



**ВИБРОАКУСТИЧЕСКИЕ ПОЛЯ
СЛОЖНЫХ ОБЪЕКТОВ**
и их диагностика



**АКАДЕМИЯ НАУК СССР
ИНСТИТУТ ПРИКЛАДНОЙ ФИЗИКИ**

**ВИБРОАКУСТИЧЕСКИЕ ПОЛЯ
СЛОЖНЫХ ОБЪЕКТОВ
И ИХ ДИАГНОСТИКА**

Сборник научных трудов

Горький — 1989

Издано по решению Редакционно-издательского совета
Института прикладной физики АН СССР

УДК 534.2; 534.8

**Виброакустические поля сложных объектов и их диагностика: Сб. науч. тр.
/ ИФФ АН СССР. Горький, 1989. 235 с.**

Сборник посвящен вопросам виброакустики, решение которых является основополагающим для задач снижения излучения сложных механических систем.

В сборник вошли работы по теории излучения неоднородных систем, методам исследования акустических и вибрационных полей, техническим средствам измерения и некоторым конкретным задачам виброакустических исследований, позволяющие получить представление о современном состоянии методов исследования виброакустических характеристик механических систем: метода взаимности и моделирования, численного и качественного анализа звукоизлучения, голографического метода измерений и анализа акустических и вибрационных полей.

Сборник предназначен для научных сотрудников и студентов, специализирующихся в области акустических и вибрационных измерений, а также для инженеров и конструкторов, занимающихся проектированием малошумных машин и механизмов.

Ил. 75, табл. 2, библиогр. 158 назв.

Рецензенты

член-корреспондент АН СССР В. А. ЗВЕРЁВ,
доктор физико-математических наук С. Н. ГУРБАТОВ

Ответственный редактор
Б. М. САЛИН

Редколлегия

И. И. КОЛОДИЦЕВА, П. И. КОРОТИН (зам. отв. редактора),
А. В. ЛЕБЕДЕВ, Н. А. ГОРОДЕЦКАЯ (отв. секретарь)

СОДЕРЖАНИЕ

Предисловие	5
Теория излучения неоднородных систем	
<i>П. И. Коротин, А. В. Лебедев.</i> Излучение звука неоднородными механическими системами с распределенными параметрами	8
<i>Д. М. Донской, А. Э. Екимов.</i> Энергетические оценки звукоизлучения механических конструкций	34
<i>Р. А. Дудник, Э. А. Фляксель.</i> Излучение цилиндрической оболочки с жесткозакрепленной распределенной массой	45
<i>Р. А. Дудник, А. Б. Колпаков, Л. А. Молькова, В. В. Тамойкин.</i> Излучение мембраны с локальной неоднородностью	58
Методы исследования излучения и вибраций неоднородных систем	
<i>Б. М. Салин, В. А. Тютин.</i> Применение метода взаимности для исследования механоакустических систем	81
<i>Д. М. Донской, А. Э. Екимов, Л. М. Кустов, А. В. Лебедев, А. И. Мартынов, Н. И. Морозова, С. Х. Шаврацкий.</i> Методы моделирования при исследовании виброакустических характеристик сложных конструкций	97
<i>А. И. Кнафель, Б. М. Салин, Л. Р. Семенова, В. И. Турчин, А. Л. Фогель.</i> Голографические методы измерений характеристик излучения акустических источников	118
<i>Б. И. Вольфсон, А. Ю. Дроздов, О. Н. Попов, А. Я. Ционский.</i> Метод решения задачи о динамическом взаимодействии между подкрепленной ребрами оболочкой вращения, содержащей точечные массы, и жидкостью	142
<i>П. И. Коротин, И. И. Колодиева.</i> Когерентный анализ виброполей сложных конструкций	155
Методики измерений и технические средства для виброакустических исследований	
<i>В. В. Казаков.</i> Ультразвуковые фазовые измерители виброперемещений	178
<i>В. А. Антонец, Н. М. Амшуклина.</i> Пьезоакселерометры ПАМТ	191
Некоторые результаты исследования виброактивных систем	
<i>А. М. Павленко.</i> Исследование виброакустических характеристик автомобиля	204
<i>С. В. Килшко, В. В. Митюгов, И. Ш. Фикс, А. В. Циберев.</i> Экспериментальная реализация безопорной активной виброзащиты	214

CONTENTS

Preface	5
Theory of radiation of inhomogeneous systems	
<i>P. I. Korotn, A. V. Lebedev.</i> Sound radiation by inhomogeneous mechanical systems with distributed parameters	8
<i>D. M. Donskoi, A. E. Ekimov.</i> Energy estimates of sound radiation by mechanical constructions	34
<i>R. A. Dudnik, E. A. Fiyaksel.</i> Radiation of a cylindrical shell with rigidly fixed distributed mass	45
<i>R. A. Dudnik, A. B. Kolpakov, L. A. Mol'kova, V. V. Tamoikin.</i> Radiation of a membrane with local inhomogeneity	58
Methods to investigate the radiation and vibrations of inhomogeneous systems	
<i>B. M. Salin, V. A. Tyutin.</i> Application of the reciprocity principle for investigation of mechano-acoustic systems.	81
<i>D. M. Donskoi, A. E. Ekimov, L. M. Kustov, A. V. Lebedev, A. I. Mart'yanov, N. I. Morozova, S. Kh. Shavratsky.</i> Simulation methods for investigation of vibroacoustic characteristics of complex constructions.	97
<i>A. L. Fogel', A. I. Knafel', B. M. Salin, L. R. Semenova, V. I. Turchin.</i> Holographic methods for measuring characteristics of acoustic source radiation	118
<i>A. Yu. Drozdov, O. N. Popov, A. Ya. Tsionsky, B. I. Volfson.</i> The method to solve the problem of dynamic interaction between an edge-supported rotation shell containing point masses and fluid.	142
<i>P. I. Korotn, I. I. Kolodieva.</i> Coherent analysis of the vibrational fields of complex constructions	155
Measurement methods and technical facilities of vibroacoustic investigations	
<i>V. V. Kazakov.</i> Ultrasound phase meters for vibrational displacements	178
<i>N. M. Anishkina, V. A. Antonets.</i> PAMT piezoaccelerometers	191
Some results of the investigation of vibroactive systems	
<i>A. M. Pavlenko.</i> Vibroacoustic characteristics of an automobile	204
<i>I. Sh. Fix, S. V. Kiyashko, V. V. Mityugov, A. V. Tsybrev.</i> Experimental realization of unsupported active vibroprotection	214

ПРЕДИСЛОВИЕ

При проектировании перспективных конструкций механизмов с повышенными требованиями на уровень акустического поля все чаще возникают ситуации, когда существующие расчетные методы не обеспечивают необходимой точности. Причина этого не в отсутствии строгих аналитических решений для различных систем. Основная особенность расчета акустических характеристик реальных конструкций заключается в негрубом характере поведения акустического излучения при изменении параметров модели системы, закладываемой в расчет.

Указать на правильность задания основных параметров, проверить адекватность заложенных в физико-математическую модель предпосылок можно только на основе экспериментальной диагностики системы. В связи с этим за последние годы наблюдается значительный рост исследований, посвященных совершенствованию методов диагностики сложных механоакустических систем и построению упрощенных моделей излучения, направленных на создание экспериментально-расчетных методов контроля излучения. Наука, охватывающая качественную теорию излучения сложных механических систем, методы экспериментальных исследований и схемы прикладных расчетов, носит название "виброакустика". В ней используются как чисто акустические гермины – сопротивление излучения, излучательная способность, так и вибрационные – формы колебаний, конструкционные потери. Основное назначение виброакустики – это выяснение физических механизмов преобразования энергии колебаний механических конструкций в акустическое излучение.

Особенно важны для практики задачи по определению воздушного шума, которые, как правило, могут решаться расчетными методами при заданных источниках скорости, ве-

личины которых получаются из чисто вибрационных расчетов без учета излучения и некогерентной модели их излучения. При когерентной модели вибраций задача в "лоб" с использованием формулы Грина, как правило, не решается в силу незначительности доли вибрационного поля, эффективно связанной с излучением, и малой точности измерения виброполей.

Для расчета излучения механических конструкций, контактирующих с жидкостью, выполнение даже первого этапа — оценки вибрационного поля — сопряжено со значительными трудностями, связанными с дополнительным нагружением конструкции и необходимостью решения взаимосвязанной задачи о колебании тела и окружающей среды. Поэтому в данном случае целесообразно использование экспериментально-расчетных методов, основанных на прямых и взаимных измерениях или методах физического моделирования.

В качестве примера задач виброакустики можно привести: исследование излучения однородных и неоднородных пластин и оболочек с различными краевыми условиями, выделение акустически активных и пассивных форм колебаний, оценка локальной излучательной способности конструкции и определение влияния на нее различных конструктивных неоднородностей, расчет предельных уровней излучения.

Содержание сборника составлено таким образом, что в нем, в большей или меньшей мере, присутствуют основные разделы исследования виброакустических характеристик сложных механических систем: модели излучения, методы и техника измерений.

В первом разделе сборника собраны статьи, в которых развивается физико-математическая модель влияния на излучение неоднородностей различного типа. Акцент на неоднородности системы сделан не случайно. Как показывает анализ, упругомассовые и диссипативные неоднородности являются основным фактором, вносящим искажения в количественные характеристики излучения и выдвигающим на первый план необходимость качественного анализа физических процессов взаимодействия акустических и вибрационных полей.

В этом же разделе дается качественный анализ влияния неоднородностей применительно к цилиндрической оболочке в жидкости, просчитываются путем машинного моделирования некоторые конкретные задачи. Исходя из диссипативных потерь в характерных размерах неоднородностей, на основе энергетического подхода делаются оценки максимально возможных уровней излучения.

Во втором разделе излагаются экспериментальные методы исследования виброакустических характеристик неоднородных систем. На основе взаимных измерений построены методы исследования излучательной способности конструкции, методы оценки виброакустической защиты, способы выделения структуры акустически активных форм колебаний. Подробно исследованы также вопросы физического моделирования при сохранении подобия по акустическому излучению, вопросы использования амплифазометрических методов для оценки интегральных характеристик акустических полей, развиваются методы когерентного анализа виброполей. В этом же разделе содержится работа, демонстрирующая возможности вычислительных методов при решении виброакустических задач в рамках строгого задания всех параметров, описывающих систему. Вычислительные методы, при условии соответствия заложенной в расчет модели исследуемому образцу, с успехом могут быть использованы для отработки оптимальных вариантов виброактивной системы.

В третьем разделе изложены технические вопросы виброакустических измерений. Это касается неконтактного метода измерения виброполей с помощью ультразвукового датчика, разработки прецизионных высокочувствительных вибродатчиков, работающих на изгибных формах колебаний пьезокерамических пластин, а также разработки методов и аппаратурных комплексов для измерения потоков мощности в трубах.

В четвертом разделе приводятся результаты виброакустических исследований, связанных с анализом шума и выявлением возможных источников шумов в салоне автомобиля, оцениваются реальные возможности активных методов снижения вибраций в широкой полосе частот.

В заключение следует отметить, что настоящий сборник не претендует на полную охвата всех методов исследования и задач, существующих в виброакустике, тем более что в последнее время эта область интенсивно развивается, что стимулируется, с одной стороны, ростом требований к акустическому качеству машин при постоянном росте их энергооборуженности, а с другой стороны, связано с совершенствованием вычислительной техники, элементной базы измерительных приборов, способов обработки, хранения и представления информации.

ИЗЛУЧЕНИЕ ЗВУКА НЕОДНОРОДНЫМИ МЕХАНИЧЕСКИМИ СИСТЕМАМИ С РАСПРЕДЕЛЕННЫМИ ПАРАМЕТРАМИ

П. И. Коротин, А. В. Лебедев

ВВЕДЕНИЕ

Системы с распределенными параметрами, например балки, пластинки, оболочки и т. п., помещенные в сжимаемую среду и возбуждаемые заданными переменными силами, составляют широкий класс источников звука [1, 2]. Определенный практический интерес представляют задачи об излучении звука комбинациями из этих элементов. Такие системы, моделирующие реальные конструкции, будем называть сложными механическими системами (СМС). Заметим, что это определение отличается от предложенного в монографии [3], где под СМС понимается любая механическая система с распределенными параметрами.

Анализ колебаний и излучения звука СМС удобно проводить, выделяя основной элемент, к которому приложены возбуждающие силы, и полагая остальные элементы с распределенными или сосредоточенными параметрами неоднородностями основного [4 - 6]. Если рассмотреть в качестве примера СМС судно, то его корпус (оболочка) рассматривается как основной элемент, а все механизмы и подкрепления как распределенные неоднородности.

Колебаниям и излучению звука системами с распределенными параметрами посвящено большое число работ [3, 7 - 20]. Однако, несмотря на это вопрос о влиянии неоднородностей на их виброакустические характеристики (ВАХ) остается открытым. Это связано с тем, что все известные работы по-

связаны изучению конкретных типов неоднородностей, допускающих возможность аналитического решения. Общие выводы при этом делаются из рассмотрения частных задач, не охватывая проблему в целом. В настоящей работе поставлена цель построения модели, которая с помощью простых рассуждений позволяет качественно описать процессы звукоизлучения произвольных СМС с основным элементом в виде оболочки, граничащей с жидкостью с внешней стороны. Сделана попытка рассмотреть задачу с единой точки зрения и указать тенденцию изменения уровня излучения, диаграмм направленности, модового состава при нагружении произвольной механической системы неоднородностями. Для построения такой модели важен используемый математический аппарат, язык описания. Только его соответствие физической реальности может обеспечить простоту и ясность описания.

Если обратиться к известным методам решения задач гидроупругости, то можно выделить четыре основных подхода: классический, статистический, метод конечных элементов и метод интегральных преобразований.

При классическом подходе общее решение может быть представлено в виде суммы вкладов бесконечного числа мод [21]. Во многих случаях классический подход представляет собой не более, чем формализм. Например, в тех случаях, когда амплитуда колебаний в бегущей от источника волне практически равна нулю при достижении границы и на соответствующей частотной зависимости отсутствуют резонансные пики. Однако в области частот порядка частоты первого резонанса, где одновременно возбуждается небольшое число мод, можно с известной точностью ограничиться в решении суммированием вкладов нескольких мод, имеющих собственные частоты, близкие к частоте возбуждения.

Статистический метод описания основан на предположении о существовании в колеблющейся системе достаточного для достижения статистического равновесия числа эффективно возбуждаемых мод и позволяет определить распределение энергии по степеням свободы с учетом радиационных и внутренних потерь [22 - 24]. Достоинством статистического метода является то, что он требует минимальных знаний об исследуемой системе, недостатком - требование статистического равновесия и, как следствие, возможность использования лишь в области высоких частот, где происходит значительное перекрытие отдельных резонансных откликов.

Метод конечных элементов основан на замене колеблющейся системы набором элементарных ячеек, характеризующихся минимальным числом переменных (смещение, поворот) и связями с соседними ячейками и окружающей средой [25]. Решение полученной таким образом системы алгебраических уравнений, описывающих движение ячеек, строится численно. И следовательно, этот метод непригоден для анализа общих закономерностей излучения СМС.

Наконец, решение методом интегральных преобразований основано на использовании леммы Ватсона и других подобных теорем теории функций комплексного переменного [26]. В силу двумерного характера комплексной плоскости использование этого метода возможно лишь в случае одномерных механических систем типа "балка", "струна" и других, у которых мода характеризуется только одним индексом.

Из вышесказанного следует, что универсальностью обладают лишь два метода, а именно: классический (метод собственных форм) и статистический. Ясно, что каждый из этих подходов конкурентоспособен в определенной области волновых размеров СМС относительно длин возбуждаемых волн. В настоящей работе последовательно проанализировано влияние неоднородностей в различных частотных диапазонах. Так, резонансная компонента излучения обусловлена интерференцией упругих волн и существенно зависит от граничных условий [27 - 29]. Для ее анализа наиболее приемлем классический подход, так как основная доля энергии колебаний на какой-либо собственной частоте СМС заключена в резонансной форме. Нерезонансная составляющая излучения определяет средний уровень излучения во всей частотной полосе. Определяющей эта компонента является, во-первых, в области частот ниже первого резонанса СМС, где колебательная система представляет собой точечный источник, и, во-вторых, в области высоких частот, где плотность резонансов настолько велика, что отдельные резонансные отклики не проявляются и систему можно рассматривать как эффективно безграничную.

Для описания нерезонансной компоненты излучения на частотах выше первой собственной частоты системы весьма удобен метод характеристических величин, предложенный Скучиком [3, 7] в сочетании с интегральной характеристикой связи вибрационного и акустического полей. Метод характеристических величин является комбинацией классического и статистического подходов и описывает систему через статистику форм собственных колебаний.

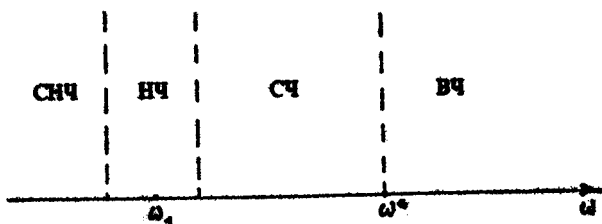


Рис. 1

Введем следующие определения частотных диапазонов. Область сверхнизких частот (СНЧ) — $\omega \ll \omega_1$, где ω_1 — частота низшего резонанса; область низких частот (НЧ) — $\omega \sim \omega_1$, область средних частот (СЧ) — $\omega_1 < \omega < \omega^*$, где ω^* — частота, начиная с которой неразличимы отдельные резонансные отклики; область высоких частот (ВЧ) — $\omega > \omega^*$ (рис. 1).

Здесь $\omega_1 \sim c/L$, $\omega^*/\omega_1 \sim Q$, c — скорость упругих волн, L — наибольший из характерных размеров системы, Q — добротность колебаний.

Из-за наличия нескольких типов упругих волн, распространяющихся с различными скоростями, такое разбиение носит условный характер. В тех случаях, когда возможно выделение какого-либо типа колебаний, эффективно взаимодействующего со средой, разбиение частотного диапазона на ряд поддиапазонов удобно для упрощения математических моделей СМС.

Относительное положение частоты ω_2 , где размер СМС — порядка длины звуковой волны, оказывает существенное влияние на свойства акустического поля. На частотах $\omega < \omega_2$ СМС можно рассматривать как точечный источник с приведенным мультипольным моментом. На частотах $\omega > \omega_2$ СМС представляет собой распределенный источник. Основной вклад в излучение оболочек дают медленные, изгибные колебания, скорость которых меньше скорости звука в окружающей оболочку среде. Медленность волн приводит к тому, что $\omega_1 < \omega_2$ и волновые размеры СМС в диапазоне НЧ и части СЧ-диапазона малы.

Эффективность излучения мультиполей разных порядков сильно различается (для соседних номеров в $(\omega L/c_0)^2$ раз). Поэтому при наличии мультипольных составляющих нулевого (монополь) и первого (диполь) порядка в разложении функции распределения смещений на поверхности СМС в ряд Фурье именно они будут определять уровень излучения и характери-

стики направленности. Следовательно, если изначально однородную, симметричную систему с "чистыми" формами нагрузить неоднородностями, нарушающими симметрию СМС, то это может привести к появлению дополнительного излучения через мультиполи низшего порядка, обогащению спектра излучения СМС.

С другой стороны, в случае виброакустических измерений и расчетов существенно повышаются требования к определению вибрационного поля. Так, например, при возбуждении моды с доминирующим вибрационным мультипольным моментом ν точность определения акустического поля в 10 % будет обеспечена при точности определения вибрационного поля $10(\omega L/c_0)^{2\nu}$ %.

Расчет виброакустических характеристик неоднородных систем связан со значительными трудностями (см., например, статью Б.И.Вольсона, А.Ю.Дроздова и др., статью Дудника Р.А. и др. в настоящем сборнике), что неизбежно приводит к необходимости упрощений, появлению эмпирических формул и грубых оценок (статья Д.М.Донского и А.Э.Екимова). Увеличивается роль экспериментальных исследований, (статьи А.И.Кнафеля и др., П.И.Корогина и И.И.Колодиной, Д.М.Донского и др.).

В связи с этим в настоящей работе сделана попытка обобщения имеющихся данных и проводится качественный анализ поведения СМС в различных частотных диапазонах. Основное внимание уделяется влиянию неоднородностей. Показано, что неоднородность приводит к обогащению спектра излучения СМС за счет нарушения симметрии акустически пассивных мод высоких порядков. Периодические неоднородности приводят к появлению эффекта пространственного синхронизма на соответствующих частотах. Проведен анализ больших неоднородностей, которые могут подавлять резонансную составляющую излучения и уменьшать поток энергии от источника в конструкцию.

ВЛИЯНИЕ МАЛЫХ ЛОКАЛЬНЫХ НЕОДНОРОДНОСТЕЙ НА РЕЗОНАНСНОЕ ИЗЛУЧЕНИЕ СМС

Проведем анализ влияния неоднородности на излучение СМС в областях НЧ – СЧ. Пусть рассматриваемая система была однородной, тогда уравнение, описывающее колебание такой системы запишется следующим образом:

$$m_s \dot{w} + L(w) = F_n(\vec{x}, t) - p|_s(\vec{x}, t), \quad (1)$$

где m_s – масса, отнесенная к единице площади, w – нормальная составляющая скорости колебаний поверхности S , $F_n(\vec{x}, t)$ – нормальная компонента сторонней силы, отнесенная к единице площади, $p|_s(\vec{x}, t)$ – гидродинамическое давление на поверхности тела, L – дифференциальный оператор, характеризующий упругие силы при деформации СМС в вакууме. Следует отметить, что в общем случае колебания СМС описываются оператором под векторным полем скоростей, причем различные компоненты этого поля частотно зависимы через граничные условия на поверхности S . В ряде случаев, представляющих практический интерес, тонкостенность конструкции (малость толщины стенок по сравнению с любым другим характерным размером системы) дает возможность разделить переменные, используя существенное различие в скоростях изгибных и продольно-круговых волн. Качественный характер анализа позволяет оставить только эффективно взаимодействующую со средой нормальную к поверхности составляющую скорости и нормальную составляющую внешней силы.

Поле давлений в окружающей среде описывается волновым уравнением:

$$\Delta p - \frac{1}{c_0^2} \ddot{p} = 0. \quad (2)$$

Граничные условия на поверхности имеют вид

$$\left. \frac{\partial p}{\partial n} \right|_s = -\rho_0 \dot{w}, \quad (3)$$

где c_0 – скорость звука в среде, Δ – лапласиан, ρ_0 – плотность окружающей среды. В дальнейшем нас будут интересовать процессы с гармонической зависимостью от времени: $f(\vec{x}, t) = F(\vec{x}) \exp(-i\omega t)$, $w(\vec{x}, t) = w(\vec{x}) \exp(-i\omega t)$, $p(\vec{x}, t) = P(\vec{x}) \exp(-i\omega t)$. Обобщение на случай широкополосных процессов очевидно в силу линейности задачи.

Проведем анализ влияния неоднородности на акустические характеристики мод. Предположим, что нам известны собственные функции оператора L "однородной" СМС в вакууме и запись давления в среде в виде суперпозиции волновых гармоник, определяемых геометрией конструкции:

$$w(\vec{x}) = \sum_{l_2} w_{l_2} \Psi_{l_2}(\vec{x}), \quad (4)$$

$$P(\vec{x}) = \sum_{m,n} P_{mn} \cdot T_{mn}(\vec{x}) \theta_{mn}(\vec{x}), \quad (5)$$

где Φ_{lq} - форма колебаний в моде (l, q) обладающая свойством $\langle \Phi_{ml} | \Phi_{nq} \rangle = \delta_{ml} \delta_{nq}$; $T_{mn}(\vec{x}) \theta_{mn}(\vec{x})$ - волновая гармоника; $\langle \theta_{ml} | \theta_{nq} \rangle = \delta_{ml} \delta_{nq}$, угловые скобки означают операцию скалярного произведения.

Акустический импеданс, определяющий связь моды (l, q) с волновой гармоникой (m, n) имеет вид

$$Z_{mlnq} = \sum_{kj} i\omega \rho_0 \frac{T_{kj}(\vec{x}_0)}{T_{kj}(\vec{x}_0)} \langle \Phi_{lq} | \theta_{kj} \rangle \langle \theta_{kj} | \Phi_{mn} \rangle. \quad (6)$$

Наличие недиагональных членов в матрице $\|Z_{mlnq}\|$, т. е. отличие от нуля Z_{mlnq} при $m \neq l, n \neq q$ говорит об

акустической связи между различными сухими формами колебаний СМС. Появление такого рода связей при погружении СМС в сжимаемую среду обусловлено различием геометрии волновых фронтов в ближней и дальней зонах. Можно показать, что в силу диссипативного характера межмодовых связей через излучение нарушаются условия Рэля существования мод [2] за редким исключением известных случаев (сфера, безграничный цилиндр, безграничная пластина и т. п.), представляющих скорее академический интерес. Полезно заметить, что нарушение условий Рэля тесно связано с характером уравнений (1), (2). Если первое описывает волновые процессы в замкнутом объеме и, следовательно, его решением является бесконечный, но счетный набор мод, то второе описывает процессы в незамкнутом объеме и его решением является бесконечный набор мод.

Несмотря на формальность модового представления, оно используется достаточно широко до настоящего времени [30 - 33]. В первую очередь это относится к ситуациям, когда геометрия колебательной системы допускает разделение переменных, есть возможность пренебречь межмодовыми акустическими связями и в области НЧ - СЧ, где одновременно возбуждается и взаимодействует ограниченный набор мод.

Любая неоднородность на теле канонической формы, у которого $Z_{mlnq} = Z_{ml} \delta_{ml} \delta_{nq}$, искажает $\Phi_{lq}(\vec{x})$, а так как $\theta_{lq}(\vec{x})$ зависит только от геометрии тела и остается неизменным, то в матрице Z_{mlnq} неизбежно возникают недиагональные элементы, характеризующие акустические связи между модами.

Определим характер влияния неоднородности на акустические характеристики мод. Для начала рассмотрим случай малых неоднородностей. При этом решение будем строить методом последовательных приближений

$$\psi_{\kappa j} = \psi_{\kappa j}^{(0)} + \psi_{\kappa j}^{(1)} + \dots + \psi_{\kappa j}^{(l)}, \quad (7)$$

где l -е приближение имеет порядок $(Z_H/Z_c)^l$, Z_H - импеданс неоднородности, Z_c - характеристический импеданс СМС в точке локализации неоднородности.

Для того чтобы неоднородность, локализованную в области D , можно было рассматривать как малое возмущение, необходимо выполнение условий

$$Z_H/Z_c \ll 1, \quad (8a)$$

$$\sqrt{D} \ll \lambda_s. \quad (8b)$$

Первое условие означает, как будет показано ниже, малость амплитуды рассеянной на неоднородности волны. Второе - отсутствие диаграммы направленности рассеянной волны (λ_s - длина изгибной волны). Локальность неоднородности - условие (8б) - существенно упрощает задачу, избавляя нас от необходимости вычисления сложных интегралов вида

$$\int_S Z_H(\vec{r}) \psi(\vec{r}) \varphi_{\kappa j}(\vec{r}) d\vec{r}.$$

С другой стороны, локальность неоднородности не является существенным ограничением общности, поскольку неоднородности, представляющие собой упругоинерционные включения, занимают, как правило, малую часть поверхности S . Это означает, что условие (8б) нарушается в области достаточно высоких частот, где одновременно возбуждается и взаимодействует большое число мод, а следовательно, говорить о резонансном характере колебаний и излучения не имеет смысла [7]. Неоднородности же, занимающие значительную часть поверхности S , обычно представляют собой жесткие массивные элементы-опоры, на которых крепятся источники возбуждения. Наличие таких элементов приводит к сильному сглаживанию резонансных характеристик СМС [10].

Как отмечалось выше, относительная медленность изгибных волн позволяет разделить переменные и привести уравнения колебаний к виду (1). Это же обстоятельство позволяет пренебречь реакцией неоднородности на продольное и поперечное смещение. Моментные воздействия на колебания СМС

играют роль в случае, когда неоднородность имеет значительные по сравнению с λ_s размеры в нормальном к S направлении (высота неоднородности H). Такие случаи, вообще говоря, могут иметь место на практике, но мы их исключаем из рассмотрения, ограничив общность задачи условием

$$H \ll \lambda_s. \quad (8в)$$

Условия (8а) – (8в) позволяют искать решение (1) методом последовательных приближений и учитывать только реакцию неоднородности на нормальную составляющую скорости колебаний. Неоднородности введем в уравнение (1) как сторонние силы реакции R_p . В силу условий (8) $R_p = -Z_p \psi(\vec{x}_p) \delta(\vec{x} - \vec{x}_p)$ где $p = 1, 2, \dots, N$; N – число неоднородностей. Пренебрегая акустическим взаимодействием мод, после скалярного умножения правой и левой частей (1) на Φ_{kj} получим

$$M_{kj} (-\omega^2 + \bar{\omega}_{kj}^2) \psi_{kj} = -i\omega \langle F | \Phi_{kj} \rangle - i\omega \sum_{p=1}^N \langle R_p | \Phi_{kj} \rangle, \quad (9)$$

где $M_{kj} = m_s + \mu_{kj}$, μ_{kj} – присоединенная масса моды (kj) , $\bar{\omega}_{kj}^2 = \omega_{kj}^2 (1 - i\eta_{kj})$, $\eta_{kj} = \eta + \tilde{\eta}_{kj}$, $\tilde{\eta}_{kj}$ – коэффициент радиационных потерь, η – коэффициент механических потерь, имеющий постоянную величину.

