau$  для некоторой фиксированной несущей частоты  $f$ . Для того чтобы при  $x > x_{\text{opt}}$  приходящие на приемник импульсы отвечали отдельным модам, величина  $\tau_0$  должна удовлетворять условию  $\tau_1 < \tau_2 < \tau_0$ , где  $\tau_1$  и  $\tau_2$

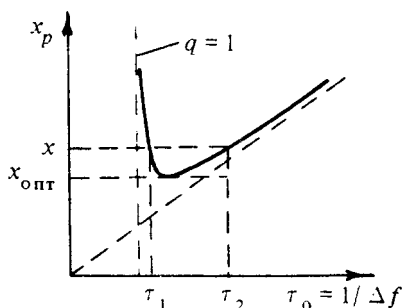


Рис. 2.11. Качественная зависимость расстояния разделения мод  $x_p$  от начальной длительности импульса  $\tau_0$



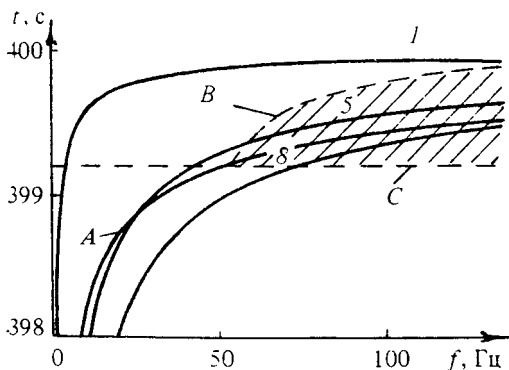


Рис. 2.12. Плоскость параметров "несущая частота — время прихода импульса": 1, 5, 8 — дисперсионные кривые 1-й, 5-й и 8-й мод. Кривая А — граница области разрешимости мод при оптимальной полосе анализа (выше — моды могут быть разрешимы, ниже — не разрешимы); в заштрихованной области, ограниченной кривыми В и С, из-за перекрытия импульсов при некоторой неоптимальной (более узкой) полосе сигнала не разделяются ни лучи, ни моды; ниже кривой С разделяются лучи; выше кривой В разделяются моды

определяются из равенства  $x = x_p$ . Аналогичное рассмотрение можно провести и на спектральном языке [225]. На плоскости параметров "несущая частота — время прихода импульса" можно выделить области, где разделяются лучи и моды. Соответствующее разбиение для модельного билинейного канала с  $dc/dz = 2 \cdot 10^{-2} c^{-1}$  на расстоянии 600 км от источника [225] показано на рис. 2.12. Кривая А соответствует минимальным расстояниям разделения, которым отвечает оптимальная частотная полоса сигнала  $\Delta f$ . При слишком широкой полосе сигнала моды вообще не разрешаются, а при выборе полосы, меньшей оптимальной, разделение происходит на расстояниях, больших  $x_{opt}$ . Соответствующие области выделены на рисунке штриховыми кривыми (для некоторой полосы  $\Delta f$ , меньшей оптимальной).

Таким образом, имеет смысл излучать как можно более короткий импульс (или как можно более широкую полосу частот) с тем, чтобы, осуществляя на приеме фильтрацию сигнала в требуемой полосе частот  $\Delta f [\tau_2^{-1}, \tau_1^{-1}]$ , можно было разделить моды. Заметим, что согласованная обработка принятого сигнала, сжимающая импульс во времени в соответствии с законом уширения длительности импульса (за счет внутримодовой частотной дисперсии)  $n$ -й моды, позволяет для этой моды существенно снизить  $x_p$  по сравнению со значениями,

определяемыми формулами (2.15) и (2.18). Наряду с согласованной частотно-временной обработкой для улучшения условий выделения мод может быть использована и пространственная фильтрация [80]. Эксперименты по временной и совместной пространственно-временной селекции нескольких низших мод описаны, например, в [182, 250]. В работах [256, 257] приводятся результаты натуральных экспериментов по пространственной фильтрации мод многоэлементными антеннами, причем число разрешаемых мод достигало нескольких десятков при характерном размере антенны по вертикали порядка километра.

#### 2.4.2. Алгоритм трехмерной модовой томографии океана

В связи с быстрой расфазировкой мод в мелком море и высокоградиентных рефракционных волноводах локализация звука по вертикали выражена значительно слабее, чем в глубоком океане. В этом случае не приходится рассчитывать на восстановление трехмерной структуры волновода на основе лучевой схемы [223], существенно использующей локальное влияние на акустическое поле неоднородностей, пересекаемых каждой лучевой траекторией. Поэтому методика трехмерного восстановления в этом случае должна быть иной. Прежде всего, измеряя фазу или групповую задержку одной из распространяющихся мод, можно осуществить двумерное восстановление структуры на некоторой площади, охватываемой выбранной конфигурацией источников и приемников (по стандартной лучевой схеме, подобной описанной в [223]). При этом на плоской акватории определяется некоторое среднее по глубине, взвешенное в соответствии со структурой выделяемой моды значение скорости звука в канале. Именно такая двумерная схема представлена в работе [84], где предложено использовать измерение фазы стабильного тонального сигнала на одной из выделяемых приемной антенной мод. Предполагается также, что неоднородности являются достаточно плавными, так что для нахождения накапливающихся вдоль трассы возмущений модовых характеристик можно пользоваться адиабатическим приближением, согласно которому моды считаются распространяющимися независимо. Заметим, что и в лучевой схеме [223] также предполагалось выполненным условие адиабатичности распространения звука.

Можно отметить далее, что несмотря на отсутствие резкой локализации по глубине полей нормальных волн, моды, благодаря различию своей вертикальной структуры, несут различную информацию о разных по глубине горизонтах. Поэтому выделение нескольких мод (либо с помощью антенных решеток, либо за счет разбегания импульсных сигналов из-за межмодовой дисперсии) дает возмож-

ность восстановить вертикальную структуру волновода. Соответствующий алгоритм [68] описывается ниже.

Задача трехмерного томографического восстановления с использованием нормальных волн распадается, исходя из вышесказанного, на два этапа. На первом этапе решается плоская томографическая задача. Исходной информацией могут служить как возмущения фаз отдельных мод, так и времена задержек импульсов на различных модах по аналогии с лучевой [223] импульсной томографией. Вариации характеристик  $n$ -й моды на каждой трассе между излучающей и приемной антеннами в адиабатическом приближении даются следующими выражениями:

в случае фазовой томографии

$$\delta \varphi_{pq}^{(n)} = \int_{pq} \delta h_n(x, y) dl, \quad (2.19)$$

где  $\varphi_{pq}^{(n)}$  — набег фазы  $n$ -й моды между источником  $p$  и приемником  $q$ ,  $\delta h_n$  — возмущение волнового числа  $n$ -й моды;

в случае импульсной томографии

$$\delta t_{pq}^{(n)} = \int_{pq} \delta [v_n^{-1}(x, y)] dl, \quad (2.20)$$

где  $t_{pq}^{(n)}$  — групповая задержка  $n$ -й моды на трассе  $pq$ ,  $v_n$  — групповая скорость  $n$ -й моды.

Используя измеренный набор значений  $\delta \varphi_{pq}^{(n)}$  и  $\delta t_{pq}^{(n)}$ , на первом этапе восстанавливаем двумерное поле величин  $\delta h_n(x, y)$  и  $\delta [v_n^{-1}(x, y)]$  соответственно. Это восстановление можно провести, например, путем разбиения исследуемой акватории на некоторое число дискретных ячеек и сведения интегральных уравнений (2.19), (2.20) к алгебраической системе вида [68, 69]

$$y_i = \sum b_{ij} d_j, \quad (2.21)$$

причем в качестве  $y_i$  берется  $\delta \varphi_{pq}^{(n)}$  для (2.19) или  $\delta t_{pq}^{(n)}$  для (2.20),  $b_{ij} = R_{ij}$  — длина  $i$ -й трассы в  $j$ -й ячейке,  $d_j$  — значение восстанавливаемой величины в  $j$ -й ячейке (в нашем случае — это  $\delta h_n(x, y)$  или

\* Отметим, что позже независимо от [68] аналогичная трехмерная схема модовой томографии была предложена в работе [232]. Известны предложения использовать данные о возмущениях характеристик нормальных мод для реконструкции пространственной структуры объекта и в существенно иных задачах, см., например, [228].

$\delta[v_n^{-1}(x, y)]$  соответственно). Как известно [146], задача (2.21) относится к классу некорректных, и ее решение должно строиться с применением соответствующих методов регуляризации [146, 147].

На втором этапе производится восстановление вертикальной структуры в каждой из выделенных ячеек. Для этого воспользуемся связью найденных на первом этапе возмущений  $\delta h_n$  или  $\delta V_n^{-1}$  с величиной малых возмущений вертикального профиля скорости звука в волноводе  $c(z)$ . Нетрудно показать на основе уравнения (1.12), что эта связь для  $\delta h_n$  в первом порядке теории возмущений имеет вид

$$\delta h_n = (\omega^2/2h_n) \int S(z) \varphi_n^2(z) dz, \quad (2.22)$$

где  $S(z) = \delta[c^{-2}(z)]$  — искомая неоднородность,  $\varphi_n(z)$  — вертикальная структура  $n$ -й нормальной моды,  $\varphi_n(z)$  удовлетворяет условию нормировки  $\int \varphi_n^2(z) dz = 1$ . Выражение для возмущений групповой скорости в том же приближении можно получить, дифференцируя уравнение (2.22)

$$\begin{aligned} \delta[v_n^{-1}] &= \frac{\partial}{\partial \omega} \left[ (\omega^2/2h_n) \int S(z) \varphi_n^2(z, \omega) dz \right] = \\ &= (\omega/h_n) \int S(z) \varphi_n^2(z, \omega) dz + (\omega^2/h_n) \int S(z) \varphi_n(z, \omega) \frac{\partial}{\partial \omega} \varphi_n(z, \omega) dz. \end{aligned} \quad (2.23a)$$

В полученное выражение входит производная от функции, описывающей вертикальную структуру моды, по частоте. Эту производную можно исключить из формулы (2.23a), представив ее в виде разложения по набору самих функций  $\{\varphi_n\}$ . Для этого следует продифференцировать выражение для собственных функций (1.12) по  $\omega$  и воспользоваться свойством ортогональности собственным  $\varphi_n$ . В результате вместо уравнения (2.23a) получим эквивалентное выражение, в которое входят только сами  $\varphi_n$ :

$$\delta[V_n^{-1}] = - \int S(z) v_n(z) dz, \quad (2.23б)$$

где  $v_n(z) = \sum_m A_{nm} \varphi_n(z) \varphi_m(z)$ ,  $c_n = \omega/h_n$  — фазовая скорость  $n$ -й моды,

$$A_{nn} = c_n(2v_n - c_n), \quad A_{nm} (n \neq m) = \left[ 4\omega^2 c_n v_n / (h_n^2 - h_m^2) \right] \int dz \left[ \varphi_n(z) \varphi_m(z) / c^2(z) \right].$$

Задача восстановления  $S(z)$  из уравнения (2.22) или (2.23) также

некорректна: во-первых, системы функций  $\{\varphi_n^2\}$  и  $\{v_n\}$  не являются полными, во-вторых, из всего набора распространяющихся мод в эксперименте может быть выделена лишь часть, что еще более уменьшает объем доступной информации. Характер неполноты информации можно продемонстрировать на примере изоскоростного волновода с идеально мягкими границами (для нескольких низших мод даже такая простая модель может довольно хорошо описывать реальное мелкое море). В этом случае собственные функции  $\varphi_n \sim \sin(\pi n/H)$ ,  $A_{nm} (n \neq m) = 0$ ,  $v_n \sim \varphi_n^2$ . Очевидно, что из-за симметрии функций  $\varphi_n^2$  несимметричная (относительно серединной глубины волновода) часть неоднородности  $\delta c(z)$  не оказывает влияния на величину вариаций фазы или групповых задержек мод, т. е. на значения интегралов (2.22), (2.23). В случаях, когда моды не обладают столь симметричной формой, в вертикальной плоскости также существуют такие структуры  $\delta c(z)$ , которые не оказывают (или, точнее, в сравнении с экспериментально достигаемыми точностями измерений, практически не оказывают) влияния на величину интегралов (2.22), (2.23), а потому их также не удастся реконструировать. Другая очевидная причина потери информации, как уже было отмечено, связана с конечностью числа выделяемых мод. Она проявляется в том, что мелкомасштабные компоненты вертикальной структуры неоднородности практически не дают вклада в интегралы (2.22), (2.23), т. е. также не влияют на вариации фазовой или групповой скорости. Для восполнения потерянной информации (в приведенном примере — это информация о несимметричной части возмущения профиля и его мелкомасштабных составляющих) необходимо привлекать определенную априорную информацию об ожидаемом виде решения. В частности, искомое возмущение  $S(z)$  целесообразно искать в виде суммы

$$S(z) = \sum_{m=1}^M f_m(z) a_m, \quad (2.24)$$

где  $a_m$  — неизвестные константы, а функции  $f_m$  выбираются максимально близкими к ожидаемой структуре неоднородностей. Число слагаемых  $M$  не должно превышать числа выделяемых мод, иначе задача становится недоопределенной. Подставляя выражение (2.24) в уравнения (2.22), (2.23б), вновь получим алгебраическую систему вида (2.21), у которой  $y_n = \delta h_n$ ,  $d_m = a_m$ ,  $b_{nm} = (\omega^2/2h_n) \int dz f_m(z) \varphi_n^2(z)$  — для фазовой томографии и  $y_n = \delta v_n/v_n^2$ ,  $d_m = a_m$ ,  $b_{nm} =$

$= \int dz f_m(z) \theta_n(z)$  — для импульсной модовой томографии. Решая полученную систему, найдем коэффициенты разложения  $a_m$  искомой неоднородности по выбранной системе функций  $\{f_m(z)\}$ . Отметим, что и на этом этапе решения задачи получающаяся система вида (2.21) может быть неустойчивой, поэтому решать ее необходимо с применением какого-либо метода регуляризации.

Остановимся еще на одном моменте, также связанном с потерей информации. Даже если мы умеем выделять все распространяющиеся моды и точно знаем, что искомая неоднородность полно описывается выбранным разложением вида (2.24), причем каждый член  $f_m(z)$  дает ненулевой вклад в интегралы (2.23), получающаяся проекционная матрица коэффициентов  $\|b_{nm}\|$  может оказаться плохо обусловленной (вплоть до вырожденности). В результате искомые коэффициенты разложения (2.24) также окажется невозможным восстановить. Такая плохая обусловленность проекционной матрицы может быть связана с тем, что, например, различные структуры  $f_m$  одинаковым образом (по крайней мере в первом порядке теории возмущений, который мы рассматриваем) влияют на все выделяемые моды, т. е. коэффициенты  $b_{nm}$  оказываются почти (или даже строго) пропорциональными друг другу при различных  $m$ . В качестве примера можно привести изоскоростной волновод с мягкими границами, для которого вырождение проекционной матрицы дают базисные функции вида  $f_1(z) = z^0$  и  $f_2(z) = z^1$ . Может быть и другой случай, когда различные моды подобным образом "чувствуют" какую-то из структур  $f_m$ . В любом случае в проекционной матрице появляются почти линейно зависимые строки или столбцы, что приводит к плохой ее обусловленности. Таким образом, при выборе разложения (2.24) следует принимать во внимание не только его близость к ожидаемому виду искомой неоднородности, но также учитывать особенности структуры зондирующих мод, проверяя обусловленность получающейся проекционной матрицы.

К сказанному выше можно добавить, что для реконструкции, в принципе, можно пользоваться не самими абсолютными значениями времен задержки либо фаз мод, но их относительными величинами отсчитываемыми от соответствующих значений для какой-либо моды. При этом число строк (в наших обозначениях) проекционной матрицы просто уменьшится на единицу. При таком способе интерпретации данных измерений отпадают жесткие требования к синхронизации системы единого времени и точности позиционирования всей системы источников и приемников. Правда, это достигается опять-таки ценой потери части информации о неоднородностях

Имеется в виду информация о таких компонентах неоднородности, которые одинаковым образом влияют на все выделяемые моды.

Ниже вопросы, связанные с проблемой неустойчивости и необходимостью использования априорной информации при решении обратной задачи, более подробно будут рассмотрены в связи с анализом результатов лабораторного моделирования схемы импульсной модовой томографии. Что касается применимости приближения адиабатической теории мод, лежащей в основе предлагаемого подхода к решению обратной задачи, то соответствующие условия в настоящее время достаточно хорошо изучены в связи с анализом прямых задач [20]. Подчеркнем также, что в предлагаемой схеме весьма наглядно и естественным образом происходит факторизация трехмерной задачи на семейство двумерных задач, что позволяет использовать методы оценки разрешающей способности томографических конфигураций на плоскости, развитые для двумерных схем [31, 30] (для лучевой схемы типа [223] подобной факторизации можно добиться только применением специального алгоритма [30]).

Сделаем также несколько замечаний по поводу постановки линеаризованной задачи, обсуждавшейся выше. В случае достаточно сильных возмущений скорости звука структура мод может исказиться довольно существенно, так что найденная в линейном приближении поправка к фазовой или групповой скорости будет содержать заметную ошибку. В подобных случаях можно попытаться, как это уже отмечалось выше при обсуждении аналогичной проблемы в лучевом алгоритме, выполнить несколько итераций по линеаризованным формулам, подправляя опорное значение скорости звука по результатам предыдущей итерации. В общем виде сказать что-либо о сходимости такого итерационного процесса трудно. По-видимому, проще и надежнее всего ответ может быть получен путем численного моделирования для наблюдающихся в данном районе характерных структур неоднородностей.

#### **2.4.3. Численное и лабораторное моделирование модовой томографической схемы**

В настоящее время в литературе описан ряд экспериментальных работ, связанных с выделением нормальных мод волновода в принимаемом акустическом сигнале (см., например, [182, 250, 256, 257]). Эти эксперименты проводились как в лабораторных, так и в натуральных условиях. Их результаты свидетельствуют о возможности предсказания характеристик нормальных волн по известным усреднен-

\* Заметим, что в рассматриваемом в следующем разделе интерференционном алгоритме на основе измерения вариаций интенсивности многомодового сигнала восстанавливается информация об относительных вариациях фаз мод, которая далее используется для реконструкции на основе рассмотренных выше связей фазы моды с возмущениями профиля скорости звука.

ным гидрологическим данным и практической выполнимости селекции нескольких собственных волн в природных волноводах. Однако возможность использования результатов измерений модовых характеристик для решения задачи реконструкции структуры волновода в какой-либо форме в этих работах не ставилась.

В данном разделе приведены результаты лабораторных экспериментов [66] по моделированию схемы модовой томографии с использованием групповых задержек мод. Согласно изложенному выше алгоритму восстановления распределения скорости звука  $c(x, y, z)$  в океаническом волноводе, двумерная реконструкция распределения  $c(x, y)$  совпадает с известным двумерным лучевым алгоритмом [223] (для некоторого усредненного по глубине, в соответствии со структурой выделяемой моды, значения скорости звука). При этом исследуемая акватория может, например, быть разбита на элементарные ячейки, в пределах которых значение скорости можно считать не зависящим от горизонтальных координат  $(x, y)$ . Собственно модовая специфика данного подхода проявляется на втором этапе решения задачи при восстановлении вертикального распределения  $c(z)$  в каждой элементарной ячейке. В описываемых экспериментах моделируется именно этот этап: восстановление вертикального профиля скорости звука в волноводе на одной трассе источник — приемник по измерениям групповых задержек модовых импульсов. Такое моделирование позволило "в чистом виде" продемонстрировать отмеченные выше особенности модового алгоритма, связанные с неполнотой системы функций (коэффициенты разложения по которым получают в измерениях), необходимостью использования достаточно большого объема априорной информации и т. д. Несмотря на простоту такого моделирования, остановимся на нем относительно подробно, поскольку обсуждение такого рода примеров с небольшим числом восстанавливаемых параметров позволяет очень наглядно продемонстрировать ряд отмеченных в разд. 2.4.3 общих особенностей томографических алгоритмов.

Модельный волновод представлял собой водный слой с глубиной  $39 \pm 0,3$  мм. Контролируемый профиль скорости звука создавался с помощью солевой стратификации. Источник сигнала позволял излучать импульсы с несущей частотой 240 кГц и характерной длительностью по огибающей 20–30 мкс. Приемное стробированное устройство давало возможность исследовать вертикальную структуру поля в каждом из импульсов и тем самым идентифицировать моды. Прецизионный генератор импульсных сигналов позволял с высокой точностью измерять групповые задержки модовых импульсов.

С помощью ключа-строба была определена вертикальная структура поля для каждого импульса из принимаемой группы. Примеры подобных записей приведены на рис. 2.13. Структура поля



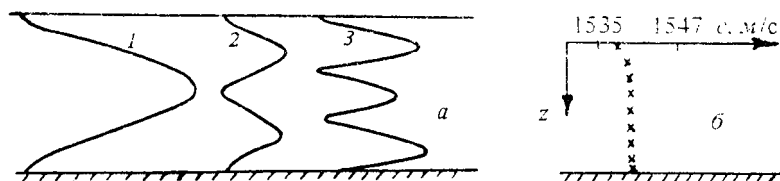


Рис. 2.13. Профили давления в первых трех модах импульсах (а) и измеренный зондом профиль скорости звука в волноводе (б)

мод по вертикали показывает, что дно по своим свойствам было близко к мягкому, поэтому для групповых скоростей должно быть справедливо выражение

$$v_g = c (1 - c^2 n^2 / 4f^2 H^2)^{1/2}, \quad (2.25)$$

где  $c$  — скорость звука в изоскоростном волноводе,  $n$  — номер моды,  $f$  — несущая частота импульса,  $H$  — глубина волновода. Контрольные измерения в волноводе с изоскоростным профилем, в котором были проведены калибровочные измерения групповых задержек импульсов, подтвердили адекватность модели (2.25) экспериментальной ситуации и показали, что точность принимаемых модельных представлений и точность проведения измерений согласуются друг с другом, а также, как будет видно из дальнейшего, достаточны для наблюдения вариаций групповых задержек, обусловленных влиянием интересующей нас неоднородности скорости звука по глубине.

**Результаты модельных экспериментов по томографической реконструкции.** Поскольку принятая схема томографической реконструкции основана на линеаризованном алгоритме, структура невозмущенных собственных функций волновода должна выбираться достаточно близкой к структуре, соответствующей неизвестному профилю. Чтобы не усложнять моделирование принципиальными для проверки алгоритма, но громоздкими вычислениями, в качестве опорного профиля был выбран изоскоростной волновод с мягкими границами и, соответственно, собственные функции мод вида

$$\varphi_n = (2/H)^{1/2} \sin(\pi n/H), \quad (2.26)$$

согласующиеся с дисперсионной зависимостью выражения (2.25). Такой выбор (вместе с требованием малости возмущения  $c(z)$ , необходимого для справедливости линейного приближения) накладывает ограничение на максимальную величину перепада скорости звука по

глубине волновода. Оценить максимальный перепад можно из следующего простого соображения: измененная за счет влияния рефракции глубина поворота квазиплоской бриллюэновской волны, соответствующей низшей моде, не должна становиться меньше глубины волновода  $H$ , иначе структура мод в волноводе с рефракцией существенно исказится по сравнению с изоскоростным случаем. Для рассматриваемой ситуации это требование ограничивает величину перепада скорости значением 15–20 м/с. С учетом этого ограничения выбиралась величина перепада солености в создаваемом профиле.

В рассматриваемом случае изоскоростного опорного профиля выражение общего вида (2.23) для вариаций групповой скорости упрощается:

$$\delta [v_n^g]^{-1} = -A_n \int_0^H dz \frac{\delta c(z)}{c^3} \varphi_n^2(z), \quad (2.27)$$

где  $A_n = c_n(2v_n - c_n)/v_n$ ,  $v_n$  и  $c_n$  — групповая и фазовая скорости  $n$ -й моды,  $c$  — опорное значение скорости.

Информация о неоднородностях получалась по измерениям групповых задержек наиболее хорошо наблюдаемых первых трех мод. Восстановлены по такому ограниченному объему информации могут быть лишь достаточно простые структуры профилей, для описания которых достаточно трех независимых параметров. В эксперименте были созданы следующие типы стратификации: трехслойный профиль и профиль, близкий к линейному, результат восстановления которых приведен ниже.

Созданный трехслойный профиль, структура которого контролировалась с помощью рефрактометра, показан на рис. 2.14. Более резких границ между слоями из-за перемешивания при заполнении лотка и диффузии получить не удавалось, тем не менее ступенчатая структура видна достаточно отчетливо. Искомое значение  $\delta c(z)$  представим в виде суммы

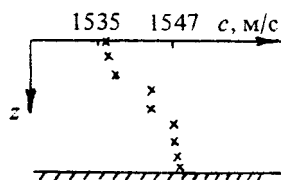


Рис. 2.14. Зондовые измерения профиля скорости звука в трехслойном волноводе

$$\delta c = \sum_1^3 a_n f_n(z), \quad (2.28)$$

где в данном случае  $f_n$  представляют собой ступенчатые функции, постоянные на участках  $0 < z < H/3$ ,  $H/3 < z < 2H/3$ ,  $2H/3 < z < H$ . С

учетом выражений (2.27), (2.28) для неизвестных  $a_n$  получаем систему линейных уравнений

$$M a = \delta t, \quad (2.29)$$

где  $M_{ij} = -A_n r \int_0^H dz \frac{f_j(z)}{c^3} \Phi_i^2(z)$ ,  $r$  — дистанция источник — приемник,

$\delta t_k = t_k - t_k^0$ ,  $t_k$  — групповая задержка  $k$ -й моды,  $t_k^0$  — расчетное значение групповой задержки в опорном профиле.

Очевидно, что в рассматриваемой ситуации с малым числом параметров для качественной реконструкции принципиально необходимо использование весьма полной априорной информации, а именно, в данном случае — учет того, что структура профиля близка к трехслойной с примерно равными толщинами слоев (либо близка к линейной, как в следующем примере). Такие достаточно жесткие требования связаны только с малым числом восстанавливаемых параметров, а не являются недостатком, характерным исключительно для модовой схемы (совершенно так же дело обстоит и в лучевой схеме с малым числом лучей).

На этих двух простых примерах (трехслойного и линейного профилей) хорошо видна отмеченная выше в разд. 2.4.2 неустойчивость решения обратной задачи, причем даже использование весьма полной априорной информации не снимает ее. В данном случае из-за симметрии собственных функций уравнения (2.26) и симметрии выбранных функций разложения  $f_n$  матрица коэффициентов в системе (2.29) оказывается вырожденной, так что точное решение уравнения (2.29) не определено. Обычная регуляризация по Тихонову, т. е. поиск минимума функционала  $\|M(a - \delta t) + \alpha \delta t\|$ , где  $\alpha$  — параметр регуляризации,  $\|a\|$  — норма вектора, при этом не улучшает сходимости решения к правильному результату, а стягивает его с ростом величины параметра регуляризации к некоторому полностью симметричному решению, при котором  $a_1 = a_2 = a_3$ . Подчеркнем, что это будет даже в случае использования идеально точных значений вариаций времен задержек и при априорном учете того факта, что истинное решение строго симметрично. Очевидно, такой проблемы (для выбранного вида решения) не возникло бы для несимметричных по вертикали собственных функций типа  $\Phi_n = \sin[\pi(2n + 1)/2H]$ , но изменить дисперсионные свойства волновода мы не можем. Можно, однако, сознательно несколько нарушить симметрию искомого решения, оставив его трехслойным, изменив толщину слоев, например взять следующие интервалы постоянства функций:  $0 < z < 0,31H$ ,  $0,31H < z < 0,65H$ ,  $0,65H < z < H$ . Вырождение матрицы  $M$  при этом снимается, хотя задача (2.29) остается весьма

неустойчивой, но использование регуляризации (при выборе значения параметра регуляризации  $\alpha$  в соответствии с погрешностью экспериментальных измерений импульсных задержек) в этом случае уже приводит к достаточно неплохому согласованию результата решения обратной задачи и прямых зондовых измерений. Величина параметра регуляризации подбиралась такой, чтобы среднеквадратичная невязка  $(|Ma_{\text{reg}} - \delta t|^2)^{1/2}$  для регуляризованного решения  $a_{\text{reg}}$  была равна среднеквадратичной погрешности измерения времен задержек всех трех импульсов:  $\Delta = (\delta_1^2 + \delta_2^2 + \delta_3^2)^{1/2}$ .

На рис. 2.15 приведены результаты реконструкции профиля для трех (различающихся в пределах точности измерений) наборов времен задержек импульсов. Как отсюда видно, при выборе значения регуляризующего параметра в соответствии с точностью измерений вектора  $\delta t$ , погрешности в его задании слабо сказываются на результате реконструкции. В то же время без использования регуляризации или при слишком малой величине параметра регуляризации результат решения системы (2.29) оказывается чрезвычайно чувствительным к ошибке определения  $\delta t$ . В качестве примера на рис. 2.16 приведен результат реконструкции с тем же значением  $\delta t$ , что и на рис. 2.15, а, но при недостаточно большом значении параметра регуляризации. Использование регуляризации стабилизирует неустойчивость, хотя и приводит к систематическому искажению

результата, связанному с самым способом регуляризации по критерию выбора решения с минимальной нормой, что приводит к увеличению минимальных по модулю компонент вектора решения  $a$  и, соответственно, уменьшению максимальных.

Рассмотрим кратко результаты другой серии экспериментов — с квазилинейным профилем скорости

Рис. 2.15. Результат реконструкции трехслойного профиля: а, б, в — примеры для трех наборов времен задержек, различающихся в пределах точности измерений, ххх — зондовые измерения, — — — результат реконструкции

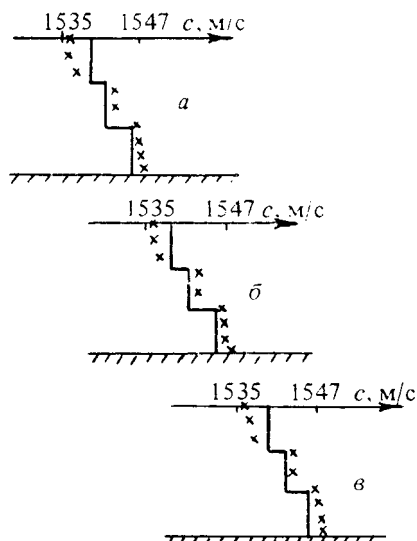
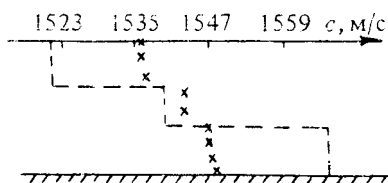


Рис. 2.16. Пример неустойчивого обращения (при слишком малом значении параметра регуляризации):  $\times \times \times$  — зондовые измерения, ---- результат реконструкции



звука. Все замечания относительно необходимости использования априорной информации, сделанные выше, остаются в силе и в данном случае. Если известно, что искомый профиль является достаточно плавным и близким к линейному, естественно попытаться искать решение в виде степенного разложения (2.28), где  $f_n(z) = (z/H)^{n-1}$ :

$$\delta c(z) = a_1 + a_2(z/H) + a_3(z/H)^2. \quad (2.30)$$

При этом, однако, вновь возникает проблема вырожденности матрицы  $M$ , связанная с одинаковым типом симметрии первых двух слагаемых в уравнении (2.30), в результате чего, как и в рассмотренном выше трехслойном случае, даже применение регуляризации не улучшает сходимости к истинному решению. Для снятия вырожденности матрицы так же, как и ранее, было внесено незначительное искажение в разложение (2.30), а именно, добавлялась ступенька (обязательно несимметрично относительно серединной глубины волновода!) с перепадом 1–2 м/с в первоначально постоянное первое слагаемое, а во втором слагаемом показатель степени вместо строгой единицы был заменен на 1,2. Примеры результатов обращения регуляризованной системы (2.29) для почти линейной стратификации приведены на рис. 2.17.

В целом результаты выполненного моделирования продемонстрировали работоспособность модового алгоритма и вместе с тем дали достаточно наглядную иллюстрацию возникающих (особенно в случае малой размерности вектора информационной характеристики) проблем, связанных с оценкой объема необходимой априорной информации и проблемой возможной сильной неустойчивости, которая может иметь место даже при довольно полном представлении об ожидаемом виде решения из-за определенных свойств симметрии его структуры и структуры зондирующего сигнала.

В связи с неизбежным систематическим искажением решения из-за использования регуляризации для оценки характера этих искажений чрезвычайно полезным является численное моделирование реконструкции профиля, близкого по типу к реально ожидаемому. Найденный из численных экспериментов характер искажения может быть использован затем для коррекции реконструированной структуры.

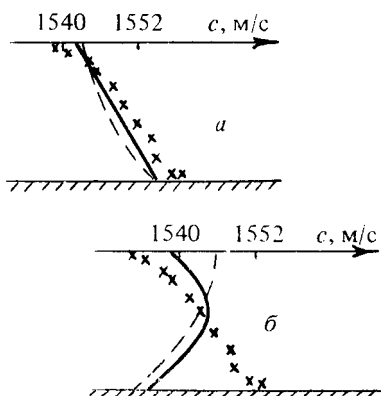
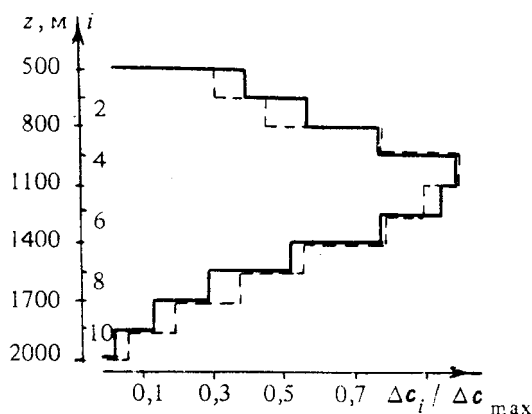


Рис. 2.17. Пример реконструкции профиля, близкого к линейному, для двух векторов  $\delta t$  с разбросом в пределах погрешности измерений: а — с использованием регуляризации; ххх — зондовые измерения профиля; — — — — — результат реконструкции

Некоторые численные эксперименты, относящиеся к модовой томографии. В работе [232], где независимо от [68] был предложен модовый томографический алгоритм, было проведено численное моделирование реконструкции на примере одного вертикального разреза. Как было отмечено выше, именно этот этап реконструкции и содержит в основном модовую специфику, поскольку в горизонтальной плоскости обращение может быть проведено по обычной лучевой схеме. В качестве модельного объекта был выбран крупномасштабный вихрь, находящийся в звуковом канале с каноническим профилем скорости звука [20, 137]. Форма вихря моделировалась двухмасштабной гауссовой зависимостью с характерным масштабом 100 км по горизонтали и 500 м по вертикали. В центре вихря вариации скорости звука составляли  $-10$  м/с. Центр вихря располагался на оси волновода  $z_0 = 1000$  м, несущая частота сигнала была выбрана равной 20 Гц. В качестве данных для инверсии использовались расчетные значения групповых задержек семи низших мод. Усредненные по горизонтали вариации профиля скорости звука в вертикальной плоскости аппроксимировались ступенчатым разложением (по 10 слоям). Результат обращения получающейся системы вида формул (2.21), (2.29) приведен на рис. 2.18.

В более поздней работе [160] было проведено обсуждение возможности линейризованного варианта модовой томографии на примере численного расчета вариаций групповых задержек мод при прохождении низкочастотного (несущая частота 10 Гц) зондирующего поля через вихрь с указанными выше пространственными масштабами. Были рассмотрены два случая — сравнительно слабый вихрь с максимальным возмущением  $\Delta c = -6$  м/с и более мощный с  $\Delta c = +15$  м/с. Вызванные этими вихрями вариации групповых задержек при перемещении точки приема через сечение вихря вычислялись как по

**Рис. 2.18.** Численный пример реконструкции усредненного по трассе вертикального профиля из работы [232]: — — исходный дискретизированный профиль; - - - - реконструированный профиль



линеаризованным формулам (2.23а) и (2.23б), так и с учетом всех порядков по  $\Delta c$  (т. е. точно вычислялись групповые скорости мод в волноводе с подправленным профилем). Результаты такого сравнения показали, что в случае сильного вихря отличие точных результатов от найденных в линейном приближении могут достигать 100 и более процентов. Особенно большими различия оказываются для низших мод, что совершенно естественно, поскольку их параметры определяются поведением вертикального профиля  $c(z)$  вблизи минимума, где как раз и были сосредоточены вызванные вихрем вариации. Для высших мод параметры задаются, главным образом, поведением профиля на гораздо большем перепаде глубин вдали от оси канала, где вариации его структуры малы. Таким образом, существуют моды, мало чувствительные к вариациям профиля, а потому имеющие устойчивую структуру и очень удобные для идентификации при удачном выборе опорного профиля, но мало информативные для томографической реконструкции. Наоборот, моды, наиболее чувствительные к вариациям профиля и потому информативные, имеют гораздо менее устойчивую структуру, в связи с чем их идентификация может быть затруднена (или даже невозможна) в рамках невозмущенной модели опорного профиля. Целесообразно находить здесь некоторый компромисс на основе предварительного анализа и численного моделирования томографического обращения.

Итак, в этом разделе был рассмотрен алгоритм "модовой" томографии, альтернативный известному лучевому и предложенный для использования в тех условиях, где лучевое описание поля теряет силу на сравнительно небольших расстояниях, порядка десятков — первых сотен километров. Это могут быть условия мелкого моря и

высокоградиентных рефракционных каналов при использовании частот зондирующего звука порядка нескольких сотен герц, либо глубоководных каналов при работе на очень низких, порядка десятков герц, частотах. На примере анализа данных проведенного лабораторного моделирования предложенной схемы обсуждены особенности решения обратной задачи, связанные с привлечением априорной информации и вопросами неустойчивости томографического обращения.

Возможные дополнительные преимущества модовой схемы (по сравнению с лучевой) могут быть связаны со снижением уровня флуктуаций, обусловленных внутренними волнами (за счет снижения частоты зондирующего сигнала). Появляется также возможность использования новой информативной характеристики — "частотное окно" — помимо измерений чисто временных параметров импульсов, как в лучевой схеме.

## 2.5. ИНТЕРФЕРЕНЦИОННЫЙ МЕТОД

Рассмотренные выше лучевой и модовой методы томографии основаны на измерении либо вариаций времени задержки импульсов, отвечающих модам или лучам, либо вариаций фаз отдельных мод. Для реализации таких схем необходима высокая точность определения времени распространения (или фазы) сигнала, что требует, в свою очередь, высокой точности определения расстояния между источником и приемником. Это предъявляет достаточно жесткие требования к параметрам технических средств и условиям проведения экспериментов. Кроме того, использование фаз может оказаться затруднительным по ряду других причин. Так, неоднозначность определения фазы (определить ее можно только с точностью до компоненты  $2\pi l$ ) делает невозможной реализацию метода в случае возмущений фазы, превышающих  $2\pi$ . Это не абстрактная трудность: при прохождении низкочастотного звука через синоптические вихри отклонения фаз мод могут достигать десятков и сотен циклов [4, 90, 137]. Значительные возмущения фазы могут возникать также под воздействием мезо- и мелкомасштабных неоднородностей, которые при реконструкции синоптических неоднородностей выступают как помеха. Например, из-за влияния внутренних волн флуктуации фаз акустических мод достигают  $2\pi$  уже на трассах порядка 100 км [4, 18, 44, 137, 142]\*.

---

\* Здесь и ниже по вопросам, не нашедшим отражения в обзорах и монографиях, постараемся приводить как можно более широкий список литературы.



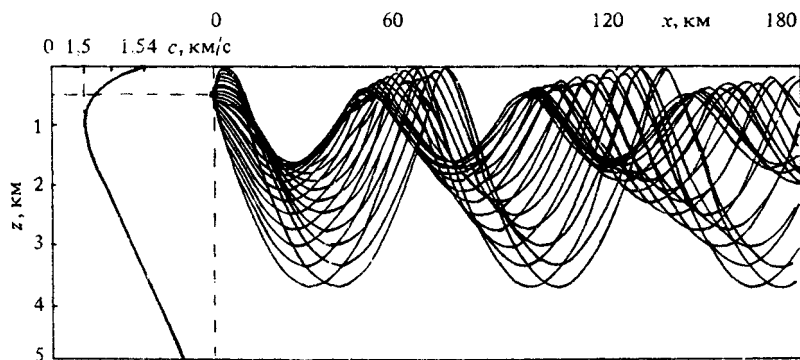
Поэтому в ряде случаев целесообразно использовать не сами возмущения фаз отдельных мод  $\delta\psi_n$ , а их межмодовую разность  $\epsilon_{nm} = \delta\psi_n - \delta\psi_m$ . Из формулы (2.19), (2.22) следует

$$\epsilon_{nm} = -\omega_0^2 \int_{R(r_s, r_r)} dR \int_0^{\infty} dz \left( \frac{\varphi_n^2(z)}{h_n} - \frac{\varphi_m^2(z)}{h_m} \right) S(x, y, z), \quad (2.31)$$

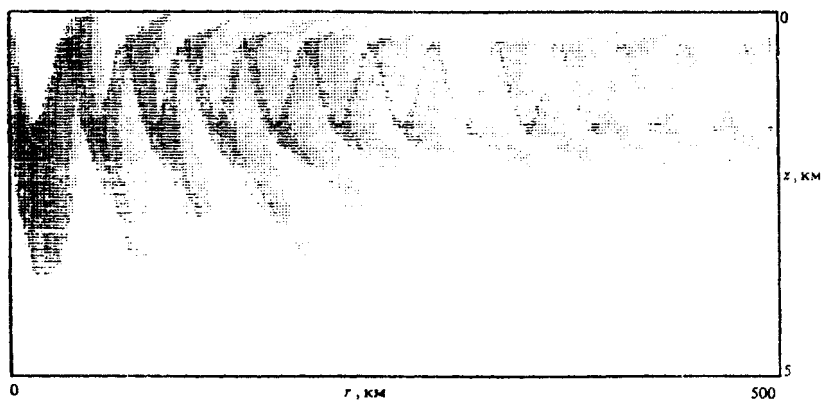
где  $R(r_s, r_r)$  — отрезок прямой в горизонтальной плоскости, соединяющий источник ( $r_s$ ) и приемник ( $r_r$ ),  $S(r, z) = \delta c(r, z)/c^3$ . Нетрудно видеть, что величина  $\epsilon_{nm}$  для близких мод может оставаться малой и в случае, когда возмущения фаз  $\delta\psi_n$  и  $\delta\psi_m$  велики по сравнению с  $2\pi$ . Преимущество использования разности фаз для диагностики синоптических неоднородностей состоит также в том, что она может быть менее чувствительной к влиянию мезо- и мелкомасштабных вариаций скорости звука, чем сама фаза [111, 113]. Естественно, однако, что использование разности фаз должно приводить к потере части акустической информации о неоднородностях и тем самым к возрастанию требований к априорной информации. Этот вопрос в дальнейшем обсудим подробнее.

На практике измерение разности в фазовых набегах мод ( $\psi_n - \psi_m$ ) может быть осуществлено различными способами. Один из возможных способов — это применение вертикальных или горизонтальных антенн, осуществляющих пространственную селекцию мод [65, 80]. Однако с технической точки зрения, на наш взгляд, более привлекательна возможность измерения  $\epsilon_{nm}$  по интерференционной структуре (ИС) звукового поля, которая, как известно, определяется межмодовой разностью фаз.

Синоптические вихри, волны Россби, различные акустические подводные линзы, меняя величину ( $\psi_n - \psi_m$ ), вызывают изменение ИС, например, засветку зон "акустической тени" или смещение в пространстве зон освещенности [44, 90, 98, 101, 109]. Для теплого вихря характерно "выталкивание" лучей из зоны вихря, а для холодного — "втягивание" их (рис. 2.19—2.21). В результате, в случае теплого вихря длина цикла лучей увеличивается (рис. 2.20), а в случае холодного вихря — уменьшается (рис. 2.21). Очевидно, что возмущения ИС зависят от характерных параметров неоднородностей скорости звука, поэтому отклонение интенсивности звука от ее значения в опорном волноводе может служить источником информации об изменениях в межмодовой разности фаз (и о параметрах океанических неоднородностей).

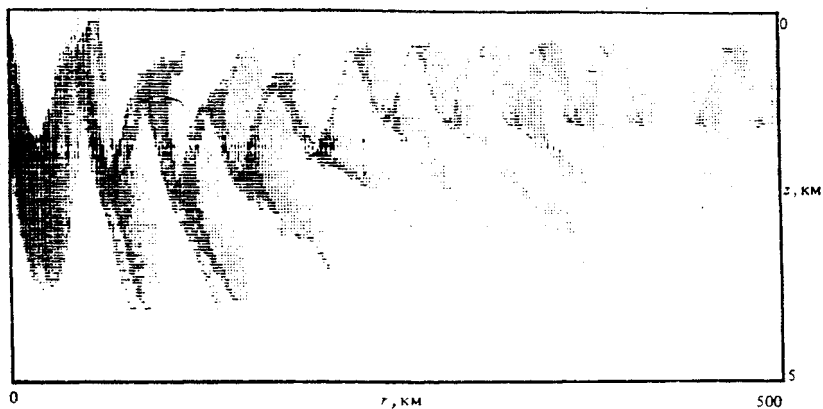


*a*

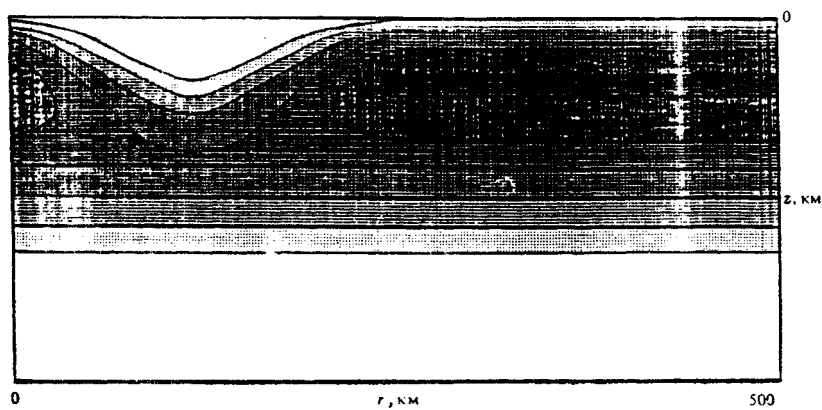


*б*

**Рис. 2.19.** Структура поля в невозмущенном канале: *a* — канонический профиль скорости звука и лучевая структура звукового поля в случае источника, расположенного на глубине 500 м и излучающего в интервале вертикальных углов  $12^\circ$ ; *б* — распределение интенсивности звука в вертикальной плоскости (более темные участки соответствуют большей интенсивности)

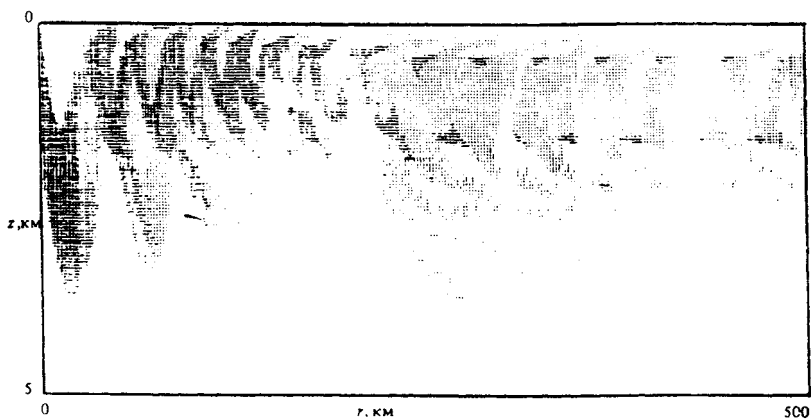


*a*

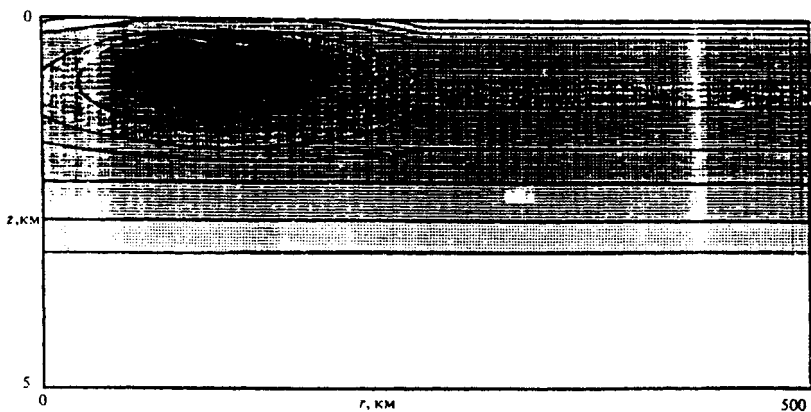


*б*

**Рис. 2.20.** Численное моделирование влияния теплового вихря на ИС звукового поля: *a* – распределение интенсивности звука, *б* – распределение поля скорости звука (более светлые участки соответствуют большим значениям скорости звука)



*a*



*б*

**Рис. 2.21. Численное моделирование влияния холодного вихря: *a* – распределение интенсивности звука, *б* – распределение поля скорости звука**

Возможность использования ИС в низкочастотной акустической томографии океана на акваториях размером в сотни и тысячи километров опирается на ряд предпосылок. Во-первых, экспериментальные исследования показали, что крупномасштабная ИС в глубоководном звуковом канале устойчива на расстояниях, по крайней мере, до тысячи километров [191, 235]. Во-вторых, существующие теоретические модели позволяют достаточно точно рассчитать характеристики ИС [75, 157, 191, 235]. В-третьих, в настоящее время достаточно хорошо разработаны методики измерения пространственно-частотной ИС [75, 157].