Наличие неоднородностей приведет к двум очевидным изменениям ВАХ СМС. Во-первых, изменятся собственные частоты, а, во-вторых, на этих частотах будут возбуждаться формы, отличающиеся от форм однородной СМС.

Собственным частотам ω'_{kj} соответствуют нули реальной части уравнения

$$M_{kj} (-\omega^2 + \bar{\omega}_{kj}^2) + i\omega \sum_{p=1}^N Z_p \Phi_{kj}^2(\vec{x}_p) = 0. \quad (10)$$

Мнимая часть (10) определяет потери в моде (kj) "неоднородной" СМС:

$$\eta'_{kj} = \eta_{kj} + \frac{1}{\omega'_{kj}} \sum_{p=1}^N \text{Re}(Z_p) \Phi_{kj}^2(\vec{x}_p). \quad (11)$$

Новые собственные формы можно искать в виде асимптотического разложения по параметру Z_H/Z_c . Нулевое приближение соответствует $R_p = 0$ ($Z_p = 0$), первое получается при $F = 0$, $R_p \sim Z_p \psi^{(0)}$, второе при $F = 0$ $R_p \sim Z_p \psi^{(1)}$ и т. д.

Ясно, что наибольшие отличия ВАХ однородной и неоднородной систем будут иметь место в окрестности резонансных частот, имеющих малое входное сопротивление в точках локализации неоднородностей. На резонансной частоте ω'_{kj} выражение для ψ имеет вид $\psi = \psi_{kj}^{(0)} + \sum_{lq} \psi_{lq}^{(0)} + \sum_{lq} \psi_{lq}^{(1)} + \dots$ (см. приложение).

Запишем выражение для акустической мощности. В общем виде оно выглядит следующим образом:

$$W = \frac{1}{2} \operatorname{Re} \sum_{mnlq} Z_{mnlq} \psi_{lq} \psi_{mn}^* \quad (12)$$

В силу условия $Z_H/Z_C \ll 1$ нерезонансная компонента выражения (12) претерпевает малые изменения и может быть определена из (12) при $\psi_{lq} = \psi_{lq}^{(0)}$, $\psi_{mn} = \psi_{mn}^{(0)}$, причем $(lq), (mn) \neq (kj)$. С учетом этого резонансная составляющая излучения запишется в виде

$$W_{kj} = \frac{1}{2} \operatorname{Re} (Z_{kjkj}) |\psi_{kj}|^2 + \frac{1}{2} \operatorname{Re} \sum_{\substack{mnlq \\ lq \neq kj}} Z_{mnlq} \left[(\psi_{lq}^{(0)} + \psi_{lq}^{(1)} + \dots) (\psi_{mn}^{(0)} + \psi_{mn}^{(1)} + \dots)^* - \psi_{lq}^{(0)} \psi_{mn}^{(0)*} \right] \quad (13)$$

Первое слагаемое в выражении (13) описывает собственное излучение моды (kj) , второе — переизлучение через неоднородности (дополнительное излучение, связанное с изменением формы колебаний в моде (kj)). Таким образом, выражение (13) может быть представлено в виде

$$W_{kj} = W_{kj0} + \Delta W_{kj}$$

Выпишем члены, входящие в ΔW_{kj} , в порядке возрастания порядка малости. При этом для простоты положим $Z_{mnlq} \ll Z_{mn}, Z_{lq}$, тогда

$$\Delta W_{kj} = \alpha + \beta + \gamma$$

Величины α, β, γ (см. приложение) имеют порядок $\delta Q, (\delta Q)^2$ и $\delta^2 Q$ соответственно; $Q = (\eta'_{kj})^{-1}$ — добротность колебаний СМС. Как и следовало ожидать, поправки наиболее значительны в случае высокодобротных ($Q \gg 1$) систем. На основании выражений (П.5) можно сделать следующие выводы:

1) Наличие локальной диссипативной неоднородности $Z_p + Z_p^* \neq 0$ приводит к нарушению условий ортогональности мод за счет появления отличной от нуля взаимной мощности излучения α . Упругоинерционная неоднородность приводит к появлению взаимных мощностей в следующем порядке малости γ . При этом γ имеет порядок δ^2 .

2) В случае $\operatorname{Re} Z_{k_0} \gg \operatorname{Re} Z_{k_j}$ величина $\Delta W_{k_j} / W_{k_j 0}$ может быть не малой. Это означает, что амплитудно-частотная характеристика излучения СМС будет обогащаться при внесении неоднородности за счет проявления вкладов мод, которым соответствовали распределения скоростей с высокой степенью симметрии.

3) Случай одиночной ($N = 1$) неоднородности принципиально отличается от случая набора ($N > 1$) неоднородностей. Действительно, при $N = 1$ $\Delta W_{k_j} > 0$, в то время как при $N > 1$ ΔW_{k_j} может принимать любые значения, т. е. одиночная неоднородность в среднем приводит к большим изменениям ВАХ, чем набор локальных неоднородностей. Этот вывод является следствием соотношений, связывающих уровень излучения и степень симметрии распределения неоднородностей.

ВЛИЯНИЕ ХАРАКТЕРА ПРОСТРАНСТВЕННОГО РАСПРЕДЕЛЕНИЯ НЕОДНОРОДНОСТЕЙ НА ИЗЛУЧЕНИЕ СМС

Рассмотрим излучение пластины, с одной стороны граничащей с жидкостью. Качественные выводы для СМС более сложного вида остаются теми же, при существенном упрощении записи выражений.

Будем искать поле излучения в виде

$$p = A \exp(i\sqrt{\kappa_0^2 - \kappa^2} \cdot z), \quad (14)$$

где $\kappa_0 = \omega/c_0$, c_0 — скорость звука в жидкости, A — коэффициент, определяемый граничными условиями на пластине. Знак радикала $\sqrt{\kappa_0^2 - \kappa^2}$ выбирается таким образом, чтобы выполнялось условие излучения $\operatorname{Re} \sqrt{\kappa^2 - \kappa_0^2} > 0$, ось z — нормаль к пластине.

Поле скоростей на пластине представим через его пространственный спектр:

$$\psi(\vec{k}) = \frac{1}{4\pi^2} \iint_{-\infty}^{+\infty} \psi(\vec{x}) \exp(i\vec{k}\vec{x}) d\vec{x}, \quad (15)$$

где $\vec{k} = (k_{x_1}, k_{x_2})$. Подставим (15) в выражение (4) и получим выражение, эквивалентное представлению виброполя через собственные функции:

$$\psi(\vec{k}) = \frac{1}{4\pi^2} \sum_{l_q} \psi_{l_q} S_{l_q}(\vec{k}), \quad (16)$$

где $S_{l_q}(\vec{k}) = \iint \Phi_{l_q}(\vec{x}) \exp(i\vec{k}\vec{x}) d\vec{x}$ (17) — функция формы [21]. При этом поле давлений на поверхности S запишется следующим образом:

$$p|_S(\vec{k}) = \frac{\rho_0 c_0}{4\pi^2} \sum_{l_q} \frac{\psi_{l_q} S_{l_q}(\vec{k})}{\sqrt{1 - (\vec{k}/k_0)^2}}. \quad (18)$$

Если теперь ввести в рассмотрение внешнюю возбуждающую силу $F = F \exp(-i\omega t) \delta(\vec{x} - \vec{x}_0)$, то с учетом характеристик мод поле излучения примет вид

$$p(z, \vec{x}) = \sum_{l_q} \frac{i\rho_0 c_0}{2\pi} \frac{F}{M_{l_q}(\omega_{l_q}^2 - \omega^2)} \iint_{-\infty}^{+\infty} \frac{S_{l_q}(\vec{k}) \exp[i\vec{k}\vec{x} + \sqrt{k_0^2 - \vec{k}^2} z]}{\sqrt{k_0^2 - \vec{k}^2}} d\vec{k}. \quad (19)$$

Полученное выражение характерно для задач гидроупругости. Используя метод стационарной фазы ($z \gg 1$), можно показать, что излучение звука определяется волнами с $\vec{k} = k_0 \sin \theta$, где θ — угол между осью z и радиус-вектором в точку наблюдения [2, 35].

Согласно работе Скучика [7] в выражении (19) перейдем к характеристическим величинам. Предполагая плотность мод достаточно большой, заметим сумму по модам интегралом. Используя метод стационарной фазы, оценим значение интеграла по \vec{k} в волновой зоне. Интеграл по (l_q) оценим аналогично тому, как это делается в работе [7]. В результате получим

$$p_c = p_A \frac{\rho_0 c_0 S(\vec{k})}{Z_c}, \quad (20)$$

где $p_A = \frac{k_0 F}{2\pi R} \exp(i k_0 R)$, $R = \sqrt{x^2 + z^2}$, $k_0 R \gg 1$, p_A — дипольное

излучение силы, приложенной непосредственно к жидкости, Z_c – характеристический импеданс, P_c – характеристическое давление, $S(\vec{k})$ – значение функции формы в точке стационарной фазы на данной частоте.

Величина $S(\vec{k})$ определяет эффективную площадь, на которой происходит активное взаимодействие вибрационного и акустического полей. Заметим, что Z_c – характеристический импеданс с учетом реакции среды, для описываемого случая он получен, например, в работе [35].

Края пластины можно рассматривать как неоднородности, внесенные в безграничную пластину. Это может быть, например, контакт с ребрами жесткости, обеспечивающими закрепление панели. Собственную функцию такой панели всегда можно представить как произведение определенного на безграничной плоскости волнового поля и функции типа двумерного окна. При этом $S_{\vec{k}_g}(\vec{k})$ определяется сверткой фурье-образов функций $\vec{\Phi}_{\vec{k}_g}(\vec{x})$ являющейся продолжением $\Phi_{\vec{k}_g}(\vec{x})$ на область $\vec{x} \notin S$ и функции окна $\theta(\vec{x})$ ($\theta(\vec{x})=1, \vec{x} \in S; \theta(\vec{x})=0, \vec{x} \notin S$):

$$S_{\vec{k}_g}(\vec{k}) = \int_{\vec{k}_g}(\vec{k}) \circ \int_g(\vec{k}), \quad (21)$$

где \int обозначает операцию $\iint_{-\infty}^{+\infty} \exp(i\vec{k}\vec{x}) d\vec{x}$, а \circ – операцию свертки.

Из выражений (19), (21) следует, что излучение коротких волн с $k_{\vec{k}_g} > k_0$ обусловлено границами. Так, например, для "угловых" $k_g > k_0, k_l > k_0$ мод [22], у которых отсутствуют точки стационарной фазы в интеграле (19), можно ограничиться интегрированием от 0 до k_0 . Пренебрегая фазовым запаздыванием звуковых волн, излучаемых различными участками поверхности пластины (множитель $\exp(i\vec{k}\vec{x} + i\sqrt{k_0^2 - \vec{k}^2} x)$), и используя коротковолновую асимптотику изгибных волн ($k_l \gg k_{x_1}, k_g \gg k_{x_2}$) получим порядок площади области, эффективно излучающей звук: $\sim \pi^2/4 k_l k_g$. Нетрудно видеть, что эта площадь равна площади незакороченных угловых элементов размерами по 1/4 длины изгибной волны в соответствующих направлениях (рис. 2).

Для "полосовых" ($k_l < k_0, k_g > k_0$) мод [22] интеграл (19) по одному из направлений имеет точку стационарной фазы и при этом площадь эквивалентного источника имеет порядок $L_{x_1} \frac{\pi}{2k_g}$, что соответствует полосам, локализованным по краям пластины (рис. 3).

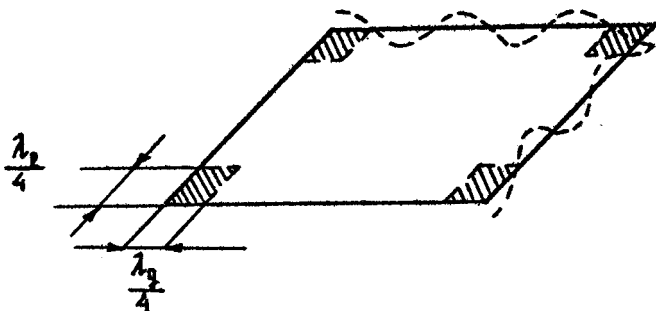


Рис. 2

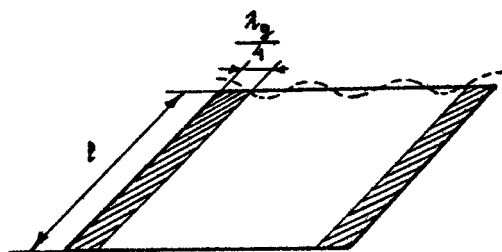


Рис. 3

Теперь предположим, что наряду с краевыми неоднородностями мы внесли малую неоднородность в виде массы, распределенной по поверхности S . Из условия непрерывности вектора Умова, которое справедливо в случае малых (в смысле амплитуд отраженных от неоднородности упругих волн)

неоднородностей, получим

$$\Phi'_{t_2}(\vec{r}) = \Phi_{t_2}(\vec{r}) f^{-1/2}(\vec{r}), \quad (22)$$

где функция распределения массы $f(\vec{r})$ удовлетворяет следующим требованиям:

$$m_s(\vec{r}) = M f(\vec{r}), \quad \iint_S f(\vec{r}) d\vec{r} = 1. \quad (23)$$

Здесь M — полная масса СМС с учетом неоднородности.

Обозначим $\chi(\vec{r}) = (f(\vec{r}))^{-1/2}$, тогда функция формы запишется в виде свертки трех спектров:

$$S_{t_2}^H(\vec{k}) = \hat{G}_{\Phi_{t_2}}(\vec{k}) \circ \hat{G}_s(\vec{k}) \circ \hat{G}_\chi(\vec{k}). \quad (24)$$

Из выражения (24) нетрудно видеть, что наличие неоднородностей вида (23) приводит к дополнительному уширению спектра $S_{t_2}(\vec{k})$ и, следовательно, увеличивает $S(\vec{k})$, причем, чем меньше характерный размер изменения $m_s(\vec{r})$, тем больше рост $S(\vec{k})$. Максимум достигается в случае одиночной локальной неоднородности. Заметим, что аналогичный результат по-

лучим и при анализе выражений (П.5) для резонансной составляющей излучения, полученных другим способом.

ВЛИЯНИЕ БОЛЬШИХ ЛОКАЛЬНЫХ НЕОДНОРОДНОСТЕЙ

Остановимся теперь на случае больших неоднородностей. Прежде чем переходить к рассмотрению вопроса о влиянии на ВАХ СМС больших неоднородностей, определим границы применимости приближения малой неоднородности (7).

Как известно, на частотной зависимости амплитуды колебаний любой системы с распределенными параметрами прослеживается чередование резонансов и антирезонансов [3, 7]. Входной импеданс системы на резонансе достигает своего локального минимума $Z_c / Q_{\text{эф}}$, а на антирезонансе — локального максимума $Z_c Q_{\text{эф}}$, где $Q_{\text{эф}}$ — эффективное значение добротности колебаний, которое зависит от плотности резонансов [7]. Очевидно, что неоднородности в первую очередь воздействуют на ВАХ СМС в области резонансов, поскольку в этом случае отношение Z_H / Z_c максимально. С другой стороны, как бы не изменялось Z_H , резонансная частота k -й моды $\tilde{\omega}_k$ не может уменьшиться (в случае инерционной нагрузки) или увеличиться (в случае жесткостной нагрузки) настолько, чтобы $\tilde{\omega}'_k$ стало меньше $\tilde{\omega}_k$ или больше $\tilde{\omega}_{k+1}$, где $\tilde{\omega}_k$ — частота k -го антирезонанса, расположенная между $\tilde{\omega}_k$ и $\tilde{\omega}_{k+1}$.

Характеры колебаний "однородной" СМС на резонансе и антирезонансе существенно отличаются. Это отличие заключается прежде всего в том, что на частоте антирезонанса независимо от величины потерь возбуждается большое число мод, в то время как количество мод, эффективно возбуждаемых на резонансе СМС, невелико и существенно зависит от добротности колебаний $Q_{\text{эф}}$. Очевидно, что и характер колебаний неоднородной СМС будет существенно зависеть от положения $\tilde{\omega}'_k$ по отношению к $\tilde{\omega}_k, \tilde{\omega}_{k+1}$. Предположим, что соседние по частоте моды имеют одинаковые коэффициенты возбуждения, а нагрузка для определенности носит инерционный характер и $N = 1$. В этом случае предельная величина неодно-

* Все собственные частоты расположим в порядке возрастания ($\omega_k < \omega_{k+1}$) и во избежание путаницы с индексами будем характеризовать моду одним числом — порядковым номером ее собственной частоты.

родности, для которой $\tilde{\omega}'_k = \tilde{\omega}_k$ и поэтому теория приближений заведомо не применима, составляет [34]

$$\epsilon_{12} = M_H^* / \tilde{M}_k, \quad (25)$$

где \tilde{M}_k — масса k -й моды [3], имеющая тот же порядок, что и масса "однородной" СМС, ϵ_{12} — относительная разность ближайших частот: $\epsilon_{12} = (\tilde{\omega}_k - \tilde{\omega}_{k-1}) / \tilde{\omega}_k$. Зная функцию плотности резонансов $A(\omega)$, величину $\epsilon_{12}(\omega)$ можно определить как

$$\epsilon_{12}(\omega) = \frac{1}{A(\omega)\omega}. \quad (26)$$

Используя определение характеристического импеданса как среднего геометрического между входными импедансами на резонансе и антирезонансе [3], можно показать, что выражение (25) с точностью до множителя $\sqrt{2}$ эквивалентно условию равенства модулей импеданса неоднородности и характеристического импеданса. Другими словами, условие (8а), которое лежало в основе представления решения в виде (7), означает малость величины $|(\tilde{\omega}_k - \tilde{\omega}'_k) / (\tilde{\omega}_k - \omega'_k)|$.

В работе [34] было показано, что внесение одиночной локальной массы, превышающей $\tilde{M}_k \epsilon_{12}$, приводит к асимптотическому уменьшению резонансной составляющей излучения пропорционально величине $\tilde{M}_k \epsilon_{12} / M_H$, или, что то же самое, $|Z_H / Z_c|$. Аналогичный результат может быть получен на основе аналогии между условиями

$$M_H / \tilde{M}_k \ll \epsilon_{12}, \quad |Z_H / Z_c| \ll 1$$

для жесткой неоднородности. В этом случае, как нетрудно убедиться,

$$C^* / \tilde{M}_k \omega^2 = \epsilon_{12}, \quad (27)$$

где C^* — максимальная жесткость неоднородности, при которой справедливо решение (7). Поскольку ϵ_{12} является невозрастающей функцией частоты, можно заключить, что большая жесткостная неоднородность подавляет резонансную компоненту излучения в области низких частот, а большая инерционная — в области высоких. Другими словами, жесткостная неоднородность является фильтром высоких частот, а инерционная — фильтром низких. Частоты среза этих фильтров определяются выражениями (25), (27), а крутизна характеристик — частотной зависимостью ϵ_{12} .

ОБЛАСТИ НЕРЕЗОНАНСНОГО ИЗЛУЧЕНИЯ

Остановимся теперь на анализе влияния неоднородности на нерезонансную составляющую излучения.

В области СНЧ, где размеры тела малы по сравнению с длинами изгибных и звуковых волн по любому из направлений, СМС можно рассматривать как систему с сосредоточенными параметрами. При этом она будет, как источник звука, характеризоваться колебаниями твердого тела массой M , которые определяют дипольное излучение [36]:

$$P_A = -ik_0 F \frac{\exp(ik_0 R)}{4\pi R} \frac{m_{np} + \rho_0 \dot{V}}{m_{np} + M} \cos\theta, \quad (28)$$

где \dot{V} — объем СМС, $\cos\theta = \vec{F}\vec{R}/FR$, m_{np} — присоединенная масса жидкости в направлении вектора F .

Еще один частотный диапазон, в котором возможно детальное рассмотрение ВАХ СМС, — диапазон высоких частот (ВЧ). В отличие от диапазона СНЧ нерезонансный характер излучения обусловлен перекрытием откликов большого числа мод. Это означает, что эффективное значение добротности колебаний стремится к единице и СМС колеблется так, словно она не имеет границ. В этом случае кривизна поверхности играет, как правило, второстепенную роль и возможна идеализация — замена произвольной СМС (точнее, ее корпуса, оболочки) на безграничную пластину или полупространство [37, 38]. Естественно, такая идеализация возможна в случае малых по сравнению с радиусом кривизны поверхности \mathcal{R} длин изгибной и звуковой волн, а также малом в том же смысле расстоянии между источниками, действующими в системе.

Нерезонансное излучение СМС при наличии неоднородностей определяется интерференцией первичного и вторичного источников измерения. Задача состоит в том, чтобы найти характеристики этих источников с учетом их взаимовлияния. Для СМС, представляющих собой гонкостенную конструкцию (толщина меньше любого пространственного масштаба), можно ограничиться анализом только нормальной к \mathcal{S} реакцией СМС и рассматривать ее как гонкую изгибно-колеблющуюся пластину. Приближение "тонкой" пластины накладывает известные ограничения сверху на частоту. Как показывает точный анализ [1, 38], пластину можно рассматривать как "тонкую" лишь до частоты совпадения, которая определяется

из условия равенства скоростей изгибной и звуковой волн. Рассматриваемая область докритических частот является наиболее интересной с практической точки зрения. Борьба с излучением на закритических частотах не столь актуальна за счет большого затухания в среде и в материале СМС.

Излучение однородной пластины под действием гармонической силы рассматривалось в ряде работ [1, 35, 38]. Выражение для поля давлений может быть получено аналогично тому, как было сделано при выводе (20) [1]:

$$p = p_A \cdot \frac{2\rho_0 c_0}{-i\omega m_e + \rho_0 c_0 / \cos\theta} \quad (29)$$

Показано, что звук излучается акустически незакороченной областью волнового поля скоростью размером порядка $\lambda_g/2$ [38]. В случае акустически тяжелой среды ($\rho_0 c_0 \gg m_e \omega$), эта область соответствует дипольному источнику - поршню в мягком экране с сопротивлением излучения $R_H = \frac{1}{12\pi} \rho_0 c_0 S_n^3 \kappa_0^4$, а в случае акустически легкой среды ($\rho_0 c_0 \ll m_e \omega$) - монополюсному источнику - поршню в жестком экране с сопротивлением излучения $R_H = \frac{1}{\pi} \rho_0 c_0 S_n^2 \kappa_0^2$. Здесь $S_n \sim \kappa_0^{-2}$. Выводы известных работ, в которых исследуется вопрос о влиянии неоднородностей на колебания и излучения пластин для случая совмещенных областей возбуждения и локализации неоднородности [39, 40], естественны. Локальная инерционная неоднородность не изменяет сопротивление излучения эквивалентного источника, но увеличивает входной импеданс, что приводит к уменьшению излучения. Распределенная неоднородность (жесткая круглая вставка больших волновых размеров) изменяет как входной импеданс, так и сопротивление излучения. При этом возможен как рост излучения ($\rho_0 c_0 \ll m_e \omega$), так и уменьшение ($\rho_0 c_0 \gg m_e \omega$). Выражение (20) с привлечением (21) или (24) описывает влияние неоднородности в ВЧ-диапазоне, однако при этом необходимо знать характеристический импеданс, кроме того, выражение (24) справедливо лишь для малых неоднородностей.

Проведем анализ для случая неоднородности произвольного соотношения Z_H/Z_c , расположенной произвольно по отношению к точке возбуждения. Пластины с одиночной неоднородностью при выполнении условия (8в) можно рассматривать как линейный пассивный четырехполюсник, поведение которого описывается уравнениями

$$\begin{cases} Z_{11} \omega_A + Z_{12} \omega_B = F, \\ Z_{21} \omega_A + Z_{22} \omega_B = -Z_H \omega_B. \end{cases} \quad (30)$$

Здесь A и B — точки приложения силы и расположения неоднородности соответственно. Предполагается, что $Z_{cA} = Z_{cB} = Z_c$, т. е. пластина исходно однородная. Нетрудно получить следующие выражения для Z_{ij} :

$$\begin{aligned} Z_{11} = Z_{22} &= Z_c Z_t^2 / (Z_t^2 - Z_c^2), \\ Z_{12} = Z_{21} &= Z_c^2 Z_t / (Z_t^2 - Z_c^2), \end{aligned} \quad (31)$$

где Z_t — переходный импеданс из точки A в точку B : $Z_t = F / \omega_B$. Скорость колебаний пластины в точках A и B при отсутствии неоднородности

$$\omega_A^{(0)} = \frac{F}{Z_c}; \quad \omega_B^{(0)} = \frac{F}{Z_t}, \quad (32)$$

с неоднородностью

$$\begin{aligned} \omega_A &= \omega_A^{(0)} - \frac{\gamma}{1+\gamma} \frac{Z_c}{Z_t} \omega_B^{(0)} = \omega_A^{(0)} \left[1 - \frac{\gamma}{1+\gamma} \left(\frac{Z_c}{Z_t} \right)^2 \right], \\ \omega_B &= \omega_B^{(0)} \left[1 - \gamma / (1+\gamma) \right], \end{aligned} \quad (33)$$

где $\gamma = Z_H / Z_c$.

Величины, входящие в выражения (33), имеют ясный физический смысл. Отношение $\gamma / (1+\gamma)$ есть коэффициент отражения R упругой волны от неоднородности. Величина Z_c / Z_t определяет коэффициент передачи из точки A в точку B , а $[\gamma / (1+\gamma)] (Z_c / Z_t)^2$ — влияние неоднородности на колебания в точке возбуждения. Можно определить входной импеданс неоднородной пластины:

$$Z_{nc} = Z_c \frac{1}{1 - R(Z_c / Z_t)^2}. \quad (34)$$

Очевидно, что $|(Z_c / Z_t)^2| \leq 1$, причем знак равенства возможен только при $A=B$. Если $|R| \leq 1$, равенство достигается при $\gamma \rightarrow \infty$. Следовательно, функция Z_{nc} имеет особенность только на бесконечности. При увеличении расстояния между точками A и B величина $(Z_c / Z_t)^2$ убывает пропорционально $1 / (k_3^2 \Delta_{AB})$, что приводит к "развязыванию" точек A и B на

достаточно больших по сравнению с длиной изгибной волны расстояниях.

Структура решения в случае N неоднородностей будет аналогична (33) с той лишь разницей, что появятся члены, учитывающие многократные переотражения волн. Используя язык падающих и отраженных волн, запишем решение в виде ряда:

$$\psi_A = \psi_A^{(0)} \left[1 - \sum_{p=1}^N \frac{\gamma_p}{1+\gamma_p} \left(\frac{Z_c}{Z_{t_p}} \right)^2 + \sum_{p=1}^N \sum_{k=1}^N \frac{\gamma_p \gamma_k}{(1+\gamma_p)(1+\gamma_k)} \frac{Z_c^3}{Z_{t_p} Z_{t_k} Z_{t_{kp}}} + \dots \right],$$

$$\psi_B = \psi_B^{(0)} (1 - \dots). \quad (35)$$

В силу быстрого убывания членов $Z_c/Z_{t_{kp}}$, учитывающих расходимость волн при распространении, в выражении (35) ряд можно оборвать достаточно быстро и задача сведется к задаче об излучении N независимых источников с амплитудами

$$\psi_A \approx \psi_A^{(0)}; \quad \psi_{B_p} \approx -\frac{\gamma_p}{1+\gamma_p} \psi_B^{(0)} = -\frac{\gamma_p}{1+\gamma_p} \left(\frac{Z_c}{Z_{t_p}} \right) \psi_A^{(0)}. \quad (36)$$

Выражение (36) описывает переизлучение изгибных волн на неоднородностях. В точке A остались прежними характеристический импеданс, площадь эквивалентного поршня, скорость в точке приложения силы. При этом в местах расположения неоднородностей B_p возникли дополнительные источники — поршни с такими же размерами и скоростью, определяемой величиной неоднородности. При $\tau_{AB} \ll 2\pi/k_0$ мощность излучения пропорциональна величине

$$W \sim U^2 = \left(\psi_A + \sum_{p=1}^N \psi_{B_p} \right)^2. \quad (37)$$

Зависимость модуля U от $k_0 \tau_{AB}$ для $N = 1$ представлена на рис. 4. Сплошные линии соответствуют инерционной неоднородности, пунктирные — резистивной при $|\gamma| = 0,1$ (1) и при $|\gamma| = 1$ (2). Для инерционной неоднородности γ определяется как $M/\rho_s \lambda R^2 h$, для резистивной — как R_H/Z_c . Расчет произведен без учета реакции среды.

На рис. 5 аналогично рис. 1 и 2 изображены эквивалентные акустические источники.

Оценку сверху для превышения уровня излучения однородной пластины можно получить исходя из соотношения между энергиями вибрационного и акустического полей в однородной пластине.

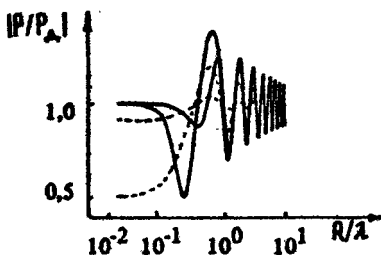


Рис. 4

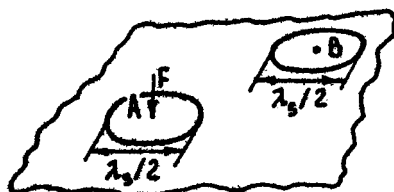


Рис. 5

В работе [35] получено, что отношение энергий составляет примерно 20 дБ, следовательно, уровень излучения при внесении неоднородностей не может возрасти больше, чем на 20 дБ.

В случае неоднородности произвольных волновых размеров физическая суть процессов остается неизменной, но возникает ряд особенностей, связанных с распределенностью неоднородности.

Вторичные источники определяются площадью, на которой изгибная волна перестает быть акустически короткозамкнутой. Возрастает роль гидродинамического канала передачи энергии [41 - 42]. У рассеянной упругой волны появляется диаграмма направленности. Без конкретизации формы и упругих свойств области локализации неоднородности детальный анализ невозможен. Сделаем несколько замечаний общего характера.

Если рассматривать только поршневое излучение неоднородности и пренебречь взаимным влиянием первичного и вторичного источников, то отношение их мощностей определяется как отношение квадратов объемных скоростей:

$$\Delta_p = \frac{S_p^2 \langle w_p^{(0)} \rangle^2}{S_0^2 w_0^{(0)2}}, \quad (38)$$

где S_p - площадь p -й неоднородности, $\langle w_p^{(0)} \rangle$ - средняя скорость поверхности S_p , S_0 - эквивалентная площадь первичного источника ($\sim 1/\kappa_s^2$). Усреднение должно проводиться по радиальному направлению, поскольку в окружном направлении поле изгибных волн в нулевом приближении однородно. Предположим, что $L_{p,n} \ll \tau_{AB}$, тогда получим

$$|\langle w_p^{(0)} \rangle|^2 \sim |w_A^{(0)}|^2 (\kappa_s L_{p,n})^2 \frac{2}{\pi \kappa_s \tau_{AB}}, \quad (39)$$

И следовательно, относительная мощность вторичного источника оценивается как

$$\Delta_p = \frac{2}{\pi} k_s L_{p_1} \frac{L_{p_2}}{\tau_{ABp}}. \quad (40)$$

Заметим, что, как и следовало ожидать, в приближении $L_{p_1} \ll \tau_{AB}$ результат не зависит от L_{p_1} . Отношение L_{p_1}/τ_{ABp} определяет угловые размеры неоднородности по отношению к точке возбуждения или эффективность неоднородности как приемника изгибных волн. Величина $k_s L_{p_1}$ определяет эффективность неоднородности как преобразователя энергии изгибных волн в энергию акустических.

Нетрудно видеть, что распределенность неоднородности приводит к возрастанию роли гидродинамического канала передачи энергии. Гидродинамические возмущения затухают на расстояниях порядка $(l/\tau_{AB})^2$, где l — характерный размер области, вызывающей такие возмущения. Доля энергии, содержащейся в колебаниях жидкости, составляет $\rho_0/(\rho_s k_s h)$, где h — толщина пластины, и поэтому отношение энергий гидродинамического канала и упругих волн выглядит следующим образом:

$$\delta E \sim \left(\frac{\rho_0}{\rho_s k_s h} \right) \frac{k_s l^2}{\tau_{AB}}. \quad (41)$$

В случае неоднородности малых волновых размеров $l \sim k_s^{-1}$ и $\delta E \sim (k_s \tau_{AB})^{-1}$, т. е. относительная эффективность гидродинамического канала передачи быстро убывает с расстоянием τ_{AB} . Оценки показывают, что при увеличении волновых размеров неоднородности он становится определяющим.

Для наглядности проиллюстрируем влияние неоднородности графически. Пусть спектр излучения однородного основного элемента СМС выглядит так, как показано на рис. 6 сплошной линией. На нее перенесены частоты с рис. 1. Штрихпунктирной линией отоброжено излучение переменной силы, приложенной непосредственно к жидкости. К этому уровню стремится излучение СМС в СЧ-диапазоне (см. (28)) и части ВЧ-диапазона (см. (20)).

Пунктиром представлен случай инерционной неоднородности. Отражены основные особенности влияния неоднородности:

- смещение резонансов в НЧ-области,
- обогащение резонансными пиками в НЧ-области,
- повышение вкладов мод в СЧ-области,

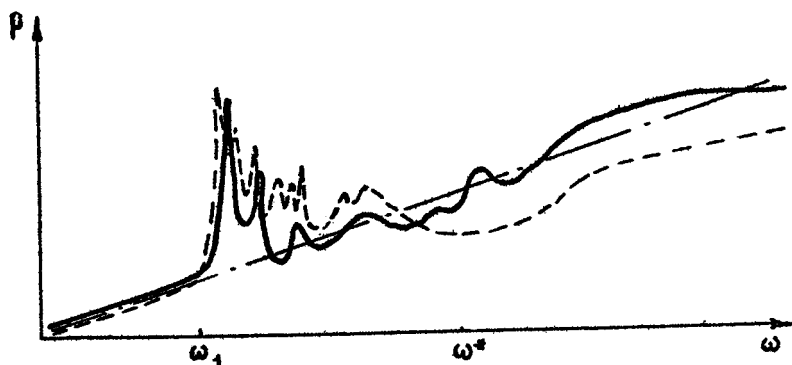


Рис. 6

– подавление излучения при совмещении точек приложения силы и локализации неоднородности и выполнении условия $M_H \omega > Z_c$.

Характеристики в СНЧ- и ВЧ-областях подобны для рассматриваемых в данной работе систем. В НЧ- и СЧ-диапазонах они индивидуальны и определяются добротностью СМС (резонансная составляющая), дисперсионными свойствами однородной системы (нерезонансная составляющая) и волновыми размерами системы.

Приложение

Резонансный отклик невозмущенной моды запишем следующим образом:

$$\psi_{k_j}^{(0)} = \frac{\langle F | \varphi_{k_j} \rangle}{M_{k_j} \omega_{k_j} \Gamma'_{k_j}} \left(\frac{\omega'_{k_j}}{\omega_{k_j}} \right), \quad (\text{П.1})$$

нерезонансные отклики остальных мод:

$$\psi_{l_q}^{(0)} = -i \frac{\omega_{k_j} \langle F | \varphi_{l_q} \rangle}{M_{l_q} \Omega_{k_j l_q}^2}. \quad (\text{П.2})$$

Поправки, связанные с неоднородностью, имеют вид

$$\psi_{l_q}^{(1)} = i \frac{\omega'_{k_j}}{M_{l_q} \Omega_{k_j l_q}^2} \sum_{p=1}^N Z_p \psi_{k_j} \varphi_{k_j}(\vec{x}_p) \varphi_{l_q}(\vec{x}_p), \quad (\text{П.3})$$

$$\omega_{lq}^{(2)} = i \frac{\omega'_{\kappa_j}}{M_{lq} \Omega_{\kappa_j lq}^2} \sum_{\rho=1}^N \sum_{mn}^{\infty} Z_{\rho} \omega_{mn}^{(1)} \varphi_{mn}(\vec{x}_{\rho}) \varphi_{lq}(\vec{x}_{\rho}). \quad (1.4)$$

Здесь $\Omega_{\kappa_j lq}^2 = \omega'_{\kappa_j}{}^2 - \bar{\omega}_{lq}^2$. Заметим, что поправки (П.3), (П.4) определяют изменения собственной формы (κ_j) при нагружении системы неоднородностью.

Определим величины α, β, γ :

$$\begin{aligned} \alpha &= \frac{1}{2} \operatorname{Re} \sum_{lq \neq \kappa_j} Z_{lq} \sum_{\rho=1}^N \frac{(\omega'_{\kappa_j})^3 \langle F | \varphi_{lq} \rangle \langle F | \varphi_{\kappa_j} \rangle}{M_{lq}^2 |\Omega_{\kappa_j lq}^2|^2 M_{\kappa_j} \omega_{\kappa_j}^2 \eta'_{\kappa_j}} (Z_{\rho} + Z_{\rho}^*) \times \\ &\quad \times \varphi_{\kappa_j}(\vec{x}_{\rho}) \varphi_{lq}(\vec{x}_{\rho}), \\ \beta &= \frac{1}{2} \operatorname{Re} \sum_{lq \neq \kappa_j} Z_{lq} \sum_{\rho=1}^N \sum_{\tau=1}^N \frac{(\omega'_{\kappa_j})^4 (\langle F | \varphi_{\kappa_j} \rangle)^2 Z_{\rho} Z_{\tau}^*}{M_{lq}^2 M_{\kappa_j}^2 \omega_{\kappa_j}^4 \eta'_{\kappa_j} |\Omega_{\kappa_j lq}^2|^2} \times \\ &\quad \times \varphi_{\kappa_j}(\vec{x}_{\rho}) \varphi_{lq}(\vec{x}_{\rho}) \varphi_{\kappa_j}(\vec{x}_{\tau}) \varphi_{lq}(\vec{x}_{\tau}), \\ \gamma &= \frac{1}{2} \operatorname{Re} \sum_{lq \neq \kappa_j} i Z_{lq} \sum_{\rho=1}^N \sum_{\tau=1}^N \frac{(\omega'_{\kappa_j})^4 \langle F | \varphi_{lq} \rangle \langle F | \varphi_{\kappa_j} \rangle}{M_{lq}^2 M_{\kappa_j}^2 |\Omega_{\kappa_j lq}^2|^2 \omega_{\kappa_j}^2 \eta'_{\kappa_j}} \times \\ &\quad \times \varphi_{lq}(\vec{x}_{\rho}) \varphi_{\kappa_j}(\vec{x}_{\tau}) \sum_{mn \neq \kappa_j} \frac{\varphi_{mn}(\vec{x}_{\tau})}{M_{mn}} \left(\frac{Z_{\rho} Z_{\tau}}{\Omega_{\kappa_j mn}^2} - \frac{Z_{\rho}^* Z_{\tau}^*}{\Omega_{\kappa_j mn}^2} \right). \end{aligned} \quad (П.5)$$

Литература

1. *Junger M. C., Felt D.* Sound, structures and their interaction. Cambridge: MIT Press, 1972.
2. *Junger M. C.* Approaches to acoustic fluid - elastic structure interaction // J. Acoust. Soc. Am. 1987. V. 82, N 4. P. 1115.
3. *Скучик Е.* Простые и сложные колебательные системы. М.: Мир, 1978.
4. *Fourney W. L., O'Hara G. J.* Normal modes and natural frequencies of combined structures // J. Acoust. Soc. Am. 1968. V. 44, N 5. P. 1220.
5. *Maidanik G., Dickey J.* Response of coupled basic one - dimensional dynamic systems // J. Sound. Vib. 1986. V. 111, N 3. P. 361.
6. *Maidanik G., Deckey J.* Response of coupled one - dimensional dynamic systems // J. Sound. Vib. 1988. V. 121, N 2. P. 187.
7. *Skudrzyk E.* The mean - value method of predicting the dynamic response of complex vibrators // J. Acoust. Soc. Am. 1980. V. 67, N 4. P. 1105.
8. *Филиппов А. П.* Колебания деформируемых систем. М.: Машиностроение, 1970.

9. *Nickolson J. W., Berman L. A.* Vibration of thick plates carryins concentrated masses // *J. Sound. Vib.* 1985. V. 103, N 3. P. 367. (Содержит обширную библиографию).

10. *Екимов А. Э., Лебедев А. В.* О колебаниях сложных механических систем с сосредоточенными неоднородностями // *Акуст. журн.* 1988. Т. 34, № 5. С. 841.

11. *Иванов В. С., Плахов Д. Д.* Колебания кругового кольца, несущего сосредоточенную массу // *Инженерный журн.* 1963. Т. 3, № 3. С. 482.

12. *Кононенко В. О., Паламарчук В. Г., Носаченко А. М.* Свободные колебания ребристой цилиндрической оболочки с присоединенной массой // *Прикладная мех.* 1977. Т. 13, № 1. С. 40.

13. *Плахов Д. Д.* Звуковое поле многопролетной пластины // *Акуст. журн.* 1967. Т. 13, № 4. С. 597.

14. *Романов В. Н.* Излучение звука бесконечной пластиной, подкреплённой стержнями // *Акуст. журн.* 1971. Т. 17, № 1. С. 92; 1972. Т. 18, № 4. С. 490.

15. *Белинский В. П.* Дифракция плоской волны на пластине, подкреплённой выступающим ребром жесткости // *ПММ.* 1978. Т. 42, № 3. С. 486.

16. *Белинский В. П.* Излучение звука пластиной, подкреплённой набором выступающих ребер жесткости, под действием периодической системы сил // *ПММ.* 1982. Т. 46, № 6. С. 1001.

17. *Бернбаит М. В.* Статистический анализ эффективности резонансного излучения погруженной в воду цилиндрической оболочки // *Труды ЛКИ.* № 117. Л., 1977. С. 36.

18. *Maidanik G.* Response of ribbed panel to reverberant acoustic fields // *J. Acoust. Soc. Am.* 1962. V. 34, N 6. P. 809.

19. *Lyon R. H.* Sound radiation from a beam attached a plate // *J. Acoust. Soc. Am.* 1962. V. 34, N 9. P. 1265.

20. *Дудник Р. А., Муzychuk O. B., Фляксель Э. А.* Излучение звука цилиндрической оболочкой с локальной массой // *Акуст. журн.* 1988. Т. 34, № 5. С. 834.

21. *Морз Ф., Фешбах Г.* Методы теоретической физики. М.: ИЛ, 1958 (Т. 1), 1960 (Т. 2).

22. *Manning J. E., Maidanik G.* Radiation properties of cylindrical shells // *J. Acoust. Soc. Am.* 1964. V. 36, N 9. P. 1691.

23. *Shechenyi E.* Modal densities and radiation efficiencies of unstiffened cylinder usins statistical methods // *J. Sound. Vib.* 1971. V. 19, N 1. P. 65, p. 83.

24. *Степанов В. Б., Тартаковский Б. Д.* О статистическом методе расчета вибраций сложной конструкции // *Акуст. журн.* 1987р Т. 33, № 4. С. 743.

25. *Desai C., Abel J.* Introduction to finite element method. N. Y.: Van Nostrand – Reinhold, 1972.

26. *Свешников А. Г., Тихонов А. М.* Теория функций комплексной переменной. М.: Наука, 1979.

27. *Никифоров А. С.* Излучение пластины конечных размеров при произвольных граничных условиях // *Акуст. журн.* 1964. Т. 10, № 1. С. 178.

28. *Smith P. W.* Coupling of sound and panel vibration below the critical frequencies // *J. Acoust. Soc. Am.* 1964. V. 36, N 8. P. 1516.

29. *Gless S. A. L.* Sound radiation from beams at low frequencies // *J. Sound. Vib.* 1983. V. 87, N 4. P. 637.

30. *Музыченко В. В.* Рассеяние и излучение звука цилиндрическими оболочками в жидкости: Автореф. дис. ... канд. физ.-мат. наук. М., 1986.

31. *Мхитаров Р. А.* О взаимодействии форм колебаний тонкой ограниченной пластины в жидкости // *Акуст. журн.* 1972. Т. 18, № 1. С. 146.

32. *Kettle R. F., Pens H.* The role of mode couplins in radiation of sound from vibratins structures // *The 109-th Meetins of the Acoust. Soc. Am. Section K. Shock and Vibration I. Structural acoustic.* 1985.

33. *Лебедев А. В.* О взаимодействии форм колебаний тонкой цилиндрической оболочки конечной длины // *Акуст. журн.* 1988. Т. 34, № 6. С. 1087.

34. *Лебедев А. В.* Влияние локальной инерционной неоднородности на излучение звука сложными механическими системами // Акуст. журн. (в печати).
35. *Гутин Л. Я.* Звуковое излучение бесконечной пластинки, возбуждаемой нормальной сосредоточенной силой // Акуст. журн. 1964, Т. 10, № 4. С. 431.
36. *Ньюмен Дж.* Морская гидродинамика. Л.: Судостроение, 1985.
37. *Feit D.* High frequency response of a point-excited cylindrical shell // J. Acoust. Soc. Am. 1970. V. 49, N 5 (2). P. 1499.
38. *Ross D.* Mechanics of underwater noise. N. Y.: Pergamon press, 1976.
39. *Донской Д. М., Екимов А. Э., Лебедев А. В.* О влиянии инерционной неоднородности на звукоизлучение тяжелых пластин // Акуст. журн. 1988. Т. 34, № 4. С. 628.
40. *Донской Д. М., Екимов А. Э.* О влиянии упругоинерционной неоднородности на звуковое излучение пластин и оболочек // Акуст. журн. (в печати).
41. *Лялунов В. Т.* Распространение изгибных волн в пластине с препятствием, погруженной в жидкость // Акуст. журн. 1968. Т. 14, № 3. С. 423.
42. *Лялунов В. Т., Никифоров А. С.* Виброизоляция в судовых конструкциях. Л.: Судостроение, 1974.

ЭНЕРГЕТИЧЕСКИЕ ОЦЕНКИ ЗВУКОИЗЛУЧЕНИЯ МЕХАНИЧЕСКИХ КОНСТРУКЦИЙ

Д. М. Донской, А. Э. Екимов

В настоящее время расчет излучательных свойств механических конструкций, в частности оболочек, ориентирован в основном на численные методы с применением ЭВМ. Такого рода расчеты удовлетворительно совпадают с измеренными значениями звукового поля в низкочастотном (балочные колебания оболочек) и высокочастотном (диффузное поле изгибных колебаний) диапазонах. В среднечастотном диапазоне (оболочечные формы колебаний) расхождение расчетных и экспериментальных данных может быть очень значительно. Это обусловлено рядом причин. В этом частотном диапазоне на излучающую способность оболочки оказывают влияние различные конструктивные параметры, упругоинерционные неоднородности. Учет всех этих факторов существенно усложняет расчеты и приводит к большой неопределенности при задании их механических свойств – граничных условий, вносимых потерь и т. п. Это также снижает достоверность расчетов.

Еще один значительный недостаток сложных численных расчетных методов для среднечастотного диапазона – трудности в их широком распространении для инженерных оценок. Как показывает опыт их применения, работать с такого рода программами могут лишь сами разработчики этих методов и программ, обладающие высокой квалификацией.

Кроме этого, применение численных методов слабо помогает в постижении физических механизмов формирования акустического излучения.

В данной работе предпринята попытка дополнить существующие методы простыми энергетическими оценками, позволя-

ющими по минимальному числу измеряемых параметров определять излучаемую в среднечастотном диапазоне мощность.

Акустическую мощность излучения механической конструкцией, изгибно колеблющейся под действием сосредоточенной гармонической силы $F = F_0 \sin(\omega t)$ можно представить в виде суммы нерезонансной N_0 и резонансной N_p составляющих излучения [1]:

$$N = N_0 + N_p. \quad (1)$$

Коротко остановимся на физических механизмах формирования обеих компонент излучения. Нерезонансная компонента поля обусловлена поршневым источником колебательной скорости, локализованным в окрестности точки приложения силы [2]. Дипольный характер нерезонансного излучения в жидкости [1] связан с тем, что этот поршневой источник расположен на оболочке (пластине), представляющей собой акустически мягкий экран на частотах

$$\omega \ll \frac{\rho c}{\rho_s h} = \omega^*, \quad (2)$$

где ρ, c – плотность и скорость звука в жидкости, ρ_s – плотность материала оболочки, h – ее толщина. На практике область интересующих нас частот всегда удовлетворяет этому соотношению. Наличие такого экрана, как известно [3], приводит к появлению мнимого противофазного источника, что и обуславливает дипольный характер излучения. Для пластин и оболочек (в том числе и с упругоинерционными неоднородностями), находящихся в жидкости, мощность нерезонансной компоненты не превышает мощности дипольного излучения, т. е. излучения силы той же величины, приложенной непосредственно к жидкости [4].

Резонансная компонента излучения обусловлена наличием в конструкции отражающих границ, что приводит к накоплению энергии изгибных колебаний и к увеличению излучаемой мощности N_p по сравнению с нерезонансной компонентой N_0 .

Резонансную компоненту мощности запишем в виде

$$N_p = \frac{1}{2} R_{\text{и}} \dot{W}^2, \quad (3)$$

где $R_{\text{и}}$ – сопротивление излучения на соответствующей резонансной частоте, \dot{W} – средняя скорость колебания конструк-

ции на той же частоте. Выражая скорость через внешнюю силу и импеданс конструкции, который в резонансе имеет чисто активный характер, получим

$$N_p = \frac{1}{2} \frac{R_{\text{и}} F^2}{(R_{\text{и}} + R_s)^2}, \quad (4)$$

где R_s – сопротивление диссипативных потерь в конструкции.

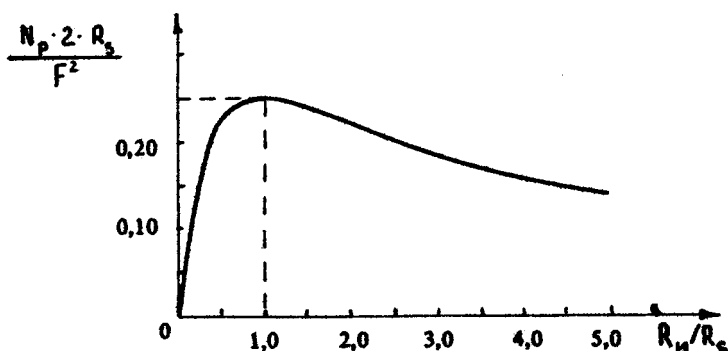


Рис. 1. Зависимость излучаемой в резонансе акустической мощности от соотношения сопротивлений излучения $R_{\text{и}}$ и потерь R_s

Из рис. 1, отражающего характер зависимости излучаемой в резонансе мощности от сопротивления излучения, видно, что максимальное излучение достигается в случае равенства сопротивлений излучения и потерь ($R_{\text{и}} = R_s$).

Для однородных оболочек $R_{\text{и}} = R_{\nu}$, где R_{ν} – сопротивление излучения резонансной моды с номером ν . На частотах ниже частоты совпадения (к этим частотам и относится среднечастотный диапазон) для большинства мод $R_{\nu} \ll R_s$ даже при минимальных диссипативных потерях, определяемых лишь потерями в материале оболочки, т. е. излучаемая этими модами мощность далека от максимально возможной.

Как отмечается в работе [2], R_{ν} определяется поршневыми источниками, локализованными вблизи отражающих границ конструкции. Введение в нее разного рода неоднородностей приводит к появлению дополнительных поршневых источников, а значит и к увеличению сопротивления излучения на величину сопротивления этих источников $R_{\text{и}}$. Следовательно, выражение для резонансной компоненты излучаемой мощности можно переписать в виде

$$N_p = \frac{1}{2} \frac{(R_v + R_H) F^2}{(R_v + R_H + R_s)^2} \quad (5)$$

Таким образом, наличие неоднородностей в конструкции приводит к росту сопротивления излучения и сближению (для большинства резонансных частот) с сопротивлением потерь R_s . При этом, как видно из рис. 1, будет возрастать и излучаемая мощность. Максимум излучения, достигаемый при равенстве сопротивлений излучения и потерь, определяется выражением

$$N_{p \max} = \frac{F^2}{8R_s} \quad (6)$$

Формула (6) может служить предельной оценкой излучаемой акустической мощности. Заметим, что это предельное значение определяется лишь внешней силой и диссипативными потерями в конструкции и не зависит от других конструктивных параметров. Отсюда следует в общем известный вывод, что кардинальной мерой снижения излучаемой мощности является уменьшение передаваемой от источника силы и увеличение диссипативных потерь в конструкции.

Приведем примеры использования изложенного энергетического подхода к оценке звукоизлучения.

ОЦЕНКА ВЛИЯНИЯ УПРУГОИНЕРЦИОННОЙ НЕОДНОРОДНОСТИ

Для описания упругоинерционной неоднородности введем два параметра: S_H — эффективная площадь и M_H — эффективная масса неоднородности. Параметр S_H равен площади, в пределах которой неоднородность можно считать недеформируемой на данной частоте. Так, например, для абсолютно жесткого диска радиусом a , $S_H = \pi a^2$, для упругого диска $S_H = \pi \tilde{\lambda}_H^2 / 16$ [2], где $\tilde{\lambda}_H$ — длина изгибной волны в упругом диске. Для недеформируемого ребра жесткости длиной $L \gg \lambda_H$, шириной $b \ll \lambda_H$, где λ_H — длина изгибной волны в оболочке, в направлении, перпендикулярном ребру, $S_H \approx L \lambda_H / 2$. Параметр M_H — масса неоднородности, соответствующая площади S_H . Такой выбор эффективной площади неоднородности связан с тем, что ее недеформируемая часть оказывает определяющее

влияние на акустическое излучение, так как приводит к появлению дополнительного поршневого источника площадью S_H . Здесь рассмотрим распределенные неоднородности с площадью $S_H > \pi \lambda^2 / 16$. Сопротивление излучения поршневого источника площадью S_H , с линейными размерами, меньшими длины звуковой волны в жидкости, и находящегося в акустически мягком экране (условие (2)) определяется выражением [3]

$$R_H = \frac{\rho c k^4 S_H^2 d^2}{24 \pi}, \quad (7)$$

где k – волновое число звуковой волны в жидкости, d – величина, эквивалентная расстоянию между действительным и мнимым (за счет мягкого экрана) источниками. Из работы [1] можно получить выражение для d :

$$d = \frac{\rho_s h}{\rho}. \quad (8)$$

Наличие у неоднородности массы M_H может приводить к подавлению части резонансных колебаний [5]. Однако при $M_H \ll M$, где M – полная масса конструкции, этот эффект пренебрежимо мал, дополнительный массовый импеданс, связанный с M_H , в резонансе компенсируется упругостью конструкции и влияние неоднородности сказывается прежде всего через механизм изменения сопротивления излучения.

Рассмотрим несколько возможных соотношений между сопротивлениями излучений. При $R_H < R_v$ неоднородность вообще не влияет на резонансное излучение. В случае $R_v < R_H$, $R_s < R_H$ $N_p = F^2 / 8R_H$ г. е. неоднородность снижает излучение. Для реальных конструкций наиболее вероятна ситуация, когда

$$R_v < R_H < R_s. \quad (9)$$

Тогда из выражений (5) и (9) получим

$$N_p = \frac{1}{2} \frac{R_H F^2}{R_s^2}. \quad (10)$$

Сопротивление потерь при резонансных колебаниях запишем в виде $R_s = \omega M_v / Q$, где Q – добротность резонансных колебаний, M_v – эффективная масса моды v . Для двумерных колебаний $M_v = M/4$, где M – полная масса колеблющейся конструкции [2]. Окончательно запишем

$$R_s = \omega M / 4 Q. \quad (11)$$

Подставляя (7), (8), (11) в соотношение (10), получим

$$\frac{N_p}{N_0} = \left(\frac{2S_n Q p_s h}{M} \right)^2, \quad (12)$$

где N_0 - мощность дипольного (нерезонансного) излучения:

$$N_0 = \frac{\kappa^2 F^2}{12\pi r^2}, \quad (13)$$

Применим полученное выражение (12) для оценки и сравнения с экспериментальными результатами. При этом учтем, что результаты экспериментов представлены для коэффициента передачи в направлении действия силы, т. е., как правило, для максимального излучения: $K_n = P_{\max} / P_0$, где $P_0 = \kappa F / 4\pi r$ - амплитуда давления дипольного излучения.

Полученные же выше соотношения записаны для полной, излучаемой во все пространство энергии, т. е.

$$\frac{N_p}{N_0} = \frac{2}{3} \left(\frac{P_{\max}}{P_0} \right)^2 \frac{1}{4\pi} \iint D^2(\theta, \varphi) d\Omega, \quad (14)$$

где $D(\theta, \varphi)$ - нормированная диаграмма направленности излучения, $d\Omega$ - элемент телесного угла, множитель $2/3$ обусловлен направленностью дипольного излучения, учтенного в формуле (13).

Перепишем (14) в виде

$$10 \lg(N_p / N_0) = 20 \lg K_n - K_Y - 1,8 \text{ [дБ]}, \quad (15)$$

где $K_n = P_{\max} / P_0$ - коэффициент передачи, определяемый в эксперименте, $K_Y = 10 \lg 4\pi \left[\iint D^2(\theta, \varphi) d\Omega \right]^{-1}$ - коэффициент усиления направленного излучения (принятое в антенной технике обозначение). Для ненаправленного излучения $D(\theta, \varphi) = 1$ и $K_Y = 0$. В этом случае в децибельном масштабе энергетическая оценка эквивалентна коэффициенту передачи в поле с учетом 1,8 дБ. В случае же направленного излучения $K_Y > 0$ и измеренные в эксперименте значения K_n по сравнению с энергетической оценкой будут иметь завышенное на $K_Y + 1,8$ дБ значение.