В данном разделе рассмотрим метод акустической томографии океана [99], позволяющий по измерениям ИС звукового поля определять поле синоптических неоднородностей скорости звука, выведем интегральное уравнение, связывающее возмущения интенсивности звука с полем неоднородностей  $S(x, y, z)$ , и обсудим роль основных факторов (априорная информация, сглаживание, погрешности измерения), влияющих на эффективность реконструкции.

### 2.5.1. Интегральное уравнение интерференционной томографии

Начнем с вывода уравнения, на основе которого в интерференционной томографии (ИТ) осуществляется реконструкция поля скорости звука. Как и ранее в разд. 2.2–2.4, считаем пренебрежимо малым влияние эффектов горизонтальной рефракции звука, поля течений, а также мезо- и мелкомасштабных неоднородностей скорости звука [44, 90]. Рассмотрим квазигармонический источник звука:  $F(t) \exp(i\omega_0 t)$ , расположенный в точке  $(r_s, z_s)$ , с огибающей частотного спектра  $F(\Omega)$ , где  $\Omega = \omega - \omega_0$ ,  $|\Omega| \ll \omega_0$ . Считая характерный масштаб синоптической изменчивости скорости звука по горизонтали  $R_h$  существенно превышающим масштабы интерференции мод  $l_{nm} = 2\pi/|h_n - h_m|$  ( $n \neq m$ ), как и в модовой схеме томографии при описании звукового поля, будем применять адиабатическое приближение. Тогда, в соответствии с формулами (1.15), (1.17) для частотного спектра комплексной амплитуды звукового давления  $p(r_r, z_r, t) \exp(i\omega_0 t)$ , интенсивность звука в реальном (возмущенном) волноводе ( $c$ ) имеет вид

$$\tilde{I}(r_s, r_r; z_s, z_r; \Omega) = |\tilde{p}(r_r, z_r, \Omega)|^2 \sim$$

$$\sim \frac{2|F(\Omega)|^2}{\pi h a} \sum_{n,m=1}^N \tilde{\varphi}_n(z_s, r_s) \tilde{\varphi}_n(z_r, r_r) \tilde{\varphi}_m(z_s, r_s) \tilde{\varphi}_m(z_r, r_r) \times \\ \times \cos(\psi_n - \psi_m + \varepsilon_{nm}), \quad (2.32)$$

а в опорном (заданном априорно) волноводе (с) —

$$I(r_s, r_r; z_s, z_r; \Omega) = |p(r_r, z_r, \Omega)|^2 \sim \\ \sim \frac{2|F(\Omega)|^2}{\pi h a} \sum_{n,m=1}^N \varphi_n(z_s, r_s) \varphi_n(z_r, r_r) \varphi_m(z_s, r_s) \varphi_m(z_r, r_r) \times \\ \times \cos(\psi_n - \psi_m), \quad (2.33)$$

где  $a = |r_r - r_s|$  — горизонтальное расстояние между источником и приемником. В формуле (2.32) учтена связь фазового набега мод со значением фазы в опорном волноводе  $\psi_n = \int dR h_n(r, \omega)$ . В формулах (2.32) и (2.33) постоянные распространения мод, стоящие в знаменателях, заменены на  $h = \omega_0/c_0$ , где  $c_0$  — скорость звука на оси канала.

Полагая для всех пар мод  $\varepsilon_{nm} \ll 1$ , разложим интенсивность  $\tilde{I}(\dots)$  в ряд по малым параметрам  $\varepsilon_{nm}$  и учтем в разложении только слагаемые до первого порядка малости включительно. Тогда для величины возмущения интенсивности звукового поля получим

$$\tilde{I}(r_s, r_r; z_s, z_r; \Omega) - I(r_s, r_r; z_s, z_r; \Omega) \sim \\ \sim \Delta I_s(\Omega) + \Delta I(r_s, r_r; z_s, z_r; \Omega), \quad (2.34)$$

где

$$\Delta I(r_s, r_r; z_s, z_r; \Omega) \sim \frac{2|F(\Omega)|^2}{\pi h a} \sum_{n,m=1}^N \varphi_n(z_s, r_s) \varphi_n(z_r, r_r) \times \\ \times \varphi_m(z_s, r_s) \varphi_m(z_r, r_r) \varepsilon_{nm} \sin(\psi_n - \psi_m), \quad (2.35) \\ \Delta I_s(\Omega) = \frac{8\omega_0^2 |F(\Omega)|^2}{\pi h a} \sum_{n,m=1}^N \varphi_m(z_s, r_s) \varphi_m(z_r, r_r) \cos(\psi_n - \psi_m) \times$$

$$\begin{aligned} & \times \sum_{\mu \neq n}^N \int_0^z dz \left\{ \frac{\varphi_{\mu}(z_s, r_s) \varphi_n(z_r, r_r)}{[h_{\mu}(r_s)]^2 - [h_n(r_s)]^2} \varphi_n(z, r_s) \varphi_{\mu}(z, r_s) S(r_s, z) \times \right. \\ & \left. \times \frac{\varphi_n(z_s, r_s) \varphi_{\mu}(z_r, r_r)}{[h_{\mu}(r_r)]^2 - [h_n(r_r)]^2} \varphi_n(z, r_r) \varphi_{\mu}(z, r_r) S(r_r, z) \right\}. \end{aligned} \quad (2.36)$$

Формула (2.36) определяет систематическую погрешность, связанную с различием истинного  $c(r, z)$  и опорного  $c(r, z)$  полей скорости звука в точках излучения и приема.

Интегрируя формулу (2.35) по всему частотному спектру сигнала, окончательно получим уравнение

$$\begin{aligned} \Delta I(r_s, r_r; z_s, z_r) &= \frac{1}{2\pi} \int d\Omega \Delta I(r_s, r_r; z_s, z_r; \Omega) = \\ &= \int_R dR \int_0^{\infty} dz K(r_s, r_r; z_s, z_r; r, z) S(r, z), \end{aligned} \quad (2.37)$$

где

$$\begin{aligned} K(r_s, r_r; z_s, z_r; r, z) &= \frac{2\omega_0^2}{\pi h a} \sum_{n, m=1}^N E_{nm}(r_s, r_r) \left[ \frac{\varphi_n^2(z, r)}{h_n(r)} - \frac{\varphi_m^2(z, r)}{h_m(r)} \right] \times \\ & \times \varphi_n(z_s, r_s) \varphi_n(z_r, r_r) \varphi_m(z_s, r_s) \varphi_m(z_r, r_r), \end{aligned} \quad (2.38)$$

$$\begin{aligned} E_{nm}(r_s, r_r) &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} d\Omega |F(\Omega)|^2 \times \\ & \times \sin \left[ \psi_n(*; \omega_0 + \Omega) - \psi_m(*; \omega_0 + \Omega) \right]. \end{aligned} \quad (2.38a)$$

Интегральное уравнение (2.37) связывает значение  $\Delta I(r_s, r_r; z_s, z_r)$  с полем неоднородностей  $S(r, z) = \delta c(r, z)/c^3(r, z)$ . В общем случае определение трехмерного поля скорости звука требует не только реализации томографического принципа (организации нескольких акустических трасс  $R$ , пересекающих исследуемую акваторию), но и измерения на каждой трассе вертикальной и горизонтальной ИС. Инверсия уравнения (2.37) относительно  $S(r, z)$  может быть осуществлена на основе известных алгоритмов, использующих в той или иной форме метод регуляризации [8, 95, 129, 146].

## 2.5.2. Априорная информация

Как уже неоднократно говорилось, в процессе решения томографических задач, как правило, возникает необходимость привлечения априорной информации. Объем и вид необходимой дополнительной информации зависят от погрешности измерений, от требуемой точности реконструкции, а также от конкретной схемы измерения. Все эти факторы обуславливают выбор оптимального алгоритма численного решения томографической задачи.

В процедуре учета информации о характеристиках синоптического поля скорости звука, которая безвозвратно теряется при акустических измерениях, представляется полезным использование достаточно универсального способа — разложения поля неоднородностей скорости звука по системе базисных функций, которые задаются на основе известных моделей синоптических неоднородностей [78, 170, 194] (см. также разд. 2.2 — 2.4).

В интерференционной томографии проблема априорной информации сводится к двум вопросам: какая дополнительная информация требуется для определения межмодовой разности фаз по интенсивности звукового поля и какая дополнительная информация требуется для определения поля скорости звука по известной межмодовой разности фаз. Ответ на первый вопрос связан с решением фазовой проблемы, хорошо известной, например, в оптике [8, 124]. Дело в том, что для электромагнитных полей не всегда возможно непосредственное измерение фазы. Поэтому и возникает необходимость восстановления фазы (или комплексной амплитуды) поля по интенсивности (вещественной амплитуде). Детальное изложение проблемы восстановления фазы можно найти в монографиях [8, 124]. Ответ на второй вопрос связан с установлением неполноты информации о параметрах океанических неоднородностей, содержащейся в акустическом сигнале. Остановимся на них подробнее.

С этой целью представим интегральное уравнение (2.37) в более удобной форме. Заметим, что

$$\begin{aligned} \sum_{n, m=1}^N E_{nm} \alpha_n \alpha_m \left( \frac{\varphi_n^2}{h_n} - \frac{\varphi_m^2}{h_m} \right) &= \sum_{n=1}^{N-1} \sum_{m=n+1}^N E_{nm} \alpha_n \alpha_m \sum_{i=n}^{m-1} \left( \frac{\varphi_i^2}{h_i} - \frac{\varphi_{i+1}^2}{h_{i+1}} \right) = \\ &= \sum_{i=1}^{N-1} \left( \frac{\varphi_i^2}{h_i} - \frac{\varphi_{i+1}^2}{h_{i+1}} \right) \sum_{n=1}^i \sum_{m=i+1}^N E_{nm} \alpha_n \alpha_m, \end{aligned}$$

где  $\alpha_n = \varphi_n(z_s, r_s) \varphi_n(z_r, r_r)$ . Учитывая это соотношение, вместо уравнения (2.37) получим



$$\Delta I(\mathbf{r}_s, \mathbf{r}_r; z_s, z_r) = \sum_{i=1}^{N-1} K_i(\mathbf{r}_s, \mathbf{r}_r; z_s, z_r) B_i(\mathbf{r}_s, \mathbf{r}_r), \quad (2.39)$$

$$B_i(\mathbf{r}_s, \mathbf{r}_r) = \int_{R(\mathbf{r}_s, \mathbf{r}_r)}^{\infty} dR S_i(\mathbf{r}), \quad (2.40)$$

$$S_i(\mathbf{r}) = \int_0^{\infty} dz Z_i(\mathbf{r}, z) S(\mathbf{r}, z), \quad (2.41)$$

где

$$K_i(\mathbf{r}_s, \mathbf{r}_r; z_s, z_r) = \frac{4\omega_0^2}{\pi h^2 a} \sum_{n=1}^i \sum_{m=i+1}^N E_{nm}(\mathbf{r}_s, \mathbf{r}_r) \times \\ \times \varphi_n(z_s, \mathbf{r}_s) \varphi_n(z_r, \mathbf{r}_r) \varphi_m(z_s, \mathbf{r}_s) \varphi_m(z_r, \mathbf{r}_r), \quad (2.42)$$

$$Z_i(\mathbf{r}, z) = h \left( \frac{\varphi_i^2(z, \mathbf{r})}{h_i(\mathbf{r})} - \frac{\varphi_{i+1}^2(z, \mathbf{r})}{h_{i+1}(\mathbf{r})} \right). \quad (2.43)$$

Из уравнений (2.39) – (2.41) следует, что реконструкция в интерференционной томографии разбивается на три последовательных этапа. На первом этапе из функционального уравнения (2.39) определяется  $(N - 1)$  функция  $B_i(*)$ . Поскольку  $B_i(*) \sim \varepsilon_{ii+1}$ , то тем самым на этом этапе определяются возмущения межмодовой разности фаз  $\varepsilon_{nm}$  (т. е. решается фазовая проблема). Действительно, нетрудно видеть, что при  $n > m$ :  $\varepsilon_{nm} = \varepsilon_{n, n+1} + \varepsilon_{n+1, n+2} + \dots + \varepsilon_{m-1, m}$ . На втором этапе из уравнения (2.40), представляющего собой двумерное преобразование Радона, реконструируются поля  $S_i(\mathbf{r})$ . Наконец, на третьем – решении интегрального уравнения (2.41) – для фиксированной горизонтальной координаты  $\mathbf{r}$  восстанавливается вертикальная структура поля  $\delta c(\mathbf{r}, z)$ .

Рассмотрим подробнее первый и третий этапы реконструкции. На втором этапе останавливаться не будем, поскольку особенности интерференционного метода здесь не сказываются. Различные аспекты, связанные с учетом априорной информации при обращении (инверсии) двумерного преобразования Радона, детально излагаются в большом количестве работ (см., например, [129, 154, 155]) и уже обсуждались в разд. 2.2 – 2.4.

**1-й этап реконструкции.** Решение функционального уравнения (2.39) для отдельной акустической трассы может быть получено при

измерении вертикальной ИС, в схеме измерения горизонтальной ИС или путем комбинации этих двух схем. В схеме измерения вертикальной ИС возмущения интенсивности звукового поля находятся, например, для  $M$  пар точек  $(z_s(j), z_r(j), j = 1, M)$ . Тогда величины  $B_i^*$  находятся из системы линейных алгебраических уравнений, которая получается из уравнения (2.39):

$$\Delta I_j = \sum_{i=1}^{N-1} K_{ij} B_i, \quad (2.44)$$

где  $\Delta I_j = \Delta I(r_s, r_r; z_s(j), z_r(j))$ ,  $K_{ij} = K_i(r_s, r_r; z_s(j), z_r(j))$ . В общем случае для решения системы (2.44) необходимо привлекать регуляризирующий алгоритм. Ясно, однако, что если ранг матрицы  $\|K_{ij}\|$  равен  $(N - 1)$ , то из системы (2.44) однозначно определяется весь набор функций  $B_i(r_s, r_r)$ , т. е. фазовая проблема решается. Если же ранг матрицы  $\|K_{ij}\|$  оказывается меньше  $(N - 1)$ , то система (2.44) недоопределена и имеет бесконечное множество решений. В этом случае для корректного нахождения всего набора функций  $B_i(\cdot)$  (или даже части набора) необходимо привлекать дополнительную априорную информацию.

В силу сказанного выше, очевидно, что для уменьшения степени неоднозначности решения системы (2.44) и, следовательно, объема привлекаемой информации необходимо выбор точек  $(z_s(j), z_r(j))$  осуществлять таким образом, чтобы ранг матрицы  $\|K_{ij}\|$  был максимальным. В оптимальном варианте при  $M > (N - 1)$  этот ранг равен  $(N - 1)$ . В этом случае удается определить весь набор функций  $B_i(r_s, r_r)$ .

В схеме измерения горизонтальной ИС функциональное уравнение (2.39) также можно свести к системе линейных алгебраических уравнений. Действительно, учтем тот факт, что  $R_h > l_{nm}$ , и выберем область с таким размером  $\Delta a$ , что  $l_{nm} \ll \Delta a \ll R_h$ . Тогда можно считать, что в этой области  $S_i(r) \approx S_i^0 = \text{const}$ . Варьируя для определенности, например, горизонтальную координату точки излучения ( $|\Delta a| < \Delta a$ )

$$r_s(j) = r_s^0 + \Delta a_j (r_r - r_s^0) / |r_r - r_s^0|,$$

вместо (2.39) снова получим систему (2.44), в которой, однако, стоят величины

$$\Delta I_j = \Delta I(r_s(j), r_r; z_s, z_r) - \Delta a_j \sum_{i=1}^{N-1} K_{ij} S_i^0$$

и

$$K_{ij} = K_i(r_s(j), r_r; z_s, z_r), B_i = B_i(r_s^0, r_r).$$

Заметим, что в схеме измерения горизонтальной ИС при  $M = N - 1$  величина  $\det \|K_{ij}\|$  пропорциональна произведению  $\alpha_1 \alpha_2 \alpha_3 \dots \alpha_N$ . Если для какой-либо моды  $\alpha_n = 0$  (т. е.  $\varphi_n(z_s) = 0$  или  $\varphi_n(z_r) = 0$ ), то  $\det \|K_{ij}\| = 0$ . Следовательно, в оптимальном варианте, когда матрица  $\|K_{ij}\|$  размера  $(N - 1) \times (N - 1)$  является невырожденной, глубины источника и приемника не должны совпадать с узлами собственных функций опорного волновода. Заметим также, что, если ранг  $\|K_{ij}\|$  меньше  $(N - 1)$ , то сведение функционального уравнения (2.39) к системе линейных алгебраических уравнений (2.44) путем совместного варьирования как глубины источника  $z_s$  и приемника  $z_r$ , так и длины акустической трассы  $a$  в принципе способно повысить ранг матрицы  $\|K_{ij}\|$ .

**3-й этап реконструкции.** Восстановление вертикальной структуры поля скорости звука на основе интегрального уравнения (2.41) принципиально требует привлечения априорной информации, поскольку система функций  $Z_i(z)$  не является полной на полубесконечном интервале  $[0, \infty)$  (или конечном  $[0, D]$ , если дно является абсолютно отражающим). Объем и характер необходимой информации зависят от выбора опорного поля скорости звука. Во многих случаях, однако, для реконструкции может оказаться достаточным привлечение информации или о структуре спектра неоднородностей по вертикали, или о границах области, в которой он локализован. Обсуждение этого вопроса (см. приложение 3) в приближении плоскослоистого опорного волновода ( $c(r, z) = c(z)$ ), который лишь и будем в дальнейшем рассматривать, для нескольких типичных законов стратификации показывает следующее.

В однородном по глубине канале ( $c(z) = c = \text{const}$ ) с абсолютно твердым дном информация о спектре синус-преобразования Фурье от  $S(z)$  в межмодовой разности фаз не содержится. Кроме того, и компоненты косинус-преобразования  $S_c(k)$  также нельзя восстановить без привлечения в той или иной степени априорной информации о его структуре. Однако если имеется информация о границах

области, в которой локализован спектр  $S_c(\kappa)$ , то его определение вполне возможно. Для линейного канала ( $c(z) = c + \alpha z$ ) реконструкция в вертикальной плоскости возможна только для достаточно плавных по вертикали неоднородностей. В параболическом канале ( $c(z) = c + \beta c(z - z_0)^2$ ) в акустическом сигнале теряется информация об антисимметричной относительно оси канала ( $z = z_0$ ) компоненте спектра неоднородностей (синус-преобразовании)  $S_c(\kappa)$ . Однако если известно, что неоднородность расположена в какой-либо половине волновода (при  $z > z_0$  или при  $z < z_0$ ), то в этой половине она полностью определяется своей симметричной частью:  $S(z) = S_c(z - z_0) + S_c(z_0 - z)$ .

### 2.5.3. Сглаживание интерференционной структуры

Реальная ИС звукового поля в океане содержит пространственные осцилляции интенсивности с горизонтальными масштабами от минимального  $l_{1N} = 2\pi |h_1 - h_N|^{-1}$  до максимальных  $l_{nn+1} = 2\pi |h_n - h_{n+1}|^{-1}$ . Строго говоря, все интерференционные масштабы имеют значение для реконструкции. Однако в силу ряда причин (нарушение условия  $|\epsilon_{nm}| \ll 1$  или временная изменчивость ИС, вызванная влиянием мезо- и мелкомасштабных неоднородностей), как правило, необходимо осуществлять пространственное или временное сглаживание ИС. Естественно, что такое сглаживание приводит к потере соответствующей части акустической информации и тем самым к ухудшению качества восстановления поля скорости звука.

Пространственное сглаживание ИС может проводиться как по вертикальным, так и по горизонтальным координатам или одновременно по всем координатам. Остановимся на случае сглаживания по вертикали. Реконструкцию при этом будем осуществлять, используя схему измерения горизонтальной ИС. Пусть  $A_{s,r}(z)$  — весовые функции, характеризующие излучающую и приемную системы, так что коэффициенты возбуждения мод источником и приемником равны

$$A_{s,r}(n) = \int_0^z dz A_{s,r}(z) \varphi_n(z; r_{s,r}). \quad (2.45)$$

По сути дела коэффициенты  $A_{s,r}(n)$  — это не что иное, как диаграммы

направленности излучающей и приемной систем в вертикальной плоскости в рамках модового подхода. Легко показать, что интегральное уравнение интерференционной томографии в этом случае имеет тот же самый вид, что и (2.37) (или (2.39) – (2.41)), где, однако, вместо

$$\alpha_n = \varphi_n(z_s, r_s) \varphi_n(z_r, r_r)$$

стоят величины  $\alpha_n = |A_s(n)| |A_r(n)|$ , а вместо  $E_{nm}(r_s, r_r)$  – коэффициенты

$$E_{nm}(r_s, r_r) = \frac{1}{2\pi} \int d\Omega |F(\Omega)|^2 \times \\ \times \sin[\psi_n(*, \omega_0 + \Omega) - \psi_m(*, \omega_0 + \Omega) + \text{Arg}(\alpha_n) - \text{Arg}(\alpha_m)]. \quad (2.46)$$

Предположим, что  $\alpha_n$  – достаточно острая функция  $n$  с эффективной шириной  $\Delta n$  (мелкомасштабная ИС с горизонтальными периодами  $l_{nm}$  при  $|n - m| > \Delta n$  сглажена). Тогда величины  $K_i$ , стоящие в функциональном уравнении (2.39), не равны нулю только при номерах  $i$ , лежащих вблизи максимума функции  $\alpha_n$ . В этом случае, независимо от выбора точек, в которых измеряется горизонтальная ИС, ранг матрицы  $\|K_{ij}\|$  не превышает  $\Delta n \ll N$ , и система линейных алгебраических уравнений (2.44) является недоопределенной. Поэтому для повышения ранга матрицы  $\|K_{ij}\|$  в принципе требуется использовать и другую форму диаграммы направленности источника или приемника (другой вид распределения  $\alpha_n$ ).

Следует отметить, что простое изменение ориентации диаграммы направленности может оказаться недостаточным для повышения ранга матрицы  $\|K_{ij}\|$ . Все определяется типом опорного профиля скорости звука и связанной с ним степенью неэквидистантности спектра волновых чисел мод (СВЧМ)  $H_n = |h_n - 2h_{n+1} + h_{n+2}|$ . ( $2\pi H_n^{-1}$  есть расстояние, на котором набегают равная  $2\pi$  разница в межмодовой разности фаз двух соседних пар мод  $(n, n+1)$  и  $(n+1, n+2)$ ). С ростом частоты степень неэквидистантности спектра  $H_n$  уменьшается. В частном случае эквидистантного спектра  $h_n = h_1 + (n-1)\Delta h$  имеем  $H_n = 0$ .)

Поясним суть дела на следующем простом примере. Предположим, что океан является плоскостойким, а приемная система выделяет пару мод  $(n, n+1)$  ( $\Delta n = 1$ ). Тем самым в ИС остается только наиболее крупномасштабная компонента с горизонтальным

периодом  $l_{n,n+1}$ . Тогда  $K_i = 0$  при  $i \neq n$ , а  $K_n \sim E_{n,n+1} \sim \sin[(h_n - h_{n+1})a + \xi \xi_n]$ , где  $\xi_n$  — некоторая константа, т. е. ранг матрицы  $\|K_{ij}\|$  для заданной ориентации диаграммы  $n$  равен  $\Delta n = 1$ . Реализуя набор  $n$  (каждому значению индекса  $n$  соответствует определенная ориентация диаграммы направленности приемника в вертикальной плоскости) получим для уравнения (2.44) матрицу коэффициентов  $\|K_n(a_j)\|$ , где  $a_j$  — точки измерения интенсивности звукового поля. В глубоководных звуковых каналах с профилем скорости звука, близким к каноническому [4, 20, 137], на частотах, например, свыше 100 Гц, степень неэквидистантности спектра волновых чисел мод мала ( $(H_n)^{-1} > 10^4$  км). Поэтому для трасс длиной  $a < 2\pi(H_n)^{-1}$  строки матрицы  $\|K_n(a_j)\|$  в случае одинаковых  $\xi_n$  ( $\xi_{n_1} = \xi_{n_2}$ ) оказываются линейно зависимыми, т. е. ранг матрицы  $\|K_n(a_j)\|$  может оставаться равным 1. В приповерхностных звуковых каналах степень неэквидистантности спектра волновых чисел существенно больше, чем в каноническом канале. Поэтому такой вырожденности матрицы  $\|K_n(a_j)\|$  при изменении ориентации диаграммы направленности на достаточно длинных акустических трассах не возникает.

Временная изменчивость поля скорости звука, связанная с влиянием мезо- и мелкомасштабных неоднородностей, также приводит к изменению фазовых соотношений между модами, формирующими звуковое поле. В результате ИС меняется во времени, максимумы и минимумы интенсивности звука смещаются в пространстве, что вызывает дополнительное возмущение в интенсивности акустического поля. Характерные времена изменчивости мезо- и мелкомасштабных неоднородностей  $T_M$  существенно меньше синоптических  $T_c$ . Поэтому при реализации интерференционной томографии можно осуществить временное усреднение интенсивности звука за время  $T$ , которое выбирается, исходя из условия  $T_M \ll T \ll T_c$ . В этом случае для описания ИС необходимо использовать статистически среднюю интенсивность звукового поля  $I_M$ .

Пространственные осцилляции интенсивности звука  $I_M$  связаны с коррелированными между собой компонентами нормальных волн. В результате эффектов рассеяния звука на случайных неоднородностях волновода происходит раскорреляция мод (затухание или сглаживание ИС) вдоль акустической трассы. Этот процесс зависит как от параметров неоднородностей океана, так и от свойств подводного волновода и масштабов рассматриваемой ИС.

Обсудим особенности такого временного сглаживания ИС, основываясь на некоторых результатах работы [113]. Если комплексную амплитуду звукового давления в волноводе со случайными неоднородностями представить в виде суммы мод

$$p(x, y, z, t) \approx (hx)^{-1} \sum_n A_n(x, y, t) \varphi_n(z) \exp(-ih_n x),$$

где  $x$  — координата вдоль трассы,  $A_n$  — амплитуды мод, являющиеся случайными функциями координат, то процесс затухания ИС описывается с помощью функций взаимной когерентности мод

$$B_n^y(x) = \langle A_n(x, y, t) A_n^*(x, y, t) \rangle \quad (n \neq \tilde{n})$$

Знак  $\langle \rangle$  означает статистическое усреднение. Функции  $B_n^{n+m}(x)$  при  $m = 1$  связаны с наиболее крупномасштабной ИС. Чем больше индекс  $m$ , тем более мелкомасштабные осцилляции средней интенсивности звукового поля описывают функции  $B_n^{n+m}(x)$ .

Для крупномасштабных по сравнению с длиной волны звука неоднородностей  $hl_c > 1$  ( $l_c$  — горизонтальный радиус корреляции неоднородностей) и звукового поля, имеющего в горизонтальной плоскости  $z = \text{const}$  вид волнового пучка, распространение статистических моментов  $B_n^y(x)$  описывается системой укороченных уравнений [64, 106, 110–113, 133, 140, 156]\*

$$dB_n^y(x)/dx = -0,5(\gamma_n - \gamma_m) B_n^y(x) + \sum_{m, \mu} M_{n\mu}^{m\nu} B_m^\mu \exp[i(h_n - h_m - h_\nu + h_\mu)x], \quad (247)$$

где  $\gamma_n = \sum_m M_{nm}^{nm}$  — коэффициенты затухания интенсивностей когерентных компонент мод,

$$M_{n\mu}^{m\nu} = 0,5 \int_{-\infty}^{\infty} ds \langle b_n^m(x+s, y, t) b_\mu^\nu(x, y, t) \rangle \times \\ \times \{ \exp[i(h_n - h_m)s] + \exp[i(h_\nu + h_\mu)s] \},$$

\* Анализ ИС может быть осуществлен и на основе матричной системы интегральных уравнений Вольтерра для функции когерентности поля [61]

если  $|h_n - h_m| > 1$ ,

$$b_n^m(x, y, t) = (\omega/h)^2 \int_0^\infty dz \varphi_n(z) \varphi_m(z) \left[ \delta c_M(x, y, z, t) / c^3(z) \right],$$

если  $|h_n - h_m| < 1$ ,

$\delta c_M$  — флуктуации скорости звука, вызванные мезо- или мелкомасштабными неоднородностями. В правой части уравнения (2.47) проводится суммирование по всем парам мод  $m$  и  $\mu$ , удовлетворяющим условию синхронизма, с модами  $n$  и  $\nu$

$$|h_n - h_m - h_\nu + h_\mu| \ll \gamma_n.$$

При решении системы (2.47) в качестве начального условия  $B_n^{\nu}(0)$  используются значения  $B_n^{\nu}$ , которые были бы в регулярном канале.

Заметим, что в системе (2.47) не учитываются эффекты излучения энергии из канала [136], которые, как показывают оценки [111, 141], являются существенно более слабыми по сравнению с эффектами взаимной раскорреляции мод.

Чтобы оценить процесс временного сглаживания ИС (процесс раскорреляции мод), необходимо решить систему (2.47) относительно функций взаимной когерентности  $B_n^{\nu}$ . В общем случае это можно сделать, используя численные методы. Однако не будем останавливаться на этом вопросе, а приведем только простые оценки в двух, в некотором смысле, противоположных случаях, которые, на наш взгляд, достаточно ярко иллюстрируют влияние мезо- и мелкомасштабных неоднородностей на интерференционную структуру звукового поля.

В первом случае считаем, что стохастические компоненты мод не коррелированы между собой и ИС формируется только средним (когерентным) полем. Строго говоря, такая ситуация всегда имеет место, начиная с некоторого расстояния  $l_0$  от источника [64, 111, 113, 133, 156]. В рассматриваемом случае ИС затухает на масштабе  $l_x \sim 1/\gamma$ , где  $\gamma$  — коэффициент затухания интенсивности когерентного поля. Это ограничивает область применимости интерференционного метода случаем достаточно коротких трасс ( $a < l_x$ ). В частности, при рассеянии звука на фоновом поле внутренних волн, описываемых спектром Гарретта—Манка [137, 188], на частоте 100 Гц  $l_x \sim 100 - 200$  км [137, 142]. Рассматриваемый случай справедлив, когда число



пар мод  $M$ , удовлетворяющих условию синхронизма, невелико по сравнению с числом мод  $N_\mu$ , эффективно взаимодействующих с данной модой  $\mu$ . Обычно данное условие реализуется или в приповерхностном звуковом канале, когда поле в основном формируется низшими модами, для которых степень неэквидистантности спектра волновых чисел мод велика, или для достаточно мелкомасштабных неоднородностей [113].

Во втором случае рассматриваем распространение акустического сигнала в канале, имеющем канонический профиль скорости звука [20, 137], с полем внутренних волн, описываемых спектром Гарретта—Манка. При данных условиях реализуется ситуация, в некоторой степени аналогичная той, что имеет место при распространении звука через синоптические неоднородности: на относительно коротких трассах, когда  $a < l_0$  ( $l_0 > l_k$ ), процесс взаимной раскорреляции полей, близких по номеру мод, может происходить гораздо медленнее, чем процесс стохастизации самого поля, т. е. при  $a > l_k$  флуктуационная компонента звука может вносить существенный вклад в формирование крупномасштабной ИС [111, 113].

Предположим, что в схеме измерения используется только наиболее крупномасштабная ИС, которая описывается функциями  $B_n^{n+1}(x)$ . Тогда из системы (2.47) нетрудно получить следующую приближенную оценку [111, 113]:

$$I_M(a) \approx I(a) \exp\left[-(a/l_1)^3\right],$$

которая справедлива при  $a < l_1$ . На частоте 100 Гц масштаб  $l_1$  примерно равен  $3 \times 10^3$  км. Здесь  $I(a)$  — крупномасштабная ИС в отсутствие неоднородностей. Таким образом, в каноническом канале временного сглаживания крупномасштабной ИС на акустических трассах длиной в несколько сот километров практически не происходит.

Для более мелкомасштабной ИС, которая описывается функциями  $B_n^{n+m}(x)$  при  $m > 1$ , процесс раскорреляции мод вдоль трассы происходит на меньших чем  $l_1$  расстояниях  $l_m$ . Чем больше  $m$ , тем быстрее сглаживается соответствующая ИС. Начиная с некоторого значения  $m < m_0$ , соответствующая ИС полностью определяется когерентным (средним) полем. В общем случае флуктуационная компонента играет заметную роль в формировании крупномасштабной ИС тогда, когда  $M > N_m$ , что справедливо для глубоководного звукового канала, для которого степень неэквидистантности спектра

волновых чисел мод относительно невелика, и достаточно крупномасштабных по горизонтали неоднородностей [111,113].

Помимо пространственного и временного сглаживания ИС, осуществляемого при измерении интенсивности звукового поля, возможно сглаживание, обусловленное дисперсионными свойствами подводного волновода и некогерентностью акустического сигнала [99]. Физический смысл такого сглаживания ИС состоит в следующем. Значения горизонтальных масштабов интерференции мод  $l_{nm}$  зависят от частоты. При этом, как правило, чем сильнее моды разнесены по модовому спектру, тем сильнее частотная зависимость (в канале с параболическим профилем скорости звука, например,  $l_{n, n+1}$  при  $n \ll N$  практически не зависит от частоты  $f$ , а  $l_{1N} \sim f^{-1}$ ). На больших расстояниях пространственные осцилляции интенсивности связаны с интерференцией фиксированной пары мод, что и вызывает для них ослабление интегральной по частотному спектру сигнала ИС. Подробные оценки ослабления межмодовой интерференции в случае звукового импульса с гауссовой формой огибающей приведены в приложении 4. Отметим также, что такое сглаживание позволяет за счет использования подходящей частотной фильтрации уменьшить вклад в интенсивность поля и ядро  $K(\cdot)$  нежелательных интерференционных составляемых, например, таких, для которых нарушается условие  $\epsilon_{nm} \ll 1$ .

#### 2.5.4. Оценка точности реконструкции поля скорости звука

Точность реконструкции поля скорости звука зависит от погрешности измерения интенсивности акустического поля  $\delta I$ . Пусть вариации интенсивности  $\Delta I_1$  соответствуют истинному полю неоднородностей, а  $\Delta I_2$  -- реконструированному. Тогда в схеме измерения горизонтальной ИС

$$\int_{a_1}^{a_2} du [\Delta I_1 - \Delta I_2]^2 \leq \int_{a_1}^{a_2} da (\delta I)^2, \quad (2.48a)$$

а в схеме измерения вертикальной ИС

$$\int_{z_1}^{z_2} dz [\Delta I_1 - \Delta I_2]^2 \leq \int_{z_1}^{z_2} dz (\delta I)^2. \quad (2.48b)$$

В схеме измерения горизонтальной и вертикальной ИС

$$\int_{a_1}^{a_2} da \int_{z_1}^{z_2} dz [\Delta I_1 - \Delta I_2]^2 \leq \int_{a_1}^{a_2} da \int_{z_1}^{z_2} dz (\delta I)^2. \quad (2.49)$$

Оценим погрешность реконструкции скорости звука в схеме измерения горизонтальной ИС (для других схем измерения оценки получаются аналогичным образом). Полагаем, что опорный волновод является плоскостойким:  $c(\mathbf{r}, z) = c(z)$ . Представим возмущение поля скорости звука в следующем виде:  $S(x, y, z) = (m/c^2) f(x, y, z)$ , где  $m$  характеризует максимальное относительное отклонение скорости звука от опорного значения, а  $|f(x, y, z)| \leq 1$ . Тогда

$$\Delta I(a, z_s, z_r) = (m/c^2) \int_0^z dz K(a, z_s, z_r, z) R(z), \quad (2.50)$$

где  $R(z) = \int_{R(r_s, r_r)} dR f(x, y, z)$  — интегральный масштаб неоднородности

по горизонтали (вдоль трассы  $R(r_s, r_r)$ ) на горизонте  $z$ . Из формулы (2.50) следует, что различие в  $\Delta I_2$  и  $\Delta I_1$  определяется погрешностью произведения  $m$  и  $R(z)$ . Поэтому можно считать, что истинные и реконструированные значения  $R(z)$  совпадают ( $R_1 = R_2$ ), а вся погрешность реконструкции связана с  $m$ . Пренебрегая зависимостью  $R$  от  $z$  ( $R(z) = \text{const}$ ), из формул (2.48а) и (2.50) получим

$$\delta m = |m_1 - m_2| < (1/R) \left[ \int_{a_1}^{a_2} da (\delta I)^2 / \int_{a_1}^{a_2} da (I_0(a))^2 \right], \quad (2.51)$$

где

$$I_0(a) = \frac{2}{\pi h a} \sum_{n, m=1}^N (h_n - h_m) E_{nm}(a) \varphi_n(z_s) \varphi_n(z_r) \varphi_m(z_s) \varphi_m(z_r).$$

По формуле (2.51) можно определить точность реконструкции поля скорости звука, если известна погрешность измерения интенсивности звука  $\delta I$ . На практике погрешность  $\delta I$  обусловлена вкладом интенсивности шумов океана  $I_N$ , погрешностью определения горизонтальных  $\delta a$  и вертикальных  $\delta z$  координат источника и приемника, а также связана с влиянием мезо- и мелкомасштабных неоднородностей. Оценим величину  $\delta m$ , обусловленную этими причинами.

Оценка погрешности, обусловленной шумами океана. Обозначим через  $I_N$  среднюю за время измерения, интегральную в частотной полосе анализа интенсивность шума и введем

$$I = \int_{a_1}^{a_2} da I(a)/(a_2 - a_1) - \text{усредненную по горизонтали интенсивность}$$

звукового поля, где  $I(a)$  задается формулой (2.33). Тогда, подставляя  $\delta I = I_N$  в формулу (2.51), приближенно получим ( $\Delta a \equiv a_2 - a_1$ )

$$\delta \mu_N \approx \rho(l_a/2\pi R), \quad (2.52)$$

где

$$\rho = I_N/I, \quad l_a = 2\pi \sum_{n,m} (h_n - h_m)^2 (\alpha_n \alpha_m)^2.$$

Оценка погрешности, обусловленной неточностью определения координат источника и приемника. Экспериментально измеренная интенсивность звукового поля равна

$$I_{\Omega}(r_s, r_r, z_s, z_r, \Omega) = I(r_s + \delta r_s, r_r + \delta r_r, z_s + \delta z_s, z_r + \delta z_r, \Omega),$$

где  $\delta r_s, \delta r_r, \delta z_s, \delta z_r$  — погрешности в определении горизонтальных и вертикальных координат источника и приемника. Разложим это выражение в ряд по малым параметрам  $\delta r_s, \delta r_r, \delta z_s, \delta z_r$  и учтем только слагаемые до первого порядка малости включительно. Тогда, используя представление (2.33), для погрешности в интенсивности звукового поля получим

$$\begin{aligned} \delta I(\Omega) &= I_{\Omega}(r_s, r_r, z_s, z_r, \Omega) - I(r_s, r_r, z_s, z_r, \Omega) \sim \\ &\sim \delta I_a(a) + \delta I_z(\Omega), \end{aligned}$$

где

$$\begin{aligned} \delta I_a(a) &= -\frac{2|F(\Omega)|^2}{\pi h a} \sum_{n,m} \alpha_n \alpha_m \sin(\psi_n - \psi_m) \times \\ &\times \left\{ -(\delta r_s)[h_n(r_s) - h_m(r_s)] + (\delta r_r)[h_n(r_r) - h_m(r_r)] \right\} \end{aligned} \quad (2.53)$$

— погрешность, связанная с неточностью определения горизонтальных координат источника и приемника ( $l$  — единичный вектор вдоль траектории  $R(r_s, r_r)$ ),

$$\delta I_z(\Omega) = -\frac{4|F(\Omega)|^2}{\pi h a} \sum_{n,m} \alpha_n \cos(\psi_n - \psi_m) \times$$

$$\times \left[ \delta z_s \varphi_m(z_r, r_r) \frac{\partial \varphi_n(z_s, r_s)}{\partial z} + \delta z_r \psi_m(z_s, r_s) \frac{\partial \varphi_n(z_r, r_r)}{\partial z} \right] \quad (2.54)$$

— погрешность, связанная с неточностью определения вертикальных координат источника и приемника. Полагая  $\delta a = (l\delta r_r) - (l\delta r_s)$  и  $\delta z = \delta z_s = \delta z_r$ , подставим  $\delta I_u = \int d\Omega \delta I_u(\Omega)/2\pi$  и  $\delta I_z = \int d\Omega \delta I_z(\Omega)/2\pi$  в формулу (2.51). Тогда для плоскостойного опорного волновода погрешности реконструкции  $\delta m_a$  и  $\delta m_z$  будут равны

$$\delta m_a \approx \delta a/R, \quad (2.55)$$

$$\delta m_z \approx (2)^{1/2} \delta z l_a / R l_z, \quad (2.56)$$

где

$$l_z = \frac{2\pi \sum_n (\alpha_n)^2}{\left[ \sum_n \alpha_n^2 \sum_m \beta_m^2 + 3 \left( \sum_n \alpha_n \beta_n \right)^2 - 2 \sum_n \alpha_n^2 \beta_n^2 \right]^{1/2}}$$

$$\beta_m = \varphi_m(z_R) \frac{d\varphi_m(z_L)}{dz} + \varphi_m(z_L) \frac{d\varphi_m(z_R)}{dz}.$$

Для низкочастотного звукового поля, как правило,  $l_a \sim 1$  км,  $l_z \sim 100$  м. В качестве примера в табл. 2.1 приведены некоторые значения параметров  $l_a$  и  $l_z$  на частоте 200 Гц для приповерхностного звукового канала  $c(z) = c + \alpha z$ , где  $c = 1,45$  км/с,  $\alpha = 1,67 \cdot 10^{-2}$  с<sup>-1</sup>.

Численная оценка для характерных значений  $l_a \sim 1$  км и  $l_z \sim 100$  м и при  $\rho \sim 0,01$ ,  $R \sim 100$  км,  $\delta a < 0,1$  км,  $\delta z < 1$  м дает относительные погрешности реконструкции, равные  $\delta \mu_N < 10^{-4}$ ,  $\delta \mu_a < 10^{-3}$ ,  $\delta \mu_z < 10^{-4}$ . Отсюда видно, что наибольшую погрешность в данном случае вносит неточность определения горизонтальных

\* Расчеты сделаны по просьбе авторов И. А. Окомельковой по модовой программе [126].

координат. Однако использованное при оценке значение  $\delta a < 0,1$  км характерно для динамической схемы измерения, когда излучение и прием звука проводится с судов, находящихся в дрейфе [31, 186]. В случае стационарных акустических трасс  $\delta a < 0,01$  км и  $\delta \mu_a < 10^{-4}$ , т. е. погрешность реконструкции скорости звука  $\delta c = c \delta \mu_a$  не превышает 0,15 м/с.

Таблица 2.1.

z (км)	$z_{\Sigma} = 0,05$ км, $z_R = z$		$z_{\Sigma} = z_R = z$	
	$l_a$ (км)	$l_z$ (м)	$l_a$ (км)	$l_z$ (м)
0,05	0,864	95	0,864	95
0,1	0,713	68	0,629	72
0,2	0,510	38	0,641	71
0,4	0,565	45	0,610	65
0,7	0,497	34	0,604	64
1	0,509	25	0,632	68
4	2,099	99	1,997	100

Оценка погрешностей, связанных с горизонтальной рефракцией звука на синоптических неоднородностях и рассеянием его на мезо- и мелкомасштабных неоднородностях. При выводе уравнения интерференционной томографии мы пренебрегли влиянием горизонтальной рефракции звука, которая также приводит к погрешности реконструкции. Эта погрешность возникает по двум причинам. Во-первых, из-за разности расстояний в горизонтальной плоскости, которые проходит акустический сигнал по рефрагированной и нерефрагированной траекториям.

Во-вторых, из-за того, что для рефрагированной и нерефрагированной траекторий возмущения фазы акустической моды обусловлены различными (разнесенными в пространстве) неоднородностями поля скорости звука. Численная оценка, однако, показывает, что даже для энергетически "сильных" холодных вихрей [44] горизонтальная рефракция звука на них не приводит в интерференционной томографии к существенному ухудшению точности реконструкции.

Как уже говорилось выше, мезо- и мелкомасштабные неоднородности вызывают дополнительное возмущение в интенсивности

акустического поля  $\delta I_M$ , которое также необходимо рассматривать как погрешность измерения. Очевидно,  $\delta I_M = I_M - I$ , где  $I$  — интенсивность звука в регулярном канале (задается формулой (2.33)), а  $I_M$  — статистически средняя интенсивность звука в присутствии мезо- и мелкомасштабных неоднородностей.

Приведем численные значения оценки точности реконструкции для двух случаев, которые рассматривались выше в разд. 2.5.3 при обсуждении временного сглаживания ИС. В первом случае, когда интерференционная структура формируется только когерентным полем, при  $a < l_k$  нетрудно получить  $I_M \approx (1 - \gamma a) I$  и  $\delta \mu = l_a a / 2\pi R l_k < < 1,6 \cdot 10^{-3}$  для значений  $l_a$  и  $R$ , которые использовались выше. Во втором случае (канонический профиль скорости звука, случайное поле внутренних волн)

$$\delta t \approx (l_a / 2\pi R) (a / l_1)^3.$$

При  $a < 5 \cdot 10^2$  км имеем  $\delta t < 10^{-5}$ , т. е. погрешность реконструкции, обусловленная влиянием случайного поля внутренних волн, в схеме измерения крупномасштабной ИС пренебрежимо мала.

В схемах измерения ИС с другими горизонтальными масштабами точность реконструкции может быть хуже. Дело в том, что для более мелких горизонтальных масштабов (функции  $B_n^{n+m}(x)$  при  $m > 1$ ) ИС быстрее затухает вдоль трассы. Это, естественно, приводит к увеличению погрешности реконструкции. Таким образом, погрешность ИТ, связанная с мезо- и мелкомасштабными неоднородностями, существенно зависит от типа подводного волновода и параметров неоднородностей. В каждом конкретном случае необходимо заранее определять оптимальные масштабы ИС, которые следует использовать при реконструкции, и выбирать соответствующую схему измерения ИС.

Подводя итог изложенному в этом разделе, сформулируем основные выводы, касающиеся преимуществ и недостатков интерференционной томографии. Во-первых, по сравнению с лучевой и модовой схемами метод ИТ менее чувствителен к погрешностям позиционирования источников и приемников звука. Действительно, если, например, в томографии Манка — Вунша для качественной реконструкции необходимо, чтобы погрешность определения расстояния между источником и приемником не превышала нескольких метров, то в интерференционной томографии допустимо, если она достигает десятков и сотен метров. Во-вторых, в ИТ горизонтальная рефракция звука не приводит к существенной погрешности реконструкции. В-третьих, как в лучевом и модовом методах, в ИТ при

реконструкции принципиально необходимо учитывать априорную информацию, однако объем привлекаемой информации, в общем случае, должен быть больше. В-четвертых, эффективность ИТ в значительной степени зависит от влияния мезо- и мелкомасштабных неоднородностей. Характер и величина этого влияния определяются типом опорного (невозмущенного) профиля скорости звука, а также пространственными масштабами интерференционной структуры, на основе анализа которой осуществляется реконструкция.



### 3. ДИФРАКЦИОННЫЕ МЕТОДЫ АКУСТИЧЕСКОЙ ТОМОГРАФИИ ОКЕАНА

---

Рассмотрим методы акустической томографии, основанные на использовании дифракционных явлений, характеризующихся неадиабатическим распространением звука в океане с мезо- и мелкомасштабными неоднородностями. Как уже говорилось выше, адиабатическое описание (пренебрежение межмодовой или межлучевой трансформацией энергии) допустимо при малости длины цикла луча по сравнению с горизонтальными масштабами неоднородностей. Для мезо- и мелкомасштабных неоднородностей это условие, как правило, нарушается. В ряде дифракционных методов (например, ниже рассматриваемом дифференциальном) эффекты межмодового или межлучевого рассеяния энергии принципиально необходимы для работоспособности схемы, в других же они играют роль лишь усложняющего фактора.

Не претендуя на исчерпывающее изложение всего многообразия возможных дифракционных методов акустической томографии океана, в 3-й части мы остановимся на некоторых из них, которые, на наш взгляд, достаточно полно представляют основные физические принципы дифракционной томографии.

Вначале обсуждаются дифракционные методы томографии, в которых используется борновское приближение применительно к однородной безграничной среде (разд. 3.1). Далее рассматриваются более детально конкретные алгоритмы реконструкции распределенных случайных неоднородностей океана, основанные на томографическом методе, использующем импульсное стробирование (т. е. выделение заданных временных интервалов) (разд. 3.2). В разд. 3.3 обсуждается возможность реконструкции локализованных в пространстве неоднородностей по френелевской пространственной структуре дифрагированного звукового поля. В заключение рассматривается доплеровский метод томографии взволнованной поверхности (разд. 3.4), область применимости которого, в отличие от других дифракционных методов, включает в себя и случай сильных флуктуаций акустического поля (область, где существенны эффекты многократного рассеяния звука).