Измерения K_n проводились для цилиндрической оболочки с плоскими торцевыми заглушками и с неоднородностью в виде недеформируемого квадрата площадью $S_n = 0,02 S$, где S - площадь боковой поверхности оболочки. На рис. 2 сплошной кривой изображена частотная зависимость K_n для одно-

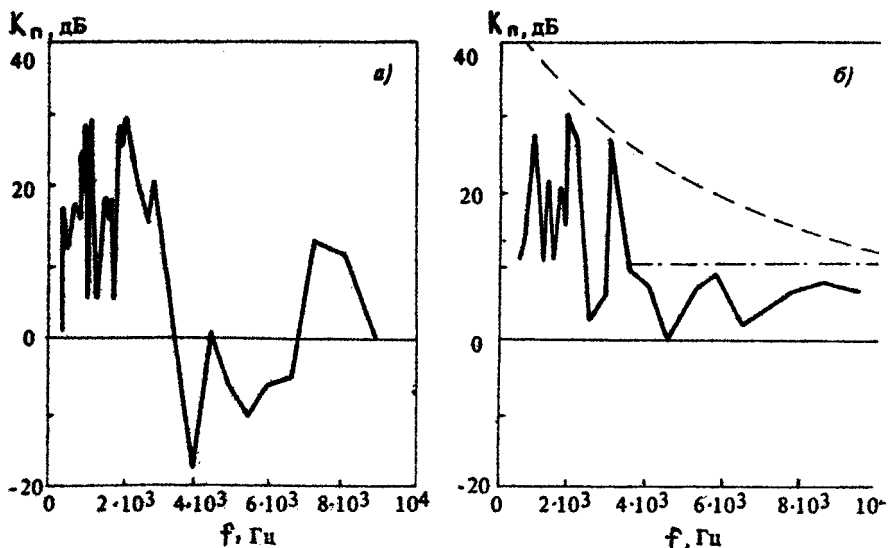


Рис. 2. АЧХ коэффициента передачи (—): а — однородная оболочка, б — оболочка с неоднородностью ($S_{in} = 0,02S$): - - - предельная оценка значений K_n , - · - · - оценка вклада неоднородности в K_n

родной оболочки (а) и оболочки с неоднородностью (б). Пунктирной кривой на рис. 2, б показана предельная оценка по формуле (6) с учетом (11) и (13). Штрихпунктирная прямая — оценка вклада неоднородности с использованием формулы (12). Последнюю удобно переписать с учетом соотношения $M = \rho_s h S$. Тогда получим простую и наглядную формулу для оценки вклада неоднородности:

$$\frac{N_p}{N_0} = \left(2Q \frac{S_{in}}{S} \right)^2. \quad (16)$$

Значение для добротности Q бралось из эксперимента: $Q = 130$. Из сопоставления приведенных на рис. 2 зависимостей видно, что неоднородность не оказывает существенного влияния на излучение в области частот ниже 3 кГц. Неоднородность увеличивает излучение начиная с 3 — 4 кГц. В этом диапазоне характер частотной зависимости и порядок величины K_n удовлетворительно согласуется с энергетической оценкой, что свидетельствует о доминирующей роли рассмотренного здесь механизма увеличения излучения. В диапазоне ниже 3 кГц (на-

чаяя с этой частоты и ниже неоднородность можно считать сосредоточенной, ее размер меньше длины изгибной волны в оболочке) R_H мало и влияние неоднородности менее значительно.

ПРЕДЕЛЬНЫЕ ОЦЕНКИ

Как следует из вышеизложенного, неоднородности (за исключением больших масс, сравнимых с массой конструкции) приводят к росту излучения через механизм увеличения сопротивления излучения. Рост возможен до определенного предела, оцениваемого выражением (6), которое перепишем в отнормированном виде

$$\frac{N_{p \text{ макс}}}{N_0} = \frac{3\pi r c^3}{2\omega^2 R_s} \quad (17)$$

Сопротивление потерь R_s можно оценить, используя соотношение (11), однако пользоваться им надо с осторожностью, так как для неоднородной конструкции масса M может быть частотно-зависимой величиной. Это обусловлено уменьшением области локализации в конструкции вибрационной энергии с увеличением частоты.

Сопротивление потерь можно определить и экспериментально как реальную часть импеданса на резонансных частотах, не погружая конструкцию в воду, т. е. провести чисто вибрационные измерения, и с помощью пересчета по формуле (17) оценить излучаемую такой конструкцией мощность. Такие измерения были проведены с двумя цилиндрическими оболочками, продольный разрез которых изображен на рис. 3, а, 4, а. Обе оболочки имеют сварной шов вдоль образующей, оболочка на рис. 4, а подкреплена ребрами жесткости. Стрелками отмечены точки, для которых измерялись коэффициенты передачи. Сопротивления потерь R_s измерялись с помощью импедансной головки для каждой оболочки в воздухе в тех же точках. На рис. 3, б и 4, б пунктирной линией показаны предельные уровни, полученные с помощью формулы (17) по измеренным R_s , сплошной линией — частотные зависимости коэффициента передачи для соответствующих точек. Из сравнения видно, что в среднечастотной области имеет место хорошее согласование по порядкам величин оценочных и экспериментальных данных. Превышение отдельных экспериментальных пиков над оценочной кривой обусловлено направленностью излучения в соответствии с формулой (15).

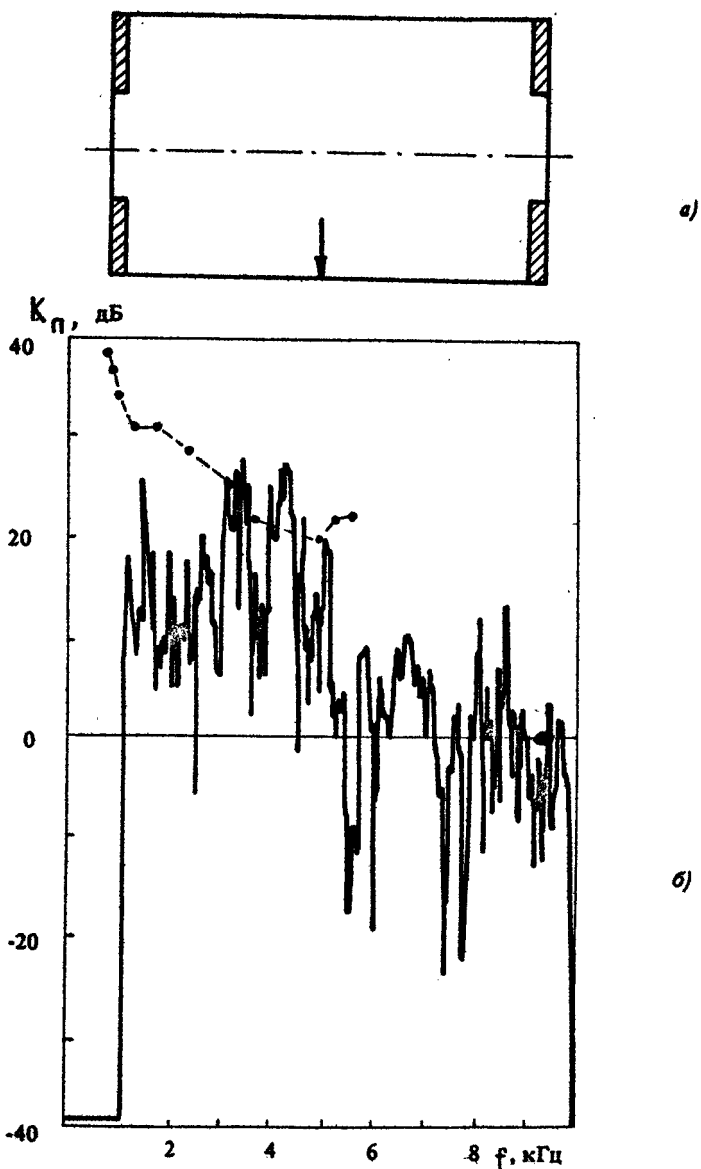


Рис. 3. Продольный разрез однородной оболочки (а) и АЧХ коэффициента передачи (б): — экспериментальные значения K_n , - - - оценка предельных значений K_n по измеренным R_s в воздухе

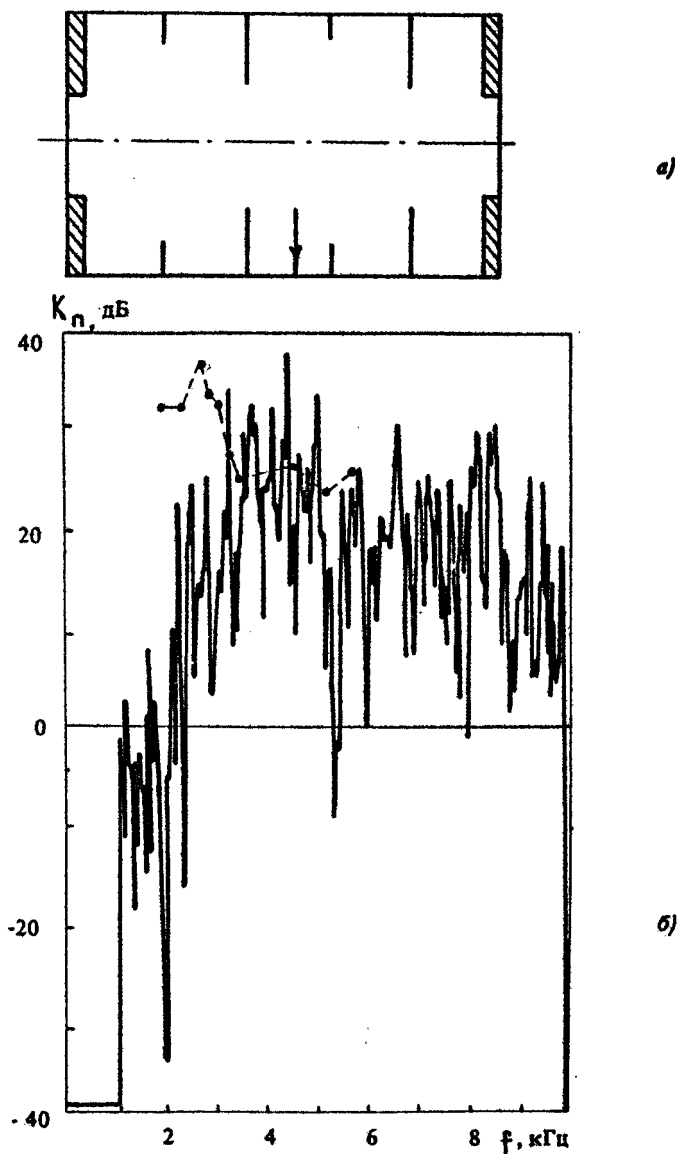


Рис. 4. Продольный разрез оболочки с подкреплением (а) и АЧХ коэффициента передачи (б): — экспериментальные значения K_n , - - - оценка предельных значений K_n по измеренным R_S в воздухе

Литература

1. *Junger M. C., Felt D.* Sound structures and their interaction. Cambridge etc. The MIT Press, 1972.
2. Скучик Е. Простые и сложные колебательные системы. М.: Мир, 1971.
3. *Исакович М. А.* Общая акустика. М.: Наука, 1973.
4. *Донской Д. М., Екимов А. Э.* О влиянии упругонерционных неоднородностей на звуковое излучение пластин и оболочек // Акуст. журн. 1989 (в печати).
5. *Екимов А. Э., Лебедев А. В.* О колебаниях сложных механических систем с сосредоточенными неоднородностями // Акуст. журн. 1988. Т. 34, № 5. С. 841.

ИЗЛУЧЕНИЕ ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ ОБОЛОЧКИ С ЖЕСТКОЗАКРЕПЛЕННОЙ РАСПРЕДЕЛЕННОЙ МАССОЙ

Р. А. Дудник, Э. А. Фляксель

Собственные колебания цилиндрических оболочек с массами, распределенными по участку поверхности, рассматривались в работах [1-4], изучались колебания оболочек с двумя видами распределенных масс: 1) распределенная масса рассматривалась как инерциальный слой, не меняющий жесткости оболочки в месте его присоединения (жесткость оболочки значительно больше жесткости присоединенной массы), 2) распределенная масса на части поверхности оболочки создается путем образования утолщений (или накладок) из материала, обладающего соизмеримой или значительно большей жесткостью по сравнению с материалом оболочки. Численные методы решения, применяемые в вышеуказанных работах, не позволяют детально изучить вопросы влияния неоднородности на вибрационные и акустические характеристики. Этот анализ целесообразно провести для простейшей модели, когда решение удастся получить в аналитическом виде, что значительно облегчает понимание физики рассматриваемых явлений и способствует построению адекватных расчетных моделей распределения вибрационной скорости и звукоизлучения неоднородной цилиндрической оболочки (ЦО).

В настоящей работе рассмотрены колебания неограниченной ЦО, вдоль образующей которой жестко закреплена неоднородность (в виде абсолютно жесткой накладки), характеризующаяся погонными массой m_0 и моментом инерции I_0 относительно поворота на угол ϑ вокруг нормали к поверхности оболочки (при $\psi = \pi$), при этом размеры неоднородности по азимуту характеризуются параметром $\eta = \varphi_0 / \pi$ ($0 \leq 2\varphi_0 \leq \pi/2$),

центр инерции неоднородности находится при $\varphi = \pi$.

Ограничимся анализом простейшего случая, соответствующего преимущественно низкочастотным азимутальным формам колебаний ЦО и будем пренебрегать тангенциальными силами инерции оболочки. Исследование проведем с учетом реакции собственного поля излучения. Используя приближение технической теории оболочек и принцип наименьшего действия, получим следующую систему уравнений самосогласованной задачи о вынужденных колебаниях неоднородной ЦО в упругой среде:

$$\begin{aligned} \frac{d^4 W}{d\varphi^4} - \xi^2 W &= \frac{F - p|_{r=a}}{\beta^2}, \\ \left(\frac{d^2 W}{d\varphi^2} \Big|_{\varphi=\pi-\varphi_0} - \frac{d^2 W}{d\varphi^2} \Big|_{\varphi=-\pi+\varphi_0} \right) + \frac{\sin 2\pi\eta}{2} \left(\frac{d^2 W}{d\varphi^2} \Big|_{\varphi=\pi-\varphi_0} + \frac{d^2 W}{d\varphi^2} \Big|_{\varphi=-\pi+\varphi_0} \right) + 2\pi\alpha\xi^2 \frac{dW}{d\varphi} &= \frac{M^{(H)}}{\Lambda\beta^2}, \\ \left(\frac{d^3 W}{d\varphi^3} \Big|_{\varphi=\pi-\varphi_0} - \frac{d^3 W}{d\varphi^3} \Big|_{\varphi=-\pi+\varphi_0} \right) + \frac{\pi\alpha\xi^2}{\cos \pi\eta} \left(W \Big|_{\varphi=\pi-\varphi_0} + W \Big|_{\varphi=-\pi+\varphi_0} \right) &= F^{(H)} \alpha / \Lambda\beta^2. \end{aligned} \quad (1)$$

Система (1) решается совместно с граничными условиями, соответствующими жесткому закреплению неоднородности на поверхности оболочки при $r = a$:

$$\begin{aligned} W \Big|_{\varphi=\pi-\varphi_0} - W \Big|_{\varphi=-\pi+\varphi_0} &= -\theta a \sin 2\pi\eta, \\ \frac{dW}{d\varphi} \Big|_{\varphi=\pi-\varphi_0} &= \frac{dW}{d\varphi} \Big|_{\varphi=-\pi+\varphi_0} = \alpha\theta, \end{aligned} \quad (2)$$

где W - радиальное перемещение ЦО, $F = F(\varphi)$ - интенсивность внешней гармонической силы, $p|_{r=a}$ - давление, излучаемое при вынужденных колебаниях неоднородной оболочки в окружающую упругую среду ($r \geq a$). В системах (1), (2) использованы следующие безразмерные параметры:

$$\begin{aligned} \xi &= \omega / \omega_1; \quad \alpha = m_0 / (2\pi m_s a); \quad \beta = I_0 / (2\pi m_s a^3) = \alpha H^2, \\ I_0 &= m_0 h_{3\varphi}^2; \quad H = h_{3\varphi} / a; \quad \Lambda = Eh / (1 - \nu^2), \end{aligned} \quad (3)$$

где ξ - безразмерная частота внешней гармонической силы; $\omega_1 = \omega_0 \beta$; $\beta = h / \sqrt{12} a$; $\omega_0 = (1/a) \sqrt{E/\rho_s(1-\nu^2)}$ - частота пульсирующих колебаний оболочки, α - параметр неоднородности, равный отношению погонных масс неоднородности и оболочки радиусом a , $m_s = \rho_s h$ - масса единицы поверхности оболочки толщиной h , \mathcal{E} - параметр, характеризующий момент инерции неоднородности, $h_{\text{эф}}$ - эффективный размер неоднородности; E, ν, ρ_s - модуль Юнга, коэффициент Пуассона, плотность материала оболочки, соответственно.

Решение системы уравнений можно провести известными методами, представив решение в виде рядов по собственным формам колебаний, соответствующим однородной ЦО. Это приводит к системе алгебраических уравнений относительно амплитуд колебаний, характеризующих систему связанных гармонических осцилляторов, связь между которыми осуществляется как через окружающую упругую среду, так и через неоднородность, причем величина связи возрастает с ростом параметров неоднородности α и \mathcal{E} .

В этом случае анализ вынужденных колебаний и излучения неоднородной ЦО возможен только численными методами. С целью выяснения влияния неоднородности на характер вынужденных колебаний целесообразно представить решение в виде разложения в ряд по собственным формам колебаний однородной системы.

В этом случае можно построить полную ортонормируемую систему собственных функций, основные характеристики которой удастся получить в аналитическом виде, что позволяет дать наглядную физическую интерпретацию полученных результатов.

Учитывая, что неоднородная система имеет плоскость симметрии ($\varphi = \pi$), решение (1), (2) можно представить в виде

$$W(\varphi) = W^{(1)}(\varphi) + W^{(2)}(\varphi), \quad (4)$$

где $W^{(1)}(\varphi)$ - симметричные, $W^{(2)}(\varphi)$ - антисимметричные функции, что позволяет разделить систему уравнений (1), (2) на симметричные и антисимметричные части.

Решение этих уравнений имеет вид

$$W_q^{(1)} = \cos \frac{\chi \varphi}{\pi} + \frac{\sin \chi(1-\eta)}{\text{sh} \chi(1-\eta)} \text{ch} \frac{\chi \varphi}{\pi}; \quad -\pi + \varphi_0 \leq \varphi \leq \pi - \varphi_0,$$

$$W_q^{(2)} = \sin \frac{\chi \varphi}{\pi} - \frac{\sin \chi(1-\eta) + \alpha \cos \chi(1-\eta)}{\text{sh} \chi(1-\eta) + \alpha \text{ch} \chi(1-\eta)} \text{sh} \frac{\chi \varphi}{\pi}; \quad -\pi + \varphi_0 \leq \varphi \leq \pi - \varphi_0. \quad (5)$$

где $\chi = (\gamma/\pi) \sin 2\pi\eta$, $\gamma = \gamma_q^{(i)}$ — собственные значения и $\xi_q^{(i)}$ — собственные частоты для симметричных ($i = 1$) и антисимметричных ($i = 2$) собственных функций определяются согласно рабочим уравнениям задачи следующими соотношениями:

$$i=1 \quad 1 + \alpha \frac{\chi}{2 \cos \pi \eta} [\operatorname{ctg} \gamma(1-\eta) + \operatorname{cth} \gamma(1-\eta)] = 0,$$

$$i=2 \quad 1 - (\gamma/\pi)^2 \sin^2(2\pi\eta) \operatorname{ctg} \gamma(1-\eta) \operatorname{cth} \gamma(1-\eta) + \\ + \alpha \frac{\chi^3}{2\pi^2} [\operatorname{ctg} \gamma(1-\eta) - \operatorname{cth} \gamma(1-\eta)] = 0,$$

$$\omega_q^{(i)}/\omega_1 = \xi_q^{(i)} = (\gamma_q^{(i)}/\pi)^2. \quad (6)$$

Здесь $q = 2, 3, \dots$ — номера корней соответствующих характеристических уравнений.

Радиальное перемещение в интервале $\pi - \varphi_0 \leq \varphi \leq \pi + \varphi_0$ определяется из геометрических соотношений:

$$W_q^{(1)} = \frac{W_q \Big|_{\varphi=\pi-\varphi_0}}{\cos \pi \eta} \cos \varphi,$$

$$W_q^{(2)} = \frac{W_q \Big|_{\varphi=\pi-\varphi_0}}{\sin 2\pi \eta} \sin 2\varphi. \quad (7)$$

Функции $W_q^{(i)}$ являются ортогональными (ортогональность с весом, зависящим от параметров неоднородности α, α, η). В дальнейшем будем использовать ортонормированные собственные функции

$$\psi_q^{(1)}(\varphi) = \frac{W_q^{(1)}(\varphi)}{\sqrt{D_q^{(1)}}}, \quad \psi_q^{(2)} = \frac{W_q^{(2)}(\varphi)}{\sqrt{D_q^{(2)}}}, \quad (8)$$

где $D_q^{(i)}$ — норма соответствующих форм колебаний.

Отметим характерные особенности собственных функций $\psi_q^{(i)}$ и собственных значений $\gamma_q^{(i)}$. При малых значениях параметров неоднородности $\alpha \ll 1$, $\alpha \ll 1$ решения характеристических уравнений (6) имеют вид

$$\gamma_q^{(1)} \approx \frac{q\pi}{1-\eta} \left[1 - \frac{\alpha}{2(1-\eta)\cos \pi \eta} \right], \\ \gamma_q^{(2)} \approx \frac{q\pi}{1-\eta} \left[1 + \frac{q \sin^2 2\pi \eta - 4\alpha q^2 \pi}{8\pi} \right], \quad (9)$$

где $q=2, 3, \dots$. Отметим, что в предельном случае, когда $\alpha \rightarrow 0$, $\eta \rightarrow 0$, $\beta \rightarrow 0$, имеем $\gamma_q^{(1)} = \gamma_q^{(2)} = q\pi$, $\xi_q^{(1)} = \xi_q^{(2)} = q^2$, $\psi_q^{(1)} = (\cos q\pi)/\sqrt{\pi}$, $\psi_q^{(2)} = (\sin q\pi)/\sqrt{\pi}$, что совпадает с известными выражениями для однородной ЦО [5].

Аналитическое решение характеристических уравнений (6) удастся получить в практически важном случае больших значений параметров неоднородности, $\alpha > 1$, $\beta > 1$, тогда

$$\gamma_q^{(1)} = \frac{(q-1/4)\pi}{1-\eta} \left[1 + \frac{(1-\eta) \cos \pi \eta}{\alpha \pi^2 (q-1/4)^2} \right],$$

$$\gamma_q^{(2)} = \frac{(q-3/4)\pi}{1-\eta} \left\{ 1 + \frac{(q-3/4)^2 \sin^2 2\pi \eta - 4}{2\pi [(q-3/4)^3 \sin^2 2\pi \eta - 2\pi \alpha (q-3/4)^4]} \right\}, \quad (10)$$

где $q=2, 3, \dots$.

Как показывают расчеты, соотношения (10) определяют собственные значения с погрешностью менее 5% при $\alpha, \beta \geq 2$ ($\eta \leq 0,1$). Из соотношений (9), (10) следует, что неоднородность изменяет собственные значения q -й формы колебаний в пределах

$$\frac{q\pi}{1-\eta} \geq \gamma_q^{(1)} > \frac{(q-1/4)\pi}{1-\eta}, \quad \frac{\pi q}{1-\eta} \geq \gamma_q^{(2)} > \frac{q-3/4}{1-\eta},$$

т.е. момент инерции неоднородности (параметр β) оказывает более сильное влияние на изменения $\gamma_q^{(2)}$ по сравнению с влиянием массы неоднородности (параметр α) на $\gamma_q^{(1)}$. Отметим, что при $\eta \rightarrow 0$ выражения (9), (10) совпадают с соответствующими выражениями в работе [6]. Видно, что увеличение азимутальных размеров неоднородности (η) приводит к увеличению собственных значений как для симметричных, так и антисимметричных форм колебаний, причем это увеличение настолько велико, что даже при больших значениях α можно снизить частоту компенсировать за счет увеличения η . Например, для второй симметричной формы колебаний при $\alpha=1$, $\eta=0,1$ параметр $\gamma_q^{(1)}$ совпадает с собственными значениями однородной системы.

Отметим, что соотношения (3), (8)–(10) определяют характерные особенности деформации собственных форм колебаний ЦО $\psi_q^{(i)}(\varphi)$. На рис. 1 приведены модули $\psi_q^{(i)}(\varphi)$ при $q=4$, $\eta=0,1$ (сплошная кривая – $\alpha=0,2$, пунктир – $\alpha=1$). Под действием неоднородности происходит уменьшение расстоя-

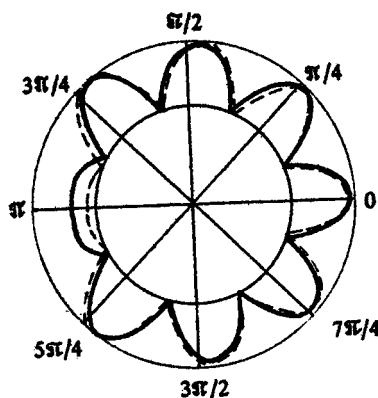


Рис. 1. Зависимость $|\Psi_q^{(1)}(\varphi)|$ при $q = 4$, $\eta = 0,1$. Сплошная кривая — $\alpha = 0,2$; пунктир — $\alpha = 1$

ний между узлами $\Psi_q^{(1)}$ в окрестности неоднородности и снижение амплитуды пучности в месте расположения неоднородности $\Psi_q^{(1)}(-\pi + \varphi_0; \pi - \varphi_0)$ по сравнению с соответствующими параметрами для однородной ЦО. Эти деформации возрастают с ростом параметров α, η и с ростом номеров форм колебаний. Удобной для практических приложений мерой деформации собственных функций под действием неоднородности могут служить значения коэффициентов разложения $\Psi_q^{(i)}(\varphi)$ в ряды Фурье по собственным функциям однородной системы.

Коэффициенты разложения A_{qm} для симметричных функций $\Psi_q^{(1)}$ в ряды по $\cos m\varphi$, а B_{qm} — для антисимметричных функций $\Psi_q^{(2)}$ в ряды по $\sin m\varphi$. Характерно, что неоднородность приводит к такой деформации собственных функций, когда в разложении $\Psi_q^{(1)}(\varphi)$ с номерами $q \geq 2$ возникают члены, соответствующие пульсирующим ($m=0$) и осциллирующим ($m=1$) колебаниям ЦО. Для собственных функций $\Psi_q^{(1)}(\varphi)$ при $q \geq 2$ возникают члены разложения, соответствующие осциллирующим ($m=1$) колебаниям однородной оболочки. Влияние неоднородности на деформацию собственных функций $\Psi_q^{(i)}$ наглядно прослеживается из зависимости A_{qm} от α и η . С ростом α значения A_{qm} возрастают и стремятся к постоянным значениям при достаточно больших α . Увеличение параметра η приводит к снижению значений коэффициентов разложения A_{qm} . Следует также отметить, что при определенных сочетаниях параметров α и η коэффициент $A_{q0} = 0$ (например, $\eta = 0,1$, $\alpha = 0,15$).

Анализ вынужденных колебаний неоднородной ЦО с учетом реакции окружающей упругой среды проведем известным методом [5], представив решение задачи о вынужденных колебаниях в виде разложения в ряды по собственным формам колебаний системы в вакууме:

$$v(\psi) = v_0 \sum_{q=2}^{\infty} \left[C_q^{(1)} \Psi_q^{(1)}(\psi) + C_q^{(2)} \Psi_q^{(2)}(\psi) \right], \quad (11)$$

где v_0 - размерная амплитуда, $C_q^{(i)}$ - искомые амплитуды разложения вибрационной скорости. Однако для построения этой системы уравнений, с учетом влияния окружающей упругой среды на вынужденные колебания и излучение неоднородной ЦО, целесообразно использовать известное решение задачи об излучении неограниченного цилиндра радиусом a с заданным распределением нормальной составляющей на его поверхности. С этой целью, используя разложения $\Psi_q^{(i)}(\psi)$ в ряды Фурье, представим (1) в виде

$$v(\psi) = v_0 \sum_{m=0}^{\infty} (A_m \cos m\psi + B_m \sin m\psi),$$

$$A_m = \sum_{q=2}^{\infty} C_q^{(1)} a_{qm} \varepsilon_m^{(-1)}; \quad B_m = \sum_{q=2}^{\infty} C_q^{(2)} b_{qm}, \quad (12)$$

где $\varepsilon_m = 2$ при $m=0$ и $\varepsilon_m = 1$ при $m \geq 1$.

Если подставить (11) в рабочие уравнения задачи (1), (2), использовать свойство ортогональности собственных функций $\Psi_q^{(i)}$ и поменять в следующей далее формуле (14) порядок суммирования; можно получить систему алгебраических уравнений относительно амплитуды $C_q^{(i)}$:

$$C_q^{(i)} Z_q^{(i)} + \varepsilon \sum_{r=2}^{\infty} C_q^{(i)} Z_{qr}^{(i)} = f_q,$$

$$Z_q^{(i)} = \left[\left(\frac{\xi_q^{(i)^2}}{\xi_q} - \xi^2 \right) \right] (-i\xi)^{-1} + 2\Delta,$$

$$Z_{qr}^{(1)} = \pi \sum_{m=0}^{\infty} Z_m a_{qm} a_{rm} \frac{2}{\varepsilon_m},$$

$$Z_{qr}^{(2)} = \pi \sum_{m=1}^{\infty} Z_m b_{qm} b_{rm},$$

$$Z_m = i \frac{H_m^{(1)}(\kappa a)}{[H_m^{(1)}(\kappa a)]'}, \quad (13)$$

где $Z_q^{(i)}$ - механический импеданс q -й формы колебаний

неоднородной системы с собственной частотой $\xi_q^{(1)}$ (6):

Δ — безразмерный параметр собственных потерь в системе;
 $Z_{q\tau}^{(i)}$ — импеданс излучения q -й формы колебаний (при $q=\tau$) и взаимодействия q -й и τ -й форм колебаний неоднородной ЦО через окружающую упругую среду, Z_m — импеданс излучения m -й формы колебаний однородной ЦО, $\varepsilon = \rho c / m_s \omega_1$ — безразмерный параметр, характеризующий взаимодействие тонкостенной оболочки с упругой средой, равный отношению волнового сопротивления среды ρc к инерционному импедансу единицы поверхности оболочки $m_s \omega_1$, взятого на частоте ω_1 .

Коэффициенты $f_q^{(i)}$ в уравнениях (13) зависят от характера внешней заданной силы. Например, в случае локальной силы $F - (F_0/a)\delta(\psi - \psi_1)$ имеем $f_q^{(1)} = \Psi_q^{(1)}(\psi_1)$, $f_q^{(2)} = \Psi_q^{(2)}(\psi_1)$ и $v_0 = F_0 / m_s \omega_1 a$. В практически важном случае, когда локальная сила приложена в точке $\psi_1 = \pi$, будут возбуждаться только симметричные формы колебаний, для которых $\Psi_q^{(1)}(\psi = \pi) \neq 0$. Поэтому выбор способа возбуждения системы может оказать существенное влияние на значения амплитуд $f_q^{(i)}$ и, следовательно, на виброакустические характеристики неоднородной ЦО.

В системе уравнений (13) члены с ε учитывают влияние среды на низкочастотные колебания неоднородной ЦО. Согласно (13) азимутальные формы колебаний неоднородной ЦО в среде оказываются связанными между собой в отличие от однородной ЦО. Эта особенность поведения неоднородной ЦО определяется деформацией собственных форм колебаний $\Psi_q^{(i)}$ в результате действия неоднородности. Отметим, что для рассматриваемой системы симметричные и антисимметричные формы колебаний не связаны между собой.

Учтем, что для первых азимутальных форм колебаний ЦО волновой параметр ka мал, т.е. $ka \ll 1$ (цилиндр малых волновых размеров), и в уравнениях (13) импедансы излучения намного больше импедансов взаимодействия $Z_{q\tau}$ ($Z_{q\tau} / Z_{q\tau} \gg 10$). Это дает право в первом приближении пренебречь всеми импедансами $Z_{q\tau}$ при $q \neq \tau$. В этом приближении в системе уравнений (13) можно ограничиться учетом только диагональных членов, что позволяет получить решение системы в аналитическом виде. Используя это решение, можно построить зависимости от азимута и частоты как вибрационной скорости $v(\psi, \xi)$, так и излучаемого давления $p(\psi, \xi)$ при различных значениях параметров неоднородности и различных способах возбуждения.

На рис. 2 представлены зависимости $v(\varphi)$ при разных значениях α , при $\eta = 0,1$ на резонансных частотах $\xi = \xi_q$ при $q = 3$, точка приложения силы $\varphi_1 = \pi$. Как видно из графиков, с ростом α происходит уменьшение амплитуды скорости в области закрепления массы.

Известно, что заданное распределение вибрационной скорости $v(\varphi)$ (12) при $\tau = 1$ создает в окружающей упругой среде ($\tau > 1$) давление, определяемое соотношением [5]

$$P(\tau, \varphi) = \rho c v_0 \sum_{m=0}^{\infty} i \frac{H_m^{(1)}(k\tau)}{[H_m^{(1)}(k\Omega)]'} (A_m \cos m\varphi + B_m \sin m\varphi), \quad (14)$$

где ρc — волновое сопротивление среды, $k = \omega/c$; $H_m^{(1)}(k\tau)$ — функция Ханкеля первого рода m -го порядка. Здесь члены с

$m = 0$ соответствуют излучению монопольного типа, создаваемые пульсирующими колебаниями цилиндра, члены с $m = 1$ — излучению дипольного типа, создаваемому осциллирующими колебаниями цилиндра.

Отметим, что внешняя сила будет возбуждать и колебания ЦО как целого. Решение уравнения движения при осциллирующих вынужденных колебаниях ЦО вдоль направления $\varphi = 0$ можно записать в виде

$$v = v_0 [C_1 \cos \varphi; \quad C_1 = \frac{\cos \varphi_1}{2\pi^2} \times \left[(1+\alpha)(-i\xi) + \varepsilon Z_1 \right]^{-1}, \quad (15)$$

где Z_1 — импеданс излучения ЦО при осциллирующих колебаниях ($m = 1$). Такое движение будет создавать дополнительное дипольное излучение $P_{дип}$ определяемое (14), (15) при $m = 1$.

$$P_1 = \bar{P}_1 \cos \varphi; \quad \bar{P}_1 = \frac{\varepsilon F_0}{a} i \frac{H_1^{(1)}(k\tau)}{[H_1^{(1)}(k\Omega)]'} C_1. \quad (16)$$

В качестве эталонного удобно выбрать давление, создаваемое

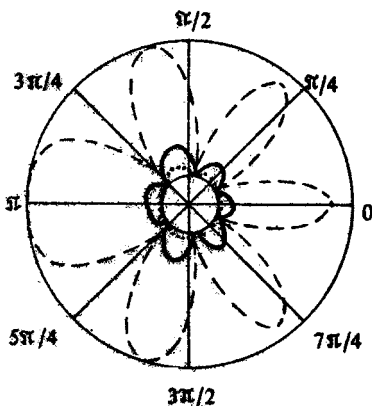


Рис. 2. Зависимость нормальной составляющей скорости от азимутального угла при $\eta = 0,1$. --- $\alpha = 2 \cdot 10^{-2}$, — $\alpha = 0,2$, ... $\alpha = 1$

при осциллирующих колебаниях однородной ЦО под действием силы F_0 :

$$P_{ЭТ} = \frac{\epsilon F_0}{a} i \frac{H_1^{(4)}(k\chi)}{[H_1^{(4)}(k\Omega)]'} \frac{\cos \psi_1}{2\pi^2} (-i\xi)^{-1}. \quad (17)$$

В результате общее нормированное излучение неоднородной ЦО можно представить в виде

$$P_H = \frac{P_{\text{общ}}}{P_{ЭТ}} = \frac{P_{\text{дип}} + P}{P_{ЭТ}}, \quad (18)$$

где P определяется соотношением (14).

Как было показано в работе [6], нормированное давление P_H в дальней зоне ($k\chi \gg 1$) можно представить в виде, удобным для иллюстрации влияния неоднородности на характер излучения ЦО. Согласно (11), (12), (14) давление P_H образовано суперпозицией монопольного, дипольного, квадрупольного и других излучений, возникающих при колебаниях неоднородной ЦО. Влияние неоднородности ($\alpha \neq 0$, $\eta \neq 0$) приводит к деформации собственных форм колебаний $\Psi_q^{(1)}$ содержащих в Фурье разложении коэффициенты $a_{q0}, a_{q1}, a_{q2} \dots$; b_{q1}, b_{q2} . Для ЦО малых волновых размеров ($k\Omega \ll 1$) уже при $\alpha \gg 0,2$ излучение монопольного типа значительно превышает вклад излучений всех других типов, и в уравнениях (12) —

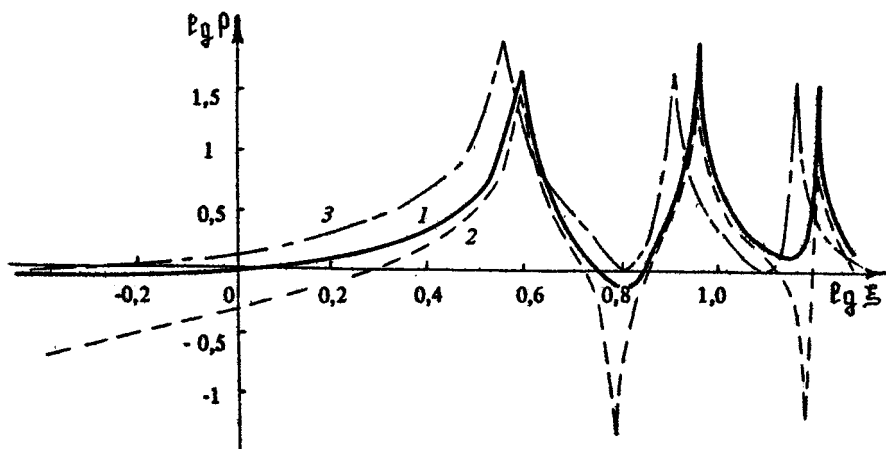


Рис. 3. Частотная зависимость нормированного излучаемого давления в воздухе при $\alpha = 0,2$, $2h = 0,1$. 1 — полное излучаемое давление ($\eta = 0,05$), 2 — учет только монопольного излучения ($\eta = 0,05$), 3 — полное излучаемое давление ($\eta = 0$)

(14) можно учитывать только монополюсные члены разложения. На рис. 3 представлены результаты расчета для воздуха: кривая 1 - по точным соотношениям, кривая 2 - с учетом только монополюсных членов от каждой деформированной формы колебаний (члены a_{q_0}). Видно, что результаты расчетов совпадают в области резонансных максимумов. Это обстоятельство значительно упрощает расчеты излучаемого давления и объясняет влияние неоднородности на изменение характера ρ_n . Поэтому уровень излучаемого давления неоднородной оболочки может значительно повышаться (при $\alpha = 1$ до 20 дБ) в отдельных участках диапазона. Отметим, однако, что увеличение азимутальных размеров неоднородности ($\eta \neq 0$) приводит к компенсации снижения частоты за счет $\alpha \neq 0$ и к уменьшению уровня излучаемого давления для основной формы колебаний (до 4 дБ при $\eta = 0,05, \alpha = 0,2$) по сравнению с $\rho_n(\xi)$ (кривая 3 на рис. 3) для локальной массы при том же значении α .

Расчеты по формулам (14), (18) производились для ЦО из стали, когда безразмерные параметры ϵ, N (кд = $\pi N \xi, N = a_0 / \pi s$ - параметр, определяющий размеры оболочки на характерной частоте ω_1) равны для воздуха: $\epsilon = 0,35, N = 1,43 \cdot 10^{-2}$; для воды: $\epsilon = 1,25 \cdot 10^3, N = 3,24 \cdot 10^{-3}$. При расчетах пользовались значениями $a/h = 100$.

На рис. 4 показано влияние среды и параметра собственных потерь на частотную характеристику излучаемого нормированного давления $\rho_n(\xi)$ в направлении $\psi = 0$, соответствующую возбуждению локальной силой, приложенной к центру неоднородности $\psi_1 = \pi$ при значениях параметра неоднородности $\alpha = 1, \eta = 0,05$. Как видно, для оболочки в воде резонансные максимумы давления смещаются в область более низких частот - смещение порядка одной октавы (эффект присоединенной массы).

Радиационные потери для ЦО в воздухе малы по сравнению с собственными потерями (при изменении потерь от $2\Delta = 0,1$ до $2\Delta = 0,33$ уровни излучаемых давлений понизились на 10 дБ), как это следует из сравнения кривых 1, 2 (см. рис. 4). Например, для второй формы колебаний уровни резонансных максимумов излучаемого давления в воздухе и воде при одних и тех же собственных потерях ($2\Delta = 0,1$) составляют $\rho_{\text{возд}} \approx 55, \rho_{\text{вода}} \approx 25,8$ при резонансных частотах $\xi_{\text{возд}} \approx 3,57, \xi_{\text{вода}} \approx 1,17$. Учитывая, что эти резонансные уровни давления связаны в основном с монополюсным

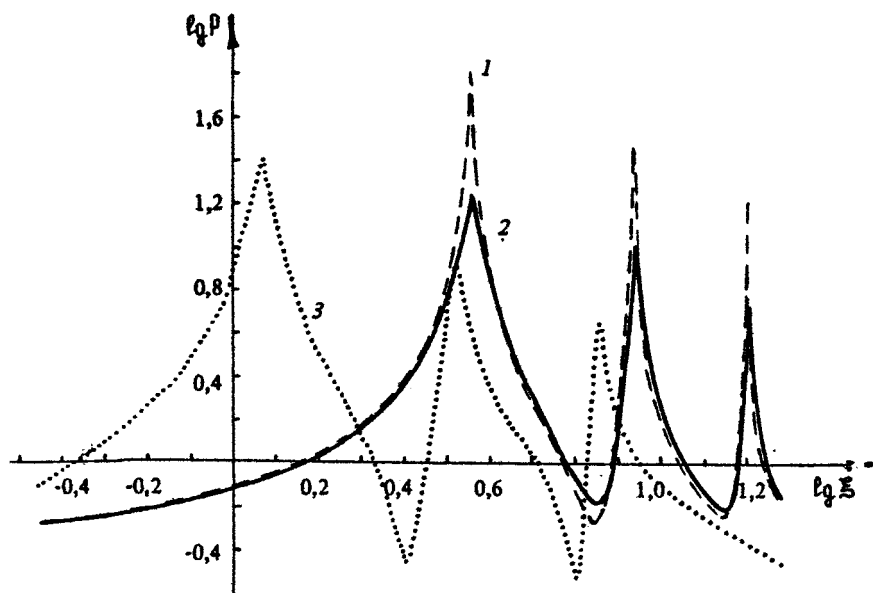


Рис. 4. Частотная зависимость нормированного излучаемого давления в зависимости от среды и параметра собственных потерь: 1 – воздух ($2\Delta = 0,1$), 2 – воздух ($2\Delta = 0,33$), 3 – вода ($2\Delta = 0,1$)

механизмом, когда $p \sim a_{q0} / (\pi \xi N \Delta_{об})$ [7], где ξ – резонансная частота соответствующего максимума, $\Delta' = 2\Delta + \epsilon \text{Re} Z_{qq}$ – общий коэффициент потерь, учитывающий и радиационные потери $\epsilon \text{Re} Z_{qq}$. Можно показать, что для ЦО в воде (кривая на рис. 4) радиационные потери по порядку величины составляют 2,77, что превосходит собственные потери, использованные при расчетах.

В заключения следует отметить, что, во-первых, точность представления излучаемого давления с учетом только монополюсных членов возрастает с ростом α при $\eta \leq 0,1$, во-вторых, увеличение η приводит к снижению уровня излучаемого давления на резонансных частотах четных форм колебаний $q = 2, 4, 6$, что связано с уменьшением значений коэффициентов Фурье разложения a_{q0} с ростом η , в-третьих, проведены расчеты влияния среды на частотную характеристику излучаемого давления, показано, что радиационные потери по порядку величины составляют 2,77, в-четвертых, получены аналитические выражения для собственных частот симметричных и антисимметричных форм колебаний как для $\alpha, \alpha \ll 1$,

так и для $\alpha \gg 1$, погрешность которых составляет 5%.

Авторы благодарны Е.А.Макиеевой за выполнение расчетов.

Литература

1. Лиходед А. И. О влиянии на динамику оболочки массы, распределенной по участку ее поверхности // Изв. АН СССР. Механика твердого тела. 1973. № 1. С. 163.
2. Барсуков Р. П., Ковтун А. В., Мартыненко В. С., Шпакова С. Г. О колебаниях цилиндрической оболочки, несущей абсолютно твердое тело // Прикладная механика. 1975. Т. 11, № 9. С. 22.
3. Христенко А. С. Колебания непологих цилиндрических оболочек, нагруженных распределенными и сосредоточенными массами // Изв. АН СССР. Механика твердого тела. 1972. № 4. С. 116.
4. Антуфьев Б. А. Колебания пологой оболочки с присоединенной массой, распределенной по участку ее поверхности // Изв. вузов. Авиационная техника. 1982. № 4. С. 16.
5. Шендеров Е. Л. Волновые задачи гидроакустики. Л.: Судостроение, 1972.
6. Дудник Р. А., Музычук О. В., Фляксель Э. А. Излучение цилиндрической оболочки с локальной массой // Акуст. журн. 1988. Т. 34, № 5. С. 834.
7. Дудник Р. А., Фляксель Э. А., Чернеева Е. В. Влияние способа возбуждения на излучение неоднородной цилиндрической оболочки // Акуст. журн. 1988. Т. 34, № 6. С. 1042.

ИЗЛУЧЕНИЕ МЕМБРАНЫ С ЛОКАЛЬНОЙ НЕОДНОРОДНОСТЬЮ

*Р. А. Дудник, А. Б. Колпахов, Л. А. Молькова,
В. В. Тамойкин*

Исследование свободных колебаний мембран, пластин, несущих сосредоточенную локальную массу, имеет почти вековую историю [1,2]. В настоящей работе проведено решение задачи о вынужденных колебаниях и излучении в окружающую упругую среду мембраны, к поверхности которой локально прикреплена неоднородность типа массы на пружине. Выбор простейшей модели распределенной колебательной системы — мембраны-полосы в акустически жестком экране — связан, во-первых, с необходимостью проведения наглядной физической интерпретации влияния неоднородности на виброакустические характеристики различных систем, во-вторых, с возможностью использования в качестве эталонного известного решения задачи о вынужденных колебаниях и излучении однородной пластины-полосы с шарнирно опертыми краями, закрепленной в акустически жестком экране [3,4].

Отметим, что влияние неоднородности на виброакустические характеристики как мембраны, так и пластины имеет много общего: колебания таких систем описываются уравнениями с внутренними граничными условиями, характеризующими движение локальной неоднородности. Это приводит к задаче о распределении нормальной составляющей вибрационного смещения $W(x)$, имеющего разрыв по производной в точке закрепления неоднородности. В случае мембраны имеем разрыв по первой производной, так как действующие на неоднородность силы слева и справа от нее со стороны мембраны пропорциональны $\partial W / \partial x$; в случае пластины — разрыв по

третьей производной, так как поперечные силы в пластине пропорциональны $\partial^3 W / \partial t^3$, а при учете и вращательного движения неоднородности приходим к задаче с разрывом по второй производной, так как изгибающие моменты пропорциональны $\partial^2 W / \partial t^2$. Величина разрыва определяется силой инерции неоднородности, которая пропорциональна ее массе при нормальном смещении или моменту инерции при повороте неоднородности вокруг нормали к поверхности системы; при упругом закреплении величина разрыва зависит и от коэффициента жесткости пружины.

В настоящей работе решение задачи о вынужденных колебаниях и излучении неоднородной системы в окружающую упругую среду представлено в виде разложения в ряды по собственным формам колебаний этой же неоднородной системы. Найдена полная ортонормированная система собственных функций, основные характеристики которой для некоторых случаев, представляющих практический интерес, представлены в аналитическом виде. Это обстоятельство позволяет получить наглядную физическую интерпретацию влияния параметров неоднородности на виброакустические характеристики мембраны и облегчает понимание особенностей поведения более сложных систем типа пластины, оболочки с локальной неоднородностью. Проведена оценка влияния среды на вынужденные колебания и излучение неоднородной мембраны.

1. Рассмотрим модель мембраны-полосы, закрепленной в плоском акустически жестком экране (плоскость $z=0$), ширина полосы вдоль оси x равна a , длина полосы вдоль оси y неограничена. Неоднородность представляет собой систему типа массы на пружине [5]. При этом одна локальная масса, характеризующаяся погонной плотностью m_1 , закреплена на поверхности мембраны при $x=\ell$; другая масса с погонной плотностью m_2 упруго соединена с первой массой; погонный коэффициент жесткости пружины равен K_0 . Считаем, что массы при колебаниях могут смещаться вдоль нормали к плоскости мембраны (вдоль оси z) от положений равновесия на величины Z_1 и Z_2 ; все процессы происходят во времени по гармоническому закону. Используя принцип Остроградского-Гамильтона [5,6], получим следующие уравнения движения для рассматриваемой модели неоднородной мембраны:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{N_0}{a^2} \frac{\partial^2 v^{(-)}}{\partial x^2} + m_s \omega^2 v^{(-)} = i\omega F^{(-)} \quad \text{при } 0 \leq x \leq \eta, \\ \frac{N_0}{a^2} \frac{\partial^2 v^{(+)}}{\partial x^2} + m_s \omega^2 v^{(+)} = i\omega F^{(+)} \quad \text{при } \eta \leq x \leq 1; \end{array} \right. \quad (1)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{N_0}{a} \frac{\partial v^{(-)}}{\partial x} \Big|_{x=\eta} + \frac{N_0}{a} \frac{\partial v^{(+)}}{\partial x} \Big|_{x=\eta} + m_1 \omega^2 v_1 - K_0(v_1 - v_2) = i\omega F_1, \\ m_2 \omega^2 v_2 - K_0(v_2 - v_1) = i\omega F_2, \\ v^{(-)} \Big|_{x=\eta} = v_1 = v^{(+)} \Big|_{x=\eta} \end{array} \right. \quad (2)$$

Здесь уравнения записаны относительно нормальной составляющей вибрационной скорости мембраны $v = -i\omega W$ и скоростей локальных масс $v_1 = -i\omega Z_1$ и $v_2 = -i\omega Z_2$; N_0 — натяжение мембраны, m_s — масса единицы поверхности мембраны; использована безразмерная координата $x = x'/a$; $\eta = l/a$ — координата точки закрепления первой массы на поверхности мембраны. Уравнения системы (1) соответствуют однородным участкам мембраны, их решения должны удовлетворять граничным условиям на концах $v^{(-)} = 0$ при $x = 0$, $v^{(+)} = 0$ при $x = 1$ и внутренним граничным условиям в точке закрепления $x = \eta$. Первое уравнение системы (2) является уравнением движения локальной массы m_1 , закрепленной на поверхности мембраны и упруго связанной с массой m_2 . Второе уравнение системы (2) является уравнением движения массы m_2 , упруго связанной с массой m_1 ; третье уравнение — условием закрепления массы m_1 на мембране. Правые части в системе уравнений (2) представляют локальные силы F_1 и F_2 , действующие соответственно на первую и вторую массы. Правые части уравнений движения мембраны (1) в упругой среде включают и давление, излучаемое при вынужденных колебаниях мембраны:

$$\left\{ \begin{array}{l} \left. F^{(-)} = F_0^{(-)} + (\rho_1^{(-)} - \rho_2^{(-)}) \right|_{Z=0} \quad 0 \leq x \leq \eta, \\ \left. F^{(+)} = F_0^{(+)} + (\rho_1^{(+)} - \rho_2^{(+)}) \right|_{Z=0} \quad \eta \leq x \leq 1, \end{array} \right. \quad (3)$$

где $F_0^{(-)}$, $F_0^{(+)}$ — интенсивность внешней гармонической силы слева и справа от неоднородности; $(\rho_1, \rho_2) \Big|_{Z=0}$ — давления на поверхности мембраны (при $Z = 0$). Как известно, давление в точке наблюдения M с координатами x, y , излучаемое ко-

леблющейся полосой в акустически жестком экране, определяется соотношениями [4]

$$\begin{cases} \rho_i(M) = (\rho c)_i \frac{K_i a}{2} \int_0^1 u(x_1) H_0^{(1)}(K_i a \tau) d\tau, \\ \tau = \sqrt{(x-x_1)^2 + z^2} \end{cases} \quad (4)$$

При $x=0$ получим выражения для $\rho_i|_{x=0}$ слева (при $0 \leq x \leq \eta$) и справа ($\eta \leq x \leq 1$) от неоднородности. Здесь индекс $i=1$ соответствует области $x \leq 0$, заполненной упругой средой с волновым сопротивлением (ρc) , $K_1 = \omega/c_1$ — волновое число, индекс $i=2$ соответствует области $x \geq 0$.

Система уравнений (1)–(4) является системой интегродифференциальных уравнений [3,4], определяющей самосогласованную задачу о вынужденных колебаниях рассматриваемой модели неоднородной мембраны в упругой среде. Решение системы (1)–(4) будем искать в виде разложения в ряды по полной ортогональной системе собственных функций колебаний неоднородной мембраны в вакууме. С этой целью приведем основные соотношения, характеризующие собственные функции мембраны с неоднородностью типа массы на пружине. Отметим, что основные соотношения удается получить в аналитическом виде. Это обстоятельство значительно облегчает проведение наглядной физической интерпретации влияния неоднородности на вынужденные колебания и излучение мембран.

2. Собственные функции задачи, являющиеся решением соответствующей однородной системы уравнений (1)–(2), когда $F^{(-)} = F^{(+)} = 0$, $F_1 = F_2 = 0$, имеют вид

$$\Psi_q(x) = \frac{1}{\sqrt{D_q}} \begin{cases} \sin \gamma_q x, & 0 \leq x \leq \eta, \\ \sin \gamma_q (1-x) \frac{\sin \gamma_q \eta}{\sin \gamma_q (1-\eta)}, & \eta \leq x \leq 1 \end{cases} \quad (5)$$

где собственные значения $\gamma = \gamma_q$ являются корнями характеристического уравнения системы

$$\sin \gamma - \gamma \frac{\alpha_1 \alpha_2 \gamma^2 - z(\alpha_1 + \alpha_2)}{\alpha_2 \gamma^2 - z} \sin \gamma \eta \sin \gamma (1-\eta) = 0. \quad (6)$$

Здесь $q = 1, 2, 3, \dots$ — номера корней, значения $\gamma = \gamma_q(\alpha_1, \alpha_2, \eta, z)$ зависят от параметров неоднородности

$$\begin{cases} \alpha_1 = m_1/m_2 a; & \alpha_2 = m_2/m_2 a, \\ z = K_0 a/N_0; & \eta = l/a, \end{cases} \quad (7)$$

где α_1 и α_2 — безразмерные параметры, определяющие массу неоднородности; \mathfrak{z} — параметр упругости пружины. Значения волнового параметра γ_q связаны с собственными безразмерными частотами ξ_q известным дисперсионным соотношением для мембраны:

$$\begin{cases} \gamma_q = \frac{1}{\mathfrak{x}} \mathfrak{f}_q(\alpha_1, \alpha_2, \eta, \mathfrak{z}) = \frac{\omega_q}{\omega_1}, \\ \omega_1 = \sqrt{\frac{N_0}{m_0} \cdot \frac{\mathfrak{x}}{a}}, \end{cases} \quad (8)$$

где ω_q — частота q -й формы колебаний неоднородной мембраны, ω_1 — частота низшей формы колебаний однородной мембраны.

Соотношения (5), (6) определяют полную ортонормированную систему собственных функций рассматриваемой модели неоднородной мембраны [7]. Ортогональность понимается в смысле выполнения условия

$$\int_0^1 \Psi_q \Psi_r d\tau + \alpha_1 v_{1q} v_{1r} + \alpha_2 v_{2q} v_{2r} = \delta_{qr}, \quad (9)$$

где δ_{qr} — символ Кронекера, D_q — норма системы собственных функций $\Psi_q(\tau)$ (5).

Перейдем к анализу основных характеристик ортонормированной системы собственных функций Ψ_q (5)–(9). В предельном случае $\alpha_1 = \alpha_2 = 0$ из соотношений (5)–(9) получим известные выражения для собственных частот и собственных функций однородной мембраны: $\sin \gamma = 0$, $\gamma = q\mathfrak{x}$, $\xi_q^{(0)} = q$, ($q = 1, 2, 3, \dots$),

$$D_q = \frac{1}{2}, \quad \Psi_q = \sqrt{2} \sin q\mathfrak{x}\tau.$$

При $\alpha_1 \neq 0$, $\alpha_2 \neq 0$, $\mathfrak{z} \neq 0$ рассматриваемую модель можно разделить на две подсистемы: одна — это однородная мембрана с известными парциальными частотами $\xi_q^{(0)} = q$; другая — колебательная система типа груза на пружине. В дальнейшем ограничимся анализом случая, когда $\alpha_1 = 0$ и масса α_2 подсоединена к мембране в точке $\tau = \eta$ с помощью пружины с коэффициентом жесткости \mathfrak{z} . Такую подсистему можно характеризовать единственной парциальной частотой

$$\xi_0 = \frac{1}{\mathfrak{x}} \sqrt{\frac{\mathfrak{z}}{\alpha_2}}. \quad (10)$$

Связь между этими подсистемами зависит от точки закрепления $x=\eta$, массы α_2 и соотношения между парциальными частотами рассматриваемых подсистем ξ_0 (10) и $\tilde{\xi}_q^{(0)} = q$. В этом случае собственные числа неоднородной мембраны, согласно (6), (8), (10), определяются следующим характеристическим уравнением:

$$\sin \gamma + \frac{\gamma \alpha_2}{\gamma^2/\gamma_0^2 - 1} \sin \gamma \eta \cdot \sin \gamma(1-\eta) = 0, \quad (11)$$

где $\gamma_0 = \pi \xi_0$ — значение волнового числа, соответствующего парциальной частоте колебательной системы типа груза на пружине ξ_0 (10).