### 3.1. ДИФРАКЦИОННЫЕ МЕТОДЫ ТОМОГРАФИИ, ОСНОВАННЫЕ НА ПРИБЛИЖЕНИИ ОДНОКРАТНОГО РАССЕЯНИЯ

Дифракционные методы томографии известны давно [58]. Они широко применяются в различных областях науки и техники: ультразвуковой диагностике сред [59, 192, 200], медицинской интроскопии [28, 200, 217, 235], неразрушающем контроле [28, 77, 151] и т. д. Носителями информации при этом являются акустические либо электромагнитные поля. Объектом исследования могут быть как детерминированные, так и случайные неоднородности среды. Реконструируемыми параметрами часто являются возмущения поля скорости звука и плотности [27, 31, 33, 74], характеристическая функция области, занятой неоднородностью [28, 29, 58], функции корреляции (или спектр) показателя преломления среды и возвышений шероховатой поверхности [79, 117—119, 215] и т. д. Каждый из конкретных способов реализации дифракционной томографии обладает своими специфическими особенностями, обусловленными свойствами исследуемой среды. В этом плане не является исключением и дифракционная акустическая томография океана. В данном разделе постараемся дать некоторое общее представление об основных свойствах методов дифракционной томографии океана, непосредственно связанных как с волноводным характером распространения звука в океане, так и с особенностями строения океанических неоднородностей, а также обсудим возможные схемы измерения (варианты перебора проекций), которые могут использоваться в практике.

#### 3.1.1. Дифракционные методы томографии в однородном безграничном пространстве

Дифракционная томография охватывает широкий диапазон алгоритмов, использующих различные физические приближения (Борна, Рытова, Кирхгофа и т. д.) [53, 58, 118]. Для того, чтобы пояснить некоторые общие проблемы реконструкции неоднородностей в дифракционной томографии, остановимся подробнее на методе, основанном на приближении Борна [58, 59]. Рассмотрим связь неоднородностей поля скорости звука с характеристиками измеряемого давления звукового поля  $p(\mathbf{R}_s)$ . Если источник звука монохроматический, комплексная амплитуда звукового давления  $p(\mathbf{R}) \exp[i\omega t]$  удовлетворяет уравнению [138]

$$\Delta p + \frac{\omega^2}{c^2(\mathbf{R})} p \approx 2 \frac{\omega^2}{c^2} \cdot \frac{\delta c}{c} p, \quad (3.11)$$

где  $\delta \tilde{c}$  — малые возмущения скорости звука ( $|\delta c| \ll c$ ), подлежащие

определению. Отсюда, используя формулу Грина, получим

$$p_s(\mathbf{R}) = p(\mathbf{R}) - p_0(\mathbf{R}) \approx \int_{-\infty}^{\infty} d^3\mathbf{R}' G_0(\mathbf{R}, \mathbf{R}') K_0^2 g(\mathbf{R}') p(\mathbf{R}'), \quad (3.2)$$

где  $p_0(\mathbf{R})$  — звуковое поле (поле "подсветки") в отсутствие неоднородности ( $\delta c \equiv 0$ ),  $p_s(\mathbf{R})$  — рассеянное (дифрагированное) поле,  $K_0^2 = \omega^2/c^2(\mathbf{R})$ ,  $G_0(\mathbf{R}, \mathbf{R}')$  — функция Грина невозмущенной среды,  $g(\mathbf{R}) = 2\delta c/c$  — функция, описывающая неоднородность.

Интегральное соотношение (3.2) показывает, что задача томографической реконструкции неоднородности  $g(\mathbf{R})$  по измеряемым данным  $p_s(\mathbf{R})$  сводится к решению интегрального уравнения (3.2) с ядром  $W^i(\mathbf{R}, \mathbf{R}') = G_0(\mathbf{R}, \mathbf{R}') K_0^2(\mathbf{R}') p(\mathbf{R}')$ . Поле  $p(\mathbf{R})$  и, следовательно, ядро интегрального преобразования  $W^i(\mathbf{R}, \mathbf{R}')$  зависят не только от положения источников и приемников, но и от условий распространения звука, описываемых функцией  $g(\mathbf{R})$ . Поэтому в общем случае дифракционная томографическая задача, строго говоря, является нелинейной. Точного решения уравнения (3.2) в большинстве случаев получить не удастся. Однако во многих конкретных задачах можно с приемлемой для практических целей точностью найти приближенное решение.

Одно из наиболее широко используемых приближений — борновское (приближение однократного рассеяния) [138], условием применимости которого служит требование малости энергии рассеянного поля  $p_s(\mathbf{R})$  по сравнению с полем подсветки  $p_0(\mathbf{R})$ . В борновском приближении полное поле  $p(\mathbf{R})$  под интегралом в уравнении (3.2) приближенно заменяется на недифрагированное поле  $p_0(\mathbf{R})$ . В результате точное интегральное соотношение (3.2) сводится к приближенному интегральному уравнению Фредгольма 2-го рода

$$p_s(\mathbf{R}) = \int_{-\infty}^{\infty} d^3\mathbf{R}' W_0^i(\mathbf{R}, \mathbf{R}') g(\mathbf{R}'), \quad (3.3)$$

с ядром  $W_0^i(\mathbf{R}, \mathbf{R}') = G_0(\mathbf{R}, \mathbf{R}') K_0^2(\mathbf{R}') p_0(\mathbf{R}')$ . Таким образом, в приближении однократного рассеяния интегральное уравнение дифракционной томографии допускает линеаризацию.

В общем случае решение уравнения (3.3) также сопряжено с определенными трудностями. Однако в ряде частных случаев алгоритм восстановления  $g(\mathbf{R})$  упрощается. Продемонстрируем это обстоятельство на примере плоской зондирующей волны

$p_0(\mathbf{R}') = \exp[iK_f \mathbf{R}']$  в предположении, что опорная, невозмущенная среда однородна ( $c(\mathbf{R}) = \text{const}$ ) и безгранична. Тогда уравнение (3.3) с учетом представления функции Грина однородного безграничного пространства примет следующий вид:

$$p_s(\mathbf{R}) = \int_{V_g} \frac{\exp[iK_0|\mathbf{R} - \mathbf{R}'| + iK_f \mathbf{R}']}{|\mathbf{R} - \mathbf{R}'|} \cdot K_0^2 g(\mathbf{R}') d^3 \mathbf{R}', \quad (3.3a)$$

где  $V_g$  — область, занятая неоднородностью. Если измерения  $p_s(\mathbf{R})$  осуществляются в дальней по отношению к неоднородностям зоне ( $|\mathbf{R}'| \ll R$ ), то

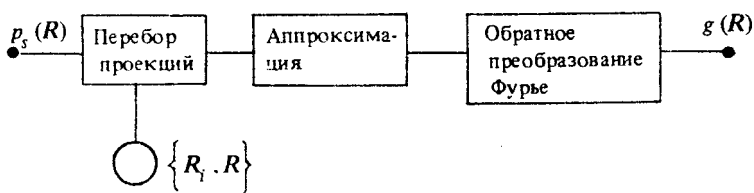
$$|\mathbf{R} - \mathbf{R}'| \approx R - \frac{R}{R} \mathbf{R}' + \frac{1}{2R} \left[ (R')^2 - \left( \frac{R\mathbf{R}'}{R} \right)^2 \right] + \dots \quad (3.4)$$

При подстановке разложения (3.4) в показатель экспоненты функции Грина учтем только первые два члена разложения (зона дифракции Фраунгофера:  $K_0 |\mathbf{R}'|^2 \ll |\mathbf{R}|$ ), а в знаменателе подынтегрального выражения (3.3a) пренебрежем слабой зависимостью от  $\mathbf{R}'$ , тогда получим

$$p_s(\mathbf{R}) = A_0 \int_{V_g} g(\mathbf{R}') \exp[-i \mathbf{q}(\mathbf{R}) \mathbf{R}'] d^3 \mathbf{R}' = A_0 \hat{g}(\mathbf{q}(\mathbf{R})), \quad (3.5)$$

где  $\hat{g}(\hat{\mathbf{K}})$  — пространственный спектр  $g(\mathbf{R})$ ,  $K_s = K_0 R/R$  — волновой вектор дифрагированной волны,  $\mathbf{q}(\mathbf{R}) = K_s - K_f$ ,  $A_0 = \frac{K_0^2}{R} e^{iK_0 R}$ . Полученное уравнение, связывающее измеряемое поле  $p_s(\mathbf{R})$  с реконструируемой функцией  $g(\mathbf{R}')$ , лежит в основе дифракционной томографии, получившей развитие в ультразвуковой технике, в частности применительно к медицине. Как следует из выражения (3.5), измеряемая и восстанавливаемая функции связаны, в рамках принятых допущений, простым интегральным соотношением, а именно преобразованием Фурье. С точки зрения томографической реконструкции, каждая из измеряемых величин является интегральной проекцией (связанной с пространственной частотой) наблюдаемой неоднородности. Для восстановления неоднородности, как и в случае традиционной томографии, в которой измеряются интегральные проекции вдоль некоторых траекторий, необходимо осуществить обратное интегральное преобразование для совокупности всех измеренных проекций. Другими словами, следует решить интегральное уравнение (3.5). Если в традиционной томографической схеме обращение

интегрального уравнения осуществляется путем решения эквивалентной системы алгебраических уравнений, то в случае дифракционной томографии интегральное уравнение удастся упростить путем сведения его к интегралу Фурье. Поскольку преобразование Фурье основано на использовании полного ортонормированного базиса собственных функций, интегральное уравнение может быть решено с помощью обратного преобразования Фурье, которое на практике сводится к использованию дискретного аналога обратного преобразования Фурье и реализуется с помощью ЭВМ. Как и все томографические методы, дифракционная томография является некорректной задачей, поскольку высокочастотные компоненты не могут быть удовлетворительно реконструированы из-за влияния шумов. Кроме этого, существуют проблемы, связанные со спецификой именно дифракционной томографической схемы. К таким проблемам относится проблема аппроксимации результатов измерений в узлы эквидистантной прямоугольной решетки, что необходимо для осуществления обратного преобразования Фурье [92, 210]. Таким образом, алгоритм дифракционной томографии состоит из трех операций: во-первых, измеряется необходимое количество комплексных значений рассеянных полей (эту стадию можно назвать стадией перебора проекций), во-вторых, осуществляется аппроксимация измеренных данных в узлы эквидистантной прямоугольной решетки и, наконец, осуществляется обратное преобразование Фурье. Последовательность операций при реконструкции методом дифракционной томографии можно изобразить в виде блок-схемы, показанной на рис. 3.1.



**Рис. 3.1.** Блок-схема последовательности операций при реконструкции методом дифракционной томографии

Подобного рода алгоритм легко реализуется, если среда однородна и безгранична, однако океаническую среду следует считать неоднородной, поскольку на больших расстояниях проявляются волноводные свойства океана. Дальнейшей нашей задачей будет анализ возможностей использования метода дифракционной томографии в океанических волноводах.

В ряде работ [59, 192, 217] под термином "дифракционная томография" подразумевают только методы реконструкции на основе обращения результатов измерения пространственного спектра неоднородностей с использованием преобразования Фурье (3.5). Мы же будем применять этот термин в более широком смысле, относя его к тем томографическим методам, в которых дифракция (или рассеяние) зондирующей волны на неоднородности играет заметную роль.

В связи с этим остановимся еще на одном важном, с точки зрения практических схем, примере — реконструкции неоднородностей по измерениям, осуществленным с помощью антенны, размеры которой сравнимы или больше расстояния до неоднородностей, так что неоднородности для антенны находятся в области Френеля. В этом случае приемная система позволяет измерить не только наклон волнового фронта рассеянных волн, как это имеет место в случае дифракции Фраунгофера (формула (3.5)), но также и кривизну их фронта. Это дает возможность сфокусировать антенну на заранее выбранную область пространства. Метод построения подобного рода изображений известен в оптике и радиофизике в связи с фокусировкой поля антенн [71,138]. Применительно к акустике он также рассматривался в [54,161].

Формальный переход к дифракции Френеля состоит в учете третьего (квадратичного по  $R'$ ) члена разложения (3.4). В результате реконструкция неоднородностей будет заключаться в переборе параметров фокусировки или точек пространства, на которые фокусируется приемная система, с последующим интегральным преобразованием измеренных данных (подробный анализ этого метода для случая локализованной неоднородности дан в разд. 3.3).

### **3.1.2. Особенности дифракционных методов акустической томографии неоднородностей поля скорости звука в океаническом волноводе**

Обсуждая в предыдущем разделе физические основы дифракционных методов томографии, мы полагали, что среда однородна и безгранична. Для океана, как уже указывалось, это предположение естественно, несправедливо: существенны или влияние границ (поверхность и дно океана), или эффекты рефракции звука в вертикальной плоскости, или то и другое вместе. Остановимся подробнее на особенностях дифракционной томографии океана, связанных с волноводным характером распространения звука. В качестве неоднородностей рассмотрим малые возмущения поля скорости звука, считая при этом выполненными условия применимости интегрального уравнения (3.3).

Определим связь измеряемого поля  $p_s(\mathbf{R})$  с функцией  $g(\mathbf{R}')$ , описывающей неоднородности. При этом будем использовать модовое описание звукового поля. Пусть первичное поле  $p_0$  задается точечным источником с индексом  $i$ , помещенным в точке  $\mathbf{R}_i = (r_i, z_i) = (x_i, y_i, z_i)$ .

Полагая область  $V_g$ , занятую неоднородностями, ограниченной и расположенной достаточно далеко от источника и приемника, подставим модовое представление для функций Грина  $G_0(\mathbf{R}, \mathbf{R}')$  и  $p_0(\mathbf{R}') = G_0(\mathbf{R}', \mathbf{R}_i)$  в волновой зоне ( $|\mathbf{R} - \mathbf{R}'|, |\mathbf{R}' - \mathbf{R}_i| \gg \lambda$ ) в формулу (3.3). Тогда вместо интегрального уравнения (3.3) получим

$$p_s(\mathbf{R}, \mathbf{R}_i) = \sum_{n, m=1}^N A_{nm}(r, r_i) \varphi_m(z, r) \varphi_n(z_i, r_i), \quad (3.6)$$

$$A_{nm}(r, r_i) = \int_{V_g} d^3\mathbf{R}' T_{nm}(\mathbf{R}') L_{nm}(r, r_i, r') g(r', z'), \quad (3.7)$$

$$T_{nm}(\mathbf{R}') = K_0^2(\mathbf{R}') \varphi_n(z', r') \varphi_m(z', r'), \quad (3.8)$$

$$L_{nm}(r, r_i, r') = [h_n h_m |r - r'| \cdot |r' - r_i|]^{-1/2} \times \\ \times \exp \left[ -i h_n |r - r'| - i h_m |r' - r_i| - i \frac{\pi}{2} \right]. \quad (3.9)$$

Как следует из формулы (3.6), комплексная амплитуда рассеянного поля  $p_s(\mathbf{R}, \mathbf{R}_i)$  полностью характеризуется матрицей  $\|A_{nm}(r, r_i)\|$ , элементы которой определяются ориентацией акустической трассы (парой источник – приемник  $(r_i, r)$ ) и номерами мод: возбуждаемой источником моды ( $n$ ) и принятой, т. е. рассеянной неоднородностью моды ( $m$ ). Следовательно, в трехмерном океане при учете только  $N$  захваченных волноводом мод максимальное число томографических проекций равно  $M \cdot N^2$ , где  $M$  – число акустических трасс.

Таким образом, процедура томографического восстановления неоднородности  $g(\mathbf{R})$  в океаническом волноводе состоит из определения (измерения) матрицы  $A_{nm}(r, r_i)$  и последующего решения интегрального уравнения (3.7). В силу ортогональности собственных функций волновода  $\varphi_n(z, r)$  и их нормировки  $\int \varphi_n^2(z; r) dz = 1$  из уравнения (3.6) легко определяются элементы матрицы  $\|A_{nm}\|$

$$\|A_{nm}(\mathbf{r}, \mathbf{r}_i)\| = \iint_{V_g} dz dz_i p_s(\mathbf{R}, \mathbf{R}_i) \varphi_m(z) \varphi_n(z_i). \quad (3.10)$$

Отсюда видно, что уравнение (3.6) каких-либо принципиальных ограничений на возможность определения  $\|A_{nm}\|$  и, следовательно,  $g(\mathbf{R})$  не накладывает.

Несколько более неприятная ситуация имеет место при решении интегрального уравнения (3.7). Поясним суть дела на примере плоскостного волновода, когда  $K_0^2(\mathbf{R}') = K_0^2(z')$  и  $T_{nm}(\mathbf{R}') = T_{nm}(z')$ . В этом случае ядро интегрального преобразования (3.7) факторизуется по горизонтальным (ядро  $L_{nm}$ ) и вертикальным (ядро  $T_{nm}$ ) координатам, а само уравнение (3.7) принимает вид

$$A_{nm}(\mathbf{r}, \mathbf{r}_i) = \iint_{V_g} d^2r' L_{nm}(\mathbf{r}, \mathbf{r}_i, \mathbf{r}') g_{nm}(\mathbf{r}'), \quad (3.11)$$

$$g_{nm}(\mathbf{r}') = \int_{V_g} dz' T_{nm}(z') g(\mathbf{r}', z'). \quad (3.12)$$

Реконструкция горизонтальной структуры на основе уравнения (3.11) при фиксированных индексах  $n$  и  $m$  во многом тождественна рассмотренному выше случаю однородного безграничного пространства (3.3) с единственным отличием в размерности (2 вместо 3). Например, считая выполненными условия дифракции Фраунгофера ( $|\mathbf{r}'| \ll |\mathbf{r}|$ ,  $K_0 |\mathbf{r}'|^2 \ll |\mathbf{r}|$ ), получим соотношение, аналогичное (3.5),

$$A_{nm}(\mathbf{r}, \mathbf{r}_i) = a_{nm} \cdot \hat{g}(\mathbf{q}_{nm}), \quad (3.13)$$

где  $\mathbf{q}_{nm} = -h_m \mathbf{r}/r - h_n \mathbf{r}_i/r_i$ ,  $\hat{g}_{nm}$  — пространственный спектр  $g_{nm}(\mathbf{r}')$ ,  $a_{nm} = [h_n h_m r r_i]^{-1/2} \cdot \exp\left[-ih_m r - ih_n r_i + i\frac{\pi}{2}\right]$ , т. е. алгоритм томографической реконструкции горизонтальной структуры также заключается в обратном преобразовании Фурье от  $A_{nm}(\cdot)$ , но уже для каждой из пар мод.

В отличие от случая безграничной среды, в соотношении (3.13) имеем дело с падающей на неоднородность модой с номером  $n$  и дифрагированной модой с номером  $m$ . В качестве волновых чисел выступают горизонтальные проекции волновых чисел для рассматриваемых мод, а реконструкция осуществляется относительно разностной компоненты горизонтальных волновых чисел  $\mathbf{q}_{nm}$ . Особенностью реконструкции на основе дифракционного томографического



алгоритма (3.13) является зависимость результатов реконструкции от индексов падающей и рассеянной мод. Изменение индексов  $l$  и  $m$  в определенной степени изменяет результаты, поскольку меняется пространственная область по глубине, в которой осуществляется взаимодействие мод  $l$  и  $m$ . При фиксированных номерах мод  $l$  и  $m$  реконструкция осуществляется относительно горизонтального распределения неоднородностей при усреднении в определенном интервале глубин. Конфигурация интервала, в частности его толщина и средняя глубина, определяется структурой волновода. Например, для мелководного района областью возможного взаимодействия мод (имеется в виду пространственная область, где обе моды достаточно велики по амплитуде) является практически вся толщина волновода. Для билинейного приповерхностного волновода такой областью может быть лишь некоторый интервал глубин вблизи оси волновода. При этом для вертикального распределения неоднородности можно реконструировать только некоторую "интегральную" информацию об определенной вертикально ориентированной пространственной частоте  $|\kappa_n \pm \kappa_m|$  на всей акустической трассе между источником и приемником.

Возможность реконструкции неоднородностей в вертикальной плоскости на основе интегрального уравнения (3.12) зависит от матрицы  $T_{nm}(z')$ , которая определяется только свойствами опорного волновода. Неполнота системы из  $N^2$  функций  $T_{nm}(z)$  принципиально требует при решении уравнения (3.12) привлечения априорной информации (данная проблема аналогична той, что обсуждалась ранее для модового и интерференционного методов). Покажем это, предположив, что волновод образован границами — поверхностью и дном, при  $K_0^2(z') = \text{const}$ . Тогда собственные функции волновода  $\varphi_n(z)$  представляются в виде суммы двух бриллюэновских волн  $\exp[\pm i\kappa_n z]$ , где  $\kappa_n = (K_0^2 - k_n^2)^{1/2}$ . Подставляя разложения  $\varphi_n(z)$  и  $\varphi_m(z)$  по осциллирующим функциям в формулу (3.12), получим

$$g_{nm}(r') \approx \sum_{\pm} \hat{g}(r'; \pm \kappa_n \pm \kappa_m), \quad (3.14)$$

где  $\hat{g}(r, \kappa)$  — пространственный спектр по координате  $z$ . Суммирование в формуле (3.14) проводится по всем комбинациям знаков "+" и "-". Отсюда видно, что матрица  $g_{nm}$  определяется компонентами спектра типа  $\hat{g}(\kappa_n - \kappa_m)$  и  $\hat{g}(\kappa_n + \kappa_m)$  (поскольку  $g(z)$  вещественно, то  $\hat{g}(-\kappa) = \hat{g}(\kappa)$ ). Информация о других спектральных компонентах в однократно рассеянном поле не содержится, кроме того, величина

$g_{nm}$  пропорциональна сумме спектральных компонент  $\hat{g}(\kappa_n - \kappa_m)$  и  $\hat{g}(\kappa_n + \kappa_m)$ . Таким образом, в общем случае из уравнения (3.14) (или (3.12)) нельзя определить вертикальный спектр неоднородностей, не привлекая каких-либо априорных предположений о его структуре.

По-видимому, говорить о реконструкции распределения неоднородностей по глубине можно лишь в случае, когда в волноводе возбуждается большое количество мод, так что предполагаемый пространственный спектр распределения неоднородностей по глубине с достаточной точностью будет аппроксимирован всевозможными значениями компонент  $|\kappa_n \pm \kappa_m|$ . Однако в этом случае необходимо осуществить модовую селекцию.

Подводя итоги анализа особенностей дифракционной томографии океана в целом, можно сформулировать последовательность операций при реконструкции: во-первых, осуществляется селекция падающих и принимаемых мод (этот этап присущ только томографии волноводных систем), во-вторых, производится перебор проекций для реконструкции по глубине за счет перебора индексов мод, а для реконструкции распределения в горизонтальной плоскости — перебор всех возможных углов подсветки (всех ракурсов) и всех углов рассеяния, в-третьих, аппроксимируются измеренные значения в узлы прямоугольной сетки и, наконец, в-четвертых, осуществляется обращение измеренных данных на основе использования преобразования Фурье. Особенностью представленной схемы дифракционной томографии является наличие нескольких ветвей обработки данных, определяющих реконструкцию по вертикали и по горизонтали. Подобного рода алгоритм можно изобразить в виде блок-схемы (рис. 3.2).

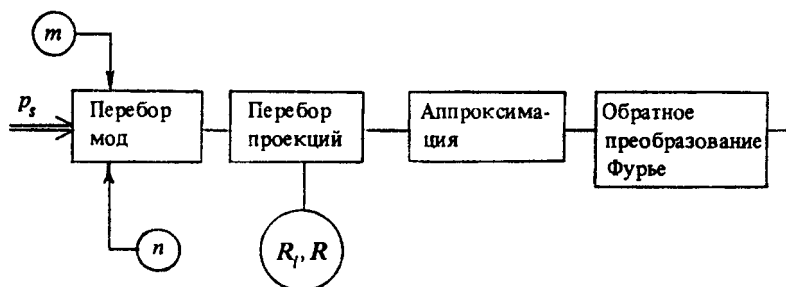


Рис. 3.2. Блок-схема операций при дифракционной реконструкции в океаническом волноводе

Появление дополнительного этапа обработки, связанного с перебором индексов мод, обусловлено спецификой распространения акустических полей в океанических слоистых волноводах, в которых

хорошо распространяется на большие расстояния лишь ограниченное число волноводных мод. Следует заметить, что если не осуществлять селекцию мод, результирующее реконструированное изображение будет искажено эффектами, связанными с интерференцией волноводных мод. Ниже проанализируем степень влияния подобного рода искажений.

Рассматривая мезо- и мелкомасштабные возмущения поля скорости звука, которые, как правило, носят случайный характер, очень часто целесообразно для их описания применять статистический подход. Естественно, что восстанавливаемыми параметрами при этом будут пространственные распределения статистических характеристик неоднородностей. Предположим, что поле неоднородностей является гауссовым, имеет нулевое среднее ( $\langle g \rangle = 0$ ) и квазиоднородно [138] по горизонтальным переменным. Тогда все статистические характеристики возмущений поля скорости звука, к реконструкции которых и сводится задача томографии, определяются функцией корреляции или ее локальным спектром  $W$  по горизонтальным переменным

$$\langle g(r_1, z_1) g^*(r_2, z_2) \rangle = \int d^2h W\left(h; \frac{r_1 + r_2}{2}, z_1, z_2\right) \exp[-ih(r_1 - r_2)].$$

Действительно, после несложных вычислений из формул (3.6), (3.3) и (3.2) получим

$$\langle p_s(R_1, R_i) p_s^*(R_2, R_j) \rangle = \sum_{n, m, \nu, \mu} a_{nm}(r_1, r_2) \times \\ \times B_{nm}^{\nu, \mu}(r_1, r_2, r_i, r_j) \varphi_n(z_1) \varphi_m(z_i) \varphi_\nu(z_2) \varphi_\mu(z_j), \quad (3.15)$$

$$B_{nm}^{\nu, \mu}(r_1, r_2, r_i, r_j) = \int_{-\infty}^{\infty} d^2r' W_{nm}^{\nu, \mu} \left( \frac{q_{nm}(r_1, r_i) + q_{\nu\mu}(r_2, r_j)}{2}, R \right) \times \\ \times \exp \left[ i(q_{nm}(r_1, r_i) - q_{\nu\mu}(r_2, r_j)) r \right], \quad (3.16)$$

$$W_{nm}^{\nu, \mu}(h, r) = \iint_{-\infty}^{\infty} dz' dz'' T_{nm}(z') T_{\nu\mu}^*(z'') \cdot W(h, r, z', z''). \quad (3.17)$$

Из формул (3.15) – (3.17) видим, что последовательность решения задачи для случайных неоднородностей оказывается похожей на случай детерминированных возмущений. Сначала из формулы (3.15) определяется матрица  $B_{nm}^{\nu, \mu}$ , потом к ней применяется обратное преобразование Фурье по горизонтальным переменным и далее определяется вертикальная структура. Каких-либо дополнительных

потерь информации по сравнению со случаем детерминированных неоднородностей не происходит.

Однако на практике, как правило, различные источники зондирующего звукового поля являются некогерентными, поэтому измеряемой характеристикой служит только функция корреляции поля одного источника. Из формулы (3.15) при  $i = j$  видно, что в силу ортогональности собственных функций волновода величины  $B_{nm}^{\nu\mu}(\cdot)$  при  $m \neq \mu$  без дополнительных априорных предположений определить не удастся. В случае, когда измеряемым параметром является интенсивность звукового поля ( $R_1 = R_2$  в формуле (3.15)), аналогичная ситуация имеет место и при определении величины  $B_{nm}^{\nu\mu}(\cdot)$  при  $n \neq \nu$ .

Таким образом, для восстановления локального спектра неоднородностей поля скорости звука в океаническом волноводе требуется априорная параметризация спектра (т. е. определение функциональной зависимости спектра от набора параметров, количественные значения которых неизвестны). При этом для случайных неоднородностей объем дополнительной информации существенно возрастает. Как увидим ниже, реально даже при заданной структуре пространственного спектра неоднородности по вертикали определяется только некоторая комбинация параметров, описывающих спектр. Количественные значения этих параметров в отдельности средствами чисто акустической томографии океана без привлечения априорной информации определить не удастся.

Как показывает проведенный выше анализ, схема дифракционной томографической реконструкции может быть практически без изменений перенесена в акустику океана, что позволяет осуществить реконструкцию пространственного распределения параметров океанических неоднородностей, вызывающих дифракцию зондирующих акустических сигналов. Основой реконструкции является решение интегрального уравнения (с ядром, идентичным ядру преобразования Фурье) на основе совместной обработки набора томографических проекций, роль которых в случае дифракционной томографии играют совокупности пространственных частот, фиксируемых при различных ракурсах (углах падения поля подсветки). Отличительной особенностью дифракционной томографии океана является необходимость модовой селекции, что обуславливается волноводным характером распространения сигналов.

### 3.1.3. Варианты перебора проекций

В ультразвуковом диапазоне достаточно легко осуществить необходимый перебор проекций. В акустике океана перебор проек-

ций является сложной проблемой, и ее реализация имеет во многих случаях определяющее значение. Прежде всего, это связано с техническими трудностями и дороговизной подобного рода измерений в натуральных условиях. Учитывая это, в дальнейшем будем уделять основное внимание учету многочисленных особенностей распространения и дифракции акустических полей в океане, способных облегчить и упростить реализацию этапа сбора необходимого количества экспериментальных данных для томографической реконструкции.

Первый этап реконструкции в дифракционной томографии, основанной на преобразовании Фурье, заключается в измерении комплексной амплитуды дифрагированного поля для всех возможных векторов  $q = K_s - K_i$ . Существуют два различных способа перебора проекций, позволяющих последовательно измерить значение функции  $\hat{g}(h)$ , стоящей в формуле (3.5). Первый способ — это перебор всех углов наблюдения рассеянной волны плюс перебор всех углов падения зондирующей волны. Эквивалентный, с точки зрения полноты экспериментальных данных, второй способ — это перебор всех частот при фиксированных углах наблюдения и падения (рис. 3.3). Например, в ультразвуковой диагностике материалов и образцов применяют следующую методику: источник и приемник остаются неподвижными, а объект реконструкции вращается вокруг своей оси [77]. В медицинской ультразвуковой интроскопии часто оказывается более удобным вращать источник и приемник вокруг объекта исследования [200]. В дифракционной высокочастотной сейсмической геотомографии удобнее всего двигать приемную систему при неподвижном источнике зондирующих волн [74, 143, 151]. В общем случае выбор оптимального варианта перебора проекций зависит от конкретных условий эксперимента.

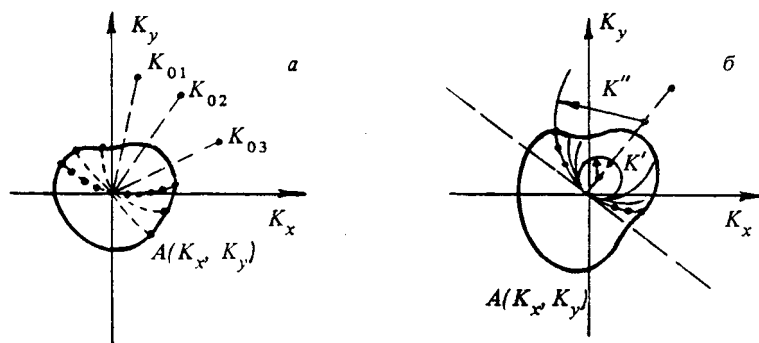


Рис. 3.3. Перебор проекций при дифракционной томографии: а — перебор углов наблюдения и зондирования, б — перебор частот при фиксированных углах

Не вдаваясь в специфику вопросов, возникающих при реализации конкретных схем реконструкции на основе обращения преобразования Фурье (3.5), перечислим основные проблемы, свойственные практически всем дифракционным методам томографии.

Прежде всего, задача в целом является некорректной, и при решении интегральных уравнений (3.2), (3.3) или (3.5) необходимо использовать методы регуляризации. Кроме того, как указывалось выше, необходимо решить ряд вопросов, связанных с аппроксимацией и дискретизацией данных [59, 217]. Наиболее существенно ограничение возможностей реконструкции связано с трудностью измерения в натуральных условиях полного пространственного спектра неоднородностей. Действительно, в первом способе перебора проекций, как нетрудно видеть из формулы (3.5), измеренные значения спектра  $\hat{g}(K)$  в трехмерном пространстве волновых чисел  $K$  лежат внутри сферы радиуса  $2|K_r| = 2K_0$ . Следовательно, значения спектра вне этой сферы (при  $|K| > 2K_0$ ) могут быть восстановлены только на основе априорных предположений.

Во втором способе перебора проекций измеренной областью является отрезок прямой, границы которого определяются диапазоном используемых частот. Даже комбинация обоих способов не позволяет полностью определить спектр  $\hat{g}(K)$ .

При ограниченном числе проекций важным обстоятельством является необходимость интерполяции или экстраполяции данных с измеренной области значений  $K$  в узлы прямоугольной решетки, для которой реализуется алгоритм решения интегрального уравнения. Например, в [59] рассмотрена схема реконструкции цилиндрической неоднородности скорости звука. Измерения были проведены для шестнадцати различных углов рассеяния (интервал изменения  $[0, \pi/4]$ ). Полученные значения комплексной амплитуды рассеянного поля дали сечение спектра  $\hat{g}(K)$  вдоль окружности радиуса  $K_0$ , центр которой смещен на расстояние  $K_0$ . Измеренные данные на круговых проекциях были интерполированы в узлы эквидистантной решетки, после чего для решения интегрального уравнения (3.5) применили алгоритм быстрого преобразования Фурье.

В дифракционной акустической томографии океана процедура реконструкции неоднородностей также требует или перебора всех возможных углов падения, или рассеяния, или перебора частот, или того и другого одновременно. Следует отметить, что недостаточное число проекций в реальных экспериментах, естественно, требует при решении задачи привлечения в той или иной форме априорной информации. В дифракционных методах акустической томографии океана роль априорной информации по этой причине существенно

возрастает по сравнению со случаем неограниченного однородного пространства. Дело в том, что в океане, во-первых, диапазон углов падения и рассеяния в вертикальной плоскости из-за особенностей распространения часто ограничен малым интервалом значений. Во-вторых, в горизонтальной плоскости из-за технических и финансовых сложностей реализовать большое число приемных и излучающих систем затруднительно. В-третьих, сильная зависимость коэффициента затухания звука от частоты ограничивает возможный диапазон варьирования частоты зондирующего поля.

Возможные варианты перебора проекций акустической томографии океана в целом аналогичны тем, что используются в безграничном пространстве. Вместе с тем существуют и некоторые особенности, связанные с процессом сбора информации о структуре дифрагированных полей. Помимо вариантов перебора углов "подсветки" и регистрации дифрагированных полей, частот зондирующих сигналов, частот доплеровских фильтров и временных задержек можно отметить и способы перебора проекций, предназначенные для определения матрицы  $\|A_{nm}\|$ , т. е. способы, которые позволяют осуществить выделение отдельных волноводных мод или лучей. По существу, именно в этом и заключается специфика дифракционной томографии океана. С этой целью можно использовать пространственную фильтрацию, например вертикальными антеннами [114]. При этом селекция определенных интервалов вертикальных углов прихода сигналов обеспечивает выделение определенной волноводной моды либо пачки мод. С той же целью применяют временное стробирование в сочетании с импульсным возбуждением зондирующих сигналов. В этом случае используются различия в скоростях распространения сигналов для различных волноводных мод [77]. Наконец, для диагностики неоднородностей возможно использование эффекта Доплера в случае, когда время наблюдения существенно больше характерного масштаба временной изменчивости характеристик неоднородности [114], либо когда источник зондирующих сигналов перемещается [128]. Детали перечисленных методов применительно к конкретным схемам томографической реконструкции неоднородностей океана будут рассмотрены в следующих разделах.

Отметим, что обычно в океане присутствуют одновременно различные типы неоднородностей, пространственно-частотные спектры которых могут перекрываться. Указанное обстоятельство сужает области возможных изменений проекций (углов, частот), вынуждая ограничиваться теми их значениями, которые принадлежат интервалам, в которых вклад определенных типов неоднородностей доминирует.

### 3.2. ИМПУЛЬСНАЯ ДИФРАКЦИОННАЯ ТОМОГРАФИЯ СЛУЧАЙНЫХ НЕОДНОРОДНОСТЕЙ ОКЕАНА

Рассматривая особенности дифракционной томографии в океаническом волноводе, мы считали источник гармоническим (точнее, квазигармоническим). Численное решение томографической задачи (уравнения (3.3)) требовало, в общем случае, измерения набора пространственных (или угловых) проекций, что достигалось путем перебора пространственных (или угловых) переменных и частоты. Однако для гидроакустических приложений дополнительные возможности, существенно облегчающие решение задачи, может дать использование широкополосного зондирующего сигнала. Это связано с тем, что использование временного стробирования (т. е. выделения определенных интервалов времен прихода) коротких импульсов, рассеянных на неоднородностях, позволяет выделить отдельные области океанической среды (импульсные объемы), от которых рассеянные сигналы принимаются в одно и то же время [138].

На рис. 3.4 показано разбиение горизонтальной плоскости на импульсные объемы в случаях, когда источник и приемник совмещены (а) и когда они разнесены на некоторое расстояние (б). В первом случае импульсный объем, обозначенный под номером  $n = 0$ , представляет собой круг радиуса  $r_0 = ct$ , где  $t$  — длительность тонального импульса (для сложного сигнала — длительность импульса после согласованного фильтра). Импульсные объемы последующих номеров  $n \geq 1$  представляют собой кольца, ограниченные радиусами  $r_n = nct/2$  и  $r_{n+1} = (n+1)ct/2$ . Минимальную временную задержку имеют сигналы, пришедшие из нулевого импульсного объема. С ростом номера импульсного объема временная задержка

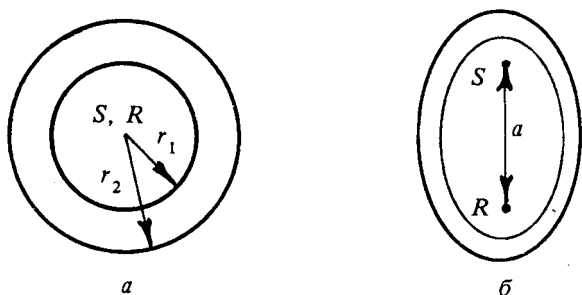


Рис. 3.4. Пространственная структура импульсных объемов в горизонтальной плоскости при совмещенных (а) и разнесенных (б) источнике зондирующих сигналов и приемной системе



растет. Во втором случае нулевой импульсный объем в горизонтальной плоскости ограничен эллипсом, в фокусах которого находятся источник и приемник. Последующие импульсные объемы имеют вид эллипсоидальных слоев, толщина которых определяется пространственной длиной импульса  $st$  [138].

Таким образом, излучение коротких импульсов с последующим временным стробированием позволяет локализовать неоднородности в соответствующем импульсном объеме. Тем самым ядро интегрального уравнения (3.2) принимает вид, который позволяет существенно упростить численное решение задачи. Более того, если приемная антенна имеет достаточно узкую диаграмму направленности в горизонтальной плоскости, то удастся локализовать рассеивающую неоднородность (ее местоположение определяется областью пересечения соответствующего импульсного объема с диаграммой направленности). В результате алгоритм решения задачи дифракционной томографии еще более упрощается, поскольку вместо интегрального уравнения (3.2) получаем простую алгебраическую связь характеристик рассеянного поля с локальными значениями параметров неоднородностей [138, 140].

Резюмируя сказанное выше, сформулируем основную идею последующего анализа. Мы хотим оценить различные методы решения интегрального уравнения (3.6), что позволит в той или иной практической ситуации воспользоваться более простым методом сбора эмпирических данных. Одним из возможных способов, приводящих к упрощению перебора проекций, является использование импульсной подсветки. В этом случае в качестве томографических проекций могут быть использованы совокупности сигналов, зафиксированных при определенных значениях временных задержек набором пространственно разнесенных приемников. Для реконструкции пространственного распределения параметров неоднородностей необходимо осуществить интегральное преобразование (преобразование Фурье) для каждой из проекций. Это позволит осуществить реконструкцию, не используя перебор большого количества угловых проекций для падающего поля в горизонтальной плоскости. Кроме того, в некоторых случаях импульсное зондирование позволяет осуществить модовую селекцию и, тем самым, избежать искажений, связанных с интерференцией мод.

Рассмотрим подробнее отмеченную выше связь параметров рассеянного случайно распределенными неоднородностями звукового поля с характеристиками неоднородностей в импульсной дифракционной томографии при различных схемах измерения. При этом будем иметь в виду, что временная длительность импульса  $\tau$  должна выбираться такой, чтобы его пространственная длина  $st$  была мала по сравнению с характерным масштабом  $l_c$  изменчивости статисти-

ческих параметров неоднородностей в горизонтальной плоскости. С другой стороны, ширина частотного спектра сигнала  $\Delta f \approx 1/\tau$  не должна быть слишком большой. Иначе существенным окажется изменение "резонансной" гармоники пространственного спектра неоднородностей, т. е. в рассеянном сигнале различные участки частотного спектра будут сформированы сильно отличающимися друг от друга участками пространственного спектра неоднородностей. Если  $\Delta K = 2\pi/L$  — шаг дискретизации локального пространственного спектра неоднородностей по горизонтали ( $L$  — горизонтальный размер наиболее крупномасштабной компоненты), то оптимальная, с точки зрения применимости импульсной томографии, ширина частотного спектра излученного сигнала удовлетворяет условию  $c/l_c \gg \Delta f \geq c/L$ .

### 3.2.1. Интегральное уравнение импульсной дифракционной томографии

Рассмотрим, как связаны интенсивности рассеянной компоненты звукового поля со статистическими характеристиками океанических неоднородностей. Пусть источник звука, расположенный в точке  $(r_S)$ , излучает сложный импульс вида  $F(t) \exp[i 2\pi f_0 t]$ , длительность которого равна  $T$ , а ширина частотного спектра  $\Delta f$ . В приемной системе, расположенной в точке  $(r_R)$ , принятый сигнал подвергается согласованной обработке. Рассмотрим случай, когда полоса частот  $\Delta f$  зондирующего сигнала не очень велика, так что коэффициенты возбуждения мод в точках расположения источника  $A_S(n)$  и приемника  $A_R(m)$  можно в интервале частот  $\Delta f$  приближенно считать неизменными.

Предположим, что флуктуации скорости звука  $\delta c$  ( $|\delta c/c| \ll 1$ ) и возвышения рельефа морской поверхности  $\zeta$  (в данном разделе обсудим также и возможность реконструкции параметров волнения) статистически независимы, стационарны и квазиоднородны по горизонтальным переменным. Также считаем, что  $\delta c$  и  $\zeta$  достаточно медленно меняются во времени:  $T_{c, \zeta} \gg [l_{c, \zeta}/c(\omega_0)]$ , где  $l_c, l_\zeta$  и  $T_c, T_\zeta$  — радиусы пространственной (по  $x, y$ ) и временной корреляции неоднородностей скорости звука и поверхности. Кроме того, считаем, что для возвышений рельефа поверхности выполняется условие малости параметров Релея [138].

Ограничиваясь первым порядком малости теории возмущения по параметрам  $\delta c$  и  $\zeta$  и используя модовое представление звукового

поля, для комплексной амплитуды однократно рассеянной компоненты звука получим [64, 118, 138]

$$p_s(\omega; r_s, r_R) = i \sum_{n, m=1}^N A_S(n) A_R(m) \iint_{-\infty}^{\infty} d^2 r' \int_{-\infty}^{\infty} d\omega' b_n^m(r', \omega') \times \\ \times H_0^{(2)}(h_m(\omega + \omega_0) |r_R - r'|) H_0^{(2)}(h_n(\omega - \omega' + \omega_0) |r_s - r'|), \quad (3.18)$$

$$b_n^m(r', \omega') = \frac{\varphi'_m(0) \varphi_n'(0)}{8\pi} \zeta(r', \omega') + \\ + \frac{\omega_0^2}{4\pi} \int_0^{\infty} dz' \frac{\delta c(r', z', \omega')}{c^3(z')} \varphi_m(z') \varphi_n(z'). \quad (3.19)$$

В случае гармонического точечного источника ( $A_S(n) = \varphi_n(z_S)$ ) и точечного приемника ( $A_R(m) = \varphi_m(z_R)$ ), достаточно удаленных от рассеивающей области, и статических ("замороженных") неоднородностей скорости звука формулы (3.18) и (3.19) переходят в уже рассмотренные нами ранее формулы (3.6) – (3.9).

Согласованная обработка в приемной системе заключается в сворачивании поступающего сигнала с эталонным сигналом  $\tilde{F}_0(t)$  [79, 148, 131]

$$p_R(\tau, \Omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} d\omega p_S(\omega) F_0(\omega - \Omega) \exp[i(\omega - \Omega) \tau], \quad (3.20)$$

где  $F_0(\omega)$  спектр  $\tilde{F}_0(t)$ . Из формул (3.18) – (3.20) получим

$$\langle |p_R(\tau, \Omega)|^2 \rangle = \sum_{n, m, v, \mu=1}^M A_S(n) A_R^*(m) A_S^*(v) A_R^*(\mu) I_{nm}^{v\mu}, \quad (3.21)$$

$$I_{nm}^{v\mu} = \frac{8}{\pi h^2} \iint_{-\infty}^{\infty} \frac{d^2 r'}{r_1 r_2} \exp[i(h_v - h_n) r_1 + i(h_\mu - h_m) r_2] \int_{-\infty}^{\infty} d\omega' \times \\ \times W_{nm}^{v\mu} \left[ \frac{h_v + h_n}{2} \frac{r_1}{r_1} - \frac{h_m + h_\mu}{2} \frac{r_2}{r_2}; \omega', r' \right] \times \\ \times F_H \left( \tau - \frac{r_1}{v_n} - \frac{r_2}{v_m}; \omega' - \Omega \right) F_H^* \left( \tau - \frac{r_1}{v_v} - \frac{r_2}{v_\mu}; \omega' - \Omega \right), \quad (3.22)$$

где

$$r_1 = r_R - r', r_2 = r' - r_S, F_H(\tau, \Omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} d\omega F(\omega) F_0(\omega - \Omega) \exp[i(\omega - \Omega)\tau]$$

— функция неопределенности,  $h$  — значение волнового числа звука на оси канала,  $W_{nm}^{\nu\mu}(R, \omega, r)$  — локальный спектр функции корреляции неоднородностей,  $\langle b_n^m(r', t') b_\nu^\mu(r'', t'') \rangle$  по разностным переменным  $(r' - r'')$  и  $(t' - t'')$ . Если  $F_0(\omega) = F^*(\omega)$ , то  $F_H(\tau, \Omega)$  называется функцией неопределенности излученного сигнала. Если  $F_0(\omega) \equiv 1$ , то  $F_H(\tau, \Omega) = F(\tau) \exp(-i\Omega\tau)$ . Функция  $I_{nm}^{\nu\mu}$  описывает взаимную корреляцию компонент рассеянного поля, полученных в результате рассеяния моды  $n$  в моду  $m$  и моды  $\nu$  в моду  $\mu$ .

Осуществляя в формулах (3.21) и (3.22) усреднение по пространственному масштабу, относительно малому по сравнению с характерным масштабом изменчивости статистических параметров неоднородностей, но превышающему все горизонтальные масштабы интерференции мод  $I_{nm} = 2\pi |h_n - h_m|^{-1}$ , получим

$$\langle |p_R(\tau, \Omega; i)|^2 \rangle = \sum_{n, m=1}^M |A_S(n)|^2 |A_R^*(m)|^2 I_{nm}^{\nu\mu}(\tau, \Omega; i), \quad (3.23)$$

$$I_{nm}^{\nu\mu}(\tau, \Omega; i) = \frac{8}{\pi h^2} \iint_{-\infty}^{\infty} \frac{d^2 r}{r_1 r_2} G_i(r) \int_{-\infty}^{\infty} d\omega \times \\ \times \left| F_H \left( \tau - \frac{r_1}{v_n} - \frac{r_2}{v_m}; \omega - \Omega \right) \right|^2 W_{nm}^{\nu\mu} \left( h_n \frac{r_1}{r_1} - h_m \frac{r_2}{r_2}, \omega, r \right). \quad (3.24)$$

В формулы (3.23) и (3.24) введен индекс  $i$  для обозначения одной ( $i$ -й) пары источник — приемник. Помимо этого формулы (3.23) и (3.24) обобщили на случай, когда источник и приемник имеют сформированную в горизонтальной плоскости диаграмму направленности, путем введения пространственного окна  $G_i(r)$ , выделяющего область акватории, попадающей как в диаграмму направленности источника, так и в диаграмму направленности приемника.

Интенсивность акустического сигнала на выходе согласованного фильтра  $\langle |p_R(\tau, \Omega; i)|^2 \rangle$  определяется сверткой частотного спектра и квадрата модуля функции неопределенности, а также зависит от формы пространственного спектра и положения рассеивающей области. В случае "замороженных" (статических) неоднородностей, когда  $T \ll T_c, T_s$ , формула (3.24) принимает вид

$$I_{nm}^{nm}(\tau, \Omega; i) = \frac{8}{\pi h^2} \iint_{-\infty}^{\infty} \frac{d^2 r}{r_1 r_2} G_i(r) \times \\ \times \left| F_H \left( \tau - \frac{r_1}{v_n} - \frac{r_2}{v_m}; -\Omega \right) \right|^2 \int_{-\infty}^{\infty} d\omega W_{nm}^{mn} \left( h_n \frac{r_1}{r_1} - h_m \frac{r_2}{r_2}, \omega; r \right). \quad (3.25)$$

В момент  $t > T$  энергия рассеянной компоненты собирается с участка акватории, который образуется пересечением области, определяемой пространственным окном  $G_i(r)$ , и области, ограниченной двумя эллипсами  $|r_R - r|/v_n + |r - r_S|/v_m = t \pm \tau_0/2$ , где  $\tau_0$  — длительность импульса после согласованной фильтрации (для тонального импульса  $\tau_0 = T$ ), а  $v_{n,m}$  — групповые скорости модовых импульсов (рис. 3.5). Отсюда видно, что в методе импульсного стробирования при томографической реконструкции пространственного распределения неоднородностей достаточно одного источника и одной горизонтальной приемной антенны. В случае изотропных в горизонтальной плоскости неоднородностей этого также достаточно для определения горизонтальной структуры. При этом, как видно из структуры интегральных уравнений (3.23) — (3.25), а также из блок-схемы томографической реконструкции, показанной на рис. 3.6, в качестве томографических проекций в данном случае выступает совокупность измеренных данных рассеянных сигналов фиксированной частоты поля подсветки  $f$  для горизонтально разнесенных приемников, составляющих антенну.