Отметим, что в случае достаточно большой жесткости пружины, когда $x \rightarrow \infty$ или $\gamma \ll \gamma_0$, уравнения (6), (11) преобразуются к виду

$$\sin \gamma - \alpha_2 \gamma \sin \gamma \eta \cdot \sin \gamma(1-\eta) = 0, \quad (12)$$

соответствующему мембране с локальной массой α , закрепленной в точке $x=\eta$. Такая модель струны с точечной массой рассмотрена Рэлеем [1].

Согласно (11) значения собственных волновых чисел неоднородной мембраны зависят от трех параметров $\gamma = \gamma_q(\alpha, \gamma_0, \eta)$. Проиллюстрируем эту зависимость для часто встречающегося на практике случая, когда неоднородность закреплена в центре мембраны $\eta = 1/2$ и, следовательно, она оказывает влияние только на формы колебаний с нечетными номерами $q = 2n + 1$, $n = 0, 1, 2, \dots$. В этом случае при мягкой подвеске, когда $\gamma_0 \ll \pi$ (при $\xi_0 < 1$), из уравнения (11) получим

$$\begin{cases} \gamma_q \approx q \pi \left(1 + \frac{\alpha_2 \gamma_0^2}{q^2 \pi^2} \right) \\ \tilde{\gamma}_0 \approx \gamma_0 \left(1 + \frac{\alpha_2 \gamma_0^2}{4} \right)^{-1/2} \end{cases} \quad (13)$$

Из уравнений (8), (13) следует, что неоднородности типа массы на пружине, которой соответствует малое значение парциальной частоты по сравнению с частотой основной формы колебаний однородной мембраны $\xi_0 \ll 1$, оказывают малое влияние на значения частот — действие пружины приводит к незначительному росту частот (напомним: $\alpha_2 \gamma_0^2 = \alpha$ — см. (8), (10)), этот эффект уменьшается с ростом номеров q .

В неоднородной системе возникает еще и нормальное колебание с частотой $\bar{\xi}_0$, значение которой ниже парциальной частоты ξ_0 - см. (8), (13). Отметим, что рассмотренный случай может представлять определенный интерес для практики, так как позволяет реализовать идею вибродемпфирования при упругом закреплении локальной массы на распределенной колебательной системе, когда $\xi_0 \ll 1$.

Если парциальная частота ξ_0 (10) колебаний массы на пружине возрастает и приближается к значению одной из собственных частот однородной мембраны $\xi_0 \approx q_1$, то частоты форм колебаний с номерами $q < q_1$ и $q > q_1$ соответственно уменьшаются и увеличиваются. Формы колебаний с близкими парциальными частотами $\xi_0 \approx q_1$ образуют две сильно связанные колебательные системы, нормальные частоты которых изменяются в соответствии с диаграммой Вина [5]. Для форм колебаний номерами $q < q_1$, когда $\gamma < \gamma_0$ или $\xi < \xi_0$, собственные значения зависят от двух параметров $\gamma = \gamma_q(\alpha, \eta)$. Решение характеристического уравнения (11) при малых $\alpha_2 \ll 1$ имеет вид $\gamma_q \approx q\pi(1 - \alpha_2 \sin^2 q\pi\eta)$. Видно, что влияние неоднородности приводит к уменьшению значений собственных частот $\xi_q = \gamma_q/\pi$ по сравнению с однородной мембраной, когда $\xi_q^{(0)} = q$. Это уменьшение зависит от номера формы колебаний, от выбора точки закрепления η , от параметра α_2 . При $\eta = 0,5$ и $\gamma \ll \gamma_0$ удается получить решение уравнения (11) в асимптотическом приближении и при больших значениях параметра $\alpha \gg 1$:

$$\begin{cases} \xi_q \approx \frac{\gamma_q}{\pi} \approx 2\alpha \left[1 + \frac{1}{\alpha(n\pi)^2} \right] & \text{при } q=2n+1, n=1,2,3\dots \\ \xi_{q-1} \approx \frac{\sqrt{2}}{\pi} \left[1 - \sqrt{1 - \frac{2}{3\alpha}} \right]^{1/2} & \text{при } q=1. \end{cases} \quad (14)$$

Отметим, что при $\alpha_2 > 10$ значения частоты основной формы колебаний ξ_1 совпадают с известным выражением для частоты колебаний груза на безмассовой струне $\xi_1 \sim \frac{2}{\pi} \frac{1}{\sqrt{\alpha}}$ [5]. Как показывают соответствующие расчеты, соотношения (14) определяют значения корней характеристического уравнения (12) с погрешностью менее 5% для $q = 3$ уже при $\alpha \geq 0,3$; с ростом номеров $q > 3$ точность асимптотических соотношений возрастает; для основной формы колебаний погрешность составляет менее 9% при $\alpha = 0,5$ и менее 4% при $\alpha = 1$.

Соотношения (13), (14) можно использовать для наглядного описания влияния неоднородности на характерные особенности динамики неоднородной мембраны: удается определить как собственные частоты ξ_q , так и характер деформации собственных функций $\Psi_q(\tau)$ (5) по сравнению с собственными функциями однородной мембраны $\Psi_q = \sqrt{2} \sin q\tau$. Из соотношений (14) следует, что наибольшее изменение частот форм

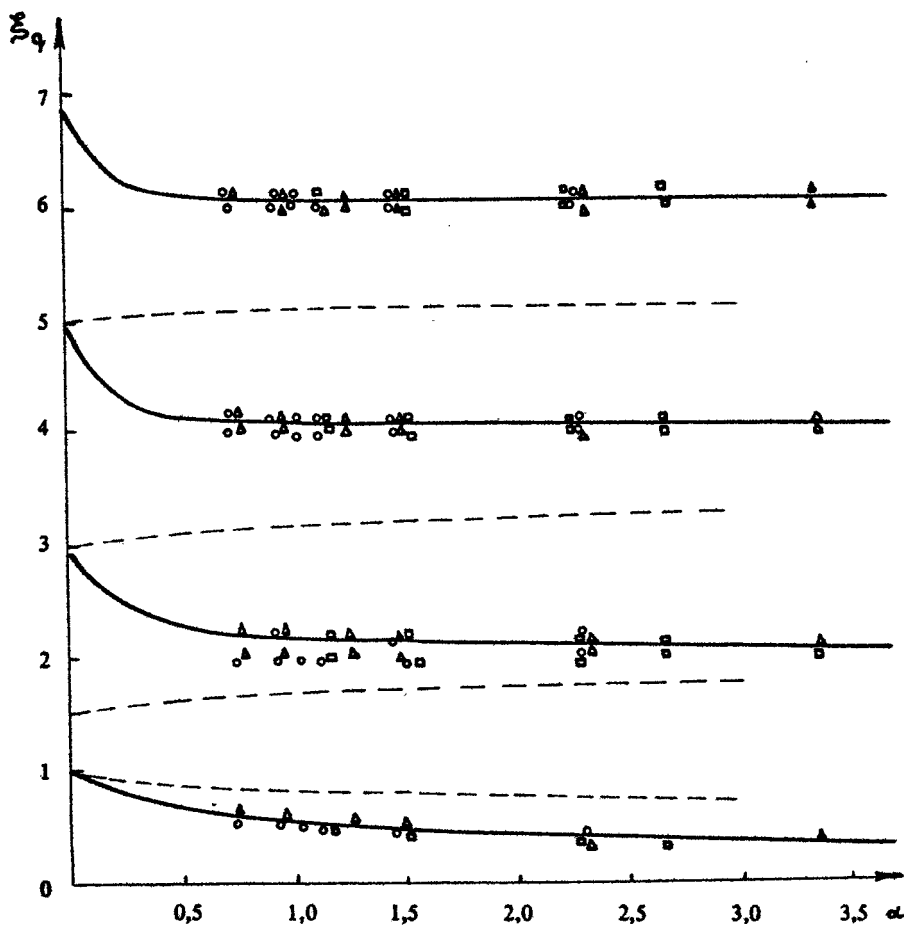


Рис. 1. Собственные частоты неоднородной мембраны ξ_q в зависимости от параметра α : сплошная линия — для жестко закрепленной массы; пунктирная — для упруго закрепленной массы при $\xi_0 = 1,5$; результаты экспериментов: \circ — для модели струны № 1, \square — для № 2, \triangle — для № 3

колебаний с нечетными номерами наблюдается при $q < q_1$, т.е. при достаточно больших значениях парциальной частоты груза на пружине $\xi_0 \approx q_1$, когда с ростом массы груза α значения ξ_q стремятся к значениям, соответствующим формам колебаний однородной мембраны с четными номерами $q = 2n$. В этом случае спектр собственных частот неоднородной мембраны становится неэквидистантным [1].

На рис.1 сплошными линиями представлены зависимости безразмерных частот мембраны $\xi_q = \gamma_q / \pi = \xi_q(\alpha)$ от параметра неоднородности α при $\eta = 0,5$, иллюстрирующие наибольшие изменения спектра при жестком закреплении массы. Там же приведены результаты экспериментальных измерений безразмерных собственных частот для различных моделей струн: № 1 - стальная струна (длина $a = 1,5$ м, диаметр $d = 10^{-3}$ м, масса единицы длины $m_s = 6,3 \cdot 10^{-3}$ кг/м, частота основной формы колебаний однородной струны $f_1 = 68$ Гц), № 2 - аналог № 1, но другое натяжение, когда $f_1 = 118$ Гц, № 3 - струна в оплетке ($a = 0,74$ м, $d = 1,2 \cdot 10^{-3}$ м, $m_s = 8,1 \cdot 10^{-3}$ кг/м, $f_1 = 120$ Гц). Как следует из рис.1, результаты расчетов находятся в удовлетворительном соответствии с данными эксперимента: погрешность не хуже 4% для основной формы колебаний $q = 1$ при $\alpha \geq 0,5$, и не хуже 2% для высших форм колебаний. Это обстоятельство указывает и на возможность физического моделирования акустических характеристик простейших неоднородных колебательных систем типа струна с локальной массой, при котором безразмерные параметры α, η из выражения (7) являются критериями подобия задачи.

В качестве иллюстрации влияния упругости закрепления массы на спектр собственных частот неоднородной мембраны на рис.1 пунктирной линией приведены зависимости $\xi_q(\alpha)$ при $\xi_0 = 1,5$, $\eta = 0,5$. При этом у неоднородной мембраны появляются две формы колебаний с относительно близкими частотами: вблизи частоты основной формы однородной мембраны $\xi_1^{(0)} = 1$ и вблизи парциальной частоты колебаний груза на пружине $\xi_0 = 1,5$. В результате взаимодействия между ними частота $\xi_1(\alpha)$ понижается, а частота ξ_0 возрастает с ростом α (см. (8), (13)). Частоты высших форм колебаний $q \geq 3$ возрастают, этот эффект уменьшается с ростом номера q .

Такие изменения собственных чисел $\gamma_q = \pi \xi_q$ (8) связаны с характерными деформациями собственных функций

$\Psi_q(x)$ (5) по сравнению с собственными функциями однородной мембраны $\Psi(x) = \sqrt{2} \sin q\pi x$. В качестве иллюстрации на рис. 2 представлены зависимости $\Psi_q(x)$ для первой ($q=1$, пунктир), второй ($q=2$, штрихпунктир) и третьей ($q=3$, сплошная линия) форм колебаний при $\alpha_2 = 1$ и $\xi_0 = 1,5$. Видно, что влияние неоднородности приводит, во-первых, к появлению излома по первой производной в распределении вибрационной скорости в точке закрепления неоднородности, во-вторых, к уменьшению значений вибрационной скорости в точке закрепления неоднородности $\Psi_q(x=\eta)$ по сравнению с однородной мембраной. Например, при жестком закреплении массы в точке $\eta = 0,5$, согласно (5), (14),

значения $\Psi_q(\eta)$ равны

$$\begin{cases} \Psi_q(\eta) \approx \frac{\sqrt{2}}{\pi} \cdot \frac{\cos n\pi}{n\alpha}; & q = 2n+1, n=1, 2, 3 \dots \\ \Psi_{q=1}(\eta) \approx \frac{1}{\sqrt{\alpha}}; & q = 1, \end{cases} \quad (15)$$

т.е. для высших форм колебаний $q \geq 3$ значения $\Psi_q(\eta)$ убывают пропорционально с ростом α и n ; для основной формы $q=1$ в точке $x = \eta = 0,5$ пучность сохраняется, но ее амплитуда убывает значительно медленнее с ростом α по сравнению с амплитудами высших форм колебаний. Отмеченные особенности деформации собственных форм колебаний $\Psi_q(x)$ имеют важное значение при анализе вынужденных колебаний и излучении неоднородной мембраны под действием заданной гармонической силы.

Мерой деформации собственных функций $\Psi_q(x)$, связанной с влиянием неоднородности, могут служить коэффициенты Фурье-разложения этих функций в ряд по функциям однородной мембраны $\sin n\pi x$, $n=1, 2, 3 \dots$

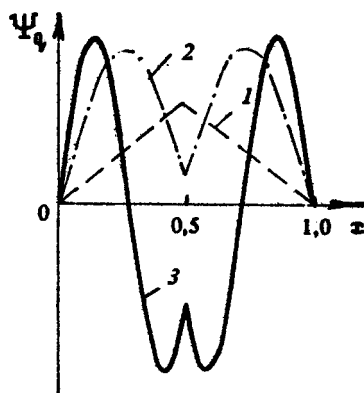


Рис. 2. Распределение вибрационной скорости $\Psi_q(x)$ для первых трех форм колебаний $q=1, 2, 3$ при упругой подвеске массы $\alpha=1$ с парциальной частотой $\xi_0=1,5$

$$\begin{cases} \Psi_q(x) = \sum_{n=1}^{\infty} b_{q,n} \sin n\pi x, \\ b_{q,n} = 2 \int_0^1 \Psi_q(x) \sin n\pi x dx, \end{cases} \quad (16)$$

где наибольшие значения $b_{q,n}(\alpha, \xi_0, \eta)$ соответствуют тем номерам форм колебаний, когда неоднородность закрепляется в пучности распределения вибрационной скорости однородной мембраны и деформация $\Psi_q(x)$ наибольшая; с ростом α значения $b_{q,n}$ возрастают и достигают насыщения. В случае центрального закрепления неоднородности, согласно (5), (16), имеем

$$b_{q,n} = \frac{4}{\sqrt{D}} \cdot \frac{\gamma_q}{(n\pi)^2 - \gamma_q^2} \cdot \cos \frac{\gamma_q}{2} \sin \frac{n\pi}{2}. \quad (17)$$

Соотношение (17) позволяет проводить расчет зависимости $b_{q,n}$ при различных значениях q, n и параметров ξ_0, α_2 . Характерная особенность деформации собственных функций $\Psi_q(x)$ при $q \gg 3$ связана с тем, что в разложении этих функций может присутствовать член $b_{q,1} \neq 0$, соответствующий основной форме колебаний однородной мембраны. Это обстоятельство имеет важное значение при анализе условий излучения неоднородной мембраны, возбуждаемой внешней гармонической силой.

Определив основные характеристики полной ортонормированной системы собственных функций $\Psi_q(x)$ (5) неоднородной мембраны, перейдем к решению задачи о вынужденных колебаниях мембраны в упругой среде под действием заданной гармонической силы.

3. Решение системы уравнений (1)-(4) будем искать в виде разложения

$$v = v_0 \sum_{q=1}^{\infty} \zeta_q \Psi_q, \quad (18)$$

где v_0 - размерная амплитуда, ζ_q - искомые амплитуды q -х форм колебаний неоднородной мембраны. Используя известную методику решения интегродифференциальных уравнений, изложенную, например, в работах [3,4], при анализе вынужденных колебаний однородной пластины-полосы в акустически жестком экране, получим следующие приближенные выражения для амплитуд ζ_q :

$$C_q = \frac{f_q}{Z_q + \varepsilon Z_{qq}}, \quad (19)$$

$$Z_q = \frac{\xi_q^2 - \xi^2}{-i\xi} + 2\Delta,$$

$$Z_{q\gamma} = \frac{\kappa a}{2} \iint_{00}^{11} \Psi_q(x) \Psi_\gamma(x_1) H_0^{(1)}(\kappa a |x - x_1|) dx dx_1 = \frac{1}{2} \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} b_{qn} b_{\gamma m} Z_{nm}(\kappa a),$$

$$Z_{nm}(\kappa a) = \kappa a \iint_{00}^{11} \sin n\pi x \sin m\pi x_1 H_0^{(1)}(\kappa a |x - x_1|) dx dx_1, \quad (20)$$

$$f_q = \begin{cases} \Psi_q(x = x_0), & x \neq x_0, \\ \Psi_q(x + \eta) \left[f_{01} + \frac{f_{02}}{1 - (\gamma_q/\gamma_0)^2} \right], & x = x_0, \end{cases}$$

$$v_0 = F / m_s \omega_1 a,$$

где Z_q — механический импеданс q -й формы колебаний неоднородной мембраны, ξ_q — собственная частота этой формы, 2Δ — безразмерный параметр собственных потерь, $\xi = \omega/\omega_1$ — безразмерная частота внешней гармонической силы, Z_{qq} — безразмерный импеданс излучения q -й формы колебаний, $Z_{q\gamma}$ — импедансы взаимодействия между q -й и γ -й формами колебаний через окружающую упругую среду. Используя разложения собственных форм колебаний Ψ_q в ряды Фурье (16), импедансы излучения и взаимодействия $Z_{q\gamma}$ для неоднородной мембраны можно выразить через известные импедансы Z_{nm} для пластины-полосы в акустически жестком экране [4].

Отметим, что приближенные выражения (19) получены без учета взаимодействия между формами колебаний неоднородной мембраны через окружающую упругую среду. Это приближение обычно используется при решении самосогласованной задачи о колебаниях пластин и оболочек в упругой среде, так

как импедансы удовлетворяют условию $|Z_{nm}| \ll |Z_{nn}|$ [4]. Как показывают соответствующие расчеты, это условие выполняется и для неоднородной мембраны. Учитывая, что импедансы Z_{qn} зависят от волнового параметра $k\alpha = \omega\alpha/c$, можно ввести следующие безразмерные параметры, характеризующие влияние среды на колебания мембраны:

$$\begin{cases} \varepsilon = \frac{\rho c}{m_s \omega_1}; & N = \frac{\alpha \omega_1}{\pi c} = \frac{2\alpha}{\lambda_1}, \\ k\alpha = \frac{\omega \alpha}{c} = \pi \frac{\omega}{\omega_1} \cdot \frac{\alpha \omega_1}{\pi c} = \pi \xi N, \end{cases} \quad (21)$$

где $\xi = \omega/\omega_1$ - безразмерная частота внешней гармонической силы; ε - параметр взаимодействия, равный отношению волнового сопротивления среды к инерционному импедансу единицы поверхности мембраны, взятому на частоте основной формы колебаний однородной мембраны ω_1 (8); N - масштабный параметр, определяющий волновой размер мембраны на характерной частоте ω_1 , λ_1 - длина волны в среде на резонансной частоте ω_1 . При записи выражений (19) считали для простоты, что среда находится только по одну сторону от мембраны. В общем случае влияние среды в (19) будет описываться выражениями $\varepsilon_1 Z_{qq}^{(1)} + \varepsilon_2 Z_{qq}^{(2)}$, где импедансы $i=1$ и $i=2$ соответствуют различным областям по обе стороны мембраны.

В соотношениях (19), (20) величины f_q являются коэффициентами разложения внешней гармонической силы в ряды по собственным формам $\Psi_q(\tau)$ [5]. Для определенности считаем внешней силой локальной $F = (F_0/\alpha)\delta(\tau - \tau_0)$, приложенной в точке $\tau = \tau_0$. Если точка приложения силы совпадает с точкой закрепления массы $\tau_0 = \eta$, то в выражениях для f_q учтены две возможности: либо сила действует непосредственно на мембрану, когда $f_{10} = 1$, $f_{02} = 0$, либо сила действует на упруго закрепленную массу, когда $f_{10} = 0$; $f_{20} = 1$. Такая постановка позволяет выяснить влияние точки приложения силы на виброакустические характеристики неоднородной мембраны. Величина v_0 , определяемая в выражениях, (20) является размерной амплитудой вибрационной скорости, возбуждаемой локальной силой с амплитудой F_0 .

4. Определив распределение вибрационной скорости на мембране $v(\tau)$ (см. (18)–(20)) и используя (4), можно определить давление, излучаемое при вынужденных колебаниях

в окружающую упругую среду с волновым сопротивлением ρc . В результате для давления в дальней зоне (например, область $x \gg 0$) получим

$$\begin{cases} p_{\text{норм}} = \frac{p}{\varepsilon p_{\text{эм}}} = \frac{\pi}{2} \sum_{q=1}^{\infty} C_q \int_0^1 \Psi_q(x) \exp(-i k_x a x) dx, \\ p_{\text{эм}} = \frac{F}{a} \sqrt{\frac{2}{\pi k R}} \exp[i(kR - \pi/4)] \frac{k a}{\alpha}, \end{cases} \quad (22)$$

где $p_{\text{норм}}$ - давление, нормированное на давление эталонного излучателя, возбуждаемого заданной силой с амплитудой F_0 ; $k_x a = k a \cos \theta'$, θ' - угол между направлением на точку наблюдения и осью x ; R - расстояние от начала координат до точки наблюдения.

Из соотношений (22) следует, в частности, что неоднородность, вызывающая деформацию собственных функций $\Psi_q(x)$ по сравнению с собственными функциями однородной мембраны $\Psi_q(x) = \sqrt{2} \sin q \pi x$ приведет к изменению пространственной структуры излучаемого поля $p_{\text{норм}}(\theta')$, которую легко рассчитать, используя (16), (17).

Ограничимся анализом частотных характеристик давления $p_{\text{норм}}(\xi)$, излучаемого в направлении нормали к поверхности мембраны, когда $\theta' = \pi/2$, $k_x a = 0$, и из (22) имеем

$$p_{\text{норм}}(\xi) = \frac{\pi}{2} \sum_{q=1}^{\infty} C_q Q_q. \quad (23)$$

В этом случае давление, излучаемое каждой q -й формой колебаний, определяется величиной объемной скорости $Q_q = \int_0^1 \Psi_q(x) dx$, значение которой, согласно (5)-(6), (11), зависит от параметров неоднородности α_2, ξ_0, η - см. (7), (10).

С целью наглядной иллюстрации влияния неоднородности на излучение мембраны предварительно рассмотрим случай, когда влиянием среды на колебания мембраны можно пренебречь, и соответственно в выражениях (19) положим $\varepsilon = 0$. Анализ влияния среды на излучение неоднородной мембраны проведем ниже.

Излучение однородной мембраны в направлении нормали будет образовано только формами колебаний с нечетными номерами $q = 2n + 1$, когда $Q_q^{(0)} = 2\sqrt{2}/q \pi$ (при $q = 2n$

объемная скорость $Q_q^{(0)} = 0$). Если локальная сила действует в центре мембраны, то на резонансных частотах $\xi = \xi_n^{(0)} = q$ уровни максимумов излучаемого давления определяются соотношениями $\rho_{\text{норм}}(\xi = q) = \frac{2}{q} \frac{\sin q\pi/2}{2\Delta}$, т.е. с ростом номеров резонансных максимумы убывают как q^{-1} .

Если неоднородность жестко закреплена в центре мембраны $\eta = 0,5$, а локальная сила приложена к неоднородности $\tau_0 = \eta = 0,5$, то вклад в излучаемое поле $\rho_{\text{норм}}(\xi)$ будут по-прежнему вносить только формы колебаний с нечетными номерами. При этом положение резонансных максимумов $\rho_{\text{норм}}(\xi = \xi_q)$ с ростом массы неоднородности (ростом параметра α_2) будет смещаться в область более низких частот, так как $\xi_q(\alpha, \eta) \sim q$ (см. рис.1). Сопоставляя уровни излучаемого давления неоднородной $\rho_k(\xi = \xi_q)$ и однородной $\rho_n^{(0)}(\xi = q)$ мембранами на соответствующих резонансных частотах, можно показать, используя (14)–(15), (19)–(20), (23), что их отношение при $q = 1$ равно $\pi/2\alpha$, а при $q \geq 3$ равно $1/\pi\alpha$, т.е. отношение убывает с ростом α , а для высших форм колебаний убывает и с ростом номеров. Эта особенность связана с влиянием неоднородности на значения собственных функций в точке закрепления массы $\Psi_q(\tau = \eta)$, которые, согласно (15), убывают с ростом α и номеров q , что приводит к ухудшению условий возбуждения вынужденных колебаний под действием локальной силы, приложенной к неоднородности, и следовательно к снижению уровня давления, излучаемого неоднородной мембраной по сравнению с однородной. Результаты расчетов частотной зависимости $\rho_{\text{норм}}(\xi)$ (23) представлены на рис.3 при $\tau_0 = \eta = 0,5$ и различных значениях параметра $\alpha = 0, 0,2, 1,0$ (считаем, что параметр собственных потерь $2\Delta = 0,1$). Видно, что влияние неоднородности приводит к снижению уровня излучаемого давления и смещению резонансных максимумов в область более низких частот.