Сканирование проекций осуществляется при изменении частоты и селекции временных интервалов. Процесс реконструкции заключается в обратном преобразовании Фурье. Однако, в отличие от предыдущих схем, преобразование осуществляется уже в пространстве частота — координата. Таким образом, путем использования импульсных сигналов подсветки можно избежать применения излучающих антенн либо необходимости перемещения излучателя в горизонтальной плоскости.

Однако если неоднородности по горизонтали анизотроп-

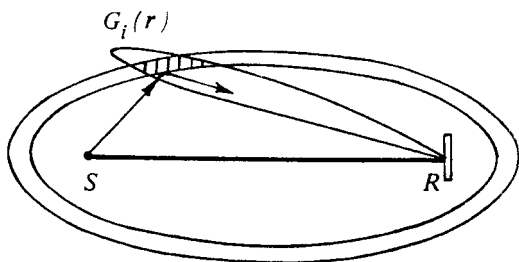


Рис. 3.5. Схема перебора проекций при импульсной дифракционной томографии

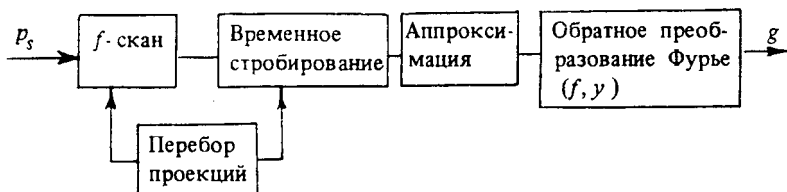


Рис. 3.6. Блок-схема операций при импульсной дифракционной томографии

ны, то потребуется набор источников и приемников, расположенных на границах исследуемой акватории.

Как нетрудно видеть из формул (3.24) или (3.25), алгебраическая связь локальных значений спектра  $W_{nm}^{mn}$  с интенсивностью рассеянного звукового поля в значительной степени зависит от взаимного расположения и ориентации диаграмм направленности источника и приемника. Для того, чтобы проиллюстрировать возможности определения параметров неоднородностей (локальных значений спектра), рассмотрим, используя формулы (3.23) и (3.25), две схемы наблюдения: однопозиционную (источник и приемник в горизонтальной плоскости совмещены) и "просветную". В первом случае имеет место обратное рассеяние, и информационный сигнал формируется мелкоструктурными неоднородностями с пространственными компонентами  $\kappa \approx 2h$ . Во втором случае источник и приемник разнесены на некоторое расстояние  $a$ , и информационный сигнал формируется пространственным спектром неоднородностей, расположенных в нулевом импульсном объеме.

### 3.2.2. Локационный метод

В однопозиционной схеме источник и приемник звука в горизонтальной плоскости совмещены ( $r_S = r_R$ ). Пусть для определенности  $r_S = r_R = 0$ , тогда  $r_1 = r_2 = -r$  и из формулы (3.25) получим

$$I_{nm}^{nm}(\tau, 0; i) = \frac{8}{\pi h^2} \int_0^{\infty} \frac{dr}{r} \left| F_H \left( \tau - \frac{2r}{c}, 0 \right) \right|^2 \times \\ \times \int_0^{2\pi} d\varphi G_i(\varphi) W_{nm}^{mn} \left( - (h_n + h_m) \frac{r}{r}; r \right), \quad (3.26)$$

где  $r$  задается полярной системой координат  $(r, \varphi)$ . Полагая ширину диаграммы направленности приемно-излучающей системы малой

по сравнению с характерными угловыми масштабами изменчивости статистических параметров неоднородностей, функцию  $G_i(\varphi)$  приближенно заменим на  $G_i(\varphi) \approx G_0 \delta(\varphi - \varphi_i)$ . Тогда при условии  $\tau \gg \tau_0$  вместо выражения (3.26) имеем

$$I_{nm}^{mn}(\tau, 0; i) \approx \frac{8}{\pi h^2} \frac{\tau_0}{\tau} G_0 |F_H(0, 0)|^2 \times \\ \times W_{nm}^{mn}(- (h_n + h_m) \cos \varphi_i, - (h_n + h_m) \sin \varphi_i; r(\tau)), \quad (3.27)$$

где в цилиндрической системе координат  $r(\tau) = (c\tau/2, \varphi_i)$ . Таким образом, в локационном методе интегральное уравнение (3.25) решается аналитически в явном виде, при этом значение локального спектра  $W_{nm}^{mn}$  пропорционально величине интенсивности  $I_{nm}^{mn}$ .

Восстановление локальных значений спектра  $W_{nm}^{mn}(K_x; K_y; r)$  на основе решения (3.27), в общем случае осуществляется путем перебора углов  $\varphi_i$ , задержек  $\tau$ , частот  $f$ , номеров мод  $n$  и  $m$ , а также за счет использования набора приемно-излучающих систем  $i$ . По величине реконструированного спектра  $W_{nm}^{mn}(\cdot)$  определяются локальные значения параметров океанических неоднородностей. Рассмотрим связь спектра  $W_{nm}^{mn}(\cdot)$  с локальным спектром объемных и поверхностных неоднородностей.

Для сигналов обратного рассеяния, сформированных только неровностями взволнованной поверхности воды, из формулы (3.19) и определения спектра  $W_{nm}^{mn}(\cdot)$  получим

$$W_{nm}^{mn}(\kappa; r) = \frac{1}{64\pi^2} [\varphi'_n(0) \varphi'_m(0)]^2 W_{\zeta}(\kappa; r), \quad (3.28)$$

где  $\kappa = - (h_n + h_m) (\cos \varphi_i, \sin \varphi_i) \approx - 2h (\cos \varphi_i, \sin \varphi_i) = - 2h \frac{r}{r}$ ,  $W_{\zeta}(\kappa; r)$  — локальный спектр функции корреляции волнения. Таким образом, организовав набор приемно-излучающих систем  $i$  и варьируя частоту излучения  $f$ , задержку  $\tau$ , угол  $\varphi_i$  из формул (3.23), (3.27) и (3.28) можно определить двумерное пространственное распределение локального спектра волнения  $W_{\zeta}(\kappa; r)$ . Для сигналов обратного рассеяния, сформированных объемными неоднородностями (флуктуациями скорости звука), связь спектра  $W_{nm}^{mn}(\cdot)$  с локальным спектром относительных флуктуаций скорости звука  $W_{\mu}(\cdot)$ , где  $\mu = \frac{\delta c}{c}$ , оказывается более сложной. Учитывая мелкомасштабность и изотропность

неоднородностей скорости звука, эту связь можно представить в виде

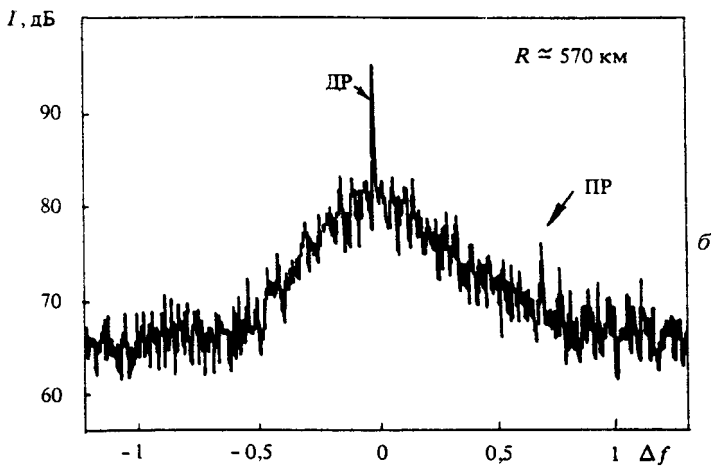
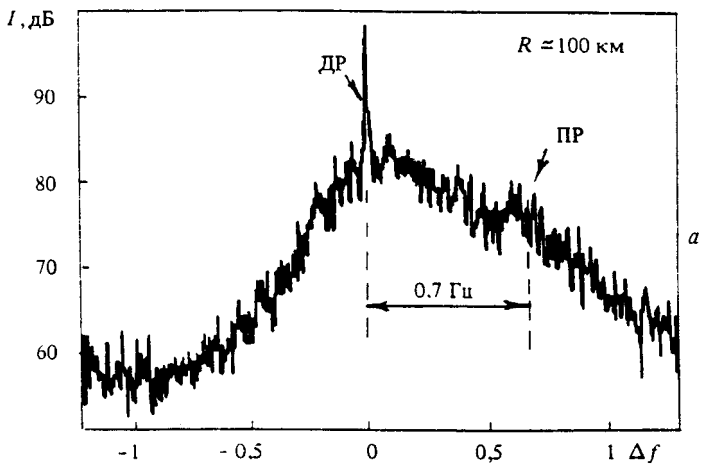
$$W_{nm}^{mn}(\kappa; r) \approx \frac{h^2}{8\pi} \int_0^\infty dz \varphi_n^2(z) \varphi_m^2(z) W_\mu(\kappa; r, z). \quad (3.29)$$

Определение зависимости  $W_\mu$  от  $z$  по набору значений  $W_{nm}^{mn}$ , как уже обсуждалось в предыдущем разделе, принципиально требует привлечения априорной информации. В свою очередь, для того, чтобы определить набор функций  $W_{nm}^{mn}$ , необходимо осуществить селекцию мод. Это достигается формированием достаточно острых зависимостей коэффициентов возбуждения мод  $A_S(n)$  или  $A_R(n)$ . При этом определение зависимости  $W_{nm}^{mn}(\cdot)$  от  $\kappa$  и  $r$  осуществляется варьированием задержки, частоты излучения и угла  $\varphi_i$ .

Алгебраические соотношения, связывающие интенсивность регистрируемого низкочастотного звукового сигнала с локальным спектром объемных и поверхностных неоднородностей, в натуральных условиях, к сожалению, практически не проверялись. Это обусловлено, главным образом, трудностью измерения самих сигналов обратного рассеяния (сигналов реверберации), пришедших с больших расстояний. Основными причинами, мешающими уверенному приему сигналов дальней объемной (ОР) или поверхностной (ПР) реверберации, являются помехи — более мощная донная реверберация (ДР) и шумы моря. Если ДР доминирует, как правило, в мелком море и в зонах крупных неровностей рельефа морского дна, то в глубоком море с относительно ровным дном существенным оказывается малость уровня ОР и ПР по сравнению с уровнем шумов моря (в этом случае для регистрации сигналов ОР и ПР требуется применение очень мощных источников звука).

Тем не менее, используя узкополосную частотную фильтрацию рассеянного на морском волнении звукового сигнала, частота которого в силу эффекта Доплера смещена по отношению к частоте зондирующего поля, удается зафиксировать сигналы дальней ПР. В качестве примера на рис. 3.7 представлены спектры дальней ПР, зарегистрированные в экспериментах, проведенных в 1989 г. в северной части Тихого океана [2]. Согласно условию брэгговского рассеяния, реверберационные линии порождаются гармониками волнения с частотами порядка  $\Delta F \approx (gf/\pi c)^{1/2}$  и пространственными периодами порядка  $\lambda/2$ , одна из которых бежит навстречу зондирующему импульсу (формирует реверберационный сигнал на частоте  $f + \Delta f$ ), а другая — попутно с ним (формирует реверберационный





**Рис. 3.7. Спектр дальней поверхностной реверберации**

сигнал на частоте  $f - \Delta f$ ). По величине доплеровского смещения частоты  $\Delta F$  и определялись линии ПР на спектрах рис. 3.7.

Натурных экспериментов, в которых бы достаточно уверенно наблюдались сигналы дальней (объемной) реверберации, пока нет. Однако, несмотря на это, локационный метод с дальнейшим развитием технических средств может стать одним из наиболее эффективных инструментов исследования океана.

### 3.2.3. Дифференциальный метод

В "просветной" схеме рассеянные импульсы, собирающиеся с нулевого импульсного объема, поступают на приемник одновременно с сигналом "подсветки". Поскольку в области применимости борновского приближения нерассеянная компонента поля значительно превосходит рассеянную, в безграничном однородном пространстве сигнал подсветки маскирует информационный сигнал. В многомодовом океаническом волноводе можно отстроиться от сигнала подсветки, если создать такие условия излучения и приема, при которых зондирующее поле формируется одной группой мод, а приемник регистрирует другую группу мод ("модовая тень").

Многомодовый характер звукового поля в океане и сильная межмодовая дисперсия обеспечивают в "просветной" схеме также и возможность локализации неоднородности на трассе.

Действительно, представим себе, что излучающая система возбуждает моду с номером  $n$ , а приемная система выделяет моду с номером  $m$ , причем групповые скорости этих мод  $v_n$  и  $v_m$  заметно различаются. Пусть на расстоянии  $x_\Sigma$  от излучателя расположена неоднородность, которая вызвала "перекачку" энергии из моды  $n$  в моду  $m$  (рис. 3.8). Тогда время распространения сигнала по трассе будет равно

$$t_\Sigma = \frac{x_\Sigma}{v_n} + \frac{(a - x_\Sigma)}{v_m}. \quad (3.30)$$

В итоге оказывается, что времена задержек сигналов, порождаемых различными неоднородностями трассы, зависят от местоположения неоднородностей и, следовательно, распределение их по трассе может быть восстановлено по временной структуре принятого сигнала подобно тому, как это делается при восстановлении распределения рассеивателей по сигналам обратной реверберации. Соотношение между  $t_\Sigma$  и  $x_\Sigma$  для случая однопозиционной локации  $t_\Sigma = 2x_\Sigma/c$  следует из выражения (3.30) при  $a = 0$ ,  $v_n = -v_m = c$ .

Приведем основные формулы, позволяющие оценить характеристики неоднородностей. Полагая неоднородности достаточно круп-

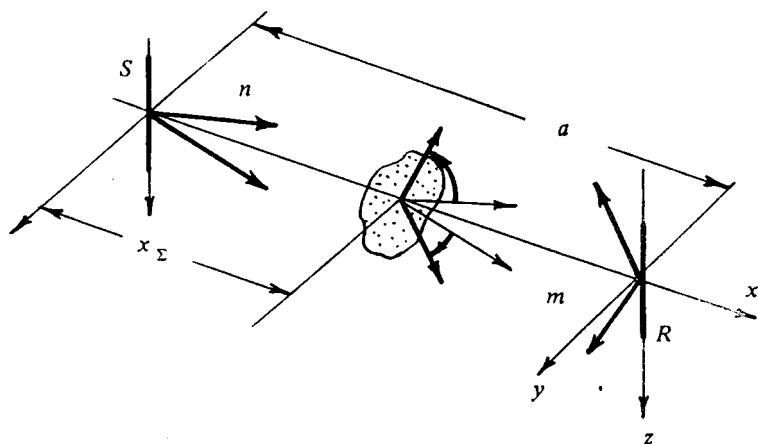


Рис. 3.8. Трансформация энергии компонент модового спектра при дифференциальном методе реконструкции

номасштабными по горизонтали  $l \gg \lambda[a \Delta f/c]^{1/2}$ , для интенсивности сигнала, рассеянного из моды  $n$  в моду  $m$ , из формул (3.23), (3.25) имеем

$$\langle |p_R(\tau, 0, i)|^2 \rangle \approx \frac{32\pi}{h^3 a} |A_R(m)|^2 |A_S(n)|^2 \Delta x \sigma_n^m(x_\Sigma), \quad (3.31)$$

$$\sigma_n^m(x_\Sigma) = \int_{-\infty}^{\infty} dK' W_{nm}^{mm}(h_n - h_m, K', x_\Sigma), \quad (3.32)$$

где  $x_\Sigma = v_n v_m (t - a/v_m - \tau_0/2) / |v_n - v_m|$ ,  $\Delta x = v_n v_m \tau_0 / |v_n - v_m|$ . При выводе формул (3.31), (3.32) считалось, что пространственное разрешение  $\Delta x$  меньше масштаба горизонтальной изменчивости статистических характеристик неоднородностей.

Как следует из формул (3.31) и (3.32), при  $t = t_\Sigma$  регистрируется сигнал, рассеянный неоднородным слоем толщины  $\Delta x$ , отстоящим от излучающей системы на расстояние  $x_\Sigma(t_\Sigma)$ . Сканируя  $t$ , можно определить пространственное распределение величины матричного элемента  $\sigma_n^m$ , (пропорционального элементу матрицы рассеяния [117]) вдоль трассы.

Пространственное разрешение  $\Delta x$  определяется величинами  $\tau_0$  и  $|v_n - v_m|$ . Достижение удовлетворительного пространственного

разрешения возможно при использовании мод с существенно различающимися скоростями. Такая ситуация реализуется в условиях мелкого моря и приповерхностного океанического волновода. При использовании коротких импульсов необходимо учитывать эффекты их расплывания из-за внутримодовой дисперсии. Для компенсации "расплывания" можно применять специальный согласованный фильтр, однако характеристики такого фильтра уже будут зависеть от положения неоднородности  $x_z$  [118].

Так как каждый элемент трассы  $\Delta x$  содержит неоднородности различных типов, соответствующая ячейке  $\Delta x$  матрица  $\sigma_n^m$  характеризует общий вклад всех этих неоднородностей. Заметные отличия в их пространственно-временных характеристиках позволяют выделить вклад отдельных типов неоднородностей путем подбора оптимальных параметров излучающей и приемной систем. При этом необходимо привлекать априорную информацию о структуре функции корреляции, неоднородностей. Сама реконструкция должна заключаться в определении количественных значений параметров (или некоторой их комбинации), описывающих неоднородность.

В качестве иллюстраций вышесказанного рассмотрим элемент матрицы  $\sigma_n^m$  в линейном канале  $c(z) = c_0 + \alpha z$  для двух простейших типов объемных и приповерхностных неоднородностей.

**Тонкая термохалинная структура поля скорости звука.** Для нее функцию корреляции можно приближенно задать в виде

$$\begin{aligned} \langle \mu(r_1, z_1) \mu(r_2, z_2) \rangle &= \langle \mu^2 \left( \frac{r_1 + r_2}{2} \right) \rangle \times \\ &\times \Phi_1(r_1 - r_2) \Phi_2(z_1 - z_2) \Phi_3 \left( \frac{z_1 + z_2}{2} \right), \end{aligned} \quad (3.33)$$

где  $\Phi_1(0, 0) = 1$ ,  $\Phi_2(0) = 1$ ,  $\mu = \delta c / c$ ,

$$\Phi_3(z) = \begin{cases} 1, & \text{если } 0 \leq z \leq d \\ 0, & \text{если } z > d, \end{cases}$$

$d$  — толщина приповерхностного слоя, в котором сосредоточены неоднородности. Полагая  $\Phi_1(x, 0) = \exp(-x^2/l_x^2)$ ,  $\Phi_2(0, z) = \exp(-z^2/l_z^2)$  и используя ВКБ-приближение для собственных функций волновода, при  $l_z \ll (h^2 - h_n^2)^{1/2}$  получим

$$\sigma_n^m(x_z) = 4\pi h^2 \alpha^2 \Delta x M_n^m(x_z) [c \theta_n \theta_m]^{-2}, \quad (3.34)$$

где  $M_n^m(x_\Sigma) = \langle \mu^2(x_\Sigma) \rangle l_x(x_\Sigma) l_z(x_\Sigma) d(x_\Sigma) \cdot \exp(-l_x^2(h_n - h_m)^2/4)$  — характеризует мощность тонкоструктурных неоднородностей скорости звука,  $\theta_n = \arccos(h_n/h)$ . Таким образом, диагностика тонкоструктурных неоднородностей сводится к определению параметра  $M_n^m$ . Измерение двух величин  $\sigma_n^m$  и  $\sigma_n^v$  при  $m \neq v$  позволяет оценить не только мощность неоднородностей  $M_n^m$ , но и горизонтальный радиус корреляции  $l_x$ . Для определения остальных параметров  $\langle \mu^2 \rangle$ ,  $l_z$  и  $d$  требуется привлечение каких-либо дополнительных априорных предположений.

**Зыбь.** Подставим спектр зыби в формулу (3.32) для  $\sigma_n^m$ , тогда получим

$$\sigma_n^m = \frac{\pi H^2 \Delta x}{4h^2 \Delta \psi \Delta \omega} [\varphi'_n(0) \varphi'_m(0)]^2 \cdot \int_{\psi_3 - \frac{\Delta \psi}{2}}^{\psi_3 + \frac{\Delta \psi}{2}} d\psi \int_{\omega_3 - \frac{\Delta \omega}{2}}^{\omega_3 + \frac{\Delta \omega}{2}} d\Omega \times \left[ \delta \left( h_n - h_m - \frac{\Omega^2}{g} \cos \psi \right) + \delta \left( h_n - h_m + \frac{\Omega^2}{g} \cos \psi \right) \right], \quad (3.35)$$

где  $H$  — среднеквадратическое возвышение зыби,  $\Delta \psi$  и  $\Delta \omega$  — ширина соответственно углового и частотного спектров зыби,  $g$  — ускорение свободного падения. Из формулы (3.35) видно, что элементы матрицы  $\sigma_n^m \neq 0$ , когда  $|h_n - h_m| \approx K \cos \psi_3$ , где  $K = \Omega^2/g$ . Следовательно, эффективный обмен энергией между далекими по номеру модами возможен только для определенных углов  $\psi_3$ . При  $\psi_3 \approx \pi/2$  взаимодействуют только близкие по номерам моды. В случае  $|h_n - h_m| \approx K \cos \psi_3$  имеем

$$\sigma_n^m = \frac{\pi H^2 \Delta x}{4h^2 K_3} [\varphi'_n(0) \varphi'_m(0)]^2 \beta, \quad (3.36)$$

где параметр  $\beta$  принимает следующие значения:

$$\beta = [\Delta \psi |\sin \psi_3|]^{-1} \quad \text{при} \quad \frac{2 \Delta \omega \Delta \psi}{\omega_3} \leq |\operatorname{tg} \psi_3| \leq \operatorname{ctg} \Delta \psi,$$

$$\beta = \omega_3 [2 \Delta \omega \cos \psi_3]^{-1} \quad \text{при} \quad \operatorname{tg} \Delta \psi \leq |\operatorname{tg} \psi_3| \leq 2 \frac{\Delta \omega \Delta \psi}{\omega_3},$$

$$\beta \approx \left[ 2 \frac{\Delta \omega_3}{\Delta \omega} \cos \psi_3 \right]^{1/2} (\Delta \psi)^{-1} \quad \text{при } \psi_3 \approx 0, \quad \left( \frac{2 \Delta \omega}{\omega_3} \right)^{1/2} \ll \frac{\Delta \psi}{2},$$

$$\beta \approx \left[ 2 \frac{\Delta \omega}{\omega} (\cos \psi_3)^{1/2} \right]^{-1} \quad \text{при } \psi_3 \approx 0, \quad \left( \frac{2 \Delta \omega}{\omega_3} \right)^{1/2} \geq \frac{\Delta \psi}{2}.$$

Как видно из приведенных формул, диагностика зыби сводится к определению величин  $H^2\beta/K_3$  и  $K_3 \cos \psi_3$ .

Число элементов матрицы  $\sigma_n^m$ , которое в общем случае требуется измерить для восстановления океанологической информации, определяется количеством параметров, используемых в модели, описывающей неоднородность. Если неоднородность удастся описать малопараметрической моделью, то достаточно измерить один либо два элемента  $\sigma_n^m$ . Если параметров, требующих оценки, несколько, то придется измерять максимально возможное число элементов  $\sigma_n^m$ , варьировать частоту, а также привлекать независимые данные.

Обсуждение в этом разделе проводилось в предположении, что излучается одна, а принимается другая мода. Однако высказанные соображения остаются в силе и в том случае, когда возбуждение и прием осуществляются в достаточно узких и далеко разнесенных группах мод. Единственное отличие будет заключаться в том, что за счет межмодовой дисперсии в группах будет ухудшаться пространственное разрешение. При этом задача селекции мод может решаться не только за счет использования развитых по вертикали (или горизонтали) антенн, но и благодаря существованию в океане естественных зон "модовой тени", которые, например, возникают вблизи крупных неровностей рельефа дна.

Для селективного приема и излучения мод можно использовать эффект образования "модовой тени" в волноводах некоторых типов. Здесь под "модовой тенью" подразумевается область волновода, которая озвучивается лишь модами определенных номеров. Это обстоятельство позволяет расположить излучатель и приемник таким образом, чтобы приемник находился в зоне тени по отношению к источнику, и чтобы только рассеивающая неоднородность "засвечивала" зоны модовой тени.

Рассмотрим указанную ситуацию на примере приповерхностного звукового канала, составленного из мелководного участка, клина и глубоководного участка. Считаем, что дно в мелководном участке и в клиновидной области обладает достаточно большим поглощением (рис. 3.9). Такие условия распространения реализуются в прибрежных районах. Если источник акустического поля расположен

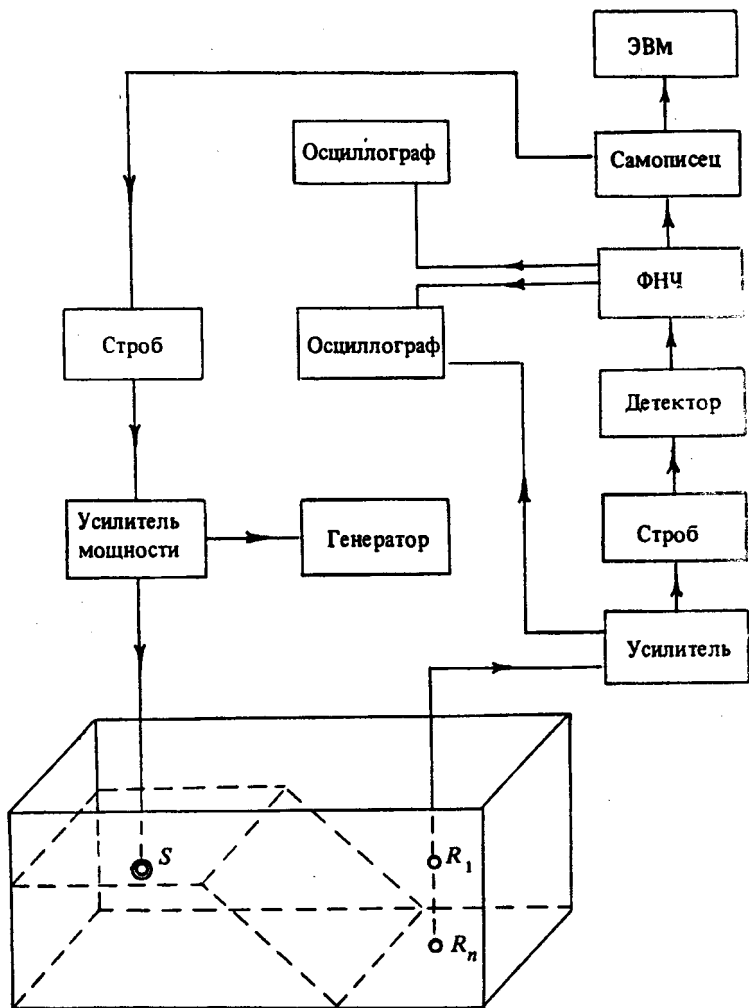


Рис. 3.9. Модель приповерхностного звукового канала с изменяющимся профилем дна и схема измерений

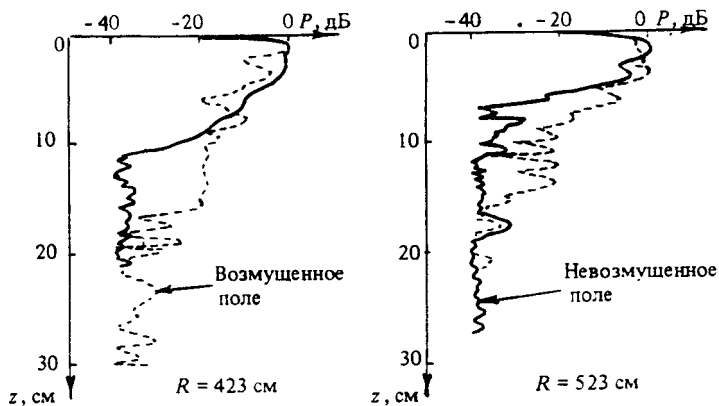


Рис. 3.10. Зависимость уровня поля от глубины, наблюдаемая в модельных экспериментах

в мелководном районе, то сочетание приповерхностного волновода и клина с поглощающим дном играет роль системы, направляющей поле по вертикали, что позволяет возбудить только моды низших номеров. Так как на больших глубинах поле формируется модами высших номеров, то около дна образуется область "модовой тени", где поле заметно ослаблено. Иллюстрацией указанной ситуации являются результаты измерений, проведенных в лабораторных условиях (рис. 3.9). В измерениях использовались импульсы длительностью 100 мкс на несущей частоте 512 кГц. На рис. 3.10 показан вертикальный разрез поля, измеренного на расстоянии  $R = 423$  см от источника. Из рисунка видно, что поле "подсветки" ослабляется вблизи дна на величину порядка 15 дБ. На рис. 3.11 показаны теоретические зависимости, полученные численно с использованием параболического приближения [11]. Появление неоднородности вызывает засветку области "модовой тени". На рис. 3.11 представлены также вертикальные разрезы поля без неоднородности и при наличии расположенной на поверхности неоднородности (в качестве неоднородности использовалась пенопластовая пластина размером 58 x 36 см с синусоидальным рельефом, имеющим период 3 мм и высоту 1 мм). Видно, что эффект засветки области тени рассеянным неоднородностью полем позволяет измерять рассеянные сигналы на фоне ослабленного поля подсветки.



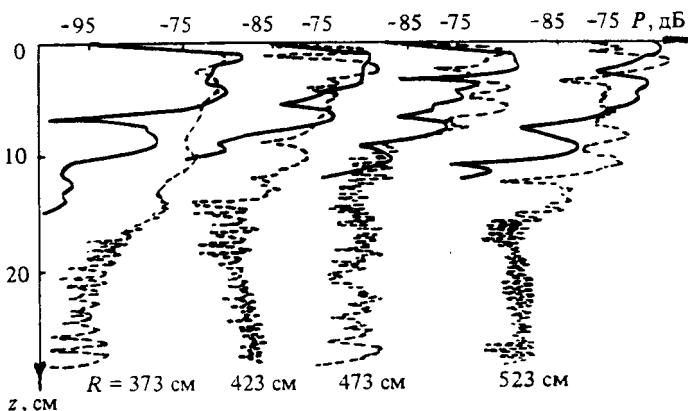


Рис. 3.11. Теоретические зависимости уровня акустического сигнала на различных удалениях от источника без неоднородности (сплошная линия) и в присутствии неоднородности (прерывистая линия)

### 3.2.4. Влияние временной изменчивости океанических неоднородностей

Рассматривая связь параметров океанических неоднородностей с характеристиками звука в локационном и дифференциальном методах, мы исходили из гипотезы "замороженности" неоднородностей. Вместе с тем, характерные времена флуктуаций океанической среды могут быть сравнимы и даже существенно меньше характерных времен модуляции зондирующего сигнала. В этом случае "резонансный" характер рассеяния проявится для гармонических полей в случайных доплеровских смещениях несущей частоты, приводящих к уширению спектра рассеянного поля, а для сложных широкополосных сигналов — в заметном рассогласовании рассеянного сигнала с излученным. С одной стороны, этот эффект может сыграть отрицательную роль, так как часть полезной энергии будет потеряна вследствие появления заранее неизвестных искажений. С другой стороны, это может быть использовано для получения дополнительной информации о временной изменчивости (частотном спектре) неоднородностей. Остановимся на этом вопросе подробнее, используя для этого примеры локационной и дифференциальной схем измерения.

Проанализируем дополнительные возможности определения частотного спектра неоднородностей, связанных с варьированием параметров зондирующего импульса и согласованного фильтра. С этой

целью вернемся к формуле (3.24), справедливой при произвольном соотношении между длительностью зондирующего импульса  $T$  и радиусом временной корреляции неоднородностей. Чтобы описать влияние временных флуктуаций океанической среды на интенсивность рассеянного сигнала, введем параметр

$$Q(\tau, \Omega) = \frac{\langle |\tilde{p}_R(\tau, \Omega)|^2 \rangle}{\langle |\tilde{p}_R(\tau, \Omega)|^2 \rangle} = \frac{\sum_{n,m} |A_S(n)|^2 |A_R(m)|^2 \tilde{I}_{nm}^{mn}}{\sum_{n,m} |A_S(n)|^2 |A_R(m)|^2 \tilde{I}_{nm}^{mn}}, \quad (3.37)$$

где  $\tilde{I}_{nm}^{mn}$  описывается формулой (3.24), а  $\tilde{I}_{nm}^{mn}$  — формулой (3.25). Величина  $Q$  показывает, насколько ослабляется интенсивность рассеянного сигнала по сравнению со случаем "замороженных" неоднородностей, имеющих точно такой же пространственный спектр.

Процесс диагностики неоднородностей на основе формулы (3.37) состоит в следующем. На первом этапе, используя короткие зондирующие импульсы (их длина должна удовлетворять условию "замороженности" неоднородностей  $T \ll T_c, T_\zeta$ ), реконструируется пространственный спектр неоднородностей и определяется интенсивность рассеянного сигнала  $\langle |\tilde{p}_R|^2 \rangle$ . Вторым этапом является зондирование импульсами большой длительности (неоднородности меняются за время "звучания" сигнала), что позволяет путем подбора характеристик излучаемых импульсов по измеренной величине  $Q$  определить основные характеристики частотного спектра неоднородностей.

В качестве зондирующего  $F(t)$  импульса возьмем сигнал с линейной частотной модуляцией (ЛЧМ). Для определенности считаем полную излученную энергию неизменной при варьировании параметров импульса

$$F(t) = \left( \frac{2}{\pi T^2} \right)^{1/4} \exp \left( -\frac{t^2}{T^2} + i\alpha t^2 \right). \quad (3.38)$$

Функция неопределенности ЛЧМ сигнала равна:

$$F_H(\tau, \Omega) = \exp \left[ -\frac{\tau^2}{2T^2} - \frac{1}{2} \left( q \frac{\tau}{T} + \frac{\Omega T}{2} \right)^2 + i \frac{\Omega \tau}{2} \right], \quad (3.39)$$

где  $q = \alpha T^2 = \pi \Delta f T$  — база сигнала. Случай  $\alpha = 0$  соответствует тональному импульсу. После согласованной фильтрации длина излученного импульса  $\tau_0 = (T/2) (1 + q^2)^{-1/2}$ . Рассмотрим, как и в предыдущем разделе, два случая.

**Локационная схема.** Подставляя формулы (3.24) и (3.39) в выражение (3.37), для однопозиционной схемы наблюдения при  $\tau \gg T$ , получим

$$Q(\tau, \Omega) = \int_{-\infty}^{\infty} d\omega S(\omega, \tau) f(\tau, \Omega, \omega), \quad (3.40)$$

где

$$f(\tau, \Omega, \omega) = J(\tau, \Omega - \omega) J^{-1}(\tau, -\Omega), \quad (3.41)$$

$$J(\tau, \omega) = \int_0^{\infty} \frac{dt}{t} |F_H(t - \tau, \omega)|^2 = \left( \frac{\pi}{1 + q^2} \right)^{1/2} \frac{T}{\tau} \exp \left[ \frac{\omega^2 T^2}{4(1 + q^2)} \right], \quad (3.42)$$

$$S(\tau, \omega) = \frac{\sum_{n, m} |A_S(n)|^2 |A_R(n)|^2 \mathcal{W}_{nm}(\omega; c\tau/2)}{\sum_{n, m} |A_S(n)|^2 |A_R(n)|^2 \int_{-\infty}^{\infty} d\omega' \mathcal{W}_{nm}(\omega; c\tau/2)}, \quad (3.43)$$

$$\mathcal{W}_{nm}(\omega; r) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} d\varphi G(\varphi) \mathcal{W}_{nm}^{mn} \left[ - (h_n - h_m) \frac{r}{r}; \omega; r \right]. \quad (3.44)$$

Из формул (3.41) и (3.42) следует, что

$$f(\tau, \Omega, \omega) = f(\Omega, \omega) = \exp \left[ -\omega(\omega + 2\Omega) T^2 / 4(1 + q^2) \right]$$

не зависит от  $\tau$ , т. е. зависимость  $Q(\tau)$  определяется только пространственной изменчивостью статистических характеристик неоднородностей. В дальнейшем явную зависимость  $S(\omega)$  и  $Q(\Omega)$  от времени  $\tau$  обозначать не будем, имея, однако, в виду, что параметры неоднородностей, входящие в формулу для  $Q(\Omega)$  и  $S(\omega)$ , неявно зависят от  $\tau$ .

Если источник излучает только моду с номером  $n$ , а приемник принимает моду с номером  $m$ , то, используя модель неоднородностей, имеющих в горизонтальной плоскости вид бегущей волны, получим  $S(\omega) = \delta(\omega - \Omega_0)$ , где  $\Omega_0 = \Omega_g(h_n + h_m)$ ,  $\Omega_g(K)$  — дисперсионное соотношение для неоднородностей.

Если же используются точечный источник и точечный приемник (излучается и принимается много мод), то спектр  $S(\omega)$  представляется в виде некоторой суммы  $\delta$ -функций:  $\delta(\omega - \Omega'_0)$ , где частоты  $\Omega'_0$  лежат в интервале от  $\Omega_g(2h)$  до  $\Omega_g(2h \cos \theta_0)$  ( $\theta_0$  — критический угол волновода). В этом случае при оценке эффектов спектр  $S(\omega)$  будем аппроксимировать гауссовской функцией

$$S(\omega) = \frac{1}{(\pi)^{1/2} \omega_0} \exp \left[ -\frac{(\omega - \Omega_0)^2}{\omega_0^2} \right], \quad (3.45)$$

где  $\omega_0 \approx \Omega_g(2h) - \Omega_g(2h \cos\theta_0)$ ,  $\Omega_0 \approx \Omega_g(2h \cos\theta_0)$ ,  $0 \leq \theta_0 \leq \theta_*$ . Частоты  $\Omega_0$  и  $\omega_0$  характеризуют положение и ширину спектра  $S(\omega)$ . Учитывая малость угла  $\theta_0$ , имеем

$$\frac{\omega_0}{\Omega_0} \approx h\theta_0^2 \left( \frac{1}{\Omega_g} \frac{d\Omega_g}{dK} \right)_{K=2h}$$

В частном случае рассеяния звука на волнении в глубоком море  $\Omega_g(K) \approx (gK)^{1/2}$  и  $\omega_0/\Omega_0 \approx \theta_0^2/4 \ll 1$ .

Для спектра (3.45) получим

$$Q(\Omega) = (1 + \omega_0^2 \tau_0^2)^{-1/2} \exp \left[ -\frac{\Omega_0^2}{\omega_0^2} + \frac{(\Omega \omega_0 \tau_0^2 - \Omega_0 \omega_0)^2}{1 + \omega_0^2 \tau_0^2} \right]. \quad (3.46)$$

Аналогично для изотропных неоднородностей

$$S(\omega) = \frac{1}{2\omega_0 \pi^{1/2}} \left\{ \exp \left[ -\frac{(\omega - \Omega_0)^2}{\omega_0^2} \right] + \exp \left[ -\frac{(\omega + \Omega_0)^2}{\omega_0^2} \right] \right\}, \quad (3.47)$$

$$Q(\Omega) = \exp \left( -\frac{\Omega_0^2 \tau_0^2 - \Omega^2 \omega_0^2 \tau_0^2}{1 + \omega_0^2 \tau_0^2} \right) \times (1 + \omega_0^2 \tau_0^2)^{-1/2} \times \\ \times \cosh \left( \frac{2\Omega \Omega_0 \tau_0^2}{1 + \omega_0^2 \tau_0^2} \right). \quad (3.48)$$

Определение параметров частотного спектра  $\Omega_0$  и  $\omega_0$  осуществляется по измеренной величине  $Q$  на основе зависимостей (3.46) или (3.48). Для этого необходимо варьировать длительность свернутого при согласованной обработке импульса  $\tau_0$  и частоту  $\Omega$ .

На рис. 3.12 приведены зависимости  $Q(0)$  (величины  $Q(0)$  для выражений (3.46) и (3.48) совпадают) от параметров  $b = \omega_0 \tau_0$  и  $d = \Omega_0 \tau_0$  при фиксированных значениях  $\delta = 1/\beta = \omega_0/\Omega_0$ . Как следует из расчетов, при  $\tau_0 \gg \omega_0^{-1}$  или  $\tau_0 \gg \Omega_0^{-1}$  информационный сигнал от меняющихся во времени неоднородностей существенно ослабляется по сравнению со случаем "замороженных" неоднородностей, имеющих точно такой же пространственный спектр. При зондировании сложными сигналами с небольшой базой ( $q \leq 1$ ) это происходит для длинных импульсных посылок ( $T \gg 2/\omega_0$  или  $T \gg 2/\Omega_0$ ), а для сигнала-

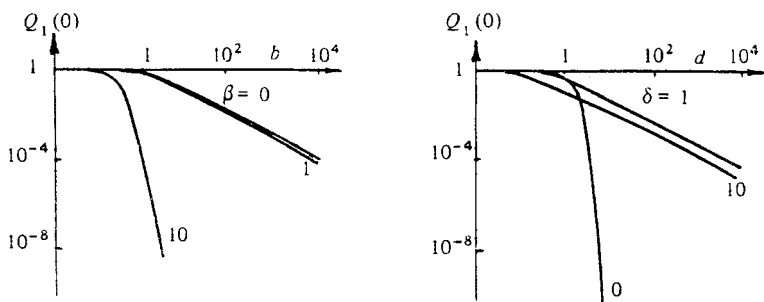


Рис. 3.12. Зависимость параметра  $Q(0)$  от параметров  $b$  и  $d$  при фиксированных значениях  $\delta$

лов с большой базой ( $q \gg 1$ ) — при достаточно узкополосных импульсах ( $\Delta f \ll \omega_0/2\pi$  или  $\Delta f \ll \Omega_0/2\pi$ ). В связи с этим отметим, что необходимость в однопозиционной (локационной) схеме при определении  $\Omega_0$  и  $\omega_0$  применять сигналы с большой длительностью  $\tau_0$  существенно ограничивает возможности пространственного разрешения.

**Просветная схема.** Рассмотрим для определенности случай, когда межмодовая дисперсия незначительна:  $\tau_a = a |1/v_n - 1/v_m| = 0$ . Тогда, подставляя формулы (3.24) и (3.39) в выражение (3.37), для "просветной" схемы наблюдения также получим формулы (3.40), (3.41) и (3.43), в которых, однако, стоят следующие величины:

$$J(\tau, \omega) = |F_H(\tau - t, \omega)|^2, \quad (3.49)$$

$$W_{nm}(\omega) = \frac{1}{a} \int_0^a dr' \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dk'}{2\pi h} W_{mn}^{nm}(h_n - h_m, k', \omega, r'). \quad (3.50)$$

После несложных вычислений нетрудно увидеть, что для неоднородностей со спектрами (3.45) и (3.47) коэффициент ослабления  $Q(\tau, \Omega)$  описывается теми же формулами (3.46) и (3.48), в которых  $\tau_0$  заменено на  $T/2$ , а  $(\omega_0 \Omega \tau_0^2)$  на  $\omega_0(q\tau/2 - \Omega T^2/4)$ . При этом  $Q(\tau, \Omega)$  есть функция только переменной  $\tilde{\tau} = q\tau/2 - \Omega T^2/4$ . Если  $\tau = 0$ , то зависимость  $Q$  от параметров  $b = \omega_0 T/2$  и  $d = \Omega_0 T/2$  при

фиксированных значениях  $\delta = 1/\beta = \omega_0/\Omega_0$  описывается теми же кривыми, что представлены на рис. 3.12.

Для определения параметров частотного спектра неоднородностей вместо  $Q$  можно использовать и саму интенсивность рассеянного поля.

Заметим, что различие в спектрах (3.45) и (3.47) для "просветной" схемы наблюдения обусловлено не только различием в характеристиках неоднородностей, как это было в однопозиционной схеме, но связано также и с различными условиями приема сигнала. Поскольку между различными участками частотного и углового (в горизонтальной плоскости) спектров рассеянного поля в силу дисперсионного соотношения неоднородностей имеется взаимно однозначное соответствие [138], в общем случае анизотропных по горизонтали неоднородностей приемная система, обладающая диаграммой направленности, будет осуществлять некоторую фильтрацию частотного спектра рассеянного сигнала. Спектр вида (3.45) будет характеризовать в горизонтальной плоскости предельную ситуацию, когда диаграмма направленности приемной системы достаточно узка, а неоднородности обладают сильно выраженной анизотропией. Спектр (3.47) характеризует другой предельный случай: или изотропных неоднородностей, или достаточно широкой диаграммы направленности приемной системы.

В однопозиционной схеме сигнал обратного рассеяния формируется практически одной гармоникой пространственного спектра  $K \approx 2h$  и в силу дисперсионного соотношения для неоднородности практически одной гармоникой частотного спектра. Поэтому использованные модели спектра  $S(\omega)$ , описываемые формулами (3.45) и (3.47), достаточны для анализа даже в том случае, когда реальный частотный спектр неоднородности существенно отличается от гауссовского. Структура частотного спектра может быть получена варьированием несущей частоты зондирующего сигнала, а дисперсионная зависимость  $\Omega_g(K)$  восстановлена по значениям  $\Omega_0$ , которые определяются из формул (3.46) или (3.48).

В "просветной" схеме рассеянный сигнал формируется практически всем пространственным спектром неоднородностей. Поэтому спектры (3.45) и (3.47) характеризуют только простейший случай квазисинусоидальных флуктуаций. Решение задачи для реальных неоднородностей, имеющих, как правило, степенной спектр, требует априорного задания формы спектра. Реконструкция тогда будет сводиться к определению количественных значений параметров, стоящих в спектре. Некоторые модели степенных спектров, характерные для объемных и поверхностных неоднородностей и соответствующие им зависимости  $Q$  рассмотрены, например, в [79, 117].

Эффект разрушения структуры рассеянного сигнала за счет временных флуктуаций океанических неоднородностей может быть использован для подавления компоненты, рассеянной волнением, и выделения вклада объемных неоднородностей. Действительно, время когерентности волнения  $T_{\zeta} \approx 1$  с, тогда как время когерентности флуктуаций скорости звука  $T_c \geq 10^3 - 10^4$  с. Выбирая в "просветной" схеме длительность зондирующего импульса  $T$ , удовлетворяющей условию  $T_{\zeta} \ll T \leq T_c$ , а в однопозиционной схеме — длительность импульса выхода согласованного фильтра  $\tau_0$ , удовлетворяющей такому же условию  $T_{\zeta} \ll \tau_0 \leq T_c$ , можно существенно ослабить энергию сигнала, рассеянного на волнении, по сравнению с сигналом от объемных неоднородностей.

### 3.3. ДИФРАКЦИОННЫЕ МЕТОДЫ ТОМОГРАФИИ ЛОКАЛИЗОВАННЫХ НЕОДНОРОДНОСТЕЙ ОКЕАНА

В океане встречаются неоднородности, занимающие относительно небольшую область пространства и имеющие достаточно резкие границы. К таким неоднородностям можно отнести льдины, айсберги, подводные горы, внутритермоклинные линзы, а также скопления рыб и живых организмов [53, 83, 98, 131]. Для них решение обратной задачи рассеяния также сводится к решению интегрального уравнения, аналогичного уравнению (3.2). При этом, как и в случае распределенных случайных неоднородностей, обычно необходимо использовать определенную модель, описывающую форму и акустические свойства неоднородности. В тех случаях, когда возможно использование малопараметрической модели неоднородности, задача реконструкции значительно упрощается и сводится к определению численных значений небольшого числа параметров. Примером подобной ситуации может служить рассмотренная выше реконструкция характеристик случайных распределенных в пространстве неоднородностей с априорно известной структурой пространственно-временных спектров, когда основной задачей является определение пространственного распределения небольшого числа параметров, характеризующих спектр неоднородностей [77, 116–118].

Построение таких упрощенных моделей для перечисленных выше пространственно локализованных неоднородностей представляет самостоятельный интерес и является предметом многочисленных исследований [53, 98, 109, 139].

В этом разделе сосредоточим основное внимание на общих закономерностях формирования гидроакустических полей подобными неоднородностями, а также обсудим возможные схемы их томографической реконструкции. При этом воспользуемся простой моделью пространственно локализованной неоднородности, представляющей собой тело, форму и импедансные характеристики которого требуется определить.

### 3.3.1. Реконструкция локализованных неоднородностей океана по измерениям интерференции прямого и дифрагированного полей

Для упрощения задач и в качестве неоднородности рассмотрим тело, ограниченное поверхностью  $S$ , на которой заданы в общем случае смешанные граничные условия:

$$\frac{\partial p}{\partial n} + \tilde{f}(R_s) = 0, \quad (3.51)$$

где  $\tilde{f}(R_s)$  — функция, характеризующая импедансные свойства поверхности  $S$ ,  $\partial/\partial n$  — производная по внешней нормали к поверхности тела,  $R_s$  — радиус-вектор точки поверхности.

Будем рассматривать следующую томографическую задачу: путем специальной обработки комплексной амплитуды гидроакустического поля, измеренного на удаленной от неоднородности поверхности, попытаемся реконструировать характеристики неоднородности, а именно — форму тела, его положение, а также его акустические параметры.

Применяя теорему Грина к волновому уравнению и учитывая граничные условия, а также условие излучения на бесконечности, получим выражение для поля  $p(\mathbf{R})$  в присутствии тела [108, 138]

$$p(\mathbf{R}) = \frac{1}{4\pi} \int_s \left[ G_0(\mathbf{R}, \mathbf{R}_s) \frac{\partial}{\partial n} p(\mathbf{R}_s) - p(\mathbf{R}_s) \frac{\partial}{\partial n} G_0(\mathbf{R}, \mathbf{R}_s) \right] ds + p_0(\mathbf{R}), \quad (3.52)$$

где  $p_0(\mathbf{R}) = \int_v p_i(\mathbf{R}_p) G_0(\mathbf{R}, \mathbf{R}_p) d\mathbf{R}_p$  — поле расположенного в объеме  $v$  источника  $p_i$  в отсутствие тела,  $ds$  — элемент интегрирования поверхности  $S$ . Интегральное уравнение (3.52) по структуре анало-



гично рассмотренному ранее уравнению (3.2). Оно связывает измеряемое поле  $p(\mathbf{R})$  с восстанавливаемыми параметрами, формой поверхности  $S$  и ее импедансными свойствами  $\tilde{f}(\mathbf{R}_s)$ . Акустические параметры тела содержатся в подынтегральном выражении в неявной форме, в виде связи (3.51). Таким образом, формально реконструкция искоемых характеристик сводится к решению интегрального уравнения с условием (3.51).

Как уже отмечалось в предыдущих разделах, точных решений уравнения (3.52), как правило, найти не удастся [58]. Это связано с нелинейностью задачи: поле  $p(\mathbf{R}_s)$  на поверхности  $S$  в общем случае является функционалом от формы и импедансных свойств поверхности. Решение уравнения (3.52) в основном осуществляется с помощью приближенных методов [12, 58]. Не вдаваясь в подробный анализ способов решения, заметим лишь, что во многих методах в качестве первого приближения используются решения, найденные на основе применения либо априорных данных, либо эвристических предположений о форме и свойствах тела. Это позволяет линеаризовать задачу и воспользоваться хорошо развитыми методами решения интегральных уравнений Фредгольма.

Воспользуемся некоторыми упрощающими предположениями, которые приводят к линеаризации уравнения (3.52). Для простоты обсудим возможность восстановления только формы и положения тела. С этой целью рассмотрим модель абсолютно твердого тела. Такая модель позволяет описать основные закономерности взаимодействия звукового поля с неоднородностью, а также упростить экспериментальную проверку алгоритмов восстановления, например при моделировании в лабораторных условиях. Кроме того, будем считать, что размеры тела велики по сравнению с длиной волны поля подсветки. Это позволяет воспользоваться приближением Кирхгофа и заменить поле на освещенной части тела на падающее поле, а на теневой части считать его равным нулю [16, 35, 53]. Учитывая сделанные предположения, интегральное уравнение (3.52) преобразуем к виду

$$p_s(\mathbf{R}) = \frac{1}{2\pi} \iint_{\sigma} \frac{\partial p_i(\mathbf{R}_s)}{\partial n} G_0(\mathbf{R}, \mathbf{R}_s) d\eta d\zeta, \quad (3.53)$$

где  $p$  — поле, падающее на плоскость эквивалентного телу тонкого экрана  $\sigma(\eta, \zeta)$ , создающего в рассматриваемом приближении такую же тень, как и само тело,  $d\eta d\zeta$  — элемент площади экрана. В этой упрощенной формулировке задача сводится к реконструкции размеров и положения эквивалентного телу плоского экрана. Очевидно, что для реконструкции трехмерной формы выпуклого тела потребу-

ется определить набор эквивалентных экранов, полученных по нескольким проекциям, и уже по этому набору, исходя из простых геометрических соображений, определять форму тела. Таким образом, на первом этапе следует на основе интегрального уравнения (3.53) путем некоторой обработки измеренных значений дифрагированного поля  $p_s(\mathbf{R})$  восстановить размеры и положение эквивалентного экрана  $\sigma(\eta, \zeta)$ , а на втором этапе — по набору полученных эквивалентных экранов (проекций) восстановить поверхность  $S$ , ограничивающую тело.

Вернемся теперь к анализу особенностей решения интегрального уравнения (3.53) в океаническом волноводе. Полагаем, что измерения осуществляются в интервале углов, близких к углу падения поля подсветки. Тогда приближенно справедливо следующее соотношение:

$$\frac{\partial p_i}{\partial n} = \left( ik - \frac{1}{R} \right) p_i \cos(\hat{n}, \mathbf{R}) \approx ik p_i(\mathbf{R}).$$

Подставляя в подынтегральное выражение уравнение (3.52) приближенное значение производной и используя представления  $p_i$  и  $G_0$  в виде суммы мод, получим

$$p_s(\mathbf{R}) = - \sum_{n, m}^{N, M} \varphi_m(z) \varphi_n(z_0) \times \\ \times \frac{\exp[i(h_n s' - \pi/4)] \exp[i(h_m r' - \pi/4)]}{(h_n s')^{1/2} (h_m r')^{1/2}} S_{nm}, \quad (3.54)$$

где  $s' = (x_\Sigma^2 + y_0^2)^{1/2}$ ,  $r' = [(a - x_\Sigma^2)^2 + y^2]^{1/2}$ ,  $a$  — расстояние между источником и приемником, индекс  $n(N)$  относится к падающим, а  $m(M)$  — к дифрагированным модам,  $x_\Sigma, y_\Sigma, z_\Sigma$  — координаты центра эквивалентного экрана,  $\mathbf{R}_0 = (x_0, y_0, z_0)$  и  $\mathbf{R} = (x, y, z)$  — соответственно координаты источника и точки наблюдения. В полученном интегральном уравнении подлежащие определению характеристики содержатся в подынтегральном выражении матрицы рассеяния  $S_{nm}$ :

$$S_{nm} = ih_n \iint_{-\infty}^{\infty} \sigma(\zeta, \eta) \varphi_n(\zeta + z_\Sigma) \varphi_m^*(r + z_\Sigma) \times \\ \times \exp \left( ih_n |r_0 - \eta| + h_m |r - \eta| - \frac{\pi}{4} \right) \left( h_n h_m |r_0 - \eta| |r - \eta| \right)^{1/2} d\eta d\zeta. \quad (3.55)$$

Из уравнения (3.54) следует, что измеряемый сигнал является суперпозицией модовых дифракционных структур, каждая из которых содержит информацию о форме тела. Особенности волноводного распространения проявляются в том, что информация о форме тела (в виде структуры эквивалентного экрана) по горизонтали и по вертикали передается в точку измерения различным образом. Участок волновода между телом и областью наблюдения в горизонтальной плоскости пропускает весь пространственный спектр рассеянного сигнала, в то время как по вертикали — лишь конечный набор пространственных частот, соответствующих распространяющимся без больших потерь модам волновода.

Для упрощения дальнейшего анализа будем считать, что экран имеет форму, допускающую факторизацию переменных функции  $\sigma$ , т. е.  $\sigma(\zeta, \eta) \approx T(\zeta) L(\eta)$ . Такое представление позволяет разбить задачу на две части: реконструкцию по горизонтали и по вертикали. При этом для отдельной моды в горизонтальной плоскости задача аналогична случаю безграничного однородного пространства меньшей размерности. Это позволяет в одномодовом режиме при измерении в зоне дифракции Фраунгофера использовать для реконструкции (обращения интегрального уравнения) алгоритм быстрого преобразования Фурье, аналогично тому, как это делалось в разд. 3.1. Вместе с тем, определение функции  $T(\zeta)$  либо вообще невозможно, либо возможна лишь ее приближенная оценка.

При выполнении условия факторизации функции  $\sigma(\zeta, \eta)$  интегральное уравнение (3.54) принимает следующий вид:

$$p_s(\mathbf{R}) = - \sum_{n, m}^{N, M} \varphi_m(z) \varphi_n(z_0) \frac{\exp[i(h_n s' - \pi/4)] \exp[i(h_m r' - \pi/4)]}{(h_n h_m s' r')^{1/2}} \times \\ \times i h_n T_{nm} L_{nm}, \quad (3.56)$$

где матричные члены имеют следующую форму:

$$T_{nm} = \int_{-\infty}^{\infty} T(\zeta) \varphi_n(\zeta + z_y) \varphi_m^*(\zeta + z_y) d\zeta, \quad (3.57)$$

$$L_{nm} = \int_{-\infty}^{\infty} L(\eta) \exp \left[ i \left( \frac{h_n y_0}{s'} + \frac{h_m y}{r'} \right) \eta \right] d\eta. \quad (3.58)$$

Для фиксированных значений номеров падающей и рассеянной мод  $n$  и  $m$  формула (3.58) аналогична случаю безграничного однородного пространства. Указанное утверждение справедливо лишь для горизонтального распределения  $L(\eta)$ . Таким образом, результирующее поле  $p_s$  является суперпозицией горизонтальных дифракционных

структур, которые суммируются с комплексными коэффициентами  $T_{nm}$ , описывающими трансформацию энергии в модовом спектре.

### 3.3.2. Некоторые закономерности дифракции акустических полей, влияющие на эффективность реконструкции локализованных неоднородностей

**Горизонтальная структура.** Рассмотрим подробнее функцию  $L_{nm}$ . Будем считать величины  $T_{nm}$  известными. Горизонтальная зависимость  $p_s$  определяется интегралом  $L_{nm}$ , представляющим из себя преобразование Фурье от функции  $L(\eta)$ . В качестве пространственной частоты в данном случае выступает величина  $(h_m y)/r'$ , которая, в отличие от случая свободного пространства, зависит от номера дифрагированной моды. Другой особенностью интеграла (3.58) является присутствие в показателе экспоненты слагаемого  $((h_n y_0)/s')$  (которое можно интерпретировать как сдвиг по пространственной частоте), зависящего от номера падающей на неоднородность моды, а также от положения источника. В частном случае, когда  $y_0 = 0$ ,  $L(\eta) = 1$  при  $|\eta| \leq \eta_0$  и  $L(\eta) = 0$  при  $|\eta| > \eta_0$ , для формулы (3.58) получим следующее выражение:  $L_{nm} \approx \eta_0 \sin(\Omega_m y \eta_0)$ , где  $\Omega_m = h_m/r'$ . Отсюда видно, что пространственный масштаб дифракционной структуры зависит от номера рассеянной моды. Вследствие этого при увеличении  $|y|$  проявляются эффекты, связанные с интерференцией парциальных модовых структур. В случае, когда параметры задачи удовлетворяют условию

$$\pi r_0 \langle h_{ij} \rangle \eta_0^{-1} \approx (4\pi r_0 \Delta h_{ij}^{-1})^{-1/2}, \quad (3.59)$$

где  $r_0 = a - x_{\Sigma}$ ,  $\Delta h_{ij}$  — разность волновых чисел мод,  $\langle h_{ij} \rangle$  — среднее арифметическое значение волновых чисел, пространственные спектры вариаций, возникающих за счет дифракции и интерференции модовых структур, пересекутся. Обозначим через  $r_0$  расстояние, для которого справедливо условие (3.59). Тогда для всех  $r_0 < \tilde{r}_0$  модовая интерференционная структура будет более крупномасштабной по сравнению с вариациями, возникающими за счет дифракции. Если же  $r_0 > \tilde{r}_0$ , то, наоборот, осцилляции, возникающие за счет дифракции, будут более крупномасштабными по сравнению с вариациями, возникающими за счет интерференции.

Дополнительная пространственная модуляция интенсивности суммарного поля  $p(\mathbf{R})$  возникает за счет интерференции поля под-

светки с дифрагированным полем:

$$I_n \approx \frac{2\omega\rho}{[x_\Sigma(a-x_z)]^{1/2}} \sum_{n=0}^N \varphi_n(z) \varphi_n(z_0) b_n \operatorname{sinc}\left(\frac{h_n}{2x_{\text{эк}}} y^2\right), \quad (3.60)$$

где  $I_n$  определяет модуляцию интенсивности только для мод с совпадающими индексами,  $x_{\text{эк}} = a(a-x_\Sigma) x_\Sigma^{-1}$ ,  $b_n = \sum_m \varphi_m(z_0) S_{nm}$ .

Анализ выражения (3.60) показывает, что пространственная модуляция, связанная с интерференцией прямого и рассеянного сигналов, всегда имеет масштабы меньшие, чем масштабы вариаций, вызванных дифракцией на неоднородности. Действительно, примем в качестве минимального масштаба пространственных вариаций, связанных с дифракцией, значение  $y$  для первого нуля в распределении  $\operatorname{sinc}(\Omega_m y \eta_0)$  для моды с наибольшим горизонтальным волновым числом  $h_{\text{max}} = h_1$ . Тогда условие совпадения масштабов вариации поля за счет дифракции и интерференции будет выглядеть так:

$$\pi r_0 (h_1 r_0)^{-1} \approx (2\pi r_0 a)^{1/2} [h_1(a-r_0)]^{-1/2}. \quad (3.61)$$

В рамках использованных приближений ни для каких  $r_0$  условие (3.61) не выполняется. Отсюда следует, что в главном лепестке диаграммы рассеяния моды будет всегда наблюдаться более одного периода вариации интерференционной структуры.

В случае наклонного освещения неоднородности, когда  $y_0 \neq 0$ , для каждой из мод подсветки возникает набор смещенных дифракционных структур, отличающихся пространственными масштабами. При этом, если параметры задачи удовлетворяют условию  $y_0 \eta_0 (h_i - h_j) (2\pi x_\Sigma)^{-1} \geq 1$ , дифракционные структуры могут пространственно разделиться.

**Вертикальная структура поля.** Как уже указывалось, вертикальная структура дифрагированного поля в океаническом волноводе определяется суперпозицией волноводных мод. В свою очередь, как следует из уравнения (3.56), дифракция на локализованной неоднородности по вертикали определяется функцией  $T_{nm}$ . Исследуем эффективность перерасеяния акустического поля из падающей моды в дифрагированную. Для этого воспользуемся выражением (3.57). В общем случае для отыскания зависимостей  $T_{nm}$  от параметров задачи, в частности от глубины и размеров неоднородности, необходимо использовать численный анализ. Однако, когда собст-

венные функции имеют простую форму, эффективность перерассеяния мод можно оценить исходя из общих соображений.

Структура функции  $T_{nm}$  показывает, что в случае, когда вертикальные размеры неоднородности малы по сравнению с характерными масштабами изменчивости функции  $\varphi_n(z)$ , значение  $T_{nm}$  может быть близко к нулю. Такая ситуация складывается тогда, когда небольшая неоднородность располагается вблизи глубин  $z_n^0$ , для которых  $\varphi_n(z_n^0) = 0$ . С другой стороны, если неоднородность располагается на глубине  $z_{n,m}^{\max}$ , для которой  $|\varphi_{n,m}(z_{n,m}^{\max})| = \max$ , величина  $T_{nm}$  будет максимальной. В общем случае для оценки эффективности перерассеяния мод следует найти максимумы функции  $T_{nm} = f_{nm}(d, z_\Sigma)$ .

На рис. 3.13 показана зависимость  $f_{nm}(d, z_\Sigma)$  для волновода Пекериса, когда  $n = 1, m = 2$ . Видно, что при  $\zeta_0 \sim H/2$  и  $z_\Sigma \sim H/4$ , где  $\zeta_0$  — вертикальный размер неоднородности, а  $H$  — толщина волновода, функция  $f_{nm}$  принимает максимальное значение. Когда волновод является многомодовым, для определения эффективности перерассеяния мод необходимо совместное решение уравнений  $f_{nm}(d, z_\Sigma) = \max$  для различных номеров мод.

Остановимся еще на одной особенности перерассеяния волноводных мод. Из формулы (3.57) следует, что если на масштабах вертикальных размеров неоднородности  $\zeta_0$  укладываются много пространственных периодов функции  $\varphi_n(z)$ , то величина  $T_{nm}$  будет иметь квазипериодическую зависимость как от глубины, так и от вертикальных размеров неоднородности.

**Некоторые результаты лабораторных измерений дифрагированных в волноводе полей.** Перечисленные выше закономерности проиллюстрируем результатами измерений, осуществленных в лабораторных условиях для простой модели океанического волновода в виде изоскоростного водного слоя толщиной 5 см, расположенного на толстом слое резины, со скоростью звука 1700 м/с, плотностью 1,3 г/см<sup>3</sup> и тангенсом угла потерь 0,28. Для измерения использовались ультразвуковые квазигармонические импульсы длительностью 100 мс с частотой 512 кГц. В качестве неоднородности были использованы стальные цилиндры диаметром 0,3 и 0,6 см и длиной 3,5 см. Расстояние между источником и неоднородностью составляло 93 см. Цилиндры располагались на глубине 2,5 см между источником и областью наблюдений.

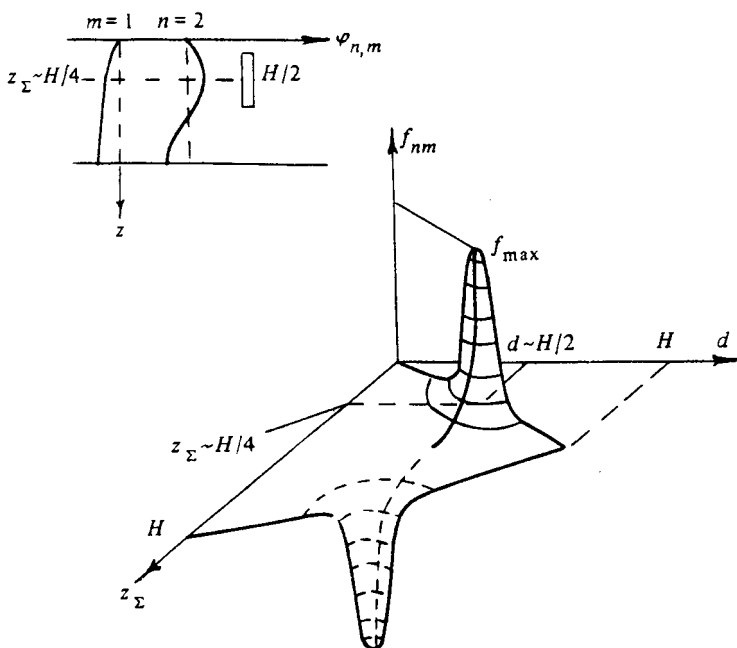
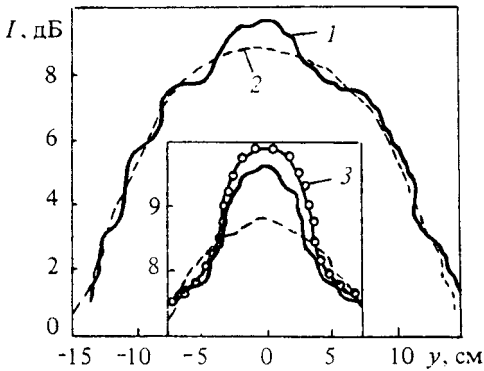


Рис. 3.13. Зависимость  $f_{nm}(d, z_{\Sigma})$  для волновода Пекериса при  $n=1$ ,  $m=2$

Результаты измерения поперечного распределения поля приведены на рис. 3.14. Измерения проводились на удалении 70 см от неоднородности на глубине 2,5 см для цилиндра диаметром 0,3 см. Они показали, что основная часть дифрагированного поля локализуется в пределах небольшого интервала углов вблизи угла падения поля подсветки. Пространственные вариации поля при небольших смещениях от оси симметрии определяются интерференцией прямого и рассеянного сигналов, а также влиянием диаграммы рассеяния поля в горизонтальном направлении. Спадание уровня сигналов при больших значениях смещений обусловлены влиянием диаграммы направленности источника подсветки. Заметим, что рассмотренная выше физическая модель позволяет с достаточно высокой эффективностью описать наблюдаемые в лабораторных условиях зависимости.

Приведенные в этом разделе результаты анализа структуры акустических полей, рассеянных локализованными неоднородностями в плоскостойких волноводах, позволяют сделать некоторые



**Рис. 3.14.** Поперечное сечение поля за неоднородностью на глубине 2,5 см и удалении 70 см: 1 — дифрагированное поле, 2 — невозмущенное поле, 3 — результаты теоретических расчетов

выводы, важные с точки зрения томографии. Во-первых, из-за поглощения большей части вертикальных компонент пространственного спектра рассеянного сигнала, полная реконструкция пространственного распределения неоднородностей по глубине по данным, измеренным в дальней зоне, практически невозможна. Во-вторых, видно, что селекция отдельных распространяющихся мод может повысить эффективность томографических измерений путем ослабления помехи в виде большого по величине прямого сигнала. В-третьих, из вышеприведенного анализа видно, что если неоднородности имеют пространственные масштабы много больше длины волны зондирующего поля, дифрагированное поле имеет максимальную величину в интервале малых углов рассеяния. Следовательно, с практической точки зрения, когда мощность источников гидроакустических сигналов ограничена, а дифрагированные сигналы измеряются на фоне аддитивных шумов, приемные устройства системы томографических наблюдений следует располагать так, чтобы неоднородности находились между источником и приемником.

При обсуждении общих принципов дифракционной томографии указывалось, что при измерении дифракционных сигналов в дальней зоне интегральное уравнение сводится к интегралу Фурье. Это позволяет использовать обратное преобразование Фурье для обращения интегрального уравнения с целью реконструкции пространственного распределения неоднородностей. Для этого необходимо: во-первых, измерить все значения компонент пространственного спектра поля, дифрагированного на неоднородности, во-вторых, осуществить интерполяцию измеренных данных в узлы эквидистантной решетки, в-третьих, осуществить реконструкцию неоднородности, применяя преобразование Фурье [59, 95].

Заметим, что неоднородность конечных размеров можно охарактеризовать трехмерным пространственным спектром, в котором максимальные пространственные частоты определяются либо мини-



малыми по размерам масштабами неоднородности, либо длиной волны зондирующего поля. На рис. 3.15 сплошной линией изображен трехмерный пространственный спектр  $\hat{g}(\mathbf{k}_s)$ , характеризующий неоднородность. Океанический волновод можно рассматривать как некий пространственный фильтр, пропускающий на больших удалениях только дискретный ряд вертикальных пространственных компонент, соответствующих распространяющимся модам волновода. Следовательно, в дальней зоне волновода могут быть измерены лишь совокупности значений пространственного спектра, лежащих в плоскостях  $K_z = \pm \kappa_n$ , где  $\kappa_n$  — вертикальные компоненты волновых чисел мод (см. рис. 3.15).

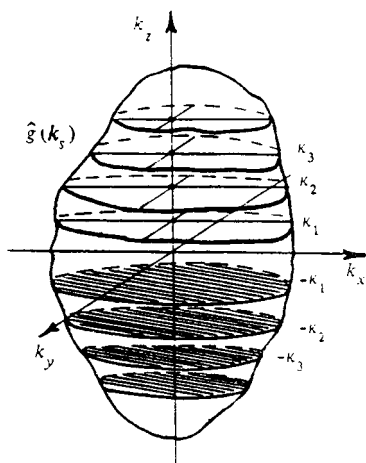


Рис. 3.15. Вид трехмерного пространственного спектра неоднородности

Здесь уместно отметить, что ввиду многообразия типов волноводов, а также типов неоднородностей могут встречаться различные ситуации, когда в пределах ширины пространственного спектра  $\Delta K_z$  могут укладываться либо одна мода (при реконструкции больших неоднородностей в мелководных районах), либо большое число мод, включая моды сплошной части пространственного спектра (при реконструкции малых по размерам неоднородностей в мелководных районах).

Чтобы лучше представить возможности реконструкции пространственного распределения неоднородности в различных ситуациях, рассмотрим подробнее два случая: когда  $\kappa_1 \leq \Delta K_z < \kappa_2$ , т. е. либо из-за условий распространения, либо в результате селекции мод наблюдается только одна мода океанического волновода, и второй случай, когда  $\kappa_2 \leq \Delta K_z < \kappa_3$ , т. е. в значимый интервал искомого пространственного спектра попадают две моды.

В первом случае из всего трехмерного пространственного спектра неоднородности доступными для измерения остаются значения спектра, лежащие в двух плоскостях  $\Delta K_z = \pm \kappa_1$  (рис. 3.16, а). Очевидно, что в этом случае реконструкция вертикального распределения неоднородности невозможна. Однако реконструкция горизонтального распределения, соответствующего пространственной

компоненте  $\pm \kappa_2$ , вполне может быть осуществлена точно так же, как это делалось для двумерных неоднородностей в свободном пространстве. При этом необходимо для измерения двумерного пространственного спектра в плоскости  $\Delta K_z = \pm \kappa_1$  осуществить перебор проекций одним из способов, описанных в разд. 3.1. Исключение составляет частотное сканирование, для которого могут возникнуть некоторые новые особенности: поскольку изменение частоты источника в волноводе вызывает изменение эффективности возбуждения волновых мод, то, например при понижении частоты источника, наблюдаемая мода может не возбуждаться.

Рассмотрим теперь второй случай, когда в пределах ширины вертикального пространственного спектра возбуждаются две моды волновода. Дифрагированное на неоднородности поле будет состоять из двух мод, одна из которых возникает при дифракции. С точки зрения реконструкции, появление второй моды дает дополнительную информацию, в частности, о вертикальном распределении. Однако для правильного восстановления горизонтального распределения следует осуществлять реконструкцию отдельно для каждой моды, иначе измеряемое распределение интенсивности будет содержать модуляционную компоненту, возникающую из-за интерференции мод. Если при этом реконструкцию осуществлять с помощью алго-

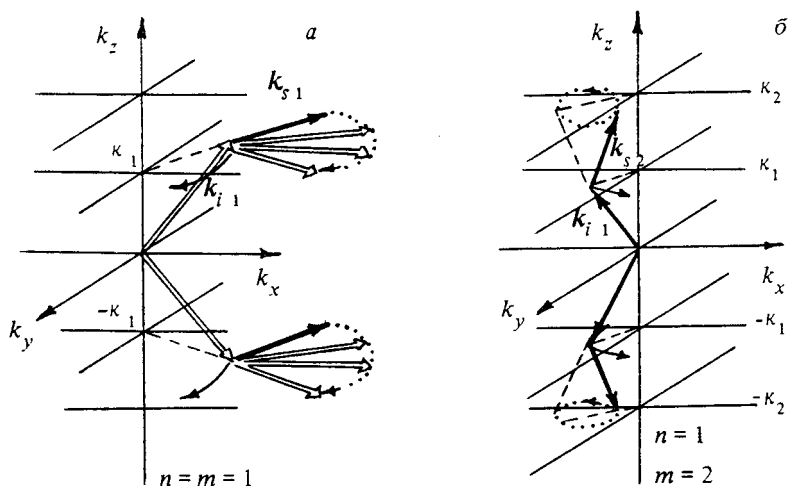


Рис. 3.16. Схема измерения компонент пространственного спектра в случае возбуждения одной (а) и двух (б) волноводных мод

ритма быстрого преобразования Фурье, то истинное пространственное распределение будет искажено.

Таким образом, особенностью использования метода следует считать необходимость учета явлений, связанных с интерференционной модовой структурой полей в волноводах. Причем в алгоритмах реконструкции информация о модовой интерференции должна задаваться априорно, что практически выражается в предварительном построении модели океанического волновода, в котором осуществляется наблюдение.

Естественно, все сказанное выше о влиянии интерференционной структуры касается в не меньшей степени и случая, когда  $k_{n-1} \leq \Delta K_z \leq \pm k_n$ , и при  $n \geq 4$  в области существования пространственного спектра неоднородности имеется множество мод.

Один из способов, позволяющих учесть априорную информацию о свойствах океанического волновода, как уже указывалось, заключается в селекции отдельных волновых мод, для чего можно использовать пространственную фильтрацию с помощью вертикальных либо горизонтальных антенн. Другим способом может служить временное стробирование импульсных зондирующих сигналов. Для успешного использования этих методов необходимо настроить фильтры с учетом априорной информации о волноводе, в котором осуществляется наблюдение.

Еще один способ заключается в квазисогласованной фильтрации измеренного пространственного спектра. Для этого необходимо, либо чтобы спектры неоднородности и интерференционной структуры разделялись, либо чтобы спектр интерференционной структуры был точно известен. Другими словами, необходимо предварительное знание невозмущенной модели океанической среды. При этом алгоритм реконструкции пространственного распределения необходимо дополнить операцией фильтрации измеренного пространственного спектра, которую нужно осуществить перед операцией обращения. С точки зрения решения обратных задач рассеяния, такая фильтрация является одним из методов регуляризации.

Коснемся теперь еще одной проблемы — проблемы влияния большого по величине сигнала подсветки. При реконструкции крупномасштабных неоднородностей, как указывалось в предыдущем разделе, большая часть дифрагированного поля сконцентрирована вблизи угла падения поля подсветки. Таким образом, дифрагированное поле необходимо регистрировать на фоне большого поля подсветки. Это существенно уменьшает точность измерения сигналов за счет сужения динамического диапазона, который приходится на регистрацию полезного сигнала. Если осуществлять реконструкцию пространственного распределения на основе такого суммарного сигнала, то результирующее распределение будет представлять из

себя малые по амплитуде вариации на фоне большой по величине подсветки. Учитывая ограниченность динамического диапазона систем регистрации, для успешной реконструкции необходимо провести фильтрацию, подавление прямого сигнала подсветки. В предыдущем разделе уже обсуждались некоторые схемы подавления. Существенное ослабление подсветки возможно с помощью доплеровской фильтрации [23, 25], а также на основе использования больших горизонтальных антенн. Подробнее о последнем способе говорится в следующем разделе.

В заключение этого краткого обсуждения проанализируем структуру двух возможных схем наблюдения. В первой из них используется набор излучающих ( $S_i$ ) и приемных ( $R_i$ ) систем, расположенных вокруг района наблюдений. Это позволяет осуществить подсветку океанических неоднородностей под разными углами. Одновременно набор приемных систем позволяет зарегистрировать дифрагированные сигналы для различных углов рассеяния. Такая схема наблюдений практически полностью идентична схеме наблюдений в ультразвуковой дифракционной томографии [200, 217, 235]. Отличие заключается только в возможности использования в океане как приемных, так и излучающих вертикальных антенн, что в некоторых случаях позволяет осуществлять реконструкцию в том числе и нестационарных неоднородностей. Очевидно, что такая схема во многих отношениях является чрезвычайно удобной, хотя ее реализация в натурных условиях может вызвать технические трудности.

В некоторых случаях схема наблюдений может быть упрощена. При наблюдении статических неоднородностей, таких, например, как неоднородности дна, параллельное измерение эмпирических данных можно заменить последовательным. Другими словами, можно использовать один источник и одну приемную систему, а измерения осуществлять путем углового сканирования, т. е. последовательного перемещения источника и приемника. Существует еще один тип океанических неоднородностей, для реконструкции которых возможно использование более простых схем. К этому типу неоднородностей можно отнести перемещающиеся неоднородности (айсберги, льдины, скопления живых организмов).

### **3.3.3. Томографическая реконструкция малоракурсных изображений**

Рассмотрим теперь ситуацию, когда измерения осуществляются с помощью достаточно большой антенны при одном фиксированном положении источника подсветки. Размеры горизонтальной антенны должны быть настолько велики, чтобы неоднородности находились

во френелевской области антенны. В этом случае определение положения локальной рассеивающей неоднородности (то же самое относится и к положению излучающих источников) можно осуществить не только по измерениям угла наклона фронта рассеянной волны, как это имеет место в случае дифракции Фраунгофера, но и по измерениям кривизны ее фронта. Однако ограниченность апертуры антенны не позволяет осуществить равноценную реконструкцию как поперечного (по отношению к антенне), так и продольного распределений неоднородностей. Тем не менее, возможность фокусировки антенны на заранее заданную область пространства позволяет получить определенную информацию о структуре неоднородностей в горизонтальной плоскости.

Обсудим подробнее такую схему. Для этого воспользуемся теоретической моделью, рассмотренной в разд. 3.3.1. Представим, исходя из формул (3.54), (3.55), (3.57) и (3.58), выражение для рассеянного неоднородностью поля  $p(\mathbf{R})$  в океаническом волноводе в следующей форме:

$$p(\mathbf{R}) = p(x, y, z) = p_0 - \sum_m \varphi_m(z) \sum_n \tilde{S}_n \exp\left(ih_m \frac{y^2}{2x}\right) \times \\ \times \int_{-\infty}^{\infty} L(\eta) \exp\left[-i\left(\frac{y}{s'} h_n + \frac{y}{r'} h_m\right) \eta\right] d\eta, \quad (3.62)$$

где

$$x = a - x_\Sigma, \quad \tilde{S}_n = \frac{A}{2\pi} (-ih_n) \varphi_n(z_0) T_{nm} [h_n h_m x_\Sigma (a - x_\Sigma)]^{-1/2} \times \\ \times \exp\left\{i\left[x_\Sigma h_n + (a - x_\Sigma) h_m - \frac{\pi}{2}\right]\right\}, \quad \frac{\eta^2}{2x_\Sigma} \ll 1,$$

$A$  — постоянная величина. Поле прямой подсветки  $p_0$  можно записать в аналогичной форме:

$$p_0(x, y) = \sum_n S_n^0 \exp\left(i \frac{y^2}{2a} h_n\right). \quad (3.63)$$

Коэффициенты  $S_n^0$  определяются так:

$$S_n^0 = \varphi_n(z) \varphi_n(z_0) A_0 (ah_n)^{1/2} \exp\left[i\left(ah_n - \frac{\pi}{4}\right)\right],$$

где  $A_0 = \text{const}$ . В формуле (3.62) для возмущенного поля выделены источники квазицилиндрических волн: первичный источник  $p_0$  и

находящийся в центре неоднородности вторичный источник  $\rho_s$ . Каждая из результирующих квазицилиндрических волн представляет собой суперпозицию цилиндрических волн, соответствующих отдельным модам с индексом  $n$  для мод поля подсветки и индексом  $m$  для дифрагированных мод.

Интегральное уравнение (3.62) в правой части содержит неизвестные величины  $L_n$ ,  $x_\Sigma$ ,  $y_\Sigma$ , которые подлежат реконструкции. Для восстановления этих величин предположим, что измерения осуществляются линейной горизонтальной антенной длиной  $L_A$ , направленной вдоль координаты  $y$ . Функцию, реализующую алгоритм томографической обработки сигнала, обозначим как  $M(x, y, z)$ . Умножим обе части уравнения (3.62) на функцию  $M$  и проинтегрируем по координате  $y$ . Как следует из выражений (3.62) и (3.63), для реконструкции пространственного распределения неоднородностей необходимо обратить каждую из цилиндрических волн, падающих на антенну, в сторону излучающего или рассеивающего источников. Для этого воспользуемся функцией  $M$  в форме

$$\tilde{M}(x, y, z) = M_n(x, y, z) \exp\left(ih_n y \sin \alpha - ih_n \frac{y^2}{R_\phi}\right). \quad (3.64)$$

Функция  $M_n(x, y, z)$  из (3.64) определяет весовые множители вдоль антенны и описывает ее конфигурацию. Кроме того, при оптимизации измерений, например фильтрации помех, функция  $M_n$  реализует необходимое распределение весовых множителей. Экспоненциальный множитель осуществляет поворот волнового фронта на угол  $\alpha$  и его фокусировку в плоскость, удаленную на  $R_\phi$ .

Таким образом, перебирая все значения  $\alpha$  и  $R_\phi$ , соответствующие точкам области наблюдения, получим решение интегрального уравнения (3.62) в виде изображения  $\Phi_n(\alpha, R_\phi) \equiv \Phi_n(x', y')$

$$\begin{aligned} \Phi_n(\alpha, R_\phi) = & \int_{-\infty}^{\infty} S_n^0 M_n(y) \exp\left[ih_n y^2 \left(\frac{1}{2a} - \frac{1}{R_\phi}\right) + ih_n y \sin \alpha\right] - \\ & - \tilde{S}_n \iint_{-\infty}^{\infty} M_n(y) L(\eta) \exp\left[ih_n y^2 \left(\frac{1}{2(a-x_\Sigma)} - \frac{1}{R_\phi}\right) + \right. \\ & \left. + ih_n y \left(\frac{\eta}{r} + \sin \alpha\right)\right] dy d\eta. \end{aligned} \quad (3.65)$$

Френелевское изображение  $\Phi_n(\alpha, R_\phi)$  получено для фиксированных

индексов (излучается мода с номером  $n$ , а принимается мода с номером  $m$ ). В общем случае в уравнении (3.65) будет присутствовать сумма по всем номерам распространяющихся мод. Это приведет к мультиплицированию изображения, т. е. к его искажению. В дальнейшем будем считать, что либо использована модовая селекция, либо геометрическая дисперсия пренебрежимо мала (тогда волновые числа следует понимать как средние по модам  $h_n \sim h_m \sim \langle h_r \rangle$ ).

Первое слагаемое в уравнении (3.65) описывает изображение точечного источника поля подсветки, расположенного на удалении  $a$  от середины антенны. Его изображением является функция  $\Phi_n^0$ , задаваемая в плоскости фокусировки, при  $R_\phi = 2a$ , преобразованием Фурье от апертурной функции  $M$ . Следовательно, ширина изображения источника в плоскости фокусировки будет определяться величиной  $1/L_A$ . Ширина изображения источника по другой координате ( $y$ ) определяется преобразованием Френеля от  $M_n$  при  $\alpha = 0$ . Обычно она заметно превосходит ширину изображения по углу и пропорциональна величине  $x/L_A$ .

Еще одной особенностью френелевского изображения точечного источника является зависимость его размеров от положения (изображение является неизопланатичным). При удалении от области наблюдений, для которых  $\alpha$  мало, изображение точечного источника размывается. Кроме того, когда источник попадает в дальнюю зону антенны, изображение полностью "размывается" по координатам  $R_\phi$  и становится одномерным. В другом случае, когда источник приближается к антенне, размеры изображения точечного источника по  $y$  уменьшаются. Это свойство френелевского изображения точечного источника имеет важное значение при разработке практических схем наблюдений, поскольку позволяет оптимизировать их за счет подавления мешающих сигналов подсветки.

Второй член в уравнении (3.65) определяет френелевское изображение протяженного рассеивателя. Двойной интеграл в выражении (3.65) представляет из себя свертку функции  $L(\eta)$ , описывающей истинную форму рассеивателя с импульсно-переходной функцией  $F_n$ :

$$F_n = \int_{-\infty}^{\infty} M_n(y) \exp \left\{ i h_n \left[ \left( \frac{\eta}{r'} - \alpha \right) y + \varepsilon y^2 \right] \right\} dy, \quad (3.66)$$

где величина  $\varepsilon = [2(a - x_\Sigma)]^{-1} - R_\phi^{-1}$  является параметром фокусировки. Сравнение выражений (3.66) и (3.65) показывает, что  $F_n$  можно трактовать как изображение точечного вторичного источника, расположен-

ного на поверхности рассеивателя. Как следует из уравнения (3.66), число независимых элементов в изображении рассеивателя будет определяться размерами антенны, а также положением рассеивателя по отношению к антенне. При расположении рассеивателей вблизи от антенны их изображение может быть более детальным.

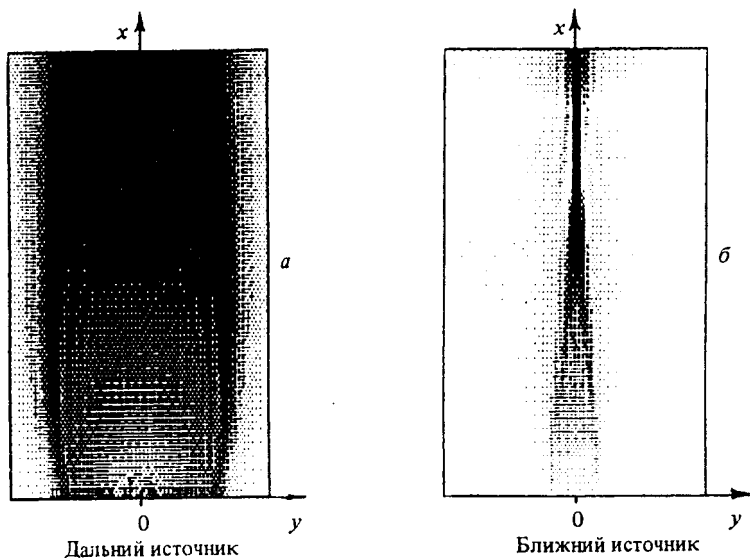
На рис. 3.17 приведены полученные численно изображения двух источников, расположенных на различных удалениях от антенны. Один из источников (рис. 3.17, а) расположен вдали от антенны ( $x = 2L_A$ ) вне области наблюдений и дает практически равномерную "засветку" зоны наблюдения, расположенной вблизи антенны. На рис. 3.17, б представлена структура изображения точечного источника, расположенного вблизи антенны ( $x = L_A$ ). Видно, что изображение вытянуто по оси  $x$  и имеет максимум в области расположения истинного источника.

В том случае, когда оба источника существуют одновременно, их изображения будут перекрываться, что вызовет их взаимное искажение. Поскольку пространственное разрешение в поперечном и продольном направлениях заметно отличается, для более точной реконструкции двумерного пространственного распределения источников необходимо построение изображений и для других углов подсветки. Такой более полной реконструкцией может быть, например, реконструкция в двух взаимно перпендикулярных направлениях, что позволяет удовлетворительно решить задачу в случае, когда пространственное распределение источников является достаточно простым.

Если осуществляется реконструкция пространственного распределения рассеивателей (вторичных источников), возникает, как уже указывалось, еще одна проблема, связанная с необходимостью подавления большого по величине сигнала прямой подсветки и выделения рассеянного поля  $p_s = p - p_0$ . Такое подавление можно осуществить путем использования априорной информации о расположении источника подсветки. С этой целью воспользуемся представлением функции  $M_n(x, y, z)$  в виде набора комплексных множителей, распределенных вдоль апертуры антенны и подобранных таким образом, чтобы максимально подавить сигнал прямой подсветки. Наиболее простым из возможных распределений  $M_n$  является распределение, подавляющее некоторый интервал низких пространственных частот. В более сложном варианте форма такого низкочастотного фильтра может быть согласована с амплитудным пространственным спектром сигнала подсветки.

Проиллюстрируем эффективность подавления поля  $p_0$  на экспериментальном примере [54]. Эксперимент проводился в водном слое





**Рис. 3.17.** Изображения источника, расположенного на большом удалении от приемной антенны (а), и источника, расположенного вблизи антенны (б)

толщиной 3 см. В качестве зондирующих сигналов использовались квазигармонические импульсы длиной 300 мкс с несущей частотой 140 кГц. Измерения осуществлялись путем перемещения приемника на глубине 0,5 см. В качестве неоднородности был использован вертикально расположенный стальной цилиндр диаметром 0,25 см, находящийся на удалении 20 см от источника. Длина синтезированной апертуры составляла 28,6 см. Расстояние между источником и приемной системой было равно 44,6 см. Схема эксперимента показана на рис. 3.18. Особенность эксперимента заключалась в том, что горизонтальные размеры источника сигнала подсветки были достаточно велики и составляли 7 см. Это привело к еще большему "размытию" изображения источника вдоль координаты, перпендикулярной антенне.

Изображение источника, а также источника и рассеивателя, полученные на основе численной модели, отражающей условия эксперимента (без учета межмодовой интерференции), приведены на рис. 3.19. Как видно из приведенных результатов, изображение источника "затеняет" практически все поле зрения, так что не удается установить истинного положения неоднородности. На

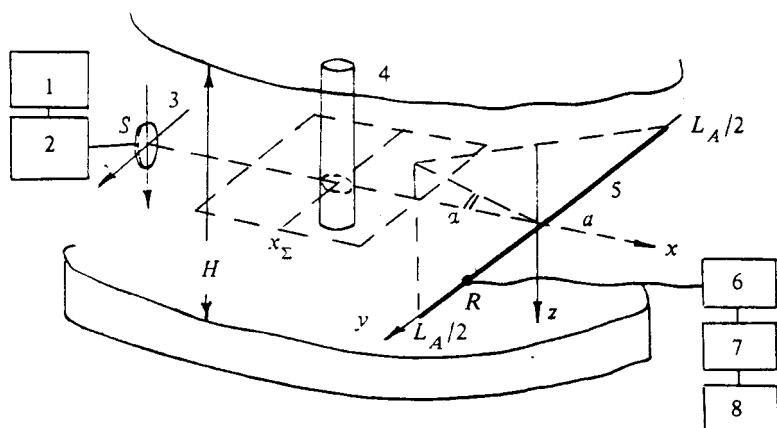
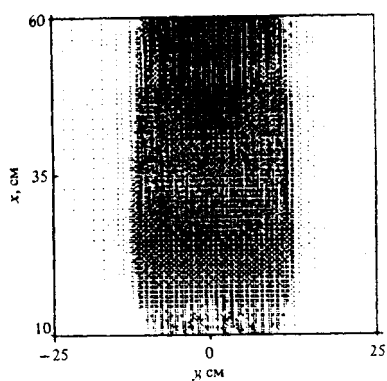


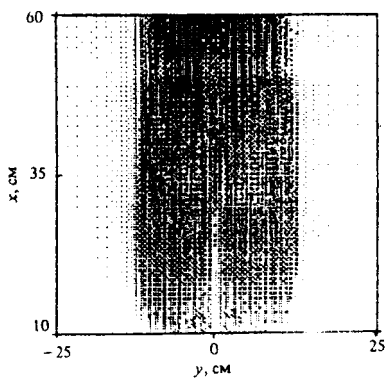
Рис. 3.18. Схема измерений при реконструкции расположения рассеивателей: 1 — генератор, 2 — усилитель, 3 — источник, 4 — стальной цилиндр, 5 — приемная система, 6 — фильтр, 7 — детектор, 8 — ЭВМ

рис. 3.20 показаны изображения источника (а) и источника вместе с рассеивателем (б), отфильтрованные с помощью фильтра, согласованного с амплитудным спектром сигнала подсветки. Видно, что изображение источника подсветки в поле зрения существенно подавлено, в то время как изображение рассеивателя хорошо выделяется на фоне помех. Оценки показывают, что отношение полезного сигнала к фону увеличивается на 15–20 дБ.

На рис. 3.22 приведены аналогичные изображения, полученные на основе измеренных данных. Видно, что имеет место волноводный эффект, проявляющийся в виде интерференции мод. В результате этого изображения имеют квазигармоническую модуляцию, существенно маскирующую изображение рассеивателя. Возникновение такого рода искажений связано с упрощенным методом реконструкции изображений, не учитывающим строение среды. Если бы в качестве базисных функций использовались суммы френелевских функций, соответствующих отдельным модам волновода, то указанных искажений не было бы. В описываемых экспериментах для ослабления волноводных искажений был использован другой метод, который основан на применении пространственного фильтра, учитывающего интерференционную структуру изображения источника подсветки. Полученные в результате изображения источника и источника совместно с рассеивателем, отфильтрованные с помощью амплитудного фильтра, представлены на рис. 3.22. Эффективность подавления фона интерференционных искажений в изображении рассеивателя ухудшается по сравнению с численной моделью.