Если локальная масса закреплена в центре мембраны $\eta = 0,5$ и изменяется точка приложения силы τ_0 , то изменяются условия возбуждения форм колебаний. Уровень излучения основной формы колебаний с $q = 1$ снижается, так как собственная функция $\Psi_{q=1}(\tau)$ достигает наибольшего значения именно при $\tau = 0,5$. Поэтому при $\tau_0 \neq 0,5$ ухудшаются условия возбуждения этой формы колебаний. Для высших форм с $q \geq 3$ условия возбуждения при $\tau_0 \neq 0,5$ могут улучшиться, так как значения $\Psi_q(\tau = \eta = 0,5)$ минимальны, если только

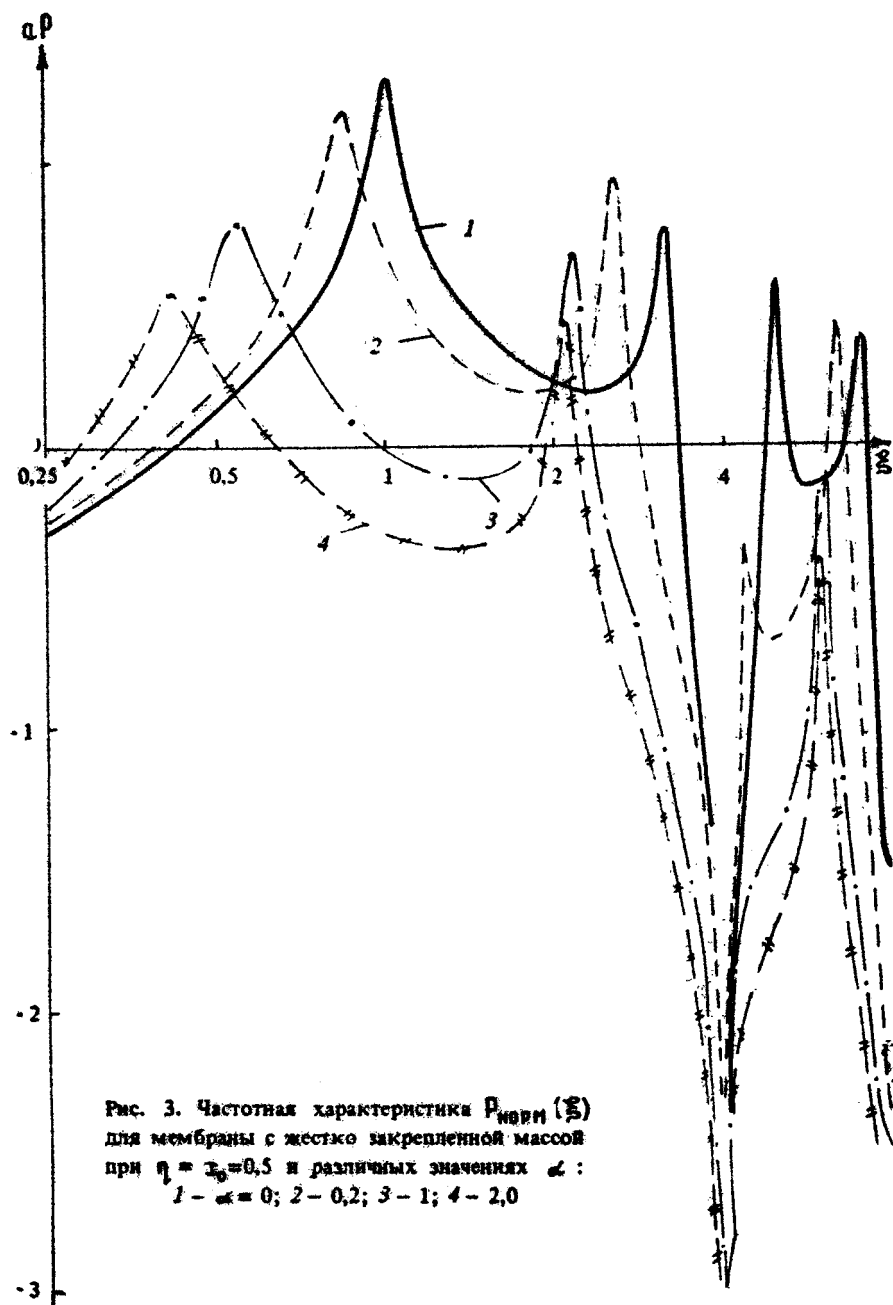


Рис. 3. Частотная характеристика $P_{\text{норм}}(\omega)$ для мембраны с жестко закрепленной массой при $\eta = \zeta_0 = 0,5$ и различных значениях α :
 1 - $\alpha = 0$; 2 - 0,2; 3 - 1; 4 - 2,0

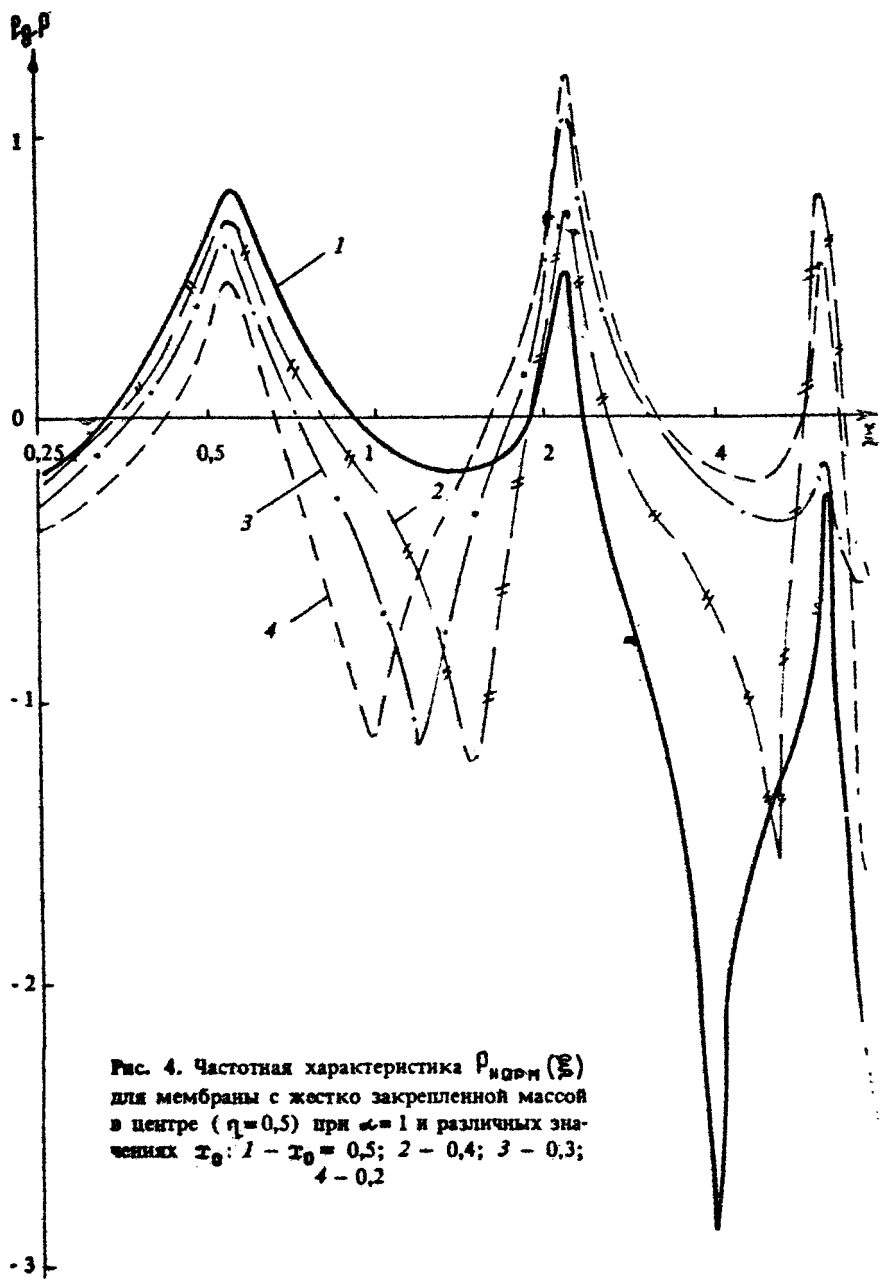
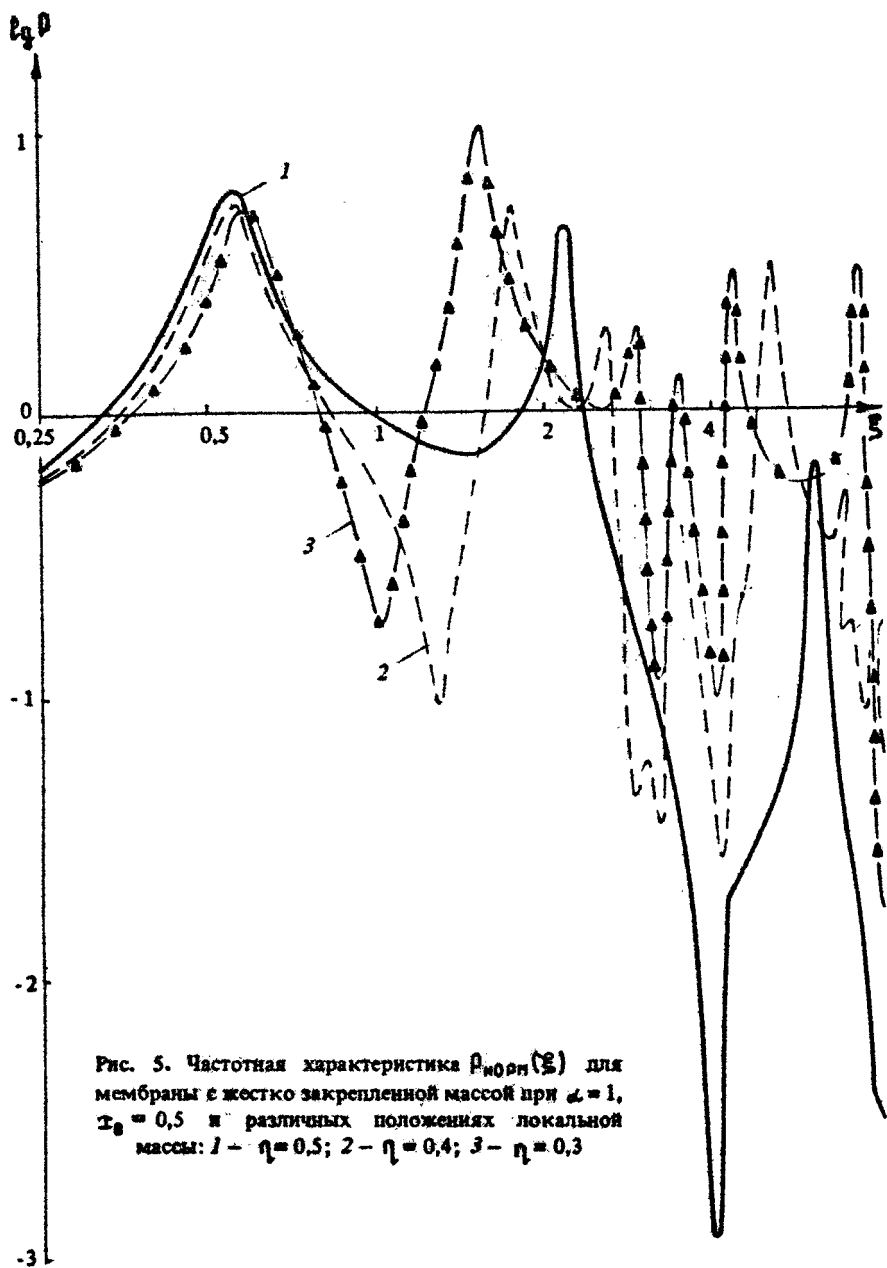


Рис. 4. Частотная характеристика $P_{норм}(\xi)$ для мембраны с жестко закрепленной массой в центре ($\eta=0,5$) при $\omega=1$ и различных значениях τ_0 : 1 - $\tau_0=0,5$; 2 - 0,4; 3 - 0,3; 4 - 0,2



точка приложения силы τ_0 не совпала с узлом распределения вибрационной скорости для некоторой q -й формы колебаний. На рис.4 представлена зависимость $P_{\text{норм}}(\xi)$ при $\alpha = 1,0$; $\eta = 0,5$ и различных точках приложения силы $\tau_0 = 0,5$; $0,4$; $0,3$; $0,2$. Видно, что изменение τ_0 приводит к росту уровней излучаемого давления в области резонансных частот высших форм колебаний.

В качестве иллюстрации влияния точки закрепления неоднородности η на рис.5 представлены результаты расчетов $P_{\text{норм}}(\xi)$ при $\alpha = 1$ и различных положениях неоднородности $\eta = 0,5$; $0,4$; $0,3$, когда локальная сила приложена в центре мембраны ($\tau_0 = 0,5$). Видно, что смещение неоднородности из центра мембраны приводит к появлению новых резонансных максимумов, соответствующих излучению форм колебаний и с четными номерами $q = 2n$. Действительно, при $\eta \neq 0,5$ происходит деформация всех форм колебаний мембраны. Например, при $\eta = 0,3$ положение локальной массы близко к пучности формы колебаний с $q=2$ ($\tau = 0,25$). Величина объемной скорости $Q_{q=2}$ для неоднородной системы может отличаться от нуля, и в частотной характеристике $P_{\text{норм}}(\xi)$ (23) появится новый резонансный максимум, величина которого возрастает по мере изменения η от $0,5$ до $0,3$. Частотная характеристика делается более однородной.

Таким образом, варьируя параметры локальной массы, жестко закрепленной на мембране, можно управлять виброакустическими характеристиками системы. Отметим еще одну возможность, связанную с использованием локальной неоднородности в виде упруго закрепленной массы. Если парциальная частота массы на пружине ξ_0 велика ($\xi_0 = q_1 \gg 1$), то влияние этой неоднородности для форм колебаний с малыми номерами $q < q_1$ эквивалентно влиянию жестко закрепленной массы (рис.3-5). Если же парциальная частота близка или меньше частоты основной формы колебаний мембраны ($\xi_0 \leq \xi_1^{(0)} = 1$), то такая виброизоляция локальной массы от распределенной колебательной системы приводит, согласно (13), к малому возмущению спектра собственных частот системы по сравнению с однородной мембраной (особенно при $\xi_0 \ll 1$), при этом в спектре неоднородной системы появляется еще одна форма колебаний с частотой, близкой к ξ_0 . При возбуждении такой системы локальной силой, приложенной непосредственно к мембране в точке закрепления неоднородности (согласно (19),(20)

$f_q = \Psi_q(\eta)$, излучаемое давление будет практически совпадать с излучением однородной мембраны (при $\xi_0 \ll 1$). При возбуждении неоднородной системы силой, действующей на массу, упруго подвешенную к мембране, сказываются все преимущества виброизоляции такой массы. В этом случае, согласно (19), (20), амплитуда действующей силы f_q определяется выражением $f_q = \Psi_q(\eta) / [(\gamma_q/\gamma_0)^2 - 1]$, что приводит к резкому снижению уровней излучаемого давления в области частот высших форм колебаний, когда $\gamma_q \gg \gamma_0$ при $q \geq 1$. Дополнительный резонансный максимум на частоте, близкой к парциальной частоте ξ_0 (13), мал, так как мала амплитуда этой формы колебаний $\Psi_{q=1}(\eta) \ll 1$ и условия возбуждения ее не являются оптимальными.

В качестве иллюстрации влияния виброизоляции на рис. 6 представлена зависимость $P_{\text{норм}}(\xi)$ (23) при $\alpha = 1$, $\eta = \tau_0 = 0,5$ для двух различных значений парциальной частоты $\xi_0 = 0,13$ (кривые 1) и $\xi_0 = 1,5$ (кривые 2) при возбуждении системы в точке закрепления неоднородности и при возбуждении системы силой, действующей на упруго подвешенную массу. Видно, что виброизоляция начинает сказываться в области частот $\xi > \xi_0$: например, при $\xi_0 = 0,13$ удается понизить уровень излучаемого давления на 18 дБ на частотах, близких к частоте основной формы колебаний однородной системы $\xi \approx 1$. При $\xi_0 = 0,13$ зависимость $P_{\text{норм}}(\xi)$, изображенная пунктирной линией, практически совпадает с частотной характеристикой $P_{\text{норм}}^{(0)}(\xi)$ однородной мембраны (см. рис. 3, сплошная линия). При увеличении ξ_0 до значений $\xi_0 = 1,5$ виброизоляция начинает сказываться на частотах $\xi \geq 2,1$ и снижение уровня излучаемого давления достигает 20 дБ при $\xi \geq 5$.

5. В заключение приведем оценку влияния среды на вынужденные колебания и излучение мембраны. Согласно (19)–(21) это влияние учитывается в знаменателе выражения для ζ_q с помощью членов ϵZ_{qq} , когда ζ_q можно записать в виде

$$\zeta_q = f_q (Z_q + \epsilon Z_{qq})^{-1} = f_q \left[(2\Delta + \epsilon \operatorname{Re} Z_{qq}) + i \left(\frac{\xi_q^2 - \xi^2}{\xi} + \epsilon \operatorname{Im} Z_{qq} \right) \right]^{-1}. \quad (24)$$

Первая квадратная скобка в знаменателе определяет потери в системе, в том числе и радиационные потери $\epsilon \operatorname{Re} Z_{qq}$; из условия равенства нулю второй квадратной скобки в выражении

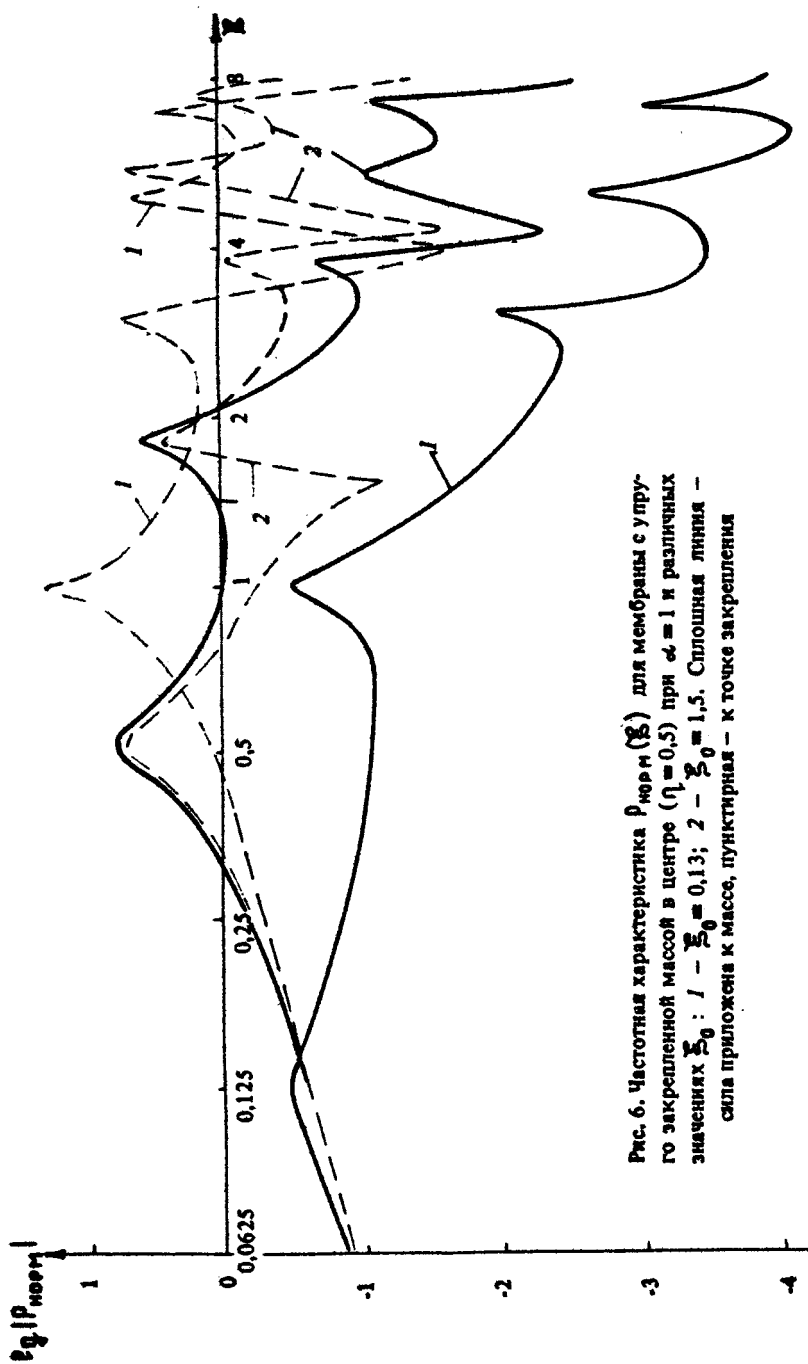


Рис. 6. Частотная характеристика $P_0/P_{ном}(\xi)$ для мембраны с упруго закрепленной массой в центре ($\eta = 0,5$) при $\epsilon = 1$ и различных значениях ξ_0 : 1 - $\xi_0 = 0,13$; 2 - $\xi_0 = 1,5$. Сплошная линия - сила приложена к массе, пунктирная - к точке закрепления

(24) определяют резонансные частоты системы в среде $\xi = \xi_q$, значения которых меньше, чем в вакууме, т.е. $\xi_q < \xi_q$ (эффект присоединенной массы) [4].

Среда оказывает значительное влияние на характер частотной зависимости вибрационной скорости $v(\xi)$, излучаемого давления $P_{норм}(\xi)$ при одновременном выполнении как условия резонанса $\xi = \xi_q$, так и условия волнового совпадения $ka \gg q\lambda$, или $\omega_q a/c = \pi(\omega/\omega_q)(ka/\pi c) = k\xi N \gg q\lambda$, где N - масштабный параметр (см. (21)). Известно [4], что при $ka \gg q\lambda$ значения действительной части $Re Z_{qq}$ достигают насыщения $Re Z_{qq} \approx 1$. Например, в случае однородной мембраны, когда $\xi_q = \xi_q^{(0)} = q$, эти условия сильного влияния будут выполнены при $N \gg 1$. При $N \ll 1$ значения ka для низших форм колебаний малы, т.е. $ka \ll 1$, когда $Re Z_{qq} \sim (ka)^2$ для форм колебаний с четными номерами q и $Re Z_{qq} \sim (ka)^4$ для нечетных q . Именно поэтому параметр N оказывается удобным при анализе влияния среды на вынужденные колебания и излучение распределенных колебательных систем конечных размеров. Отметим, что в простейшем случае мембраны-полосы, согласно (8), (21), параметр N можно представить в виде $N = c_n / c$, где $c_n = \sqrt{N_0/m_0}$ - скорость поперечных волн в мембране, c - скорость звука в окружающей упругой среде. В случае систем другой формы (круглая, прямоугольная мембраны) в выражение для N будут входить коэффициенты, отличные от единицы.

При малых значениях $N \ll 1$, если малы и значения параметра взаимодействия ϵ ($\epsilon \ll 1$) из соотношений (24) следует, что радиационные потери в системе $\epsilon Re Z_{qq}$ могут быть малыми по сравнению с собственными потерями 2Δ , т.е. $\epsilon Re Z_{qq} \ll 2\Delta$. В этом случае в частотной зависимости $P_{норм}(\xi)$ (23) наблюдаются четко выраженные резонансные максимумы, влияние среды приводит к уменьшению значений резонансных частот $\xi \approx \xi_q$, определяемые из условия равенства нулю второго выражения в квадратных скобках в знаменателе c_q (24). С ростом N и ϵ возрастают радиационные потери, что приводит к снижению уровней излучаемого давления на резонансных частотах $\xi = \xi_q$. Если достигнуты условия оптимального излучения $N \gg 1$, то при достаточно больших значениях $\epsilon > 1$ в системе преобладают радиационные потери $\epsilon > 2\Delta$. В этом случае уровни излучаемого давления на резонансных частотах $\xi = \xi_q$, согласно (23), определяются соотношениями

$$\bar{p}_N(\xi = \frac{1}{\omega_0}) = \frac{p}{p_{3m}} = \frac{\pi}{2} \frac{\epsilon}{2\Delta + \epsilon} Q_0 f_0 \approx f_0 Q_0 \frac{\pi}{2}, \quad (25)$$

которые справедливы в широкой области частот $\Delta\xi \sim \epsilon$. При больших радиационных потерях резонансные максимумы в частотной зависимости $\bar{p}_N(\xi)$ исчезают, а уровень излучаемого давления определяется условием возбуждения f_0 и величиной объемной скорости $Q_0 = \int_0^1 \psi_0 dx$.

Отметим одну характерную особенность мембран по сравнению с распределенными колебательными системами типа пластины, оболочки, совершающими изгибные колебания. Для мембран значение параметров ϵ и N , согласно (8), (21), определяется двумя независимыми переменными — натяжением N_0 в массе единицы поверхности m_s . Это обстоятельство позволяет для очень легких мембран толщиной $h \sim 10^{-6}$ м, изготовленных на основе титановых сплавов [8], добиться одновременного выполнения условий $\epsilon > 1$, $N \sim 1$ даже для воздуха. В случае же пластин значения ϵ, N зависят от свойств материала пластины, свойств среды и от относительной толщины системы. Например, для пластины-полосы $\epsilon \sim (a/h)^2$, но $N \sim h/a$ [9]. Поэтому для таких систем не удается добиться одновременного выполнения условий $N \sim 1$, $\epsilon > 1$, что и определяет резонансный характер зависимости $\bar{p}_{норм}(\xi)$ при излучении систем в упругую среду.

В заключение авторы выражают глубокую признательность В.А.Звереву, Б.М.Салину за полезные дискуссии.

Литература

1. Рэй Дж. Теория звука. Т. 1. М.: Гостехиздат, 1955.
2. Nicholson J. W., Bergman L. A. Vibration of thick plates carrying concentrated masses // Journ. of Sound and Vibration. 1985. Т. 103, N 3. P. 359.
3. Дамшев Л. М. Отражение звука тонкими пластинками и оболочками в жидкости. М.: Изд-во АН СССР, 1955.
4. Шендеров Е. Л. Волновые задачи гидроакустики. Л.: Судостроение, 1972.
5. Вибрации в технике: Справочник. Т. 1. М.: Машиностроение, 1978. С. 65.
6. Весницкий А. И., Каплан Л. Э., Уткин Г. А. Вывод естественных граничных условий для одномерных задач динамики с движущимися закреплениями и нагрузками // Дифференциальные и интегральные уравнения: Сб. тр. / ГГУ. Горький, 1982. С. 75.
7. Неймарк М. А. Линейные дифференциальные операторы. М.: Наука, 1969.
8. Хаясакэ Т. Электроакустика. М.: Мир, 1982.
9. Дудник Р. А., Малькова Л. А., Седов М. С. О взаимодействии форм колебаний тонкой ограниченной пластины в упругой среде // Борьба с шумом: Тр. 3-й Всесоюз. конф. по борьбе с шумом и вибрацией. Челябинск, 1980. С. 147.

МЕТОДЫ ИССЛЕДОВАНИЯ ИЗЛУЧЕНИЯ И ВИБРАЦИЙ НЕОДНОРОДНЫХ СИСТЕМ

ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДА ВЗАИМНОСТИ ДЛЯ ИССЛЕДОВАНИЯ МЕХАНОАКУСТИЧЕСКИХ СИСТЕМ

Б. М. Салин, В. А. Тютин

Одно из негативных явлений, сопровождающих технический прогресс, — это возрастание уровня акустических шумов вследствие увеличения мощности и числа механизмов — источников шумов и вибраций.

В связи с этим появляется необходимость детального изучения всех факторов, определяющих уровень шумоизлучения источника во внешнюю среду. Можно выделить три основных фактора.

Первый — виброактивность механизма, характеризующаяся величинами динамических сил (моментов) и скоростей (линейных и угловых), с которыми виброактивный источник воздействует на опорные и неопорные связи, и уровнями воздушного шума, создаваемого механизмом в условиях безграничной среды.

Второй фактор — величина или степень связи виброактивного механизма с излучающими элементами, которыми, как правило, являются пластины, оболочки и другие опорные элементы конструкции. Для снижения передачи колебательной мощности от источника к излучающим элементам широкое распространение получили различные средства виброизоляции связей механизма с опорными конструкциями (с фундаментом).

Третий фактор — излучающая способность опорной конструкции, которая определяет связь уровней акустического поля с величинами механического воздействия на элементы опорной конструкции.

Если о виброактивности источника информация, как правило, априорная, имеется (в виде формуляров и результатов

стендовых испытаний), то тракты распространения и излучения в практических задачах виброакустики представляют собой менее известный физический объект, методом исследования которого и будет посвящена работа.

1. ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА ИСПОЛЬЗОВАНИЯ ВЗАИМНЫХ МЕТОДОВ В ВИБРОАКУСТИКЕ

В исследовании трактов распространения и излучения применяются прямые методы измерений, когда возбуждение трактов происходит со стороны виброактивного источника, взаимные (в возбуждение из точки приема во внешней среде), а также их совокупность. Возможность и некоторые способы применения взаимных методов в задачах виброакустики обсуждаются в ряде работ [1, 2, 3, 4]. Считается, что взаимные методы могут использоваться для широкого круга задач в линейных, пассивных акустомеханических системах с небольшими (по сравнению с упругомассовыми характеристиками) потерями.

Сущность взаимных измерений легко пояснить с помощью формулы Грина:

$$U(r_0) = \frac{1}{4\pi} \int_S \left(\frac{\partial U}{\partial n} G - U \frac{\partial G}{\partial n} \right) dS, \quad (1)$$

где U — скалярный потенциал поля, заданный на поверхности S , G — функция Грина точечного источника, расположенного в точке r_0 .

При взаимном измерении искомый потенциал поля U в точке r_0 не измеряется, а находится на основе измерения поля источника ($U, \partial U / \partial n$) на замкнутой поверхности S , окружающей источник, и измерения коэффициента передачи ($G, \partial G / \partial n$) от точки r_0 к поверхности S .

Применительно к акустике, при проведении взаимных измерений в точке r_0 располагается вспомогательный, точечный по сравнению с длиной волны λ источник с объемной скоростью V_0 , а на поверхности S измеряются давление и нормальная компонента скорости от вспомогательного источника (p', v') и от виброактивного (p, v). Искомое выражение для поля записывается в виде, аналогичном формуле Грина:

$$P(r_0) = \frac{1}{V_0} \int_S (\rho'v - P'v') dS. \quad (2)$$

Штрихи, как это принято, означают, что данная величина относится ко взаимному эксперименту. Выражение v'/V_0 связывает силовую компоненту воздействия виброактивного источника на поверхность с полем P и поэтому носит название коэффициента передачи по силе. Если внутри S источников нет, то интеграл равен нулю ($P(r_0)=0$), даже если ρ и v на поверхности S отличны от нуля.

Замкнутая поверхность S необязательно должна проходить по однородному пространству. В случае исследования излучения различных механических источников поверхность S может пересекать их опорные и неопорные связи. В этом случае выражение (2) может быть преобразовано к виду

$$P(r_0) = \frac{1}{V_0} \int_{S_1} (\rho'v - P'v') dS - \frac{1}{V_0} \sum_{n=1}^N (F_n v'_n - F'_n v_n), \quad (3)$$

где $\{F_n\}$ - вектор сил и моментов, $\{v_n\}$ - вектор линейных и угловых скоростей, измеренных на всех N опорных и неопорных связях механизма, пересекаемых замкнутой поверхностью S , S_1 - часть поверхности S за вычетом площади опорных

и неопорных связей: под скалярным произведением $F \cdot v$ в общем виде, подразумевается выражение

$$F \cdot v = \sum_{i=1}^3 (F_i v_i + \mu_i W_i),$$

где μ_i, W_i - проекции момента и угловой скорости.

Первая часть в выражении (3) описывает вклад в поле воздушного шума. Он может быть оценен путем измерения ρ и P' и их производных по нормали к S_1 и интегрирования по всей S_1 . В ряде задач при практических оценках вклада механизма в поле воздушный шум зачастую отбрасывается и расчет поля производится по укороченной формуле [4]:

$$P(r_0) = -\frac{1}{V_0} \sum_{n=1}^N (F_n v'_n - F'_n v_n). \quad (4)$$

Это можно делать, когда оценка поля производится вне помещения с хорошей звукоизоляцией, в котором установлен шумящий механизм, или в случае, когда сам механизм обладает

низким уровнем воздушного шума и значительными вибрациями. В частности, в работе [5] указывается, что взаимные измерения с помощью формулы (4) можно производить для оценки:

- а) передачи звука от вентилятора к воздушному пространству помещений через его механические связи,
- б) передачи звука от коробки передач в воздушное пространство кабины автомобиля,
- в) передачи звука от дизель-генератора на судне в точку вне судна в воде.