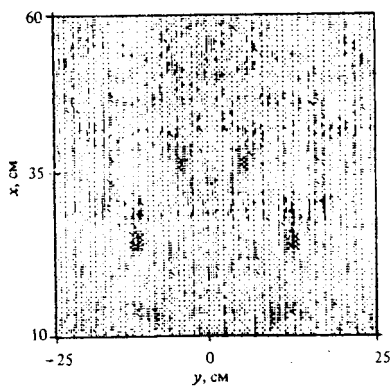


*a*

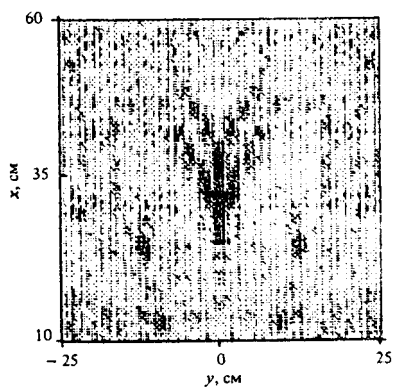


*б*

**Рис. 3.19.** Полученные на основе численной модели изображения источника подсветки (а) и источника подсветки совместно с рассеивателем (б)

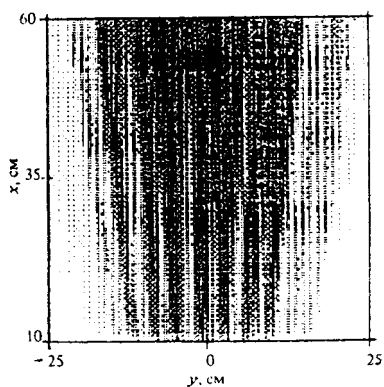


*a*

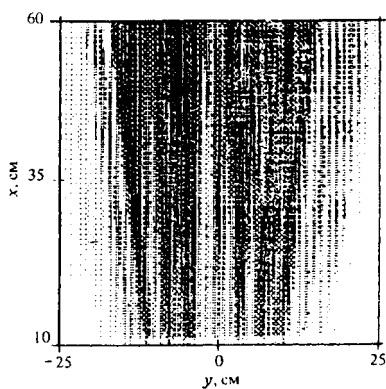


*б*

**Рис. 3.20.** Результаты пространственной фильтрации поля подсветки изображений, приведенных на рис. 3.19

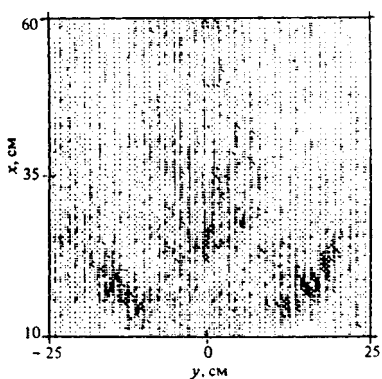


*a*

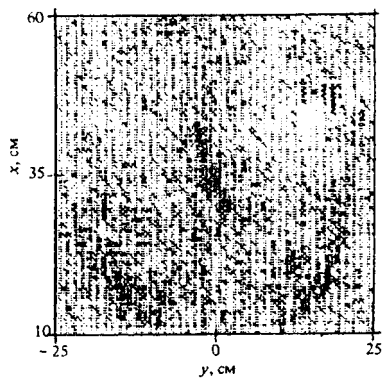


*б*

**Рис. 3.21. Изображения, построенные по экспериментальным данным: без рассеивателя (а) и в присутствии рассеивателя (б)**



*a*



*б*

**Рис. 3.22. Отфильтрованные экспериментальные изображения: без рассеивателя (а) и с рассеивателем (б)**

В заключение отметим, что рассмотренный метод реконструкции малоракурсных изображений может быть реализован и с помощью стационарной горизонтальной решетки гидроакустических приемников. Алгоритм восстановления изображений и в этом случае будет описываться формулами (3.62) и (3.65), однако апертурная функция  $M$  будет представлять из себя набор дельта-функций, а операции интегрирования заменяются на операции суммирования. Следствием указанной замены будут искажения изображений, которые выразятся в форме мультипликации. Чем меньшее число приемников будет использовано в системе наблюдения, тем больше будут искажения. Тем не менее, способ построения изображений с помощью небольшого числа далеко разнесенных приемников является достаточно простым и может быть использован при решении ряда практических задач.

#### 3.4. ДОПЛЕРОВСКАЯ ТОМОГРАФИЯ ВЗВОЛНОВАННОЙ ПОВЕРХНОСТИ ОКЕАНА

В предыдущих разделах основное внимание уделялось объемным неоднородностям скорости звука. Однако значительный интерес представляет также и определение двумерного распределения статистических характеристик морского волнения на большой акватории. Наиболее заметное влияние поверхности на распространение звука проявляется в мелком море, а также в глубоком море для звуковых каналов, ось которых расположена вблизи поверхности. В качестве примера на рис. 3.23 (кривые 1 и 2) представлены зависимости скорости звука от глубины, характерные для умеренных (в зимнее время года) и северных широт Мирового океана. В приповерхностных каналах и мелком море эффекты рассеяния звука на взволнованной поверхности при достаточно сильном волнении доминируют над эффектами рассеяния звука на объемных неоднородностях и могут быть использованы в целях томографии морской поверхности. Обсуждению этого вопроса мы и посвятим данный раздел.

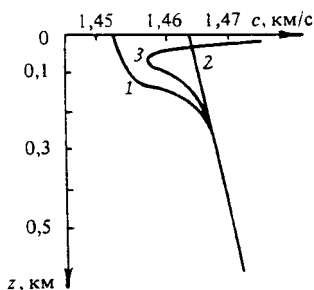


Рис. 3.23. Профили скорости звука

### 3.4.1. Эффект Доплера при рассеянии звука на морском волнении

Рассматривая дифракционные методы томографии случайных неоднородностей океана, мы использовали борновское приближение, область применимости которого ограничена случаем не очень сильных неоднородностей и не очень длинных акустических трасс. Реконструкция при этом осуществлялась по интенсивности звукового поля, рассеянного под достаточно большим углом к направлению распространения сигнала подсветки. Если же имеются или достаточно сильные неоднородности, или достаточно длинные трассы, то необходимо учитывать эффекты многократного рассеяния. Для того чтобы и в этом случае можно было реализовать томографический принцип, необходимо найти такой статистический параметр звукового поля, который бы для статистически однородной среды не зависел от длины трассы, но зависел от характеристик неоднородностей. Тогда при заданной конфигурации акустических трасс на основе измеренного набора интегральных по трассам значений этого параметра определяются его локальные значения, по которым, в свою очередь, в соответствии с их известной зависимостью от параметров неоднородностей, определяются статистические характеристики среды.

Таким "томографическим" параметром может быть, например, коэффициент затухания когерентной компоненты звукового поля [24]. Очевидно, однако, что реализация такой схемы томографии обусловлена практической возможностью измерения когерентной компоненты. В случае рассеяния звука на взволнованной поверхности это не представляет большой технической трудности. Дело в том, что характерной особенностью рассеяния звука на морском волнении является доплеровское смещение частоты рассеянной компоненты поля относительно падающей компоненты [5, 20, 96]. Этот эффект позволяет с помощью частотной фильтрации выделить когерентную составляющую акустического поля на фоне стохастической составляющей или стохастическую компоненту на фоне мощной когерентной компоненты. Тем самым удается измерить и коэффициент затухания когерентной компоненты, и эффективное уширение частотного спектра акустического сигнала — основных томографических параметров, используемых в доплеровской томографии взволнованной поверхности океана.

Прежде чем мы начнем обсуждать алгоритм доплеровской томографии, поясним особенности эффекта Доплера при рассеянии звука на взволнованной поверхности. Рассмотрим однократное рассеяние плоской монохроматической волны, считая выполненным условие малости параметра Релея. Волновые векторы  $k_s$  и  $k_i$  и

частоты  $f_s$  и  $f_i$  рассеянной и падающей плоских волн подчиняются условию резонансного рассеяния (рис. 3.24 и 3.25) [5, 20, 96]

$$k_s - k_i = \pm \kappa_{st}^H, \quad (3.67a)$$

$$f_s - f_i = \pm f_H, \quad (3.67b)$$

где  $\kappa_{st}^H$  и  $f_H = (g\kappa_H/2\pi)^{0.5}$  – волновой вектор и частота гармоника волнения, на которой происходит рассеяние. Если направления распространения звука и морских волн совпадают, то в формулах (3.67a) и (3.67b) берутся противоположные знаки, если же направления распространения противоположны, то знаки в них совпадают. Предположим, что угловой спектр волнения достаточно узкий (ширина углового спектра  $\Delta\psi \ll 1$ ). Тогда, как следует из условия резонансного рассеяния (3.67), различные участки частотного и углового (в горизонтальной плоскости) спектров сигнала (при  $|\pi/2 - |\psi_s|| > \Delta\psi$ , где  $\psi_s$  – угол между направлением распространения звука и морских волн), формируются различными группами мод (лучам с углами  $\Theta_s^{(1)}$  отвечают моды с меньшими, а лучам с  $\Theta_s^{(2)}$  – моды с большими номерами, чем номера мод, отвечающих лучу с углом скольжения  $\Theta_i$ ). В зависимости от квадранта, в котором лежит вектор  $k_{st}^H$ , между частотными ( $f_i \pm f_H$ ) и угловыми в горизонтальной ( $\pm \delta$ ) и вертикальной ( $\Theta_s^{(1)}$  и  $\Theta_s^{(2)}$ ) плоскостях компонентами рассеянного поля всегда реализуется одно из четырех взаимно однозначных соответствий. Для случая, изображенного на рис. 3.24

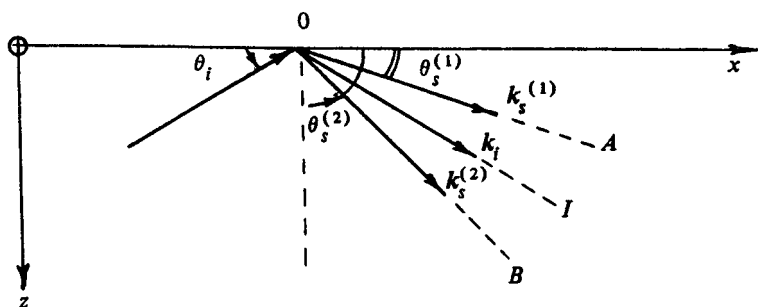


Рис. 3.24. Рассеяние плоской звуковой волны (вертикальная плоскость) проекция волнового вектора волны, отраженной в зеркальном направлении под углом  $\theta_i$ ,  $k_s^{(1)}$  и  $k_s^{(2)}$  – проекции волновых векторов компонент, рассеянных под углами  $\theta_s^{(1)}$  и  $\theta_s^{(2)}$

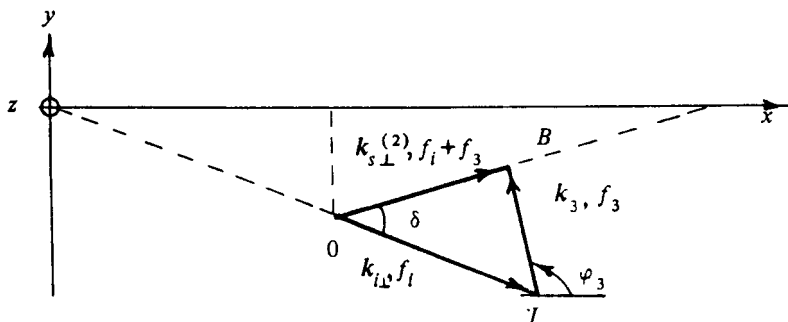


Рис. 3.25. Рассеяние плоской звуковой волны (горизонтальная плоскость):  $OI$  — проекция волнового вектора падающей волны;  $OB$  — проекция волнового вектора рассеянной компоненты  $k_s^{(2)}$ ;  $\angle BOI = +\delta$ ;  $k_3$  — проекция волнового вектора ветрового волнения

и 3.25, компонента, рассеянная под углом  $\Theta_s^{(1)}$ , имеет частоту  $(f_i - f_H)$  и приходит на приемник под горизонтальным углом  $(-\delta)$ , а компонента  $k_s^{(2)}$  имеет частоту  $(f_i + f_H)$  и приходит под углом  $(+\delta)$ . Если  $|\pi/2 - |\psi_3|| < \Delta\psi$ , то углы  $\Theta_s^{(1)}$  и  $\Theta_s^{(2)}$  близки к  $\Theta_s$ . В этом случае в каждой из групп мод (высших и низших) рассеянное поле содержит обе частотные  $(f_i \pm f_H)$  и обе угловые  $(\pm\delta)$  компоненты, между которыми также имеется одно из двух (в зависимости от знака  $\psi_3$ ) взаимно однозначных соответствий.

Частотно-угловой спектр океанической зыби обычно достаточно узок. Поэтому в частотном спектре акустического сигнала компоненты разной кратности рассеяния практически не перекрываются, и даже на протяженных трассах можно выделить однократно рассеянную компоненту звука [22, 24]. В этом случае на основе условия резонансного рассеяния (3.67) из анализа углового и частотного спектров сигнала можно определить период зыби, а также квадрант, в котором лежит ее волновой вектор. Для определения остальных характеристик могут быть использованы, в частности, рассмотренные выше дифракционные методы. Некоторые аспекты такого подхода рассмотрены в [22, 24].

Частотно-угловой спектр ветрового волнения существенно более широк, и для достаточно протяженных акустических трасс выделить однократно рассеянную компоненту звукового поля не удастся. Поэтому при диагностике ветрового волнения принципиально необходимо применять методы, учитывающие эффекты многократного рассеяния.



Таким образом, подходы к дистанционной акустической диагностике зыби и ветровых волн существенно различаются. Однако ввиду того, что на практике параметры зыби мало меняются в пространстве, как правило, нет необходимости для определения ее параметров применять методы акустической томографии океана. Поэтому в дальнейшем, если это не оговорено специально, в качестве основного объекта реконструкции в доплеровской томографии взволнованной поверхности мы будем рассматривать только ветровые волны.

### 3.4.2. Затухание когерентной компоненты звука

Анализ эффектов распространения и рассеяния звука в океане со взволнованной поверхностью проводился как в рамках модового, так и лучевого описания. Затухание когерентной компоненты звукового поля в рамках лучевого подхода рассматривалось в [20, 96], а в рамках модового подхода (при условии малости параметра Релея) — в [1, 7, 55, 57, 85, 88].

Приведем интегральное уравнение доплеровской томографии взволнованной поверхности, которое имеет одинаковый вид в обоих подходах. При выполнении условий применимости лучевого или модового методов затухание интенсивности (усредненной в горизонтальной плоскости по длине цикла лучей или по всем горизонтальным масштабам интерференции мод) когерентной компоненты поля вдоль акустической трассы  $R(r_s, r_R)$  описывается формулой

$$I(r_s, r_R) = \sum_n I_n(r_s, r_R) \exp \left[ - \int_{R(r_s, r_R)} \gamma_n(r) dR \right], \quad (3.68)$$

где  $I_n(r_s, r_R)$  — интенсивность когерентной компоненты моды или луча в отсутствии волнения,  $\gamma_n$  — локальный (но усредненный по горизонтальному масштабу, соответствующему масштабу усреднения интенсивности) коэффициент затухания когерентной компоненты моды или луча, зависящий от локальных значений параметров волнения,  $dR$  — элемент интегрирования вдоль трассы. В формуле (3.68) суммирование проводится по всему спектру мод или лучей, формирующих звуковое поле.

Ослабление интенсивности среднего поля обусловлено перекачкой энергии в стохастическую компоненту, которая частично удерживается, а частично излучается из канала. В модовом представлении первая из них описывается дискретным, а вторая — непрерывным спектром поля по вертикальной координате. В лучевом представлении первая часть связана с лучевыми траекториями,

которые или не касаются дна, или падают на дно под углами, превышающими угол полного внутреннего отражения  $\varphi_{\text{отр}}$ . Вторая же часть связана с лучами, которые падают на дно под углами, меньшими угла  $\varphi_{\text{отр}}$ .

Пусть  $B(v)$  — средний по акустической трассе  $R_v$  коэффициент затухания когерентной компоненты  $n$ -й моды или  $n$ -го луча, определяемый по ослаблению соответствующей интенсивности, тогда

$$B(v) = (a_v)^{-1} \int_{R_v} B(r, v) dR, \quad (3.69)$$

где  $a_v = |r_s - r_R|$  — длина акустической трассы. Индекс  $v$  определяет пару источник — приемник. Через  $B(r, v)$  обозначено локальное значение коэффициента затухания  $\gamma_n$ . Полученное интегральное уравнение (3.69) является основным в доплеровской томографии поверхности. Из его решения по дискретному набору проекций  $B(v)$  определяется двумерная структура коэффициента затухания  $B(r, v)$ . Далее по локальным значениям коэффициента в соответствии с известными зависимостями  $B(r, v)$  от параметров волнения определяются локальные статистические характеристики взволнованной поверхности моря [22].

Различные представления коэффициентов затухания  $\gamma_n$  для лучей и мод можно найти в [1, 7, 20, 42, 85, 89, 96, 135].

Здесь же приведем только формулу для коэффициента затухания когерентной компоненты моды [1], которую мы в дальнейшем будем использовать,

$$\gamma_n = \left[ h \varphi'_n(0) / 2\pi \right]^2 \int_0^{\pi/2} \cos^2 \theta \sin \theta d\theta \times \\ \times \int_{-\pi}^{\pi} W(h_n - h \cos \theta \cos \psi, -h \sin \theta \sin \psi; r) d\psi, \quad (3.70)$$

где  $W(k_x, k_y, r)$  — пространственный спектр волнения. При выводе формулы (3.70) предполагали, что глубина моря превосходит масштаб  $cT_s/2$ , а характерный масштаб вертикальной изменчивости поля скорости звука значительно превосходит характерные масштабы поверхностного волнения (последнее условие практически всегда выполняется в океане).

Отметим ряд свойств коэффициента затухания  $\gamma_n$ , задаваемого формулой (3.70). Для ветрового волнения, описываемого спектром Пирсона – Московитца [231],  $\gamma_n \sim [V]^v$ , где  $V$  – скорость приводного ветра, а показатель степени  $v$  лежит в интервале  $3 < v < 4$ . В приповерхностном канале с линейным профилем скорости звука (кривая 2 на рис. 3.23)  $\gamma_n \sim [f]^\mu$ , где  $1,5 < \mu < 2$ . Для спектра волнения с анизотропным угловым распределением энергии может быть существенной зависимость коэффициента затухания  $\gamma_n$  от взаимной ориентации акустической трассы и направления распространения ветровых волн [57, 121]. Если ввести угол  $\psi$  – угол между направлением акустической трассы и направлением приводного ветра, то легко можно показать, что  $\gamma_n(\psi) = \gamma_n(|\psi|) = \gamma_n(|\pi - \psi|)$ .

В общем случае рассеяния звука на анизотропном волнении коэффициент затухания  $\gamma_n$  является функцией не только координаты  $r$ , но и направления распространения звука. Этот факт учитывается в формуле (3.69) зависимостью локального коэффициента затухания  $B(r, v)$  от номера трассы  $v$ . Если волнение изотропно, то  $B(r, v) = B(r)$  не зависит от ориентации трассы, проходящей через точку  $r$ . В этом случае выражение (3.69) принимает форму классического преобразования Радона, а сама задача становится аналогичной известной схеме рентгеновской томографии [95, 100, 129, 146, 154, 155].

В реальных ситуациях ветровое волнение локально и всегда в той или иной степени анизотропно. Однако и в этом случае интегральное уравнение (3.69) часто можно свести к преобразованию Радона. Дело в том, что минимальный размер элементарной ячейки, на которые при дискретизации разбивается вся акватория, зависит от числа и расположения акустических трасс, а также от эффективности рассеяния звука на взволнованной поверхности. В океане организовать большое число трасс технически очень сложно. Кроме того, в низкочастотном диапазоне звуковых полей эффекты рассеяния звука на взволнованной поверхности достаточно слабы. Вследствие этого, на практике величина пространственного разрешения имеет порядок 10–100 км [22, 24]. В ячейках таких больших пространственных размеров девиация направления распространения ветровых волн, как правило, весьма существенна. Поэтому во многих случаях с достаточным основанием можно полагать, что в среднем по всей элементарной ячейке коэффициент затухания не зависит от ориентации трассы и имеет такое же значение, как и для изотропного волнения [22, 24].

### 3.4.3. Нелинейные искажения при реконструкции

Одна из важных проблем томографии связана с артефактами (искажениями), появляющимися при реконструкции. В доплеровской томографии взволнованной поверхности неточность реконструкции в основном обусловлена экспериментальной погрешностью и нелинейными артефактами. Оценку точности метода, связанную с погрешностью измерений среднего по трассе коэффициента затухания интенсивности когерентного поля (или погонных потерь, которые, как правило, имеют порядок  $10^{-3}$  дБ/км), мы приведем ниже при обсуждении натурального эксперимента. Здесь же остановимся на обсуждении физического смысла нелинейных искажений. В доплеровской томографии взволнованной поверхности океана, как и в рентгеновской томографии, они обусловлены конечной шириной частотного или пространственного спектра звукового поля [100].

Чтобы пояснить смысл нелинейных артефактов, рассмотрим случай статистически однородного волнения. Тогда потери ( $\Pi$ ) когерентного поля отдельной моды или луча (после компенсации цилиндрической расходимости) линейно растут с увеличением трассы  $a$ , и, следовательно, коэффициент затухания, определяемый по величине потерь, остается постоянным

$$\Pi \approx -10 \lg(I) = -10 \lg(I_n) + \gamma_n a.$$

Предположим теперь, что распределение энергии когерентного поля по модам (или лучам)  $I_n$  на приемнике является достаточно острой функцией  $n$  с максимумом при  $n = m$ . Тогда потери когерентного поля равны

$$\begin{aligned} \Pi \approx -10 \lg(I) = & -10 \lg(I_m) + \gamma_m a - \\ & -10 \lg \left[ \sum_n (I_n/I_m) \exp[(\gamma_m - \gamma_n) a] \right]. \end{aligned} \quad (3.71)$$

При различных значениях коэффициентов  $\gamma_n$  вклад последнего члена в выражении (3.71) будет приводить к нелинейной зависимости потерь от длины трассы  $a$ . Тем самым коэффициент затухания, определяемый по величине потерь, будет меняться вдоль трассы, т. е. появляются его искажения, не обусловленные изменением характеристик морского волнения.

На практике, как правило, измеряют потери при распространении группы мод, поэтому при реконструкции практически всегда имеются нелинейные искажения. Величина нелинейных искажений зависит от степени дифференциации значений коэффициентов  $\gamma_n$  в

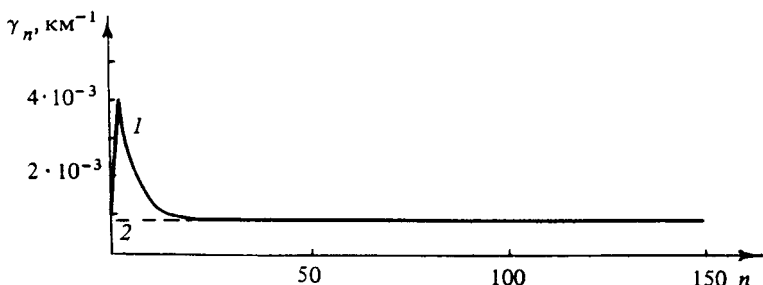


Рис. 3.26. Зависимость коэффициентов затухания интенсивностей когерентных компонент мод от номера моды на частоте 200 Гц при скорости ветра  $v = 10$  м/с. Кривые 1 и 2 соответствуют профилям скорости звука 1 и 2 на рис. 3.23

группе мод или лучей, формирующих когерентное поле. Величина разброса  $\gamma_n$ , в свою очередь, определяется профилем скорости звука. В качестве примера на рис. 3.26 приведены зависимости коэффициентов  $\gamma_n$  от номера моды  $n$  на частоте  $f = 200$  Гц для приповерхностных каналов. Расчет сделан по формуле (3.70) для спектра развитого ветрового волнения Пирсона – Московитца [186, 231] при скорости приводного ветра  $v = 10$  м/с. Из рисунка видно, что для профиля скорости звука 1 в области небольших номеров мод наблюдается существенная дифференциация значений  $\gamma_n$ . Обусловленные этим нелинейные искажения могут быть значительными. В таком канале для ослабления артефактов необходимо выделять достаточно узкие группы нормальных волн. В волноводе с линейным профилем скорости звука 2 зависимость  $\gamma_n$  в области низших мод менее существенна. В силу этого и требования к условиям возбуждения и приема мод могут быть менее жесткими.

Таким образом, многомодовый или многолучевой характер звукового поля (что означает конечность ширины углового спектра звука в вертикальной плоскости) ведет к появлению нелинейных искажений. Аналогично нелинейные артефакты возникают при уширении частотного и углового (в горизонтальной плоскости) спектров зондирующего поля. Как показывают оценки для точечного гармонического источника и реальных океанических условий, вклад последних двух типов артефактов не существен по сравнению, например, с вкладом искажений, обусловленных экспериментальной погрешностью.

### 3.4.4. Уширение частотного спектра звукового поля

Эффект Доплера при рассеянии звука на морском волнении позволяет разделить в акустическом сигнале когерентную и стохастическую компоненты. Выше было показано, как в томографических целях можно использовать когерентную компоненту. Ниже мы покажем, что и стохастическая компонента небесполезна. Основным параметром стохастической составляющей поля, представляющей интерес с точки зрения томографии, является эффективная ширина частотного спектра.

В результате эффектов рассеяния происходит накопление по трассе флуктуационной составляющей звука, что ведет к уширению частотного спектра акустического сигнала. Процесс эволюции частотного спектра в волноводе с неровной границей неоднократно рассматривался в рамках модового подхода на основе анализа уравнений переноса для функций автокорреляции нормальных волн [24, 70, 85–87, 114, 116, 123, 135].

Предположим, что квазигармоническое звуковое поле представляется в горизонтальной плоскости  $z = \text{const}$  в виде волнового пучка, распространяющегося вдоль оси координат  $x$ . Тогда для функций

$$D_n(x, \rho, R, \tau) = \langle S_n(x, y_1, t_1) S_n^*(x, y_2, t_2) \rangle$$

справедлива следующая система дифференциальных уравнений [64, 110, 114, 135]:

$$\begin{aligned} [\partial_x + (i/h_n) \partial_\rho \partial_R] D_n(x, \rho, R, \tau) = -\gamma_n D_n(x, \rho, R, \tau) + \\ + \sum_{m=1}^N M_n^m(\rho, \tau) D_m(x, \rho, R, \tau), \end{aligned} \quad (3.72)$$

где  $\rho = (y_1 - y_2)$ ,  $R = (y_1 + y_2)/2$ ,  $\tau = (t_1 - t_2)$ ,  $S_n(x, y, t)$  — комплексные амплитуды мод,

$$\begin{aligned} M_n^m(\rho, \tau) = \left\{ [\partial_z \varphi_n(0) \partial_z \varphi_m(0)]^2 / 8\pi^2 h_n h_m \right\} \times \\ \times \int_0^h dk W(h_n - h_m, k; x) \cos(k\rho) \cos\left(\Omega \{[k^2 + (h_n - h_m)^2]^{1/2}\} \tau\right) \end{aligned}$$

— коэффициенты взаимодействия мод,  $h = 2\pi f/c(0)$  — волновое число звука вблизи поверхности,  $\omega = \Omega(k)$  — дисперсионное соотношение для волнения.

Для статистически однородного волнения система (3.72) исследовалась численно [114, 121–123] и аналитически [55, 57, 70, 114, 116,

121, 123]. Основное следствие решения для приповерхностных каналов типа 1 и 2 (см. рис. 3.23) состоит в следующем. На коротких акустических трассах, когда интенсивность когерентной компоненты значительно превосходит интенсивность стохастической составляющей, а флуктуационное поле в основном формируется однократно рассеянной компонентой, частотный спектр флуктуационной составляющей подобен частотному спектру волнения. На больших расстояниях, когда степень когерентности сигнала мала, реализуется асимптотический режим [85, 88, 102, 116, 121], характерной чертой которого является универсальный (для данного профиля скорости звука, волнения и частоты зондирующего поля) закон распределения энергии по модам. В качестве примера на рис. 3.27 представлены два асимптотических распределения

$$B(n) = \frac{D_n(x, \rho = 0, R = 0, \tau = 0)}{\max[D_n(x, \rho = 0, R = 0, \tau = 0)]}$$

соответствующие зависимостям  $\chi(n)$ , изображенным на рис. 3.27.

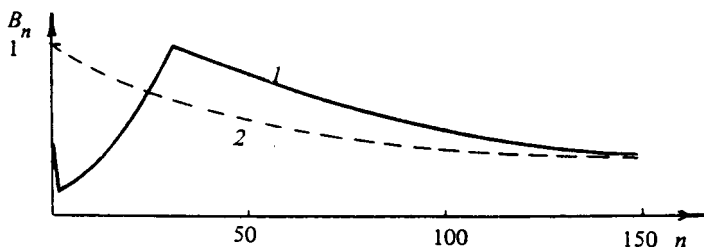


Рис. 3.27. Зависимость  $B(n)$  в асимптотическом режиме

Эффективная ширина частотного спектра  $\Delta f$  меняется по глубине: на горизонтах минимальной озвученности когерентным полем  $\Delta f$  достигает максимальных значений, а на горизонтах максимальной озвученности — минимальных. С ростом длины трассы пространственное распределение относительной ширины частотного спектра  $\Delta f / \max(\Delta f)$  становится более однородным по вертикали. В области, где реализуется асимптотический режим, практически независимо от условий излучения и приема эффективная ширина  $\Delta f \approx [x]^{1/2}$  [24, 114, 116, 121]. Если условия излучения такие, что начальное распределение энергии по модам близко к асимптотическому распределению, то режим  $\Delta f \approx [x]^{1/2}$  реализуется с самого начала трассы. Закон

эволюции ширины частотного спектра  $\Delta f \approx [x]^{1/2}$  может приближенно выполняться с самого начала трассы и для точечных источника и приемника при соответствующем выборе глубины излучения и приема.

Таким образом, при соответствующих условиях излучения и приема коэффициент  $q = (\Delta f)^2/2$  для пространственно однородного волнения не зависит от длины акустической трассы, а определяется только параметрами волнения. Если ввести локальный коэффициент  $q = (\Delta f_j)^2/\Delta l_j$ , где  $\Delta f_j$  — уширение частотного спектра сигнала гармонического источника после прохождения небольшого участка длиной  $\Delta l_j$ , то нетрудно видеть, что в случае пространственно неоднородного волнения для коэффициента  $B(r, v) = q$  так же, как и для коэффициента затухания когерентного поля, справедливо интегральное уравнение (3.69). Следовательно, схема доплеровской томографии взволнованной поверхности может быть основана не только на использовании коэффициента затухания когерентной компоненты поля, но и на измерении ширины частотного спектра акустического сигнала. Искажения, возникающие при реконструкции параметров волнения по  $\Delta f$ , помимо погрешности акустических измерений, главным образом обусловлены приближенным характером локальной зависимости  $\Delta f_j \approx [\Delta l_j]^{1/2}$ . Другие типы искажений (из-за квазигармоничности сигнала или конечности ширины волнового пучка) для реальных океанических условий малосущественны.

### 3.4.5. Натурный эксперимент

В 1984 году в приповерхностном звуковом канале типа 1 (см. рис. 3.23) был проведен эксперимент, который позволил апробировать схему доплеровской томографии взволнованной поверхности и проверить справедливость исходных теоретических предпосылок, касающихся затухания и уширения частотного спектра звукового поля. В эксперименте не ставилась задача определения двумерной структуры взволнованной поверхности, а осуществлялось восстановление только статистических характеристик ветрового волнения, средних для акустических трасс различной длины, лежащих на одной прямой. Реконструкция проводилась по данным измерений как коэффициента затухания когерентной компоненты, так и ширины частотного спектра звукового поля. Коротко изложим полученные результаты, следуя работам [22, 24].

Эксперимент был поставлен следующим образом. Судно с буксируемой на глубине порядка 50 м системой трех излучателей (частоты высокостабильного тонального излучения перекрывали



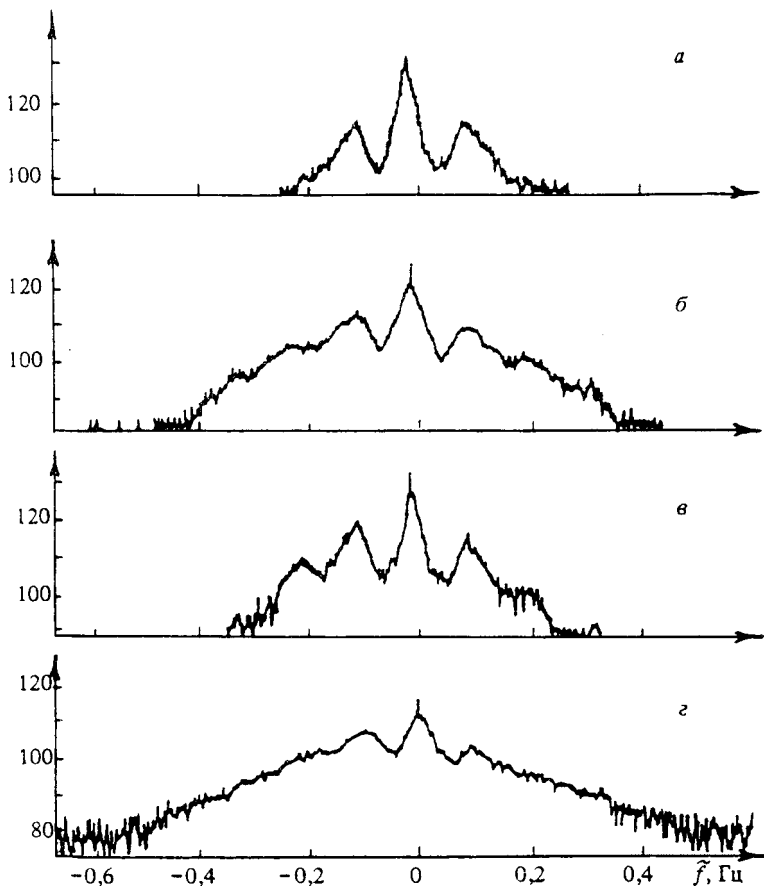
двухоктавный диапазон) удалялось с постоянной скоростью от группы приемных гидрофонов, расположенных в шельфе. Средняя глубина моря на акустической трассе составляла 5 км. Анализ гидрологической и метеорологической обстановки проводился по измерениям на излучающем судне и синоптическим данным.

В обсуждаемом эксперименте можно было выбрать временные интервалы, на которых наблюдалась относительная стабильность характеристик сигнала, что позволило предположить неизменность во времени среднего по трассе волнения и приводного ветра. На этом основании при анализе использовался спектр Пирсона — Московитца [186, 231] для развитого ветрового волнения, в котором единственным параметром является скорость приводного ветра  $v$ . Тем самым задача реконструкции сводилась к определению одного параметра  $v$ , по величине которого однозначно определяются все остальные характеристики ветрового волнения. Выбранные акустические трассы соответствовали следующим расстояниям между источником и приемником: 1 —  $x = 50 - 160$  км; 2 —  $x = 250 - 410$  км; 3 —  $x = 550 - 680$  км; 4 —  $x = 840 - 1000$  км. Трассы 1 и 3 характеризовались слабым ветровым волнением с примерно одинаковой для обеих трасс средней скоростью приводного ветра  $v = 5$  м/с. Трассы 2 и 4 — сильным ветровым волнением, также с примерно одинаковой для обеих трасс, но неоднородной по трассе скоростью приводного ветра  $v = 10-13$  м/с.

На рис. 3.28 представлены частотные спектры мощности для реализаций длительностью 500 с, соответствующие трассам 1 — 4, некогерентно накопленные по большому числу реализаций. При усреднении спектры подстраивались к одной частотной гармонике для уменьшения влияния медленных доплеровских смещений частот зондирующего сигнала, вызванных вариациями скорости движения излучающей системы. Флуктуации этой скорости определяют не зависящую от длины трассы ширину спектра излученного сигнала  $\Delta f_0$  и, следовательно, когерентного поля [26, 41]. В спектрах помимо центральной когерентной компоненты, лежащей в интервале  $|\tilde{f}| < 0,05$  Гц, где  $\tilde{f} = f - f_i$  ( $f_i$  — частота, к которой подстраивались спектры), видны боковые флуктуационные компоненты, появление которых связано с рассеянием звука на морском волнении. Сравнительно узкие боковые гармоники с частотами  $\tilde{f} = \pm 0,1$  Гц, наблюдающиеся во всех спектрах, обусловлены волнами зыби. При сильном ветре (трассы 2 и 4) в спектре сигнала дополнительно появляется широкий частотный "пьедестал" ( $0,05$  Гц  $< \tilde{f} < 0,4$  Гц), связанный с ветровым волнением [24].

Основная сложность интерпретации экспериментальных данных заключается в необходимости выделить вклад эффектов рассеяния

Отн. ед., дБ



**Рис. 3.28.** Некогерентно накопленные частотные спектры  $S(\tilde{f})$  сигнала на одной из частот (в дБ относительно некоторого условного уровня) [38]:  
а — трасса 1,  $x = 90\text{--}160$  км,  $M = 52$ ; б — трасса 2,  $x = 340\text{--}408$  км,  $M = 52$ ;  
в — трасса 3,  $x = 560\text{--}620$  км,  $M = 51$ ; г — трасса 4,  $x = 840\text{--}887$  км,  $M = 54$   
( $M$  — число усреднений)

звука на ветровом волнении на фоне действия других механизмов.

Действительно, экспериментальное значение коэффициента затухания интенсивности когерентного поля  $\gamma_{\Sigma}$  складывается из трех слагаемых:

$$\gamma_{\Sigma} \equiv \gamma_{\text{Б}} \pm \gamma_{\text{З}} \pm \gamma_{\text{В}} \quad (3.73)$$

где  $\gamma_{\text{Б}}$  учитывает ослабление, не связанное с рассеянием звука на взволнованной поверхности,  $\gamma_{\text{З}}$  — обусловлено влиянием только зыби,  $\gamma_{\text{В}}$  — влиянием только ветрового волнения. Чтобы найти коэффициент затухания  $\gamma_{\text{В}}$ , необходимо дополнительно определить  $\gamma_{\text{Б}}$  и  $\gamma_{\text{З}}$ . В рассматриваемом эксперименте коэффициент затухания  $\gamma_{\text{Б}}$  был определен по измерениям в данном районе океана в другое (летнее) время года для канала типа З (см. рис. 3.23), когда влияние морского волнения было несущественным (как оказалось,  $\gamma_{\text{Б}}$  наилучшим образом описывался эмпирической формулой Вадова [36]).

Коэффициент  $\gamma_{\text{З}}$  был вычислен по данным синоптических наблюдений с помощью формулы (3.68) и пространственно-частотного спектра зыби. В итоге по значениям  $\gamma_{\Sigma}$ ,  $\gamma_{\text{Б}}$  и  $\gamma_{\text{З}}$  из выражения (3.73) был найден коэффициент  $\gamma_{\text{В}}$ . Определение средних по трассе значений скорости приводного ветра по значениям погонных потерь когерентного поля  $\beta_{\text{В}} \sim 4,3\gamma_{\text{В}}$  показано на рис. 3.29, а.

Коэффициент временной корреляции акустического поля  $D_{\Sigma}(\tau)$  для условий, при которых проводился эксперимент, равен [22, 24]

$$D_{\Sigma}(\tau) = D_0(\tau) D_3(\tau) D_{\text{В}}(\tau), \quad (3.74)$$

где  $D_0$ ,  $D_3$  и  $D_{\text{В}}$  — коэффициенты временной корреляции соответственно излученного сигнала, сигнала гармонического источника, рассеянного только на зыби, и сигнала гармонического источника, рассеянного только на ветровом волнении. Отсюда для экспериментально измеренной эффективной ширины частотного спектра поля получим

$$\Delta f_{\Sigma} = \left[ (\Delta f_0)^2 + (\Delta f_3)^2 + (\Delta f_{\text{В}})^2 \right]^{1/2}, \quad (3.75)$$

где  $\Delta f_{\Sigma, 0, 3, \text{В}} = \left[ d\tilde{f}(\tilde{f})^2 \tilde{D}_{\Sigma, 0, 3, \text{В}}(f) \right]^{1/2}$ ;  $\tilde{D}_{\Sigma}$ ,  $\tilde{D}_0$ ,  $\tilde{D}_3$  и  $\tilde{D}_{\text{В}}$  — Фурье-трансформанты коэффициентов временной корреляции  $D_{\Sigma}$ ,  $D_0$ ,  $D_3$  и  $D_{\text{В}}$ . Чтобы определить уширение частотного спектра сигнала на ветровом волнении  $\Delta f_{\text{В}}$ , необходимо дополнительно определить значения  $\Delta f_0$  и

$\Delta f_3$ . Величина  $\Delta f_0$  была взята в соответствии с данными измерений в канале с профилем 3 (см. рис. 3.23), а величина  $\Delta f_3$  вычислялась в приближении Борна. В результате, используя формулу (3.75), для трасс 2 и 4 по  $\Delta f_3$ ,  $\Delta f_0$  и  $\Delta f_3$  удалось определить значения  $\Delta f_B$ , по которым, в свою очередь, были найдены значения средней скорости приводного ветра (рис. 3.29, б). Для трасс 1 и 3 влияние ветрового волнения на уширение частотного спектра сигнала практически не существенно,  $\Delta f_B \sim 0$  (при слабом ветре почти вся рассеянная ветровым волнением звуковая энергия излучается из канала). Заметим, что в этом случае измеренная величина  $\Delta f_3$  была достаточно близка к вычисленному по  $\Delta f_0$  и  $\Delta f_3$  значению. Значения  $\beta_B$  и  $\Delta f_B/G$  на рис. 3.29, а, б даны с учетом экспериментальной погрешности. При расчетах использовался спектр Пирсона – Московитца [186, 231].

Полученные из акустических измерений значения скорости приводного ветра неплохо согласуются с данными независимых синоптических наблюдений, что подтверждает справедливость исходных теоретических предпосылок. Оценка величины скорости ветра достаточно устойчива по отношению к неточностям акустических измерений. Как видно из рис. 3.29, в случае определения скорости

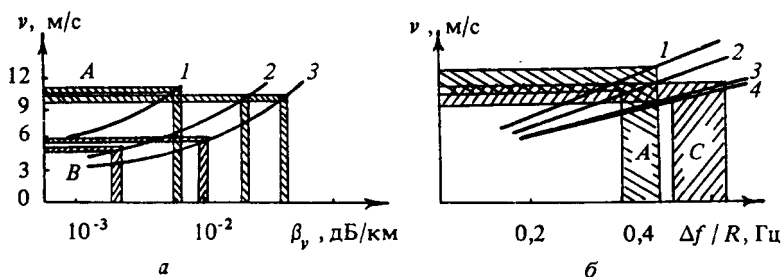


Рис. 3.29. Определение скорости ветра  $v$ :

а — по значениям  $\beta_v$  на трех частотах (кривые 1, 2, 3) на трассе 2 и на двух частотах (кривые 2 и 3) на трассе 3. Теоретические зависимости  $v(\beta_v)$  построены при фиксированных значениях частоты;

б — по значениям  $\Delta f_B/G$ , где  $G = (f_i/f_0)^{3/2}$ ,  $f_0 = 1$  кГц, на двух частотах на трассах 2 (А) и 4 (С). Для условий эксперимента величина  $\Delta f_B/G$  практически не зависит от частоты звука. Теоретические зависимости  $v(\Delta f_B/G)$  (кривые 1, 2, 3, 4) построены при фиксированном расстоянии между источником и приемником (1 —  $x = 300$  км; 2 —  $x = 400$  км; 3 —  $x = 850$  км; 4 —  $x = 950$  км). При слабом ветре (трассы 1 и 3) скорость ветра  $v$  не определялась

ветра по коэффициенту затухания когерентного поля погрешность имела порядок 1 м/с, а в случае оценки по ширине частотного спектра погрешность возросла до 3 м/с. Учитывая интегральный (по большому участку акватории) характер восстановленного значения скорости ветра, можно считать, что получена неплохая точность.

Проведенный натурный эксперимент показал практическую возможность определения параметров ветровых волн на больших акваториях океана. В настоящее время в повестку дня встала задача создания постоянной томографической системы наблюдения, постановки натуральных экспериментов с использованием многопозиционного приема — излучения, в которых бы осуществлялось восстановление пространственного распределения статистических параметров морского волнения. Можно надеяться, что комбинированное использование доплеровской томографии и альтернативных подходов (типа фазового [215]) позволит существенно повысить эффективность такой реконструкции.

## ЭМПИРИЧЕСКИЕ ОРТОГОНАЛЬНЫЕ ФУНКЦИИ (ЭОФ)

Понятие об эмпирических ортогональных функциях возникло при попытке найти естественный ортогональный базис, удобный для представления эмпирических случайных функций [105, 125]. Результаты соответствующих математических исследований сводятся к следующему. Пусть  $\Delta f(z) = f - \langle f \rangle$  — флуктуация случайного поля  $f$ , определенного на отрезке  $a \leq z \leq b$ . Под " $\langle \rangle$ " понимается усреднение по ансамблю реализаций случайной функции. И пусть известна корреляционная функция  $G_{\Delta f}(z_1, z_2) = \langle \Delta f(z_1) \Delta f(z_2) \rangle$ . Воспользуемся этой функцией в качестве ядра интегрального оператора и найдем собственные значения  $\lambda_n$  и собственные функции  $\Phi_n(z)$  задачи

$$\int_a^b G_{\Delta f}(z, z') \Phi_n(z') dz' = \lambda_n \Phi_n(z), \quad n = 1, \dots, \infty. \quad (\text{П1.1})$$

Поскольку корреляционная функция симметрична и положительно определена, собственные значения  $\lambda_n$  неотрицательны, а функции  $\Phi_n(z)$  ортогональны. Расположим  $\lambda_n$  в порядке их убывания  $\lambda_n \geq \lambda_{n+1}$  и пронормируем собственные функции так, чтобы  $\int_a^b \Phi_n^2(z) dz = 1$ . Построенные таким образом функции  $\Phi_n(z)$  и называются эмпирическими ортогональными (иногда "статистически" ортогональными) функциями. Флуктуация  $\Delta f(z)$  может быть представлена в виде ряда

$$\Delta f(z) = \sum_{n=1}^{\infty} a_n \Phi_n(z)$$

со случайными коэффициентами  $a_n$ . Разложение  $\Delta f$  по функциям  $\Phi_n$  обладает важным достоинством. А именно, если аппроксимировать  $\Delta f(z)$  конечной суммой ряда

$$\Delta f_N(z) = \sum_{n=1}^N a_n \Phi_n(z), \quad (\text{П1.2})$$

то:

(1) такое приближение оптимально в том смысле, что при фиксированном  $N$  среднеквадратичная ошибка  $\sigma_N^2 = \langle \int_a^b (\Delta f - \Delta f_N)^2 dz \rangle$  — наименьшая по сравнению с разложением по любому другому базису;

(2) коэффициенты  $a_n$  с различными индексами — некоррелированы:  $\langle a_n a_m \rangle = \lambda_n \delta_{nm}$  ( $\delta_{nm}$  — символ Кронекера);

(3) абсолютная и относительная ошибки аппроксимации равны соответственно  $\sigma_N^2 = \sum_{n=N+1}^{\infty} \lambda_n$ ;  $\eta_N^2 = \sum_{n=N+1}^{\infty} \lambda_n / \sum_{n=1}^{\infty} \lambda_n$ .

Иными словами, представление функции  $\Delta f$  в виде разложения (П1.2) по ЭОФ позволяет ограничиться минимальным числом слагаемых, контролируя допущенную при этом ошибку.

Корреляционная функция  $G_{\Delta f}$ , как легко показать, может быть представлена в виде

$$G_{\Delta f}(z_1, z_2) = \sum_{n=1}^{\infty} \lambda_n \Phi_n(z_1) \Phi_n(z_2). \quad (\text{П1.3})$$

**Дискретный случай.** На практике геофизические поля обычно фиксируются в цифровом виде в конечном числе точек, например глубин  $z_k$ ,  $k = 1, \dots, K$ . Предыдущие рассуждения с незначительными изменениями переносятся и на этот случай.

Пусть случайная функция  $f(z)$  задана в точках  $z = z_k$ ,  $k = 1, \dots, K$ , а  $F = (f(z_1), \dots, f(z_K))$  — матрица-столбец (вектор) из значений функции  $f$  в этих точках. Определим вектор флуктуаций как  $\Delta F = F - \langle F \rangle = (\Delta f(z_1), \dots, \Delta f(z_K))$ . Тогда вместо уравнения (П1.1) получим систему линейных уравнений  $B_{\Delta F} \Phi_n = \lambda_n \Phi_n$ ,  $n = 1, \dots, K$ , в которой  $\Phi_n = (\Phi_{1n}, \dots, \Phi_{Kn})$  — собственные векторы, а  $\lambda_n$  — собственные значения квадратной матрицы  $B_{\Delta F} = \langle \Delta F \cdot \Delta F^T \rangle$ , размера  $K \times K$ .

Если вектор  $\Phi_n$  нормирован ( $\langle \Phi_n^T \cdot \Phi_n \rangle = 1$ ), то по аналогии с (П1.2) будем иметь оптимальное  $N$ -членное представление в виде  $\Delta F_N = \sum_{n=1}^N a_n \Phi_n$ . Здесь  $\langle a_n a_m \rangle = \lambda_n \delta_{nm}$ ,  $\lambda_n \geq \lambda_{n+1}$ , а  $N \leq K$ . При этом среднеквадратичные абсолютная и относительная ошибки аппроксимации равны

$$\sigma_N^2 = (\Delta F - \Delta F_N^T) \cdot (\Delta F - \Delta F_N) = \sum_{n=N+1}^K \lambda_n,$$

$$\eta_N^2 = \frac{\sum_{n=N+1}^K \lambda_n}{\sum_{n=1}^K \lambda_n},$$

а корреляционная матрица  $B_{\Delta f}$  представляется в виде

$$B_{\Delta f} = \sum_{n=1}^K \lambda_n \Phi_n \Phi_n^T. \text{ В практических задачах, если имеется выборка}$$

случайных реализаций вектора  $F_l$ ,  $l = 1, \dots, L$ , то флуктуационный вектор  $\Delta F_l$  и корреляционная матрица  $B_{\Delta f}$  определяются выражениями

$$\Delta F_l = F_l - L^{-1} \sum_{l=1}^L F_l, \quad B_{\Delta F} = (L-1)^{-1} \sum_{l=1}^L \Delta F_l \Delta F_l^T.$$

Как показано в [45, 150], достаточно хорошую аппроксимацию случайных полей температуры, солености и скорости звука в океане можно обеспечить, используя лишь несколько первых членов разложения по ЭОФ. Если в каком-либо районе океана такой факт имеет место и собственные функции устойчивы при переходе от одной выборки к другой, то соответствующие ЭОФ можно использовать в томографии для "экономной" параметризации поля скорости звука.

В качестве функции  $F(z)$  (аналогично и для вектора  $F$ ) в интересующем нас случае выступает скорость звука  $c(z, r, t)$  на глубинах  $z$  в различные моменты времени  $t$  и (или) в различных точках  $r$  некоторой акватории океана. В практических задачах при построении базиса ЭОФ ансамбль реализаций скорости звука формируется из ее значений для различных пар  $(r, t)$  и фиксированного  $z$ . При этом усреднение  $\langle \rangle$  можно понимать по-разному. Например, усреднение по  $t$  при фиксированном  $r$  или же усреднение по  $r$  (в горизонтальной плоскости) при фиксированном  $t$ , или и то и другое. Более естественно для целей томографии, по-видимому, "скользящее" усреднение по временному интервалу  $\tau$  и пространственному  $\rho$ , где  $\rho$  и  $\tau$  — значительно превосходят пространственный и временной интервалы синоптической изменчивости океана, но много меньше соответствующих масштабов глобальных неоднородностей. Для такого усреднения нужны выборки реализаций  $c(z, r_i, t_j)$  с  $|t_i - t_j| < \tau$ ,  $|r_i - r_j| < \rho$ . В результате получим  $c(z, r, t) = c_0(z, r, t) +$



$+ \Delta c(z, r, t)$ , где  $c_0 = \langle c(z, r, t) \rangle_{\tau, \rho}$  — медленно меняющаяся функция  $r$  и  $t$ , а  $\langle \Delta c(z, r, t) \rangle_{\tau, \rho} = 0$ . Такое "скользящее" усреднение (по ансамблям реализаций функции  $c(z, r, t)$ ) позволяет учесть в  $c_0(z, r, t)$  наиболее интенсивные сезонную и глобальную изменчивости поля скорости звука, исключить временные и пространственные (в частности широтный) тренды из  $\Delta c$ , уменьшив к тому же дисперсию флуктуационной компоненты  $\Delta c$ , что важно для линейной томографии. Чтобы вычислить  $c_0$ , нужны развернутые в пространстве и длительные по времени гидрофизические измерения.

### О представлении корреляционной функции флуктуаций поля скорости звука $G_{\Delta c}$

Структура корреляционной функции  $G_{\Delta c}$ , используемой в разд. 1.5.3, не конкретизировалась. Между тем, имеется возможность уточнить ее вид, предположив, что после выделения пространственно-временных трендов оставшаяся флуктуационная компонента  $\Delta c(z, r, t)$  будет стационарной во времени и статистически однородной в горизонтальной плоскости. Это означает, что  $G_{\Delta c}$  имеет вид  $G_{\Delta c}(z_1, z_2, r_1 - r_2, t_1 - t_2)$ . В дальнейшем будут изложены два способа представления такой корреляционной функции — через эмпирические ортогональные функции (ЭОФ) или же с использованием волн Россби.

Разложение  $G_{\Delta c}$  по ЭОФ. Построим базис ЭОФ, исходя из корреляционной функции  $G_{\Delta c}$  между точками, разнесенными только по вертикали (при  $r_1 = r_2 = r$ ,  $t_1 = t_2 = t$ ), для чего подставим  $G_{\Delta c}(z_1, z_2, 0, 0)$  в интегральное уравнение (П1.1) вместо  $G_{\Delta f}(z_1, z_2)$ . Тогда

$$\Delta C(z, r, t) = \sum_{n=1}^{\infty} a_n(r, t) \Phi_n(z) \quad (\text{П1.4})$$

и  $G_{\Delta c}(z_1, z_2, 0, 0) = \langle \Delta c(z_1, r, t) \Delta c(z_2, r, t) \rangle =$

$= \sum_{n, m=0}^{\infty} \langle a_n(r, t) a_m(r, t) \rangle \Phi_n(z_1) \Phi_m(z_2)$ . Но это выражение обязано

совпадать с  $G_{\Delta c}(z_1, z_2, 0, 0) = \sum_{n=1}^{\infty} \lambda_n \Phi_n(z_1) \Phi_n(z_2)$  — аналогом (П1.3).

Отсюда следует, что

$$\langle a_n(r, t) a_m(r, t) \rangle = \lambda_n \delta_{nm}, \quad (\text{П1.5})$$

т. е. коэффициенты  $a_n(r, t)$  при различных  $n$  некоррелированы, а их среднеквадратичные значения в силу предположенной ранее однородности и стационарности не зависят от  $r$  и  $t$ .

В более общем случае корреляционной функции между флуктуациями, разнесенными во времени и пространстве, имеем

$$\begin{aligned} G_{\Delta c}(z_1, z_2, r_1 - r_2, t_1 - t_2) &= \langle \Delta c(z_1, r_1, t_1) \Delta c(z_2, r_2, t_2) \rangle = \\ &= \sum_{n, m=1}^{\infty} R_{nm} \Phi_n(z_1) \Phi_m(z_2), \end{aligned} \quad (\text{П1.6})$$

где  $R_{nm} = \langle a_n(r_1, t_1) a_m(r_2, t_2) \rangle = R_{nm}(r_1 - r_2, t_1 - t_2)$ , причем при  $r_1 = r_2$ ,  $t_1 = t_2$  и  $n \neq m$  функции  $R_{nm}$  обращаются в 0 (это следует из выражения (П1.5)). Если же из класса корреляционных функций (П1.6) выделить только те, для которых  $R_{nm} = \delta_{nm} \lambda_n H_n(r_1 - r_2, t_1 - t_2)$ , что соответствует флуктуациям  $\Delta c$ , вида (П1.4) с некоррелированными коэффициентами  $a_n$ , то получим часто используемое представление вида

$$\begin{aligned} G_{\Delta c}(z_1, z_2, r_1 - r_2, t_1 - t_2) &= \\ &= \sum_{n=1}^{\infty} \lambda_n H_n(r_1 - r_2, t_1 - t_2) \Phi_n(z_1) \Phi_n(z_2). \end{aligned} \quad (\text{П1.7})$$

**Разложение по волнам Россби.** Другую форму представления корреляционной функции  $G_{\Delta c}$  можно получить, считая возмущение  $\Delta c$  синоптического масштаба связанным с бароклинными волнами Россби (вихри открытого океана). Проследим эту связь.

Как известно, скорость звука в океане может быть выражена через плотность  $\rho$ , энтропию  $\eta$  и соленость  $S$ :

$$C = G(\rho, \eta, S). \quad (\text{П1.8})$$

В состоянии покоя и при наличии силы тяжести формируется стратифицированная по  $z$  среда. При этом гидростатическое давление  $P_0(z)$  и плотность  $\rho_0(z)$  связаны соотношением  $dP_0/dz = -\rho_0 g$  (ось  $z$  направлена вверх). Гидростатические распределения энтро-

пии и солености также зависят от  $z$ :  $\eta_0(z)$ ,  $S_0(z)$ . Им соответствует зависящий от  $z$  профиль скорости звука

$$c_0(z) = G(\rho_0(z), \eta_0(z), S_0(z)). \quad (\text{П1.9})$$

Под влиянием волновых движений жидкости ее частицы смещаются, что приводит к изменению локальных значений термодинамических параметров  $\rho$ ,  $\eta$  и  $S$ , а следовательно, и скорости звука  $c$ . Они становятся функциями от  $r$ ,  $z$  и  $t$ . Как можно показать [90], в случае волн Россби

$$\begin{aligned} \rho &= \rho_0(z) + \rho_{00} \xi N^2/g, & \eta &= \eta_0(z) - \xi d\eta_0/dz, \\ S &= S_0(z) - \xi dS_0/dz, \end{aligned} \quad (\text{П1.10})$$

где  $\xi(r, z, t)$  — поле вертикальных смещений жидких частиц, обусловленных волнами Россби,  $N^2(z)$  — частота Вайсяля,  $\rho_{00} = 1 \text{ г/см}^3$  — характерное значение плотности.

Подставим "возмущенные" значения  $\rho$ ,  $\eta$  и  $S$  из выражения (П1.10) в формулу (П1.8) и, ограничиваясь линейным по  $\xi$  членом, получим  $c(r, z, t) = c_0(z) + \Delta c(r, z, t)$ , где

$$\Delta c = \left[ \left( \frac{\partial G}{\partial \rho} \right)_0 \rho_{00} N^2/g - \left( \frac{\partial G}{\partial \eta} \right)_0 d\eta_0/dz - \left( \frac{\partial G}{\partial S} \right)_0 dS_0/dz \right] \xi. \quad (\text{П1.11})$$

Здесь  $( )_0$  означает, что после дифференцирования по параметрам  $\rho$ ,  $\eta$ ,  $S$  произведена подстановка  $\rho = \rho_0$ ,  $\eta = \eta_0$ ,  $S = S_0$ .

Преобразуем выражение (П1.11). Дифференцируя соотношение (П1.9) по  $z$ , получим соотношение

$$dc_0/dz - \left( \frac{\partial G}{\partial \rho} \right)_0 d\rho_0/dz = \left( \frac{\partial G}{\partial \eta} \right)_0 d\eta_0/dz + \left( \frac{\partial G}{\partial S} \right)_0 dS_0/dz.$$

Пользуясь им и учитывая, что  $N^2 = -g^2/c_0^2 - (g/\rho_{00}) d\rho_0/dz$ , можно выражение для  $\Delta c$  переписать в виде

$$\Delta c = \alpha(z) \xi(r, z, t), \quad (\text{П1.12})$$

где

$$\alpha(z) = - \left[ dc_0/dz + \left( \frac{\partial G}{\partial \rho} \right)_0 \rho g/c \right]. \quad (\text{П1.13})$$

Выражение (П1.12) позволяет выразить корреляционную функцию возмущений скорости звука через корреляционную функцию вертикальных смещений  $\xi$ :

$$G_{\Delta c}(z_1, z_2, r_1, r_2, t_1, t_2) = \alpha(z_1) \alpha(z_2) G_{\xi}(z_1, z_2, r_1, r_2, t_1, t_2). \quad (\text{П1.14})$$

Как можно показать [90], в стратифицированной среде суперпозиция из  $N$  мод волн Россби формирует поле смещений вида

$$\xi(z, r, t) = \sum_{n=1}^N \psi_n(z) \int_{-\infty}^{\infty} F_n(q) \exp\{i[qr - \omega_n(q) t]\} dq. \quad (\text{П1.15})$$

Здесь  $\omega_n(q) = -\beta q e_x / (q^2 + \varepsilon_n^2 f_0^2)$ ,  $f_0 = 2 \Omega \sin \varphi_0$ ,  $\beta = 2(\Omega/a) \cos \varphi_0$ ,  $\Omega$  — угловая скорость вращения Земли,  $a$  — ее радиус,  $\varphi_0$  — широта,  $e_x$  — единичный орт, направленный на восток. Собственные функции  $\psi_n$  и собственные значения  $\varepsilon_n$  — решения краевой задачи

$$\begin{aligned} d^2 \psi_n / dz^2 + \varepsilon_n^2 N^2 \psi_n &= 0, \quad \psi_n \Big|_{z=0} = \psi_n \Big|_{z=-H} = 0, \\ \int_{-H}^0 \psi_n \psi_m N^2 dz &= \delta_{nm} \end{aligned} \quad (\text{П1.16})$$

(поверхность и дно океана расположены при  $z=0$  и  $z=-H$ ).

Считая спектр  $F_n(q)$  случайным, найдем корреляционную функцию  $G_{\xi}$ , априорно предполагая ее однородность в горизонтальной плоскости и стационарность во времени. Учитывая соотношение (П1.15), получим

$$\begin{aligned} G_{\xi} &= \langle \xi(z_1, r_1, t_1) \xi(z_2, r_2, t_2) \rangle = \\ &= \sum_{n, m=1}^N \psi_n(z_1) \psi_m(z_2) \iint dq_1 dq_2 \langle F_n(q_1) F_m^*(q_2) \rangle \times \\ &\times \exp\{i[q_1 r_1 - q_2 r_2 - \omega_n(q_1) t_1 + \omega_n(q_2) t_2]\} \end{aligned} \quad (\text{П1.17})$$

( $\langle \langle * \rangle \rangle$  — операция комплексного сопряжения).

Чтобы обеспечить статистическую однородность и стационарность, взаимно корреляционная функция  $\langle F_n F_m^* \rangle$  обязана иметь вид

$$\langle F_n(q_1) F_m^*(q_2) \rangle = E_n(q_1) \delta_{nm} \delta(q_1 - q_2), \quad (\text{П1.18})$$

где  $E_n(q) \geq 0$ .

Подставляя соотношение (П1.18) в выражение (П1.17), получим

$$G_{\xi}(z_1, z_2, r_1, r_2, t_1, t_2) = \sum_{n=1}^N \psi_n(z_1) \psi_n(z_2) K_n(r_1 - r_2, t_1 - t_2), \quad (\text{П1.19})$$

где  $K_n(\rho, \tau) = \int dq E_n(q) \exp\{i[q\rho - \omega_n(q)\tau]\}$ . Для корреляционной функции флуктуаций скорости звука, пользуясь выражением (П1.14), получаем

$$G_{\Delta c}(z_1, z_2, r_1, r_2, t_1, t_2) = \alpha(z_1) \alpha(z_2) \sum_{n=1}^N \psi_n(z_1) \psi_n(z_2) K_n(r_1 - r_2, t_1 - t_2).$$

По форме это выражение напоминает разложение (П1.7), хотя входящие в разложения функции  $\Phi_n$  и  $\psi_n$  отличаются. В частности, они по-разному ортогональны:

$$\int \Phi_n \Phi_m dz = \delta_{nm}, \quad \int \psi_n \psi_m N^2 dz = \delta_{nm}.$$

## Приложение 2

### КВАДРАТИЧНЫЕ ПОПРАВКИ ДЛЯ ВРЕМЕН ПРИХОДА СИГНАЛОВ ПО ЛУЧАМ

#### Вывод уравнений для лучевых траекторий $\Gamma_m$ в координатах, связанных с опорным лучом $\Gamma_m^0$

Пусть  $R(\sigma)$  — вектор, описывающий траекторию луча  $\Gamma_m$  в зависимости от длины дуги  $\sigma$ , измеренной вдоль луча, а  $t(\sigma)$  — единичный вектор, касательный к лучу в точке, определяемой значением  $\sigma$ . Эти функции удовлетворяют лучевым уравнениям

$$dR/d\sigma = t, \quad (\text{П2.1})$$

$$dt/d\sigma = \nabla \mu - t(t \nabla \mu). \quad (\text{П2.2})$$

Здесь  $\mu = \ln(c_0/c)$ , где  $c_0$  — произвольная постоянная, имеющая размерность скорости, а  $c = c_0 + \Delta c$  — скорость звука (опорное состо-

яние плюс флуктуация). В отсутствии флуктуаций ( $\Delta c = 0$ ) получаем систему уравнений

$$dR_0/ds = t_0, \quad (\text{П2.3})$$

$$dt_0/ds = \nabla \mu_0 - t_0(t_0 \nabla \mu_0), \quad (\text{П2.4})$$

описывающую опорные лучи  $\Gamma_m^0$ , где  $\mu_0 = \ln(c_{00}/c_0)$ ,  $s$  — длина дуги опорного луча.

В интересующем нас 2-мерном случае, возникающем при пренебрежении горизонтальной рефракцией лучей, векторы  $R$  и  $t$  можно представить в виде

$$R(\sigma) = R_0(s) + \rho(s) n_0(s) v(s), \quad (\text{П2.5})$$

$$t(\sigma) = \alpha(s) t_0(s) + \beta(s) n_0(s) v(s). \quad (\text{П2.6})$$

Здесь  $n_0(s)$  — единичный вектор нормали к опорному лучу в точке  $s$ . По определению он направлен в сторону отклонения луча от касательной. Функция  $\rho(s)$  — отклонение траектории  $R(\sigma)$  от  $R_0(s)$ , измеренное по нормали  $n_0$ . Функция  $v(s)$ , принимающая значения  $\pm 1$ , введена, чтобы скорректировать скачки направления нормали  $n_0$  при переходе через точки перегиба лучей  $\Gamma_m^0$  с тем, чтобы функция  $\rho(s)$  была бы непрерывной. Связи выражений (П2.5), (П2.6) позволяют выразить параметры луча  $\Gamma_m$  через соответствующие параметры луча  $\Gamma_m^0$  и две дополнительные функции  $\rho(s)$  и  $\beta(s)$  (функция  $\alpha(s)$  выражается через  $\beta(s)$ , так как  $t^2 = \alpha^2 + \beta^2 = 1$ ).

Получим дифференциальные уравнения для  $\rho$  и  $\beta$ , эквивалентные системе (П2.1)–(П2.2). Подставим выражения (П2.5), (П2.6) в уравнение (П2.1)

$$\left[ dR_0/ds + v(dp/ds) n_0 + \rho(dn_0/ds) v \right] ds/d\sigma = \alpha t_0 + \beta n_0 v \quad (\text{П2.7})$$

и учтем связи Серре — Френе

$$dt_0/ds = n_0/\rho_0, \quad (\text{П2.8})$$

$$dn_0/ds = -t_0/\rho_0, \quad (\text{П2.9})$$

где  $\rho_0 = \rho_0(s)$  — радиус кривизны опорного луча. Умножая обе части уравнения (П2.7) скалярно на  $n_0$  и  $t_0$ , получим два соотношения

$$d\sigma/ds = \alpha^{-1}(1 - \nu p/\rho_0), \quad (\text{П2.10})$$

$$dp/ds = \beta d\sigma/ds, \quad (\text{П2.11})$$

из которых следует, что

$$dp/ds = \beta(1 - \beta^2)^{-1/2}(1 - \nu p/\rho_0). \quad (\text{П2.12})$$

При этом предполагалось, что  $tt_0 = \alpha > 0$ , что позволило заменить  $\alpha$  на  $(1 - \beta^2)^{1/2}$ . Подставим теперь выражение (П2.6) в уравнение (П2.2). С учетом формул (П2.8), (П2.9) получим уравнение

$$\frac{d\beta}{ds} = -\frac{\nu(1 - \beta^2)^{1/2}}{\rho_0} + \left(1 - \frac{\nu p}{\rho_0}\right) \left[ \nu n_0 (1 - \beta^2)^{1/2} - \beta t_0 \right] \nabla \mu, \quad (\text{П2.13})$$

в котором  $\nabla \mu$  вычисляется в точке  $R_0(s) + \nu p n_0(s)$ .

Уравнения (П2.12), (П2.13) образуют замкнутую систему уравнений относительно  $p$  и  $\beta$ . Эта задача — краевая, так как лучи  $\Gamma_m$  и  $\Gamma_m^0$  выходят и приходят в одни и те же точки, следовательно, необходимо потребовать, чтобы  $p(0) = p(S) = 0$ .

При  $\varepsilon = \max |\Delta c/c_0| \ll 1$  систему можно линеаризовать. Заметим, что при  $\varepsilon = 0$  значения  $p = 0$ ,  $\beta = 0$  являются точными решениями системы. В этом можно убедиться непосредственной подстановкой с учетом тождества  $n_0/\rho_0 = \nabla \mu_0 - t_0(t_0 \nabla \mu_0)$ . Из соотношений (П2.10), (П2.11) следует, что если  $p = O(\varepsilon)$ , то и  $\beta = O(\varepsilon)$ . При линеаризации необходимо также учесть, что  $(t_0 \nabla) \mu = (t_0 \nabla_0) \mu_0 + O(\varepsilon)$ ,  $(n_0 \nabla) \mu = (n_0 \nabla_0) \mu_0 + \nu p (n_0 \nabla_0)^2 \mu_0 + (n_0 \nabla_0) \tilde{\mu} + O(\varepsilon^2)$ , где  $\mu_0 = \ln(c_{00}/c_0)$ ,  $\tilde{\mu} = -\Delta c/c_0$ , а  $\nabla_0 = \nabla|_{R=R_0}$ . В результате линеаризации получаем систему

$$dp/ds = \beta, \quad (\text{П2.14})$$

$$d\beta/ds = -p \left[ \rho_0^{-2} - (n_0 \nabla_0)^2 \mu_0 \right] - \beta (t_0 \nabla_0) \mu_0 + \nu (n_0 \nabla_0) \tilde{\mu}. \quad (\text{П2.15})$$

Исключая из этих уравнений  $\beta$  и учитывая, что  $t_0 \nabla_0 = d/ds$ , приходим к уравнению 2-го порядка

$$\exp(-\mu_0) \frac{d}{ds} \left[ \exp(\mu_0) \frac{dp}{ds} \right] + p \left[ \rho_0^{-2} - (n_0 \nabla_0)^2 \mu_0 \right] = \nu (n_0 \nabla_0) \tilde{\mu}. \quad (\text{П2.16})$$

Переходя от  $\mu_0$  и  $\mu$  к  $c_0$  и  $\Delta c$ , получим упомянутое в п. 2.1.2 уравнение

$$c_0 d/ds (c_0^{-1} dp/ds) + \rho c_0^{-1} (n_0 \nabla_0)^2 c_0 = -v(n_0 \nabla_0) (c_0^{-1} \Delta c) \quad (\text{П2.17})$$

с граничными условиями  $p(0) = p(S) = 0$ .

### Структура квадратичной поправки $\Delta t_m^{(2)}$

Получим теперь выражение для  $\Delta t^{(2)}$ . В результате перехода к описанию лучей  $\Gamma_m$  в системе координат, связанной с  $\Gamma_m^0$ , имеем

$$t_m = t_m^0 + \int_{\Gamma_m^0} \langle [c(R_0 + v\rho n_0(s))] \rangle^1 c_0(R_0) d\sigma/ds - 1 \rangle c_0^{-1}(R_0) ds.$$

Разложим выражение в  $\langle \rangle$  по степеням  $\varepsilon$ . Учитывая, что  $d\sigma/ds = (1 - \beta^2)^{-1/2} (1 - v\rho/\rho_0)$  (см. соотношение (П2.10)), получим

$$\langle \rangle = \bar{\mu} + \left\{ \bar{\mu}^2 + 0,5(dp/ds)^2 + v\rho(n_0 \nabla_0 \bar{\mu}) + 0,5\rho^2[(n_0 \nabla_0)^2 \mu_0 - \rho_0^{-2}] \right\} + O(\varepsilon^3).$$

Следовательно,  $t_m = t_m^0 + \Delta t_m^{(1)} + \int_0^S \{*\} c_0^{-1} ds + O(\varepsilon^3)$ . Преобразуем выражение в скобках  $\{*\}$ , подставив в нее значение  $v(n_0 \nabla_0 \bar{\mu}_0)$  из уравнения (П2.16), которое на луче  $\Gamma_m^0$  превращается в тождество. В результате получим, что

$$\begin{aligned} \{*\} = & \bar{\mu}^2 + 0,5(dp/ds)^2 + \exp(-\mu_0) \rho d \left[ \exp(\mu_0) dp/ds \right] / ds + \\ & + 0,5\rho^2 \left[ \rho_0^{-2} - (n_0 \nabla_0)^2 \mu_0 \right], \end{aligned}$$

но

$$\begin{aligned} & \int_0^S \left\{ d \left[ \exp(\mu_0) dp/ds \right] ds \right\} \exp(-\mu_0) \rho c_0^{-1} ds = \\ & = \int_0^S \left[ d(c_0^{-1} dp/ds) ds \right] \rho ds = \rho(c_0^{-1} dp/ds) \Big|_{s=0}^{s=S} - \int_0^S c_0^{-1} (dp/ds)^2 ds = \\ & = - \int_0^S c_0^{-1} (dp/ds)^2 ds, \end{aligned}$$

так как  $p(0) = p(S) = 0$ .



Таким образом,

$$\int_0^S \{*\} c_0^{-1} ds = \int_0^S \left\{ \tilde{\mu}^2 - 0,5 \left( \frac{dp}{ds} \right)^2 + 0,5 p^2 \left[ \rho_0^{-2} - (n_0 \nabla_0)^2 \mu_0 \right] \right\} c_0^{-1} ds =$$

$$= \int_0^S \left\{ \left( \frac{\Delta c}{c_0} \right)^2 - 0,5 \left[ \left( \frac{dp}{ds} \right)^2 - p^2 c_0^{-1} (n_0 \nabla_0)^2 c_0^2 \right] \right\} c_0^{-1} ds.$$

Это и есть выражение (2.3) для  $\Delta t_m^{(2)}$  в п. 2.1.2.

Приложение 3

### РОЛЬ АПРИОРНОЙ ИНФОРМАЦИИ В ПРИБЛИЖЕНИИ ПЛОСКОСЛОИСТОГО ОПОРНОГО ВОЛНОВОДА

Обсудим роль априорной информации в приближении плоско-слоистого опорного волновода ( $c(r, z) = c(z)$ ) для нескольких типичных законов стратификации.

Однородный по глубине канал ( $c(z) = c = \text{const}$ ). Считаем для определенности дно абсолютно твердым, тогда собственная функция волновода равна  $\Phi_n(z) = (2/D)^{1/2} \sin(\kappa_n z)$ , где  $\kappa_n D = \pi(n - 0,5)$ ,  $D$  — толщина волновода. Из уравнения (2.41) приближенно получим

$$S_i \approx (1/hD) [S_c(2\kappa_{i+1}) - S_c(2\kappa_i)],$$

где  $S_c(\kappa)$  — спектральная компонента косинус-преобразования Фурье от  $S(z)$ . Таким образом, информация о спектре синус-преобразования Фурье  $S_s(\kappa)$  безвозвратно теряется. Поскольку в формулу входит разность значений  $S_c(\kappa)$ , то и компоненты косинус-преобразования также нельзя восстановить без привлечения в той или иной степени априорной информации о структуре спектра неоднородностей  $S_c(\kappa)$ .

Для восстановления  $S_c(\kappa)$ , однако, может оказаться достаточным привлечь информацию, например, о границах области, в которой локализован спектр  $S_c(\kappa)$ . В качестве иллюстрации этого на рис. ПЗ.1 приведен пример численного моделирования реконструкции поля неоднородностей скорости звука, имеющих вид  $\delta c(z) = c \mu_0 \cos(\pi z/D)$ , по измерениям вертикальной и горизонтальной ИС.

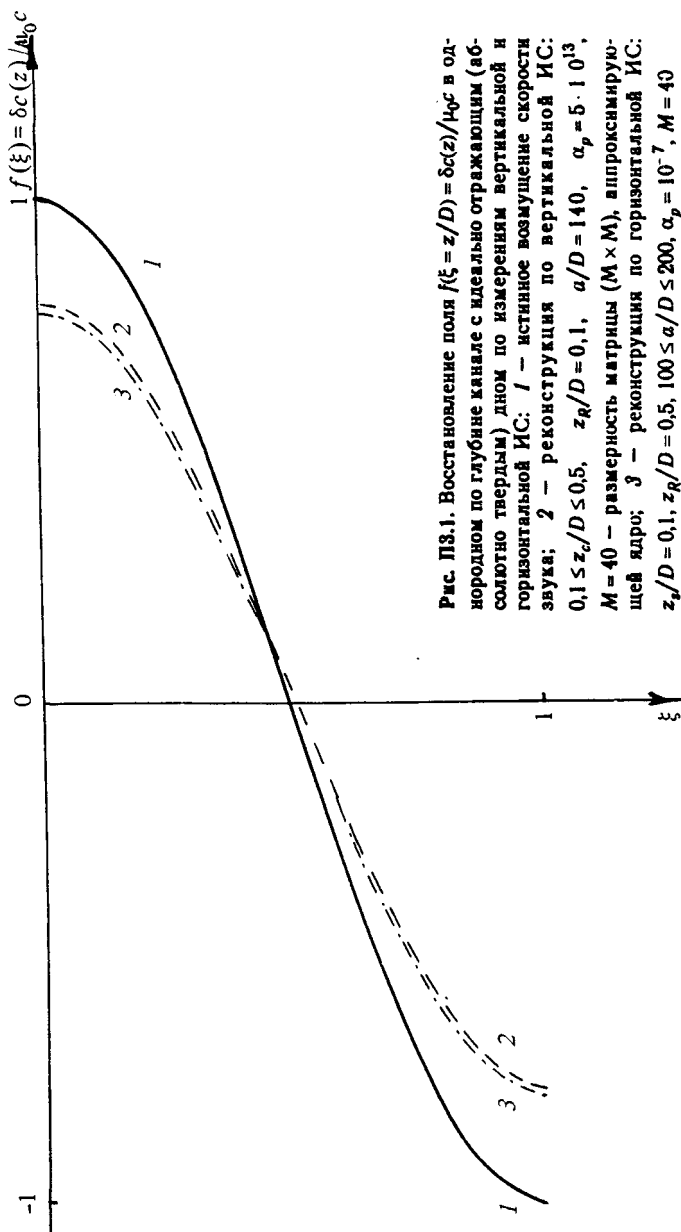


Рис. Пз.1. Восстановление поля  $f(\xi = z/D) = \delta c(z)/A_0 c$  в однородном по глубине канале с идеально отражающим (абсолютно твердым) дном по измерениям вертикальной и горизонтальной ИС: 1 — истинное возмущение скорости звука; 2 — реконструкция по вертикальной ИС:  $0,1 \leq z_R/D \leq 0,5$ ,  $z_R/D = 0,1$ ,  $a/D = 140$ ,  $\alpha_p = 5 \cdot 10^{13}$ ,  $M = 40$  — размерность матрицы ( $M \times M$ ), аппроксимированной ядром; 3 — реконструкция по горизонтальной ИС:  $z_R/D = 0,1$ ,  $z_R/D = 0,5$ ,  $100 \leq a/D \leq 200$ ,  $\alpha_p = 10^{-7}$ ,  $M = 40$

С учетом следующей априорной информации:  $S_s(\kappa) \equiv 0$  при любых  $\kappa$  и  $S_c(\kappa) = 0$  при  $\kappa \geq \kappa_0$  и  $\kappa = 0$ , решение задачи сводилось к решению интегрального уравнения  $\Delta I = \tilde{A}S_c$ , где  $\tilde{A}$  — интегральный оператор ( $S_c \rightarrow \Delta I$ ), получающийся после подстановки в (2.37) косинус-разложения

Фурье  $S(z) = \int_0^{\kappa_0} d\kappa S_c(\kappa) \cos(\kappa z)$ . По реконструированному значению  $S_c(\kappa)$  восстанавливалось поле неоднородностей  $\delta s$ . Величина возмущения интенсивности  $\Delta I$  задавалась по формуле (2.37) для истинного поля неоднородностей  $\delta s$ . При этом в качестве помехи брался сигнал с интенсивностью  $\delta I = 0,01I$ . Расчет был сделан при количественных значениях  $\mu_0 = 10^{-5}$ ,  $hD = 300$ ,  $\kappa_0 = 0,2h$ . Для численного решения интегрального уравнения  $\Delta I = \tilde{A}S_c$  применялась программа расчета [147], основанная на методе регуляризации Тихонова. Функционал Тихонова [146, 147] в программе задавался в виде

$$F_T = \int_{\min(z)}^{\max(z)} dz_s (\Delta I - \tilde{A}S_c)^2 + \alpha_p \int_0^{\kappa_0} d\kappa [S_c^2(\kappa) + (dS_c/d\kappa)^2]$$

— при реконструкции по вертикальной ИС и

$$F_T = \int_{\min(a)}^{\max(a)} da (\Delta I - \tilde{A}S_c)^2 + \alpha_p \int_0^{\kappa_0} d\kappa [S_c^2(\kappa) + (dS_c/d\kappa)^2]$$

— при реконструкции по горизонтальной ИС. Параметр регуляризации  $\alpha_p$  выбирался в соответствии с принципом обобщенной невязки [147]. Как видно из рисунка, относительная погрешность восстановления не превышает 20 %, несмотря даже на то, что в отдельных точках пространства помеха  $\delta I$  превышала абсолютную величину  $|\tilde{A}S_c|$ .

**Линейный канал** ( $c(z) = c + \alpha z$ ). Используя ВКБ-приближение для собственных функций волновода  $\varphi_n(z)$  и пренебрегая вкладом осциллирующей части  $(\varphi_n(z))^2$ , можно получить [99]

$$S_i \approx -\frac{2}{3i} \int_0^{\infty} d\kappa \frac{\sin(\kappa \tilde{z}_i/3i)}{\kappa \tilde{z}_i/3i} [S_c(\kappa) \cos(\kappa \tilde{z}_i) + S_c(\kappa) \sin(\kappa \tilde{z}_i)],$$

где  $z_i \approx (c/2\alpha) (3\pi\alpha/\omega_0)^{2/3}$  — нижняя точка заворота бриллюэновской волны ( $z_i < D$ ),  $\tilde{z}_i = (z_i + z_{i+1})/2$ . Как следует из полученной формулы, спектральные компоненты, для которых функция окна  $W_i(\kappa) = \sin(\kappa\tilde{z}_i/3i)/(\kappa\tilde{z}_i/3i) \approx 0$ , теряются. Таким образом, и в этом канале при восстановлении  $S(z)$  необходимо привлекать априорную информацию о структуре спектра неоднородностей. В частности, если известно, что спектры  $S_c$  и  $S_s$  лежат в области  $|\kappa| \leq \kappa_0 \ll 3\pi i/\tilde{z}_i \approx (8\alpha h^2 \tilde{z}_i/c)^{1/2}$ , то

$$S_i \approx -\frac{2}{3i} S(\tilde{z}_i).$$

Отсюда в области  $z \geq c\kappa_0^2/8\alpha h^2$  легко определяется профиль  $S(z)$ .

**Параболический канал** ( $c(z) = c + \beta c(z - z_0)^2$ ). Используя приближение ВКБ для  $\varphi_n(z)$  и пренебрегая осциллирующей частью  $(\varphi_n(z))^2$ , можно получить [99]

$$S_i \approx -\frac{1}{2i+1} \int_0^\infty d\kappa \frac{\sin[\kappa\tilde{z}_i/2(2i+1)]}{\kappa\tilde{z}_i/2(2i+1)} S_c(\kappa) \cos(\kappa\tilde{z}_i),$$

где  $z_i \approx [(2i+1)/h(2\beta)^{0.5}]^{0.5}$ ,  $z_0 \pm z_i$  — точки заворота бриллюэновской волны ( $z_i < z_0$ ,  $z_i < D - z_0$ ),  $\tilde{z}_i = (z_i + z_{i+1})/2$ ,

$$S(z) = \int_0^\infty d\kappa \{S_c(\kappa) \cos[\kappa(z - z_0)] + S_s(\kappa) \sin[\kappa(z - z_0)]\}.$$

Из приведенной формулы видно, что в акустическом сигнале не содержится информации об антисимметричной относительно оси канала  $z = z_0$  компоненте неоднородностей  $S_s(\kappa)$ . Однако если неоднородность расположена в какой-либо половине волновода (при  $z > z_0$  или при  $z < z_0$ ), то она в этой половине полностью определяется своей симметричной частью:  $S(z) = S_c(z - z_0) + S_c(z_0 - z)$ . Если к тому же известно, что спектр  $S_c$  лежит в области

$$|\kappa| \leq \kappa_0 \ll 2\pi(2i+1)/\tilde{z}_i \approx 2\pi h(2\beta)^{0.5} \tilde{z}_i,$$

то

$$S_i = S_c(\tilde{z}_i)/(2i+1)h.$$

В этом случае неоднородность  $S(z)$  может быть полностью реконструирована в области  $|z - z_0| \geq \kappa_0 / 2\pi h(2\beta)^{0.5}$ .

#### Приложение 4

### СГЛАЖИВАНИЕ ИС ЗА СЧЕТ НЕМОНОХРОМАТИЧНОСТИ АКУСТИЧЕСКОГО СИГНАЛА

Помимо пространственного и временного сглаживания ИС, осуществляемого при измерении интенсивности звукового поля, возможно сглаживание, обусловленное дисперсионными свойствами подводного волновода и немонохроматичностью акустического сигнала [99]. Обсудим этот вопрос на примере гауссова импульса:

$$\tilde{F}(t) = F_0 \exp(-2t^2/T^2).$$

Интенсивность поля и ядро  $K(*)$  интегрального уравнения (2.37) определяются интерференцией всех пар мод волновода. Как нетрудно видеть из формулы (2.33), вклад каждого интерференционного слагаемого ( $n, m$ ) в интенсивность меняется вдоль акустической трассы в соответствии с зависимостью

$$\hat{E}_{nm}(a) = -\frac{1}{2\pi} \int_0^{\infty} d\Omega |F(\Omega)|^2 \cos\{[h_n(\omega_0 + \Omega) - h_m(\omega_0 + \Omega)] a\}.$$

Вклад интерференционных членов в ядро  $K(*)$  определяется функцией  $E_{nm}(a)$ . Разлагая постоянные распространения мод в ряд Тейлора около значения  $\Omega = 0$  и ограничиваясь первыми тремя членами разложения, получим

$$\hat{E}_{nm}(a) = \frac{(\pi)^{1/2} T |F_0|^2}{2(1 + \beta_{nm}^2)^{1/4}} \exp(-\tau_{nm}^2/T^2) \cos(\Phi_{nm}),$$

$$E_{nm}(a) = \frac{(\pi)^{1/2} T |F_0|^2}{2(1 + \beta_{nm}^2)^{1/4}} \exp(-\tau_{nm}^2/T^2) \sin(\Phi_{nm}),$$

где

$$\Phi_{nm} = (h_n - h_m) a - \beta_{nm} (\tau_{nm}/T)^2 + 0,5 \operatorname{arctg}(\beta_{nm}),$$

$\tau_{nm} = a (v_n^{-1} - v_m^{-1}) / (1 + \beta_{nm}^2)^{1/2}$ ,  $\beta_{nm} = 4a(\gamma_n - \gamma_m) / T^2$ ,  $v_n = [dh_n/d\omega]_{\omega_0}^{-1}$   
 — групповые скорости мод,  $\gamma_n = 0,5 [d^2h_n/d\omega^2]_{\omega_0}$ . Если внутримодовая  
 дисперсия не слишком велика ( $q_{nm} = (4|\gamma_n - \gamma_m|/T |1/v_n - 1/v_m|) < 1$ ),  
 то для достаточно короткого импульса, начиная с некоторого рас-  
 стояния  $a$  ( $a > a_{nm} = T |1/v_n - 1/v_m|^{-1} (1 - q_{nm})^{-1/2}$ ),  $|\tau_{nm}| > T$ . На  
 больших расстояниях ( $a \gg a_{nm}$ ) поля мод  $n$  и  $m$  не интерфериру-  
 ют:  $|\tau_{nm}| \gg T$ ,  $\hat{E}_{nm} \approx 0$ ,  $E_{nm} \approx 0$ . В линейном канале ( $c(z) = c + \alpha z$ ) для  
 далеких по номеру мод сглаживание их пространственных биений  
 происходит на более коротких трассах, чем для близких по номеру  
 мод. Например, на частоте 100 Гц при  $\alpha \approx 1,67 \cdot 10^{-2}$  км,  $T = 10$  с:  
 $a_{1,10} \approx 600$  км,  $a_{1,40} \approx 200$  км,  $a_{1,100} \approx 100$  км.

## ЛИТЕРАТУРА

---

1. *Абросимов Д. И., Долин Л. С., Нечаев А. Г.* Об ослаблении среднего поля при волноводном распространении звука в океане со взволнованной поверхностью // *Акуст. журн.* 1985. Т. 31, № 4. С. 511–512.
2. *Авербах В. С., Бондарь Л. Ф., Голубев В. Н.* и др. Дальняя поверхностная реверберация звука в океане // *Акуст. журн.* 1990. Т. 36. С. 29–33.
3. *Аки К., Ричардс П.* Количественная сейсмология. М.: Мир, 1983. Т. 2. 880 с.
4. *Акустика океана* / Под ред. Дж. де Санто. Пер. с англ. М.: Мир, 1982. 318 с.
5. *Андреева И. Б.* Рассеяние звука поверхностью и приповерхностным слоем океана // *Акустика океана. Современное состояние* / Под ред. Л. М. Бреховских и И. Б. Андреевой. М.: Наука, 1982. С. 118–132.
6. *Апресян Л. А., Кравцов Ю. А.* Теория переноса излучения. М.: Наука, 1983. 216 с.
7. *Басс Ф. Г., Фукс И. М.* Рассеяние волн на статистически неровной поверхности. М.: Наука, 1972.
8. *Бейтс Р., Мак-Доннелл М.* Восстановление и реконструкция изображений / Пер. с англ. М.: Мир, 1989. 333 с.
9. *Белл Д. Л., Портер У. Дж.* Возможности дистанционной классификации осадков по характеристикам отраженных дном акустических сигналов // *Акустика морских осадков* / Под ред. Л. Хэмптона. М.: Мир, 1977. С. 299–312.
10. *Беклемишев Д. В.* Дополнительные главы линейной алгебры. М. Наука. 1983. 335 с.
11. *Белов А. И., Лебедев О. В.* Программа для расчета звукового поля в мелководном волноводе методом параболического уравнения // *Сб. тезисов 2 Всесоюзн. конф. Численные методы в современных волновых задачах акустики.* М.: АКИН. 1988. С. 34–36.
12. *Белов М. А., Цирулис Т. Т.* Асимптотические методы обращения интегральных преобразований. Рига: Зинатне. 1985. С. 286.
13. *Белоусов А. В., Лысанов Ю. П.* О законе спадания некогерентного поля в океане со взволнованной поверхностью // *Акуст. журн.* 1987. Т. 33, № 5. С. 814–820.
14. *Белоусов А. В., Лысанов Ю. П.* Закон спадания некогерентного поля в океане с крупными неровностями на поверхности // *Акуст. журн.* 1988. Т. 34, № 4. С. 588–592.

15. *Блейстейн Н., Козн Дж. К.* Обратные методы // *Акустика океана* / Под ред. Дж. де Санто / Пер. с англ. М.: Мир. 1982. С. 251–270.
16. *Борн М., Вольф Э.* Основы оптики. М.: Наука. 1973. 719 с.
17. *Бородин В. В.* Об уравнениях для первых двух моментов звукового поля в горизонтально стратифицированном волноводе со статистически неровной границей // *Акуст. журн.* 1987. Т. 33, № 4. С. 588–598.
18. *Бородин В. В.* Рассеяние звука на флюктуациях показателя преломления, обусловленных внутренними волнами в океане // *Акустические волны в океане* / Под ред. Л. М. Бреховских и И. Б. Андреевой. М.: Наука. 1987. С. 111–120.
19. *Бреховских Л. М., Годин О. А.* Акустика слонстых сред. М.: Наука. 1989. 214 с.
20. *Бреховских Л. М., Лысанов Ю. П.* Теоретические основы акустики океана. Л.: Гидрометеониздат. 1982. 262 с.
21. *Бунчук А. В.* Дистанционное измерение коэффициента поглощения звука в морских осадках // *ДАН СССР.* 1984. Т. 277, № 4. С. 965–967.
22. *Бурлакова И. Б., Дубовой Ю. А., Зейгман А. Л.* и др. О возможности акустической томографии взволнованной поверхности океана // *Акуст. журн.* 1988. Т. 34, № 3. С. 423–430.
23. *Бурлакова И. Б., Голубев В. Н., Жаров А. Н.* и др. Доплеровская томография в акустике океана // *Акуст. журн.* 1988. Т. 34, № 4. С. 756–758.
24. *Бурлакова И. Б., Зейгман А. Л., Нечаев А. Г., Славинский М. М.* Распространение звука в океане со взволнованной поверхностью // *Акустика океанской среды* / Под ред. Л. М. Бреховских и И. Б. Андреевой. М.: Наука. 1989. С. 64–75.
25. *Бурлакова И. Б., Петухов Ю. В., Славинский М. М.* Определение акустических характеристик дна океанических волноводов методом доплеровской томографии // *Акуст. журн.* 1989. Т. 35, № 6. С. 591–594.
26. *Бурлакова И. Б., Саичев А. И., Славинский М. М.* О спектре сигнала с исключенными блуждающими частотами // *Акуст. журн.* 1987. Т. 33, № 3. С. 403–411.
27. *Буров В. А., Горюнов А. А., Сасковец А. В.* Обратная задача акустического рассеяния на неоднородностях плотности и показателя преломления среды: Препринт МГУ № 12. 1983.
28. *Буров В. А., Горюнов А. А., Сасковец А. В., Тихонова Т. А.* Обратная задача рассеяния в ультразвуковой технике и медицине (обзор) // *Вопросы судостроения. Сер. Акустика.* 1985. № 1. С. 32–46.
29. *Буров В. А., Горюнов А. А., Сасковец А. В., Тихонова Т. А.* Обратные задачи рассеяния в акустике // *Акуст. журн.* 1986. Т. 32, № 4. С. 433–449.
30. *Бухштабер В. М., Маслов В. К.* Методы решения обратных задач дистанционного зондирования океана // *Методы гидрофизических исследований.* Горький: ИПФ АН СССР. 1987. С. 156.
31. *Бухштабер В. М., Маслов В. К., Трохан А. М.* Акустический томосинтез в океане и алгебраические методы реконструкции изображений // *Методы гидрофизических исследований.* Горький. 1984. С. 204–228.
32. *Бухштабер В. М., Маслов В. К., Трохан А. М.* О методе акустической томографии океана // *ФАО.* 1984. Т. 20, № 7. С. 630–639.
33. *Бухштабер В. М., Маслов В. К., Трохан А. М.* О методе реконструкции пространственной структуры неоднородных сред // *Доклады АН СССР.* 1983. Т. 7272, № 2. С. 331–334.



34. *Бухштабер В. М., Машаров Н. Ф.* О трехмерных лучах в подводном звуковом канале. Методы томографии в физико-технических измерениях // Сб. научных трудов. М.: Изд. НПО ВНИИФТРИ. 1988. С. 76–84.

35. *Ваганов Р. Б., Каценеленбаум Б. З.* Основы теории дифракции. М.: Наука. 1982. 272 с.

36. *Вадов Р. А.* Затухание низкочастотного звука в океане // Проблемы акустики океана / Под ред. Л. М. Бреховских и И. Б. Андреевой. М.: Наука. 1984. С. 31–42.

37. *Веденев А. И., Гончаров В. В., Курьянов Б. Ф.* Оценка акустических параметров морского дна по интерференции широкополосного звука // Акустические волны в океане / Под ред. Л. М. Бреховских и И. Б. Андреевой. М.: Наука. 1987. С. 162–173.

38. *Веденев А. И., Гончаров В. В., Курьянов Б. Ф.* Определение акустических характеристик донных осадочных слоев в глубоководных районах океана // ДАН СССР. 1984. Т. 279, № 2. С. 328–331.

39. *Вейхарт Г. Ф.* Применение геофизических методов и оборудования в исследовании морского дна // Акустика дна океана / Под ред. У. Купермана, Ф. М. Енсена. М.: Мир. 1984. С. 46–58.

40. *Вировлянский А. Д.* Управление полем небольшой группы мод в плоскостолстом многомодовом волноводе: Препринт ИПФ АН СССР № 120. 1985.

41. *Вировлянский А. Д., Саичев А. И., Славинский М. М.* О спектре сигнала, принимаемого движущимся приемником в подводном звуковом канале // Акуст. журн. 1985. Т. 31, № 1. С. 22–26.

42. *Воронович А. Г.* Приближение некоррелированных отражений в задаче о распространении звука в волноводе со статистически неровной границей // Акуст. журн. 1987. Т. 33, № 1. С. 19–30.

43. *Воронович А. Г., Гончаров В. В.* Применение трехмерного лучевого алгоритма к анализу звукового поля в океане в присутствии неоднородностей синоптических масштабов // Волны и дифракция-85. XI-й Всесоюзный симпозиум по дифракции и распространению волн. Т. 2. Телави, 1985.

44. *Воронович А. Г., Гончаров В. В., Куртенов В. М.* Основные акустические эффекты, обусловленные мезомасштабной изменчивостью океана // Проблемы акустики океана / Под ред. Л. М. Бреховских и И. Б. Андреевой. М.: Наука. 1984. С. 3–16.

45. *Газарян Р. М., Дикинов Х. Ш., Шуховец Л. З.* Применение ЕОФ для описания и классификации вертикальных профилей скорости звука в океане // Океанология. 1983. Т. 23, № 3. С. 492–495.

46. *Гандин Л. С.* Объективный анализ метеорологических полей. Л.: Гидрометео-издат. 1963. 287 с.

47. *Годин О. А., Михин Д. Ю., Молчаков С. Я.* Обратная задача геометрической акустики движущейся среды // Изв. АН СССР, ФАО. 1991. Т. 27, № 2. С. 139–150.

48. *Голубев В. Н., Петухов Ю. В.* Звуковой канал в осадках глубокого океана: Препринт НИРФИ № 282. 1989.

49. *Гончаров В. В., Куртенов В. М.* Численные эксперименты по томографии океана // ДАН СССР. 1987. Т. 297, № 6. С. 1461–1465.

50. *Гончаров В. В., Куртенов В. М.* Численные эксперименты по томографии океана // Акустика океанской среды / Под ред. Л. М. Бреховских и И. Б. Андреевой. М.: Наука. 1989. С. 107–115.

51. *Гончаров В. В., Куртенов В. М.* Успехи и проблемы акустической томографии океана // Акустические волны в океане / Под ред. Л. М. Бреховских, И. Б. Андреевой. М.: Наука. 1987. С. 15–23.
52. *Гончарский А. В., Черепашук А. М., Ягола А. Г.* Численные методы решения обратных задач астрофизики. М.: Наука. 1978. 335 с.
53. *Горская Н. В., Горский С. М., Зверев В. А.* и др. Коротковолновая дифракция в многомодовом слоистом волноводе // Акуст. журн. 1988. Т. 34, № 1. С. 55–59.
54. *Горская Н. В., Зверев В. А., Николаев Г. Н.* и др. О реконструкции пространственной локализации вторичных гидроакустических источников // Сб. тезисов XI Всесоюзной конф. М.: АКИН. 1991. С. 16–18.
55. *Горская Н. С., Раевский М. А.* О многократном рассеянии низкочастотных акустических волн на поверхностном волнении // Акуст. журн. Т. 32, № 4. С. 533–536.
56. *Горская Н. С., Раевский М. А.* О трансформации акустических волн на поверхностном волнении // Акуст. журн. 1985. Т. 31, № 2. С. 186–192.
57. *Горская Н. В., Раевский М. А.* Эффекты многократного рассеяния низкочастотных акустических волн на ветровом волнении // Акуст. журн. 1986. Т. 32. С. 533–536.
58. *Горюнов А. А., Сасковец А. В.* Обратные задачи рассеяния в акустике. М.: МГУ. 1989. 150 с.
59. *Гринлиф Дж. Ф.* Ультразвуковая реконструктивная томография // ТИИЭР. 1983. Т. 71, № 3. С. 54–63.
60. *Гудмен Р. Р., Робинсон А. З.* Измерение коэффициента отражения с помощью сигналов от взрывов // Акустика морских осадков / Под ред. Л. Хэмптона. М.: Мир. 1977. С. 499–524.
61. *Де Санто Дж. А.* Теоретические методы в акустике океана // Акустика океана / Под ред. Дж. де Санто. М.: Мир. 1982. С. 16–90.
62. *Диденкулов И. Н., Нечаев А. Г.* Акустическая спектротомография океана // 4 Всесоюзный симпозиум по вычислительной томографии. Тезисы докладов. Ч. 2. Ташкент, 1989. С. 29–30.
63. *Диденкулов И. Н., Нечаев А. Г.* Акустическая эмиссионная томография океана // Акуст. журн. 1989. Т. 35, № 3. С. 461–467.
64. *Долин Л. С., Нечаев А. Г.* Модовое описание интерференционной структуры акустического поля в волноводе со статистически неровной стенкой // Изв. вузов. Радиофизика. 1981. Т. 24, № 11. С. 1337–1345.
65. *Елисеевич В. А.* Выделение нормальных волн в мелком море вертикальной линейной антенной // Акуст. журн. 1986. Т. 32, № 1. С. 54–60.
66. *Зайцев В. Ю., Курин В. В.* Лабораторное моделирование томографического восстановления структуры океанического волновода по возмущениям характеристик нормальных волн зондирующего акустического сигнала // 4 Всесоюзный симпозиум по вычислительной томографии. Тезисы докладов. Ч. 2. Ташкент, 1989. С. 35.
67. *Зайцев В. Ю., Нечаев А. Г., Островский Л. А.* Вопросы модовой томографии океана // Акуст. журн. 1988. Т. 34, № 1. С. 193.
68. *Зайцев В. Ю., Нечаев А. Г., Островский Л. А.* Об алгоритме трехмерной модовой томографии океана // Акуст. журн. 1987. Т. 33, № 6. С. 1124–1125.

69. *Зайцев В. Ю., Нечаев А. Г., Островский Л. А.* О возможностях модовой томографии океана // *Акустика океанской среды / Под ред. Л. М. Бреховских и И. Б. Андреевой.* М.: Наука. 1989. С. 98–107.
70. *Зайцев В. Ю., Раевский М. А.* О трансформации пространственно-временного спектра волнового поля в волноводе со случайной границей // *Изв. вузов. Радиофизика.* 1985. Т. 28, № 1. С. 65–74.
71. *Зверев В. А.* Радиооптика. М.: Сов. радио. 1975. 304 с.
72. *Ивакин А. И.* Обратное рассеяние звука дном океана. Теория и эксперимент // *Акустика океанской среды / Под ред. Л. М. Бреховских и И. Б. Андреевой.* М.: Наука. 1989. С. 160–169.
73. *Ивакин А. И., Лысанов Ю. П.* Определение некоторых параметров морских осадков по данным акустического зондирования // *Акуст. журн.* 1985. Т. 31, № 6. С. 807–809.
74. *Иванссон С.* Сейсмическая скважинная томография – теория и методы вычислений // *ТИИЭР.* 1986. Т. 74, № 2. С. 99–111.
75. Интерференция широкополосного звука в океане / Под ред. В. А. Зверева и Е. Ф. Орлова. Горький: ИПФ АН СССР. 1984. С. 185.
76. *Исмару А.* Распространение и рассеяние волн в случайно-неоднородных средах. Т. 1, 2. М.: Мир. 1981. С. 280, 317.
77. *Кайно Г. С.* Методы акустической визуализации в неразрушающем контроле // *ТИИЭР.* 1979. Т. 67, № 4. С. 78–96.
78. *Каменкович В. М., Кошляков М. Н., Монин А. С.* Синоптические вихри в океане. Л.: Гидрометеиздат. 1982. 264 с.
79. *Каретникова И. Р., Нечаев А. Г., Хилько А. И.* Особенности диагностики меняющихся во времени случайных неоднородностей волновода с помощью сложных импульсных сигналов // *Изв. вузов. Радиофизика.* 1990. № 12.
80. *Карновский М. И., Пугач В. П., Торопов А. И.* Выделение мод в волноводах дискретными антеннами // *Акустика и ультразвуковая техника.* Киев: 1984. № 19. С. 104–105.
81. *Кляцкин В. И.* Стохастические уравнения и волны в случайно-неоднородных средах / Гл. ред. физ.-мат. лит. М.: Наука. 1980. 336 с.
82. *Клячин Б. И.* Многократное рассеяние плоской волны на неровной поверхности при наличии приповерхностного волноводного канала // *ДАН СССР.* 1984. Т. 278, № 1. С. 69–72.
83. *Кравцов Ю. А., Кузькин В. М., Петников В. Г.* Приближенный подход к задаче о дифракции волн в многомодовых волноводах с плавноменяющимися параметрами // *Изв. вузов. Радиофизика.* 1983. Т. 26, № 4. С. 440–446.
84. *Кравцов Ю. А., Петников В. Г.* О возможностях фазовой томографии океана с использованием нормальных волн // *Изв. АН СССР, ФАО.* 1986. Т. 22, № 9. С. 992–994.
85. *Кряжев Ф. И., Кудряшов В. М.* Влияние рассеяния на границе на звуковое поле в волноводе // *Проблемы акустики океана / Под ред. Л. М. Бреховских и И. Б. Андреевой.* М.: Наука. 1984. С. 57–69.
86. *Кряжев Ф. И., Кудряшов В. М.* Звуковое поле в волноводе со статистически шероховатой адмитансной границей // *Акуст. журн.* 1984. Т. 30, № 5. С. 662–666.

87. *Кряжев Ф. И., Кудряшов В. М.* Пространственная и временная корреляционные функции звукового поля в волноводе с неровными границами // Акуст. журн. 1978. Т. 24, № 2. С. 209–215.

88. *Кудряшов В. М.* Влияние рассеяния на шероховатой статистически однородной границе на звуковое поле при наличии волноводного распространения // Акуст. журн. 1971. Т. 17, № 4. С. 582–587.

89. *Кудряшов В. М.* К расчету акустических полей в волноводах со статистически неровной поверхностью // Мат. проблемы геофизики. Новосибирск: Наука. 1973. В. 4. С. 256–272.

90. *Куртепов В. М.* Влияние внутренних волн, волн Россби, мезомасштабных вихрей и течений на распространение звука в океане // Акустика океана. Современное состояние / Под ред. Л. М. Бреховских и И. Б. Андреевой. М.: Наука. 1982. С. 36–52.

91. *Куртепов В. М.* Влияние волн Россби на распределение скорости звука в океане // Акуст. журн. 1983. Т. 29, № 1. С. 80–83.

92. *Курьянов Б. Ф.* Подводные шумы океана // Акустика океана. Современное состояние / Под ред. Л. М. Бреховских и И. Б. Андреевой. М.: Наука. 1982. С. 164–174.

93. *Курьянов Б. Ф., Клячин Б. И.* Применение теории переноса излучения к задачам распространения шумов океана // Проблемы акустики океана / Под ред. Л. М. Бреховских и И. Б. Андреевой. М.: Наука. 1984. С. 16–30.

94. *Левин Г. Г., Вишняков Г. Н.* Оптическая томография. М.: Радио и связь. 1989. 223 с.

95. *Луитт Р. М.* Алгоритмы реконструкции с использованием интегральных преобразований // ТИИЭР. 1983. Т. 71, № 3. С. 111–125.

96. *Лысанов Ю. П.* Рассеяние звука неровными поверхностями // Акустика океана / Под ред. Л. М. Бреховских. М.: Наука. 1974. С. 231–330.

97. *Лысанов Ю. П., Белоусов А. В.* Распространение звука в приповерхностном канале с неровной границей при многократном рассеянии // Судостроит. промышленность. Сер. Акустика. 1986. В. 1. С. 73–79.

98. *Лысанов Ю. П., Плоткин А. М., Шапиро Г. И.* Влияние внутритермоклинных линз на акустические поля в океане // Изв. АН СССР, ФАО. 1989. Т. 25, № 12. С. 1272–1280.

99. *Любавин Л. Я., Нечаев А. Г.* Акустическая интерференционная томография океана // Акуст. журн. 1989. Т. 35, № 4. С. 703–709.

100. *Маковски А.* Физические проблемы реконструктивной томографии // ТИИЭР. 1983. Т. 71, № 3. С. 104–111.

101. *Мальцев Н. Е., Сабинин К. Д., Фурдуев А. В.* Акустико-океанологический эксперимент на линзе средиземноморских вод в Атлантическом океане // Акуст. журн. 1990. Т. 36, № 1. С. 86–93.

102. *Маркузе Д.* Оптические волноводы. М.: Мир. 1974. 164 с.

103. *Маслов В. К., Фейзханов У. Ф.* Пассивная длинноволновая томография излучающих систем // 4 Всесоюзный симпозиум по вычислительной томографии. Тезисы докладов. Ч. 1. Ташкент, 1989. С. 210.

104. *Мейнард Дж. Л., Саттон Дж. Х., Хассонг Д. М., Кронке Л. У.* Изучение скоростного разреза морских осадков методом отраженных волн при наклонном падении // Акустика морских осадков / Под ред. Л. Хэмптона. М.: Мир. 1977. С. 89–119.

105. *Мещерская А. В., Руховец Л. В., Юдин М. И., Яковлева Н. И.* Естественные составляющие метеорологических полей. Л.: Гидрометеониздат. 1970. 199 с.

106. *Моисеев А. А.* Поле точечного источника в океаническом волноводе в присутствии внутренних волн // Акуст. журн. 1987. Т. 33, № 3. С. 523–528.

107. *Моисеев А. А.* Поле собственных шумов случайно-неоднородного океана // Акуст. журн. 1987. Т. 33, № 6. С. 1105–1111.

108. *Морс Ф. М., Фешбах Г.* Методы теоретической физики. М.: Иностран. лит. 1958. Т. 1. 930 с.

109. *Некрасов А. Н.* О влиянии внутритермоклинного вихря на звуковое поле точечного источника в океане // Акуст. журн. 1988. Т. 34, № 2. С. 280–284.

110. *Нечаев А. Г.* Акустическое поле в волноводе со статистически неровной стенкой в приближении марковского случайного процесса // Изв. вузов. Радиофизика. 1983. Т. 26, № 4. С. 427–433.

111. *Нечаев А. Г.* Акустическое поле в подводном волноводе со случайными неоднородностями // Акуст. журн. 1985. Т. 31, № 3. С. 358–364.

112. *Нечаев А. Г.* Априорная информация в акустической интерференционной томографии океана // 3 Совещание по геотомографии. Свердловск: Ин-т геофизики УрО АН СССР. 1991. С. 60–61.

113. *Нечаев А. Г.* Затухание интерференционной структуры акустического поля в океане со случайными неоднородностями // Акуст. журн. 1987. Т. 33, № 3. С. 535–538.

114. *Нечаев А. Г.* Корреляционные характеристики звука в волноводе со статистически неровной стенкой // Изв. вузов. Радиофизика. 1982. Т. 25, № 3. С. 291–299.

115. *Нечаев А. Г.* Томография в акустике океана // Акустика в океане / Под ред. Л. М. Бреховских и И. Б. Андреевой. М.: Наука. 1991.

116. *Нечаев А. Г.* Флуктуации поля и интенсивности акустического сигнала в океане со взволнованной поверхностью: Препринт ИПФ АН СССР № 123. 1985.

117. *Нечаев А. Г., Хилько А. И.* Диагностика неоднородностей волновода по огибающей интенсивности импульсного сигнала // Радиофизика. 1990. Т. 33, № 1. С. 65–71.

118. *Нечаев А. Г., Хилько А. И.* Дифференциальная акустическая диагностика случайных неоднородностей океана // Акуст. журн. 1988. Т. 34, № 2. С. 285–289.

119. *Нечаев А. Г., Хилько А. И.* Определение локальных характеристик распределенных вдоль акустической трассы океанических неоднородностей // Акуст. журн. 1988. Т. 34, № 4. С. 694–699.

120. *Нечаев А. Г., Хилько А. И.* Реконструкция океанических неоднородностей вдоль акустической трассы методом дифференциальной диагностики: Препринт ИПФ АН СССР № 178. 1987.

121. *Нечаев А. Г., Хохлов В. Г.* Распространение низкочастотного звука в океане со взволнованной поверхностью: Препринт ИПФ АН СССР № 116. 1985.

122. *Нечаев А. Г., Хохлов В. Г., Шерешевский И. А.* Распределение интенсивности звука по глубине в океане со взволнованной поверхностью // Судостроит. промышленность. Сер. Акустика. 1986. В. 1. С. 79–85.

123. *Нечаев А. Г., Хохлов В. Г., Шерешевский И. А.* Спектральные характеристики звука в океане со взволнованной поверхностью // Тезисы докладов на 3 Съезде сов. океанологов. Акустика и оптика океанов. 1987. С. 86–87.

124. Обратные задачи в оптике / Под ред. Г. П. Болтса. М.: Машиностроение. 1984. 199 с.

125. *Обухов А. М.* О статически ортогональных разложениях эмпирических функций // Изв. АН СССР. Сер. геофиз. 1960, № 3. С. 432–439.

126. *Окомелькова И. А., Шерешевский И. А.* Расчет нормальных волн в слоистой среде: Препринт ИПФ АН СССР № 235. 1989.

127. *Пикалов В. В., Преображенский Н. Г.* Вычислительная томография и физический эксперимент // УФН. 1983. Т. 141, № 3. С. 469–498.

128. *Пикалов В. В., Преображенский Н. Г.* Неустойчивые задачи диагностики плазмы. Новосибирск: Наука. 1982. 237 с.

129. *Пикалов В. В., Преображенский Н. Г.* Реконструктивная томография в газодинамике и физике плазмы. Новосибирск: Наука. 1987. 231 с.

130. *Пискарев А. Л.* О расчете усредненных распределений звуковых полей в океане // Акуст. журн. 1989. Т. 35, № 4. С. 724–731.

131. Подводная акустика и обработка сигналов / Под ред. Л. Бьерне. М.: Мир. 1985. 301 с.

132. *Постнов Г. А.* Расчет характеристик распространения акустических волн высокой частоты в приповерхностном волноводе с неровной поверхностью // Акуст. журн. 1985. Т. 31, № 5. С. 633–638.

133. *Пузенко А. А.* Интерференционная структура функции взаимной когерентности поля в волноводе с флуктуирующим импедансом на одной из стенок // Изв. вузов. Радиофизика. 1977. Т. 20, № 8. С. 1185–1192.

134. *Пузенко А. А.* Распределение средней интенсивности в закрытом квазиоптическом волноводе с флуктуирующим импедансом на одной из стенок // Изв. вузов. Радиофизика. 1978. Т. 21, № 6. С. 865–874.

135. *Пузенко А. А., Чаевский Е. В.* О функции взаимной когерентности поля в закрытом квазиоптическом волноводе с флуктуирующим импедансом на одной из стенок // Изв. вузов. Радиофизика. 1987. Т. 21, № 6. С. 857–864.

136. Распространение волн и подводная акустика / Под ред. Дж. Б. Келлера, Дж. С. Пападакиса. М.: Мир. 1980. 229 с.

137. Распространение звука во флуктуирующем океане / Под ред. Флатте. Пер. с англ. М.: Мир. 1982. 334 с.

138. *Рытов С. М., Кравцов Ю. А., Татарский В. И.* Введение в статистическую радиофизику. Ч. 2. Случайные поля. М.: Наука. 1978. 463 с.

139. *Сабинин К. Д.* Внутренние волны в океане // Акустика океана. Современное состояние / Под ред. Л. М. Бреховских и И. Б. Андреевой. М.: Наука. 1982. С. 209–226.

140. *Сазонтов А. Г.* Расчет двухчастотной функции когерентности поля и временных интегральных характеристик импульсного сигнала в случайном-неоднородном океане // Акуст. журн. 1989. Т. 35, № 5. С. 908–916.

141. *Сазонтов А. Г., Фарфель В. А.* К расчету затухания НЧ звука в океане при рассеянии на внутренних волнах // Акуст. журн. 1986. Т. 32, № 4. С. 492–498.

142. *Сазонтов А. Г., Фарфель В. А.* Об однократном рассеянии акустического сигнала на внутренних волнах в подводном звуковом канале // Акуст. журн. 1986. Т. 32, № 5. С. 635–641.

143. Сейсмическая томография / Под ред. Г. Колеша. Пер. с англ. М.: Мир. 1990. 416 с.
144. *Слоффорд К. В.* Определение гидроакустических параметров из данных о потерях в дне // *Акустика дна океана* / Под ред. У. Купермана, Ф. М. Енсена. М.: Мир. 1984. С. 120–130.
145. *Гатарский В. И.* Распространение волн в турбулентной атмосфере. М.: Наука. 1967. 523 с.
146. *Тихонов А. Н., Арсенин В. Я.* Методы решения некорректных задач. М.: Наука. 1979. 285 с.
147. *Тихонов А. Н., Гончарский А. В., Степанов В. В., Ягола А. Г.* Регуляризирующие алгоритмы и априорная информация. М.: Наука. Гл. ред. Физ.-мат. лит. 1983. 200 с.
148. *Урик Р. Д.* Основы гидроакустики. Л.: Судостроение. 1978. 444 с.
149. *Физика океана. Т. 2. Гидродинамика океана* / Под. ред. В. М. Каменковича и А. С. Моница. М.: Наука. 1978. 455 с.
150. *Филлюшкин Ю. Б.* Представления полей температуры и солёности с помощью статистически ортогональных функций // *Океанология*. 1984. Т. 29, № 5. С. 756–763.
151. *Фицпатрик Д. Л.* Голографические методы получения сейсмических изображений // *ТИИЭР*. 1979. Т. 67, № 4. С. 109–130.
152. *Фролов В. М.* Многократное отражение луча от взволнованной поверхности океана // *Акуст. журн.* 1985. Т. 31, № 1. С. 103–110.
153. *Фурдуев А. В.* Шумы океана // *Акустика океана*. М.: Наука. 1974. С. 615–691.
154. *Хелгасон С.* Преобразование Радона. М.: Мир. 1983. 150 с.
155. *Хермен Г.* Восстановление изображений по проекции. М.: Мир. 1983. 349 с.
156. *Чаевский Е. В.* Функция взаимной когерентности поля в регулярном волноводе, заполненном неоднородной средой // *Изв. вузов. Радиофизика*. 1978. Т. 21, № 3. С. 357–367.
157. *Чупров С. Д.* Интерференционная структура звукового поля в слое океана // *Акустика океана. Современное состояние* / Под ред. Бреховских Л. М. и И. Б. Андреевой. М.: Наука. 1982. С. 71–91.
158. *Чупров С. Д.* Селекция мод и лучей в подводном звуковом канале // *Акустика океанской среды*. М.: Наука. 1989. С. 56–64.
159. *Швачко Р. Ф.* Флуктуации звука на неоднородностях толщи океана // *Акустика океана. Современное состояние* / Под ред. Л. М. Бреховских и И. Б. Андреевой. М.: Наука. 1982. С. 132–141.
160. *Шанг Е. Ц., Ванг Й. Й.* Численный расчет возмущений групповых скоростей волноводных мод // *Акуст. журн.* 1991. Т. 37, № 4. С. 789–793.
161. *Adams M. F., Anderson A. P.* Tomography from multiview ultrasonic diffraction data: comparison with image reconstruction from projections // *Acoustical Imaging*. 1980. V. 10. P. 365–380.
162. *Agnon Y., Malanotte-Rizzoli P., Cornuelle B. D., Spiesberger J. L., Spindel R. L.* The 1984 bottom-mounted Gulf Stream tomographic experiment // *JASA*. 1984. V. 85, № 5. P. 1958–1966.
163. *Barth N., Wunsch C.* Oceanographic experiment design by simulated annealing // *J. Phys. Oceanography*. 1990. V. 20, № 9. P. 1249–1263.
164. *Belis A., Tappert F. D.* Coupled mode analysis of multiple rough surface scattering // *JASA*. 1979. V. 66, № 3. P. 811–827.

165. *Bleistein N., Cohen J. K., De Santo J. A., Hagin F. G.* Project review on geophysical and ocean sound speed profil inversion // *Inverse Problems of Acoustic and Elastic waves*. Philadelphia: SIAM. 1984. P. 236-249.
166. *Brown M. G.* Linearized travel time, intensity, and Waveform inversions in the ocean sound channel. A comparison // *JASA*. 1984. V. 75, № 5. P. 1451-1461.
167. *Brown M. G., Munk W. H., Spiesberger J. L., Worcester P. F.* Longrange acoustic transmission in the Northwest Atlantic // *J. Geophys. Res.* 1980. V. 85, № 5. P. 2699-2703.
168. *Censor Y., Gustafson D. E., Lent A., Tuy H.* A new approach to the emission computerized tomography problem: simultaneous calculation of attenuation and activity coefficients // *IEEE Trans. Nucl. Sci.* 1979. V. NS-26, № 2. P. 2775-2779.
169. *Chaloner C. A., Bond L. J.* Investigation of the 1-D inverse Born technique // *IEE Proc.* 1981. V. A134, № 3. P. 257-265.
170. *Chiu C. S., Desaubies Y.* A planetary Wave Analysis Using the Acoustic and Conventional Arrays in the 1981 Ocean Tomography Experiment // *J. Phys. Oceanography*. 1987. V. 17, № 3. P. 1270-1287.
171. *Cornuelle B. D.* Acoustic tomography // *IEEE Trans. on Geoscience and remote sensing*. 1982. V. GF-20, № 3. P. 326-332.
172. *Cornuelle B., Howe B. M.* High Spatial Resolution in Vertical Slice Ocean Acoustic Tomography // *J. Geophys. Res.* 1987. V. 92, № C11. P. 11, 680-11, 692.
173. *Cornuelle B., Munk W., Worcester P. F.* Ocean Acoustic Tomography From Ships // *J. Geophys. Res.* 1989. V. 94, № C5. P. 6232-6250.
174. *Cornuelle B., Munk W., Wunsch C. et al.* Tomographic maps of the ocean mesoscale. Pt 1: Pure acoustic // *J. Phys. Oceanography*. 1985. V. 15. P. 133-152.
175. *De Ferrary H. A., Hguyen H. B.* Acoustic reciprocal transmission experiments. Florida Strait // *JASA*. 1985. V. 79, № 2. P. 299-315.
176. *De Santo J. A.* Oceanic Sound Speed Profil Inversion // *IEEE, J. Ocean. Eng.* 1984. V. OE-9, № 1. P. 12-17.
177. *Devaney A. J.* Acoustic Tomography // *Inverse Problems of Acoustic and Elastic waves*. Philadelphia: SIAM. 1984. P. 250-273.
178. *Eisler T. J.* Critique of a Method of Munk and Wunsch for Evaluating Performance of Acoustic Tomography // *J. Geophys. Res.* 1987. V. 92, № C5. P. 5052-5060.
179. *Eisler T. J., New P., Calderon D.* Resolution and variance in acoustic tomography // *JASA*. 1982. V. 72, № 6. P. 1965-1977.
180. *Eisler T. J., Porter D. L., Calderone D.* Resolution, Bias and Variance in Tomographic Estimates of Sound Speed and Currents // *J. Geophys. Res.* 1984. V. 89, № C6. P. 10, 469-10, 478.
181. *Eisler T. J., Stevenson D. A.* Performance bound for acoustic tomography in vertical ocean slice // *IEEE J. Oceanic. Eng.* 1986. № OE-11. P. 72-78.
182. *En-Chen Lo, Ti-Xun Zhou, Er-Chang.* Normal mode filtering in shallow water // *J. Acoust. Soc. Amer.* 1983. V. 74, № 6. P. 1883.
183. *Ferris K. H.* Comparison of measured and calculated normal mode amplitude function of acoustic waves in shallow water // *J. Acoust. Soc. Amer.* 1972. V. 52. P. 981.



184. *Flatte S. M.* Principles of acoustic tomography of internal waves // IEEE Proc. Ocean S'83. 1983. P. 372-377.
185. *Flatte S. M., Stoughton R. B.* Theory of Acoustic Measurement of Internal Wave Strength as a Function of Depth, Horizontal Position and Time // J. Geoph. Res. 1986. V. 91, № C6. P. 7709-7720.
186. *Fortuin L., De Boer J. G.* Spatial and Temporal Correlation of the Sea Surface // JASA. 1971. V. 49, № 5 (p2). P. 1677-1679.
187. *Frankenthal S.* The mutual coherence function in a scattering channel. A two-scale solution // JASA. 1989. V. 85, № 1. P. 104-113.
188. *Gaillard F.* Ocean Acoustic Tomography With Moving Sources or Receivers // J. Geophys. Res. 1985. V. 90, № C6. P. 11,891-11,898.
189. *Gaillard F., Cornuelle B.* Improvement of Tomographic Maps By Using Surface-Reflected Rays // J. Phys. Oceanography. 1987. V. 17. P. 1458-1467.
190. *Garrett C. J. R., Munk W. H.* Space-time scales of internal waves: a progress report // J. Geophys. Res. 1975. V. 80, № 3. P. 291-297.
191. *Georges T. M., Jones R. M., Riley J. P.* Simulating Ocean Acoustic Tomography Measurements with Hamiltonian Ray Tracing // IEEE J. Oceanic. Eng. 1986. V. 11, № 1. P. 58-71.
192. *Greenleaf I. F., Thomas P. I., Rajagopalan B.* Effect of diffraction on ultrasonic computer-assisted tomography // Acoustical Holography. 1979. V. 2. P. 39-80.
193. *Guthrie A. N., Fitzgerald R. M., Nutile D. A., Shaffer J. D.* Longrange low-frequency CW propagation in the deep ocean: Antigua- Newfoundland // JASA. 1974. V. 56. P. 58-69.
194. *Hamilton K. G., Siegman W. L., Jacobson M. J.* Simplified calculation due to ocean-environmental variation // JASA. 1980. V. 67, № 4. P. 1193-1206.
195. *Howe B. M.* Multiple Receivers in Single Vertical Slice Ocean Acoustic Tomography Experiments // J. Geophys. Res. 1987. V. 92, № C9. P. 9479-9486.
196. *Howe B. M., Worcester P. F., Spindel R. C.* Ocean Acoustic Tomography: Mesoscale Velocity // J. Geophys. Res. 1987. V. 92, № C4. P. 3785-3805.
197. *Itzikowitz S., Jacobson M. J., Siegmann W. L.* Modelling of longrange acoustic transmission through cyclonic and anticyclonic eddies // JASA. 1983. V. 73, № 5. P. 1556-1566.
198. *Jobst W., Dominijanni L.* Measurements of the temporal, spatial and frequency stability of the underwater acoustic channel // JASA. 1979. V. 65, № 1. P. 62-69.
199. *Jones R. M., Georges T. M., Nesbitt L., Tallamraju R., Weickmann A.* Vertical-Slice Ocean - Acoustic Tomography. Extending Abel Inversion to Nonaxial Sources and Receivers // J. de Phys. 1990. V. 51, № C2. P. 1013-1016.
200. *Kaveh M. et al.* Experimental results in ultrasonic diffraction tomography // Acoustical Imaging. 1979. V. 9. P. 433-451.
201. *Kerr R. A.* Acoustic tomography at the ocean // Science. 1982. V. 217, № 4554. P. 38.
202. *Kibblewhite A. C., Shooter J. A., Watkins S. L.* Examination of attenuation a very low frequencies using the deep-water ambient noise field // JASA. 1976. V. 60, № 5. P. 1040-1047.

203. *Ko D. S., De Ferrari H. A., Malanotte-Rizzoli P.* Acoustic Tomography in the Florida Strait: Temperatur, Current and Vorticity Measurements // *J. Geoph. Res.* 1989. V. 94, № C5. P. 6197-6211.
204. *Lan N. P., De Ferrari H. A.* Numerical Modelling of Acoustic Tomography in the Straits of Florida: Sensitivity to Bathymetry // *JASA.* 1987. V. 81, № 5. P. 1385-1398.
205. *Lawrence W. B., Spiesberger J. L.* Measurements of a Barotropic Planetary Vorticity Mode in an Eddy Resolving Quasi-Geostrophic Model Using Acoustic Tomography // *J. Phys. Oceanography.* 1989. V. 19, № 7. P. 865-870.
206. *Legters G. R., Weinberg N. L., Clark J. G.* Long-range Atlantic acoustic multipath identification // *JASA.* 1983. V. 73, № 5. P. 1571-1580.
207. *Lesselier D., Duchene B., Tabbara W.* Imaging inhomogeneous media by diffraction tomography techniques. Critical examination and prospects // *Ivers Problems: An Interdisciplinary Study / Ed. by P. C. Sabatier.* Academic Press. 1987. P. 35-49.
208. *Longuet-Higgins M.* On triangular tomography // *Dynamics of Atmospheres and Oceans.* 1982. V. 7, № 1. P. 33-46.
209. *Malanotte-Rizzoli P.* Long-Range Inversion for Ocean Acoustic Tomography // *J. Geophys. Res.* 1985. V. 90, № C4. P. 7098-7116.
210. *Malanotte-Rizzoli P., Cornuelle B. D., Haidvogel D. B.* Gulf stream acoustic tomography: modelling simulations // *Ocean modelling.* 1982. V. 46, № 10. P. 10-14.
211. *Malanotte-Rizzoli P., Holland W. P.* Gyre-scale acoustic tomography: modeling simulations // *J. Phys. Oceanography.* 1985. V. 15, № 4. P. 416-438.
212. *Malanotte-Rizzoli P., Spiesberger J. L., Chajez M.* Gulf stream variability for acoustic tomography // *Deep. Sea Res.* 1985. V. 32, № 2A. P. 237-250.
213. *Mercer J. A., Booker J. B.* Long range propagation of sound through oceanic mesoscale structure // *J. Geophys. Res.* 1983. V. 88. C. 1. P. 689-699.
214. *Mercer J. A., Felton W. J., Booker J. R.* Three - dimensional eigen rays through ocean mesoscale structure // *JASA.* 1985. V. 78, № 1. Part 1. P. 157-163.
215. *Miller J. H., Lynch J. F., Ching-Sand Chin.* Estimation of sea surface spectra using acoustic tomography // *JASA.* 1989. V. 86, № 1. P. 326-345.
216. *Miller J. H., Lynch J. F., Ching-Sand Chin.* Phase and travel-time variability of adiabatic acoustic normal modes due to scattering from a rough sea surface with applications to propagation in shallow-water and high-latitude regions // *JASA.* 1989.
217. *Mueller R. K.* Diffraction tomography I: The wavy equator // *Ultrason. Imag.* 1980. V. 2. P. 213-222.
218. *Munk W.* Horizontal deflection of acoustic paths by mesoscale eddies // *J. Phys. Oceanography.* 1980. V. 10, № 4. P. 596-604.
219. *Munk W., Forbes A. M. G.* Global Ocean Warming: An Acoustic Measure? // *J. Phys. Oceanography.* V. 19, № 11. P. 1765-1778.
220. *Munk W., Wunsch C.* Bias in Acoustic travel time through an Ocean with adiabatic Range dependence // *Geophys. and Astrophys. Fluid Dynamics.* 1987. V. 39, № 1+2. P. 1-24.
221. *Munk W., Wunsch C.* Biases and Caustics in Long Range Acoustic Tomography // *Deep Sea Res.* 1985. V. 32, № 11. P. 1317-1346.

222. *Munk W., Wunsch C.* Observing the Oceans in the 1990's Phil // Trans. Roy Soc. London. A. 1982. V. 307, № 1499. P. 439-464.
223. *Munk W., Wunsch C.* Ocean acoustic tomography: a scheme for large scale monitoring // Deep Sea Res. A. 1979. V. 26, № 2A. P. 123-161.
224. *Munk W., Wunsch C.* Ocean acoustic tomography: large scale climate measurements and modelling // Ocean modelling. 1982. № 43. P. 1-4.
225. *Munk W., Wunsch C.* Ocean acoustic tomography: Rays and modes // Rex. Geophys. and Space phys. 1983. V. 21, № 4. P. 777-793.
226. *Munk W., Wunsch C.* Up-down resolution in ocean acoustic tomography // Deep Sea Res. 1982. V. 29, № 12A. P. 1415-1436.
227. *Munk W., Zachariasen F.* Sound propagation through a fluctuating stratified ocean // JASA. 1976. V. 59. P. 818-838.
228. *Norton S. J., Testardi L. R.* Reconstruction of one-dimensional inhomogeneities in elastic modulus and density using acoustic dimensional resonances // J. Acoust. Soc. Amer. 1986. V. 79, № 4. P. 932-941.
229. Ocean tomography group: A demonstration of ocean acoustic tomography // Nature. 1982. V. 299. P. 121-125.
230. *Palmer D. R., et al.* Ray path identification and acoustic tomography in the straits of Florida // J. Geophys. Res. 1985. V. C90, № 3. P. 4977-4989.
231. *Pierson W. J., Moskovitz H.* A proposed spectral form for fully developed wind sea based on the similarity theory of S. A. Kitaigorodsky // J. Geophys. Res. 1985. V. 69, № 24. P. 5181-5190.
232. *Shang E. C.* Ocean Acoustic Tomography Based on Adiabatic Mode Theory // JASA. 1989. V. 85, № 4. P. 1531-1537.
233. *Shank M., Matthews W., Crumper A.* et al. Movement and acoustic influence of cyclonic eddies // Nav. Res. Rev. 1975. V. 28, № 6. P. 1-12.
234. *Smith P. R.* Quantitative evaluation of the acoustic attenuation in one dimension by an approximate inverse scattering method // Inverse Probl. 1987. V. 3, № 1. P. 135-141.
235. *Soumekh M., Kaveh M., Mueller R. K.* Fourier domain reconstruction methods with application to diffraction tomography // Acoustical Imaging. 1983. V. 13. P. 17-42.
236. *Spiesberger J. L.* Ocean acoustic tomography: Travel time biases // JASA. 1985. V. 77, № 1. P. 83-100.
237. *Spiesberger J. L.* Remote sensing of western boundary currents using acoustic tomography // JASA. 1989. V. 86, № 1. P. 346-351.
238. *Spiesberger J. L., Bushong P. J., Metzger K. Jr., Birdsall T. G.* Basin-scale tomography: Synoptic measurements of a 4000 km length section in the Pacific // J. Phys. Oceanography. 1989. V. 19, № 8. P. 1073-1090.
239. *Spiesberger J. L., Bushong P. J., Metzger K. Jr., Birdsall T. G.* Ocean Acoustic tomography: Estimating the acoustic travel time with phase // IEEE J. Oceanic. Eng. 1989. V. 14. P. 108-119.
240. *Spiesberger J. L., Spindel R. C., Metzger K.* Stability and identification of ocean acoustic multipaths // JASA. 1980. V. 67, № 1. P. 2011-2017.
241. *Spiesberger J. L., Worcester P. F.* Fluctuation of resolved acoustic multipaths at long range in the ocean // JASA. 1981. V. 70, № 2. P. 565-576.
242. *Spiesberger J. L., Worcester P. F.* Perturbation in travel time and ray geometry due to mesoscale disturbance: A comparison of exact and approximate methods // JASA. 1983. V. 74, № 4. P. 219-255.

243. *Spindel R. S.* Ocean acoustic tomography. A new measuring tool // *Oceanus*. 1982. V. 25, № 2. P. 12–21.
244. *Spindel R. S., Spiesberger J. L.* Multipath variability due to the Gulf Stream // *JASA*. 1981. V. 69, № 4. P. 982–988.
245. *Spofford C. W., Stokes A. P.* An iterative perturbation approach for ocean acoustic tomography // *JASA*. 1984. V. 75, № 5. P. 1443–1450.
246. *Stoughton R. B., Flatte S. M., How B. M.* Acoustic Measurements of Internal Wave rms Displacement and rms Current off Bermuda in Late 1983 // *J. Geoph. Res.* 1986. V. 91, № C6. P. 7721–7732.
247. *Ta Kenchi Tomoyoshi.* Ocean acoustic tomography // *J. Acoust. Soc. Jap.* 1986. V. 42, № 7. P. 575–585.
248. The MODE Group // *Deep Sea Res.* 1978. V. 25, № 10. P. 858–910.
249. *Thomson G.* Ray-theoretical amplitude inversion for lateral varying velocity structure below NORSAR // *Geophys. J. Royal Astronomical Society*. 1983. V. 74, № 2. P. 525–558.
250. *Tindler C. T., Guthrie K. M., Bold G. E.* et al. Measurement of the frequency dependence of normal modes // *J. Acoust. Soc. Amer.* 1986. V. 79, № 4. P. 932–941.
251. *Wilson H. L., Tappert F. D.* Acoustic propagation in random oceans using the radiation transport equation // *JASA*. 1979. V. 66, № 1. P. 256–274.
252. *Worcester P.* An example of ocean acoustic multipath identification at long range using both travel time and vertical arrival angle // *JASA*. 1981. V. 70, № 6. P. 1743–1747.
253. *Worcester P.* Reciprocal acoustic transmission in a midocean environment // *J. Acoust. Soc. Amer.* 1977. V. 62, № 4. P. 895–905.
254. *Worcester P., Spindel R., Howe B.* Reciprocal acoustic transmissions; Instrumentation for mesoscale monitoring of ocean currents // *IEEE J. Ocean. Eng.* 1985. V. 10, № 2. P. 123–137.
255. *Wunsch C.* Properties for inverse analysis of sound propagation in simple oceanic waveguides // *J. Marine Res.* 1980. V. 38, № 3. P. 413–433.
256. *Yang T. C.* A method of range and depth estimation by modal decomposition // *J. Acoust. Soc. Amer.* 1987. V. 82. P. 1736–1745.
257. *Yang T. C.* Effectiveness of mode of mode filtering: A comparison of matched-field and matched-mode processing // *J. Acoust. Soc. Amer.* 1990. V. 87, № 5. P. 2072–2084.
258. *Yehuda A., Malaunotte-Rizzoli P., Cornuelle B. D., Spiesberger J. L., Spindel R. L.* The 1984 bottom-mounted Gulf Stream tomographic experiment // *JASA*. 1989. V. 85, № 5. P. 1958–1966.

## СОДЕРЖАНИЕ

Введение .....	5
1. Основные принципы акустической томографии океана .....	19
1.1. Классификация неоднородностей .....	19
1.2. Описание звуковых полей и характер распространения звука в океане .....	22
1.2.1. Краткая характеристика подходов, используемых при описании звуковых полей .....	22
1.2.2. Понятие геометрического и физического лучей. Френелевские объемы .....	29
1.3. Методы акустической томографии океана .....	32
1.3.1. Классификация методов акустической томографии океана ...	32
1.3.2. Методы реконструкции гиромасштабных и синоптических неоднородностей .....	34
1.3.3. Методы реконструкции мезо- и мелкомасштабных неоднородностей .....	36
1.3.4. Методы эмиссионной акустической томографии океана .....	41
1.3.5. Методы сейсмо-акустической томографии осадочного слоя дна океана .....	42
1.4. Методы дискретизации .....	44
1.4.1. Использование базисных функций .....	45
1.4.2. "Скользкая" дискретизация .....	47
1.4.3. "Точечная" дискретизация .....	47
1.5. Методы решения задач инверсии. Способы задания априорной информации .....	48
1.5.1. Метод регуляризации .....	48
1.5.2. Метод сингулярных разложений. Обобщенное обращение .....	50
1.5.3. Статистический подход к решению задачи инверсии .....	56
2. Методы реконструкции гиромасштабных и синоптических неоднородностей .....	60
2.1. Лучевой метод .....	60
2.1.1. Организация акустического мониторинга океана .....	60
2.1.2. Интегральное уравнение и его линеаризация .....	63
2.1.3. О соотношении между числом неизвестных и уравнений .....	72
2.1.4. Итерационный подход к решению слабонелинейной задачи .....	75
2.1.5. Основные проблемы лучевой акустической томографии .....	76
2.2. Численные эксперименты по лучевой томографии .....	80
2.2.1. Восстановление вариаций поля скорости звука в движущемся вихре .....	81
2.2.2. Имитация случайных и систематических ошибок измерений .....	84

2.2.3. Малопараметрические модели среды .....	87
2.2.4. Томография слоистых сред .....	91
2.3. Натурные эксперименты по лучевой томографии океана .....	93
2.3.1. Технические особенности и схемы организации .....	93
2.3.2. Томография в глубоком море .....	95
2.3.3. Томография в мелком море .....	96
2.4. Модовый метод .....	97
2.4.1. О разрешимости лучей и мод в океанических волноводах .....	97
2.4.2. Алгоритм трехмерной модовой томографии океана .....	102
2.4.3. Численное и лабораторное моделирование модовой томографической схемы .....	107
2.5. Интерференционный метод .....	116
2.5.1. Интегральное уравнение интерференционной томографии ..	121
2.5.2. Априорная информация .....	124
2.5.3. Сглаживание интерференционной структуры .....	128
2.5.4. Оценка точности реконструкции поля скорости звука .....	134
3. Дифракционные методы акустической томографии океана .....	141
3.1. Дифракционные методы томографии, основанные на приближении однократного рассеяния .....	142
3.1.1. Дифракционные методы томографии в однородном безграничном пространстве .....	142
3.1.2. Особенности дифракционных методов акустической томографии неоднородностей поля скорости звука в океаническом волноводе .....	146
3.1.3. Варианты перебора проекций .....	152
3.2. Импульсная дифракционная томография случайных неоднородностей океана .....	156
3.2.1. Интегральное уравнение импульсной дифракционной томографии .....	158
3.2.2. Локационный метод .....	162
3.2.3. Дифференциальный метод .....	166
3.2.4. Влияние временной изменчивости океанических неоднородностей .....	173
3.3. Дифракционные методы томографии локализованных неоднородностей океана .....	179
3.3.1. Реконструкция локализованных неоднородностей океана по измерениям интерференции прямого и дифрагированного полей .....	180
3.3.2. Некоторые закономерности дифракции акустических полей, влияющие на эффективность реконструкции локализованных неоднородностей .....	184
3.3.3. Томографическая реконструкция малоракурсных изображений .....	192
3.4. Доплеровская томография взволнованной поверхности океана .....	201

3.4.1. Эффект Доплера при рассеянии звука на морском волнении.....	202
3.4.2. Затухание когерентной компоненты звука.....	205
3.4.3. Нелинейные искажения при реконструкции.....	208
3.4.4. Уширение частотного спектра звукового поля.....	210
3.4.5. Натурный эксперимент.....	212
<i>Приложение 1.</i> Эмпирические ортогональные функции (ЭОФ).....	218
<i>Приложение 2.</i> Квадратичные поправки для времен прихода сигналов по лучам.....	225
<i>Приложение 3.</i> Роль априорной информации в приближении плоскостойстого опорного волновода.....	229
<i>Приложение 4.</i> Сглаживание ИС за счет немонохроматичности акустического сигнала.....	233
<i>Литература</i> .....	235

## CONTENTS

Introduction.....	5
1. The main principles of acoustic ocean tomography .....	19
1.1. Classification of inhomogeneities .....	19
1.2. Description of sound fields and the character of sound propagation in the ocean .....	22
1.2.1. Brief characteristic of the approaches used to describe sound fields.....	22
1.2.2. Geometrical and physical rays. Fresnel volumes.....	29
1.3. Methods of acoustic ocean tomography.....	32
1.3.1. Classification of methods of acoustic ocean tomography.....	32
1.3.2. Methods of reconstructing gyroscale and synoptic inhomogeneities.....	34
1.3.3. Methods of reconstructing meso- and small-scale inhomogeneities .....	36
1.3.4. Methods of emission acoustic ocean tomography.....	41
1.3.5. Methods of seismo-acoustic tomography of the sedimentary layer of the ocean bottom .....	42
1.4. Methods of digitization.....	44
1.4.1. Application of basic functions .....	45
1.4.2. "Moving" digitization .....	47
1.4.3. "Point" digitization .....	47
1.5. Methods of the solution of inversion problems. Ways of assigning a priori information.....	48
1.5.1. Method of regularization .....	48
1.5.2. Method of singular expansions. Generalized inversion.....	50
1.5.3. Statistic approach to the solution of the inversion problem .....	56
2. Methods of reconstructing gyroscale and synoptic inhomogeneities.....	60
2.1. Ray method.....	60
2.1.1. Organization of acoustic ocean monitoring.....	60
2.1.2. Integral equation and its linearization .....	63
2.1.3. On the relation between the number of unknown numbers and equations.....	72
2.1.4. Iteration approach to the solution of the weakly linear problem .....	75
2.1.5. The main problems of the ray acoustic tomography .....	76
2.2. Numerical experiments on the ray tomography .....	80



2.2.1. Restoration of variations of the sound velocity field in the moving vortex.....	81
2.2.2. Imitation of random and systematic errors of measuring .....	84
2.2.3. Smallparametric models of medium .....	87
2.2.4. Tomography of layered media .....	91
2.3. Full-scale experiments on the ray ocean tomography.....	93
2.3.1. Engineering peculiarities and schemes of organization.....	93
2.3.2. Tomography in deep sea .....	95
2.3.3. Tomography in shallow sea .....	96
2.4. Mode method .....	97
2.4.1. On ray and mode separation in ocean waveguides .....	97
2.4.2. Algorithm of three-dimensional mode ocean tomography .....	102
2.4.3. Numerical and laboratory modeling of the mode tomographic scheme.....	107
2.5. Interference method .....	116
2.5.1. Integration equation of interference tomography.....	121
2.5.2. A priori information.....	124
2.5.3. Smoothing of the interference structure.....	128
2.5.4. The estimate of the accuracy of the reconstruction of the sound velocity field.....	134
3. Diffraction methods of acoustic ocean tomography.....	141
3.1. Diffraction methods of tomography based on the approximation of single scattering .....	142
3.1.1. Diffraction methods of tomography in homogeneous unbounded space.....	142
3.1.2. Peculiarities of diffraction methods of acoustic tomography of inhomogeneities of the sound velocity field in the ocean waveguide.....	146
3.1.3. Variants of search for projections .....	152
3.2. Pulsed diffraction tomography of random ocean inhomogeneities.....	156
3.2.1. Integral equation of pulsed diffraction tomography.....	158
3.2.2. Location method .....	162
3.2.3. Differential method .....	166
3.2.4. Effect of time variability of ocean inhomogeneities.....	173
3.3. Diffraction methods of tomography of localized ocean inhomogeneities.....	179
3.3.1. Reconstruction of localized ocean inhomogeneities by measuring the interference of direct and diffraction fields .....	180
3.3.2. Some regularities of diffraction of acoustic fields affecting the efficiency of reconstructing localized inhomogeneities.....	184
3.3.3. Tomographic reconstruction of one-view images .....	192

<b>3.4. Doppler tomography of roughed ocean surface</b> .....	<b>201</b>
<b>3.4.1. Doppler effect arising at the sound scattering         by sea waves</b> .....	<b>202</b>
<b>3.4.2. Damping of coherent sound component</b> .....	<b>205</b>
<b>3.4.3. Nonlinear distortions caused by reconstruction</b> .....	<b>208</b>
<b>3.4.4. Widening of the sound field frequency spectrum</b> .....	<b>210</b>
<b>3.4.5. Full-scale experiment</b> .....	<b>212</b>
<b>Appendix 1. Empirical orthogonal functions (EOF)</b> .....	<b>218</b>
<b>Appendix 2. Quadratic corrections for times of signals arrival     along rays</b> .....	<b>225</b>
<b>Appendix 3. Role of a priori information in the approximation     of the plane-laminar reference waveguide</b> .....	<b>229</b>
<b>Appendix 4. Smoothing over IS due to non-monochromaticity     of the acoustic signal</b> .....	<b>233</b>
<b>Reference</b> .....	<b>235</b>

V. V. Goncharov, V. Yu. Zaitsev, V. M. Kurtepov,  
A. G. Nechaev, A. I. Khilko

## ACOUSTIC OCEAN TOMOGRAPHY

### ABSTRACT

The monograph deals with studying one of the most interesting trends of present ocean acoustics which applies tomography to the problem of reconstructing ocean medium inhomogeneities. We analyze concrete peculiarities arising due to the use of the principles of the tomographic reconstruction of various types of inhomogeneities based on the results of sound probing (tomographic restoration of large-scale inhomogeneities such as vortices and frontal zones and smaller inhomogeneities, in particular, intrathermocline lenses, internal waves, turbulent fluctuations, surface waves, aggregation of fishes, ice floes, icebergs, etc). Special attention is paid to development of methods of tomographic monitoring in the ocean. A number of new original methods of tomographic reconstruction are proposed and developed: mode, interference and differential methods, diffraction tomography in Fresnel region and other. The mathematical apparatus, developed in present acoustics and radiophysics is used. The results of numerical modeling and processing of data, obtained by measuring in laboratory and in the ocean are given.

The book is intended for specialists in the field of hydroacoustics and radiophysics and also for post-graduate students and students of related specialities.