В работе [3] приведен конкретный пример использования взаимных измерений с помощью (4) для оценки вклада судового дизель-генератора ($N = 60$ кВт, $\Delta f = 20 \div 2500$ Гц) в акустическое поле в водной среде.

Как и для основного уравнения (1), справедливо, что если на механизме нет собственных виброактивных источников, то вклад его в поле, рассчитанный по формуле (4), равен нулю с точностью до отброшенного в выражении (3) вклада воздушного шума. Иными словами, при взаимных измерениях вибрации от сторонних источников (находящихся вне поверхности S) не искажают оценку вклада исследуемого виброактивного источника в поле. Это качество — селективность — является существенным достоинством взаимных измерений.

Другим преимуществом (по сравнению с прямыми измерениями) является чувствительность. Чувствительность обусловлена тем, что все измеряемые значения, обусловленные работой механизма, измеряются на самом механизме, а не вдали. Значения величин F' и v' , обусловленные работой акустического источника с производительностью V_0 , могут при необходимости корректироваться в большую или меньшую сторону выбором соответствующего значения V_0 .

2. ОЦЕНКА ВКЛАДА МЕХАНИЗМА В АКУСТИЧЕСКОЕ ПОЛЕ

Оценка вклада механизма в акустическое поле, обусловленного его опорными и неопорными связями, может быть выполнена с помощью выражения (4). Эта оценка предполагает проведение измерений четырех величин по каждой степени свободы (F_n, F'_n, v_n, v'_n). В ряде случаев также количество измерений оказывается чрезмерным.

Пусть динамическая сила F , измеряемая на опорной или неопорной связи механизма, складывается из динамической силы $F_{\text{соб}}$, обусловленной собственно работой механизма и сторонней силой $F_{\text{ст}}$, обусловленной работой других механизмов, находящихся вне замкнутого объема, ограниченного поверхностью S :

$$F = F_{\text{соб}} + F_{\text{ст}}. \quad (5)$$

Аналогично

$$v = v_{\text{соб}} + v_{\text{ст}}. \quad (6)$$

Выразив компоненты сторонних и собственных сил через импедансные характеристики механизма $Z_{ij} \uparrow$ и импедансную матрицу конструкции $Z_{ij} \downarrow$, на которую опирается механизм своими связями, получим следующие соотношения:

$$F_{i \text{ соб}} = \sum_{j=1}^{6N} Z_{ij} \uparrow v_j \text{ соб}, \quad F_{i \text{ ст}} = - \sum_{j=1}^{6N} Z_{ij} \uparrow v_j \text{ ст}, \quad (7)$$

$$F'_i = - \sum_{j=1}^{6N} Z_{ij} \uparrow v'_j.$$

Здесь предполагается, что F' и v' обусловлены целиком работой внешнего акустического источника, т.е. $|F'| \gg |F|$ и $|v'| \gg v$. Подставляя (7) в (4) и учитывая $Z_{ij} = Z_{ji}$, получаем

$$\rho(\tau_0) = - \frac{1}{V_0} \sum_{i=1}^6 \sum_{j=1}^N v_{i \text{ соб}} v'_j (Z_{ij} \uparrow + Z_{ij} \downarrow). \quad (8)$$

Выражение (8) показывает, что можно выполнять оценку вклада механизма во внешнее поле согласно выражению (4) в условиях вибрационных помех от сторонних источников. Их уровни не оказывают воздействия на результат измерения. Оценка вклада по формуле (8) должна уже выполняться при отсутствии вибропомех, поэтому индекс "соб" в дальнейшем опущен.

Из формулы (8) легко получаем оценку для определения поля "легкого" (амортизированного) механизма ($\|Z_{ij} \uparrow\| \ll \|Z_{ij} \downarrow\|$)

$$\rho(\tau_0) = - \frac{1}{V_0} \sum_{i=1}^{6N} F_i v'_i \quad (9)$$

и "тяжелого" механизма ($\|Z_{ij} \uparrow\| \gg \|Z_{ij} \downarrow\|$)

$$P(r_0) = \frac{1}{V_0} \sum_{i=1}^{6N} F_i' v_{i, \text{об}}. \quad (10)$$

Пренебрегая перекрестными членами в импедансной матрице и обозначая $Z_{i,i}$ через Z_i , получаем оценку поля, содержащую только v Z :

$$P(r_0) = -\frac{1}{V_0} \sum_{i=1}^{6N} v_i v_i' (Z_i \uparrow + Z_i \downarrow) \quad \|Z_i \uparrow\| \approx \|Z_i \downarrow\|, \quad (11)$$

$$P(r_0) = -\frac{1}{V_0} \sum_{i=1}^{6N} v_i v_i' Z_i \uparrow \quad \|Z_i \uparrow\| \ll \|Z_i \downarrow\|, \quad (12)$$

$$P(r_0) = -\frac{1}{V_0} \sum_{i=1}^{6N} v_i v_i' Z_i \downarrow \quad \|Z_i \uparrow\| \gg \|Z_i \downarrow\|. \quad (13)$$

Обсудим полученные выражения. Как следует из формулы (9), для измерения поля "легкого" (амортизированного) механизма с помощью метода взаимности необходимо измерить динамические силы, с которыми он воздействует на опорные и неопорные связи, а также измерить скорости, наведенные от внешнего акустического источника. Поле механизма будет найдено как скалярное произведение сил на взаимные скорости.

Для проверки применимости взаимных измерений к какому-либо объекту, а также оценке точности необходимо провести прямое и взаимное измерение и проверить наличие равенства измеряемых коэффициентов передачи:

$$P(r_0)/F_i = -v_i'/V_0. \quad (14)$$

В прямом эксперименте воздействуют с силой F_i на конструкцию и измеряют в некоторой точке пространства r_0 поле P . Во взаимном эксперименте помещают в точку r_0 ненаправленный источник с объемной скоростью V_0 и измеряют проведенную на конструкции вибрацию в той же точке и по тому же направлению, где действовал вибратор. Если выражение (14) оказывается выполненным с хорошей точностью, то взаимными измерениями можно пользоваться. В противном случае необходимо искать ошибки измерения, которые, как правило, связаны с наличием диаграммы направленности у акустического источника или приемника, с механическим нагружением конструкции вибратором, наличием у датчиков боль-

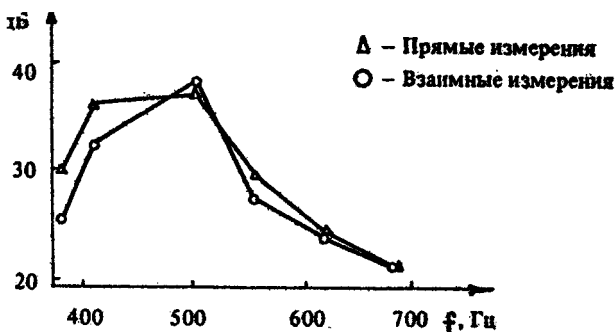


Рис. 1

шой боковой чувствительности и других причин. Большие расхождения прямых и взаимных измерений, обусловленные свойствами самой конструкции, встречаются крайне редко.

На рис. 1 представлен результат проверочного эксперимента, который выполнялся по формуле (14) в воздухе с тонкостенным цилиндром. Как видно из рисунка, расхождение результатов прямого и взаимного экспериментов составило 4 дБ, что вполне удовлетворило экспериментаторов.

Расчет излучения механизма по формулам (4), (8), (11) в случае $\|Z_{ij}\| \approx \|Z_{ji}\|$, когда необходимо учитывать обалагаемых формулы Грина, наиболее труден. Измерение облегчается, если удастся измерить взаимные скорости v' в областях конструкций, которые оказываются не нагруженными механизмом. В этом случае расчет поля производится также с помощью формулы (9) или (12) при замене v'_i на v' .

Расчет вклада в поле тяжелых неамортизированных механизмов производится по формуле (13) при замене Z_{ij} на ωm , где m — масса механизма на данной частоте.

При близко расположенных связях механизма с конструкцией (по сравнению с характерной длиной изгибных волн) необходимо когерентное измерение вибраций на всех опорах, так же как когерентное измерение сил. Суммирование в формуле (9) осуществляется с учетом фаз.

В других случаях допускается некогерентное измерение и сложение полей.

3. КОНТРОЛЬ ЭФФЕКТИВНОСТИ ВИБРОИЗОЛЯЦИИ АМОРТИЗИРОВАННЫХ МЕХАНИЗМОВ

Эффективное и широко распространенное средство для уменьшения вибраций и шумоизлучения — это виброизоляция. Для оценки эффективности мероприятий по виброизоляции существует ряд общепринятых критериев [6]. Выбор того или иного критерия и способа его реализации не всегда адекватен решаемой задаче, а чаще определяется доступностью измерительных средств, возможностями их размещения на контролируемом объекте и требуемой надежностью.

Использование принципа взаимности и соотношений, получаемых на его основе, позволяет найти новые выражения для известных критериев и предложить новые способы для экспериментально-расчетной оценки эффективности мероприятий по виброизоляции.

3.1. Одномерная виброизолированная система

Рассмотрим случай одномерной виброизолированной системы, характеризующейся одной парой величин на входе (F_m, v_m) и выходе (F_ϕ, v_ϕ) системы. F_m и v_m — динамические сила и скорость, обусловленные безынерционным виброактивным источником, а F_ϕ и v_ϕ — динамические силы и скорость на некотором фундаменте. Штрихи над данными величинами будут означать, как и ранее, принадлежность к взаимному эксперименту, $F'_m = 0$ в силу безынерционности виброактивного источника.

Излучение одномерного виброизолированного механизма можно найти по любому из следующих двух соотношений [4]:

$$P(\gamma_0) = -\frac{v'_m}{V_0} F_m, \quad (15)$$

$$P(\gamma_0) = -\frac{v'_\phi}{V_0} v_\phi (Z \uparrow + Z \downarrow), \quad (16)$$

полученных из (14) и (11) при учете только одного слагаемого в сумме.

Приравнявая правые части этих выражений, можно найти перепад колебательных сил в виброизолированной системе $\Pi_r = F_m / F_\phi$ — известный критерий для оценки эффективности виброизоляции:

$$\Pi_F = \Pi_{v'} \left(1 + \frac{Z \uparrow}{Z \downarrow} \right), \quad (17)$$

где $\Pi_{v'} = v_{\Phi}' / v_m'$ - перепад колебательных скоростей во взаимном эксперименте.

Обозначая через $\Pi_v = v_m / v_{\Phi}$ реальный перепад виброскоростей, а через $\Pi_{v^*} = v_m^* / v_{\Phi}^*$ - перепад виброскоростей на виброизолированной системе, установленной на абсолютно мягком фундаменте ($Z \uparrow = 0$), и рассматривая виброизолированный механизм в виде линейного пассивного четырехполюсника, можно получить следующее выражение для перепада динамических сил [7]:

$$\Pi_F = \Pi_{v'} + (\Pi_{v'} \Pi_{v^*} - 1) / (\Pi_v - \Pi_{v^*}). \quad (18)$$

Параметр Π_{v^*} для ряда механизмов известен из заводских испытаний, перепады по скоростям в прямом и взаимном экспериментах нетрудно измерить, поэтому с помощью выражения (18), реально в условиях эксперимента, можно точно оценить такой важный параметр, характеризующий виброизолированность системы, как Π_F . Напомним, что прямое измерение Π_F требует знания силы в источнике F_m и измерения силы под виброизоляторами на фундаменте F_{Φ} , что осуществить технически достаточно сложно.

Для однокаскадной схемы амортизации на низких частотах, когда можно считать $\Pi_{v^*} = 1$, оказывается возможным выразить еще один, характеризующий виброизоляцию параметр через Π_v и $\Pi_{v'}$. Виброизоляция (ВИ) равна отношению вибраций фундамента при установке механизма на фундамент без амортизаторов и с ними ($ВИ = v_{\Phi k} / v_{\Phi}$):

$$ВИ = \frac{\Pi_{v'} \Pi_v - 1}{\Pi_{v'} + \Pi_v - 2}. \quad (19)$$

Оценка перепада сил в этом случае находится из соотношения

$$\Pi_F = \Pi_{v'} + \frac{\Pi_{v'} - 1}{\Pi_v - 1}. \quad (20)$$

Если $\Pi_v \gg 1$, то $\Pi_F \approx \Pi_{v'}$.

Выражения (20) и более общее (17) показывают, что эффективной оценкой перепада динамических сил у виброизолированного механизма является перепад виброскоростей, измеренный при взаимном эксперименте.

3.2. Измерение виброизоляции в многоопорном варианте

Для многоопорного варианта (точки крепления опорных и неопорных связей механизма разнесены по пространству) критерии оенок виброизоляции проработаны недостаточно.

Одним из способов оценки виброизоляции является сравнение N -мерных векторов, образованных комплексными амплитудами сил, возникающих в точках крепления виброизоляторов к фундаменту, при жестком креплении механизма к фундаменту и с виброизоляцией [8]. Однако когерентное измерение сил в точках крепления, а также необходимые расчеты затрудняют проведение оценки.

В случае, если для многоопорной системы возможны монтажные операции по "закорачиванию" амортизаторов, предпочтение следует отдать критерию изменения внешнего поля механизма $ВИ_p = P_{ж} / P$, где $P_{ж}$ - внешнее поле механизма при жестком креплении, P - через виброизоляторы. Критерий оценки по полю выгодно отличается от других тем, что при этом можно ограничиться измерениями в одной пространственной точке.

Как следует из формулы (15), при одном виброактивном источнике параметр $ВИ_p$ можно отыскивать из взаимного эксперимента по отношению взаимных скоростей при жестком и мягком креплении механизма;

$$ВИ_p = \frac{P_{ж}}{P} = \frac{v'_{m,ж}}{v'_m} \quad (21)$$

Для тех случаев, когда монтажные операции по "закорачиванию" амортизаторов невозможны, так же как невозможно измерение динамических сил на многочисленных опорных связях, оценку эффективности виброзащиты можно производить, сравнивая усредненную излучательную способность точек фундамента v'_{ϕ_i} / V_0 и механизма v'_{m_i} / V_0 (из выражений (2), (14) следует, что уровень поля, обусловленный воздействием единичной силы в i -ю точку, определяется отношением v_i / V_0):

$$\Pi_{v'_p} = \left(\frac{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N |v'_{\phi_i}|^2}{\frac{1}{K} \sum_{i=1}^K |v'_{m_i}|^2} \right)^{1/2} \quad (22)$$

Физический смысл выражения (22) простой: чем хуже (меньше) излучательная способность механизма, усредненная по K точкам, по отношению к усредненной по N точкам излучательной способности фундамента, тем лучше виброизолированность механизма. Для одной опоры выражение (22) переходит в (20) и определяет перепад по силам.

Недостаток выражения (22) заключается в следующем. Усреднение излучательной способности по различным точкам фундамента и механизма производится равномерно, без учета того, что через одни точки проходит большая часть колебательной мощности при работе механизма, через другие — меньшая. Ввести весовые множители в выражение (22) можно следующим образом.

Согласно (9) суммарное поле от всех опорных и неопорных точек амортизированного механизма будет определяться следующим выражением (без учета знака):

$$\rho = \frac{1}{V_0} \sum_{i=1}^N F_{\varphi_i} v'_{\varphi_i}.$$

Интенсивность поля ρ^2 определяется некоторой силой с интенсивностью $F_{\varphi}^2 = \sum_{i=1}^N |F_{\varphi_i}|^2$, поэтому усредненная по мощности излучательная способность ρ^2/F_{φ}^2 для данного механизма будет описываться приближенным выражением

$$\rho^2/F_{\varphi}^2 \approx \frac{\sum_{i=1}^N |F_{\varphi_i}|^2 |v'_{\varphi_i}|^2}{V_0^2 \sum_{i=1}^N |F_{\varphi_i}|^2}. \quad (23)$$

Здесь весовыми множителями при значениях локальных коэффициентов передачи v'_{φ_i}/V_0 стоят динамические силы, которые в практических измерениях, как правило, неизвестны, и в качестве усредненной для данного механизма величины целесообразно использовать следующее выражение:

$$\rho^2/F_{\varphi}^2 \approx \frac{\sum_{i=1}^N |v_{\varphi_i}|^2 |v'_{\varphi_i}|^2}{V_0^2 \sum_{i=1}^N |v_{\varphi_i}|^2}. \quad (24)$$

Записывая аналогичное (24) выражение для точек механизма и составляя отношение, получаем искомое выражение для оценки виброизолированности механизма:

$$\Pi_{\Gamma\rho} = \left(\frac{\sum_{i=1}^N |v_{\varphi_i}|^2 |v'_{\varphi_i}|^2 \cdot \sum_{j=1}^K |v_{m_j}|^2}{\sum_{j=1}^K |v_{m_j}|^2 |v'_{m_j}|^2 \cdot \sum_{i=1}^N |v_{\varphi_i}|^2} \right)^{1/2} \quad (25)$$

Суммирование здесь ведется по всем N опорам и всем K источникам механизма или агрегатной сборки, работающим по одной частоте.

Название оценки (25) в виде $\Pi_{\Gamma\rho}$ условное, с тем же успехом ее можно назвать взвешенной оценкой перепадов взаимных скоростей $\Pi_{v'_{\rho}}$. По сути выражения (22) и (25) есть некоторые новые критерии оценки виброизоляции многоопорных механизмов.

4. КОНТРОЛЬ ИЗЛУЧЕНИЯ РАСПРЕДЕЛЕННЫХ СИСТЕМ

Как указывалось во введении, уровень излучения механизма определяется его виброактивностью, величиной связи с опорными конструкциями, а также излучающей способностью точек конструкции, на которые опирается механизм. Остановимся подробнее на исследовании излучающих характеристик конструкций.

Так как величина v'/V_0 зависит от места расположения излучателя (точки измерения), то в качестве нормированной характеристики излучающей способности (или нормированного коэффициента передачи) используется величина [4]

$$\frac{v'}{v'_{\text{пад}}} = \frac{\rho(r_0)}{\rho_{\text{дин}}(r_0)} \quad (26)$$

Здесь $\rho_{\text{дин}}$ - уровень поля в точке r_0 , которое создает сила, приложенная непосредственно к жидкости, $v'_{\text{пад}}$ - амплитуда падающей волны акустического источника, измеренная вблизи точки приложения сил. Выражение (26) получается при нормировании равенства (14) на поле диполя.

Выражение (26) позволяет наглядно судить об излучающей способности различных конструкций. Например, для балки в жидкости, при условии равенства плотности материала

балки и жидкости, и характерных размерах балки меньше длины волны амплитуда колебаний балки будет равна амплитуде падающей на нее акустической волны $U'_{\text{пад}}$. Это будет означать, согласно (26), что ее нормированная излучающая способность равна единице.

Для более высоких частот, когда размеры балки сравнимы с длиной волны и больше ее, излучающая способность $P/P_{\text{гип}}$ может отличаться от единицы, причем увеличение в большую сторону соответствует случаю, когда амплитуда колебаний балки больше амплитуды колебания падающей на нее акустической волны. Это возможно только в случае резонансных явлений (пространственного или временного синхронизма). Для ряда объектов, например оболочек, значительное превышение $P/P_{\text{гип}}$ над единицей возможно вне резонансов для локальных неоднородных областей с размерами меньше длины волны.

Основными целями исследования излучающей способности конструкции являются выявление резонансных частот, при которых происходит рост излучения, а также определение оптимальных с точки зрения излучения способов крепления механизмов. Все это требует знания пространственного распределения v'_0 по конструкции. Так, для одноопорного механизма уровень излучения определяется выражением

$$P(v_0) = \frac{v'_0}{V_0} \cdot \frac{F_m}{\Pi_F}, \quad (27)$$

где F_m — сила в источнике, Π_F — перепад сил от источника к фундаменту, v'_0/V_0 — коэффициент передачи конструкции без установленного на ней механизма.

Подставляя (17) в (27) и считая $\Pi_v, F, Z \uparrow$ не зависящими от места установки механизма, получаем, что P — минимум, если будет минимизирована величина $v'_0 Z \uparrow / (Z \uparrow + Z \downarrow)$. Для виброизолированного механизма $|Z \uparrow| \ll |Z \downarrow|$ этот минимум достигается в точке конструкций, где $v'_0(\tau)$ — минимум, для тяжелого — где минимальна величина $v'_0(\tau) Z \uparrow(\tau)$.

Для отыскания оптимального местоположения многоопорного механизма необходима минимизация более сложных выражений, включающих $v'_0(\tau), Z_{i,j} \uparrow, Z_{i,j} \downarrow$.

Разлагая распределение $v'_0(\tau)$ по полному набору собственных колебаний конструкции $\Psi_i(\tau)$ (что возможно при малых потерях), излучение можно представить в виде [9]

$$P = \frac{1}{V_0} \sum_{i=1}^N F_{\text{mod } i} v'_{\text{mod } i}, \quad (28)$$

где F_{mod} и v'_{mod} - коэффициенты разложения пространственного распределения сил и взаимных скоростей по модам $\Psi_i(r)$. Акустически активными формами колебаний будут те собственные функции $\Psi_i(r)$, на которых $v'_{\text{mod } i}$ достигает максимума. Подробнее о использовании модового подхода в виброакустике изложено в статье П.И.Коротина и И.И.Колodieвой в настоящем сборнике.

Как следует из выражения (28), правильное с точки зрения акустики проектирование заключается в совокупности мероприятий: нахождение акустически активных форм и соответствующих им резонансных частот, определение на резонансных частотах расположения узловых точек и размещение механизмов, имеющих максимум виброактивности на этих частотах вблизи узлов колебаний. Возможна постановка задачи о целенаправленном создании в конструкции таких узловых точек.

5. ТЕХНИКА ПРОВЕДЕНИЯ ВЗАИМНЫХ ИЗМЕРЕНИЙ

Техника для проведения всего комплекса взаимных измерений должна обеспечивать:

а) проведение сравнительного эксперимента для оценки возможности использования взаимных методов измерений к данному объекту исследования;

б) возможность облучения объекта акустическими волнами и получения на нем взаимных скоростей $v'(r)$, превышающих фоновые уровни;

в) возможность синхронной регистрации вибраций во многих точках конструкций;

г) возможность измерения импедансов и сил.

Пункт а предусматривает проведение прямого и взаимного эксперимента и оценку выполнимости равенства (14). Расчет необходимого усилия вибратора, используемого при прямом эксперименте, выполняется по формуле $F_g = (P_w/\alpha)(4\pi R/\kappa)$, где κ - волновое число, R - расстояние, $\alpha = v'/v'_{\text{наг}}$ - минимальная величина излучающей способности конструкции (как правило, 0,1 + 0,01 для пластин, разделяющих воздух

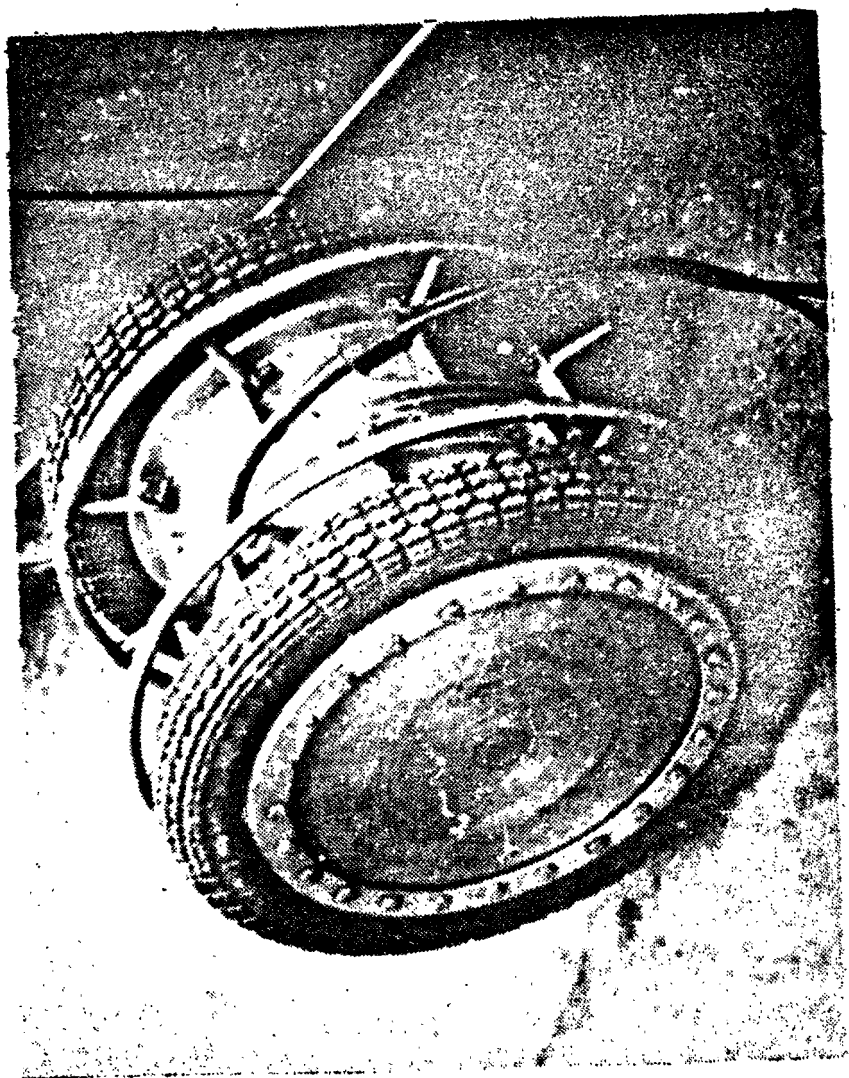


FIG. 2

и жидкость), $P_{ш}$ - уровень шумов приемника.

Мощность излучателя, необходимая для взаимных измерений (пункт б), определяется выражением

$$N = 2\pi r c \frac{R^2 U_{фон}^2}{\alpha^2}, \quad (29)$$

где $U_{фон}$ - уровень фоновых вибраций, которые необходимо превысить. На рис. 2 представлен типичный вид гидроакустического излучателя, развивающего акустическую мощность $N \approx 1 - 10$ Вт в диапазоне частот свыше 20 Гц. В случае контроля амортизации расчет мощности может быть выполнен согласно (29), где уровень $U_{фон}$ необходимо брать на механизме, а с учетом того, что $\Pi_{v'} \approx 10 \div 100$, $\alpha \approx 10^{-3} \div 10^{-1}$, контроль $\Pi_{v'}$ одноопорного виброизолированного механизма можно производить, возбуждая фундамент вибратором (а не акустическим полем). При исследовании многоопорного механизма более качественным оказывается акустическое возбуждение, так как при этом возбуждаются в основном акустически активные формы колебания, ответственные за излучение (распределение U_{f_i} , возбуждаемое излучателем, может существенно отличаться от распределения, возбуждаемого вибратором).

Синхронное измерение и элементы анализа виброполей (пункт в) реализованы в измерительных комплексах фирм Prodera и Brüel & Kjer. Более подробно схемы регистрации анализа вибросигнала, которые можно использовать при взаимных измерениях сигнала, изложены в статьях П.И.Коротина, И.И.Колодиевой и А.М.Павленко в настоящем сборнике, а также в работе [10].

Для широкой полосы частот наиболее перспективными являются регистраторы, созданные на основе видеоматричного фонофона.

Измерение импедансов и сил (пункт г) - наиболее трудоемкая часть взаимных измерений. Этой проблеме посвящены [11] и ряд работ данного сборника.

Если говорить о задаче в целом, то использование взаимных измерений в техническом плане не представляет особенных трудностей.

Литература

1. Лямшее Л. М. К вопросу о принципе взаимности в акустике // ДАН СССР. 1959. Т. 125, № 6. С. 1231.
2. Белоусов Ю. И., Римский – Корсаков А. В. Принцип взаимности в акустике и его применение для расчета звуковых полей колеблющихся тел // Акуст. журн. 1975. Т. 21, № 2. С. 161.
3. Ten Wolde T. On the validity and application of reciprocity in acoustical, mechano-acoustical and dynamical systems // Acustica. 1973. V. 28, № 1, P. 23.
4. Коротин П. И., Салин Б. М., Тютин В. А. Вопросы акустической диагностики виброактивных механизмов методами взаимности // Акуст. журн. 1986. Т. 32, № 1. С. 71.
5. Steenhock H. F., Ten Wolde T. The reciprocal measurement of mechanical – acoustical transfer functions // Acustika. 1970. V. 23, N 5. P. 301.
6. Ключин И. И. Виброизоляция упругих прокладок и амортизаторов, находящихся под виброактивными механизмами // Акуст. журн. 1979. Т. 25, № 3. С. 321.
7. Елимов А. Э., Колодиева И. И., Коротин П. И. и др. Методы оценки и контроля эффективности виброизолирующих креплений, основанные на принципе взаимности // Акуст. журн. 1989. Т. 35, № 1. С. 43.
8. Вибрации в технике: Справочник / Под ред. Н. В. Фролова. М.: Машиностроение, 1981. С. 226.
9. Chertock G. Transient flexural vibrations of ship – like structures exposed to underwater explosions // J. Acoust. Soc. Amer. 1970. V. 48, N 1. Part 2. P. 170.
10. Бабер И. С., Леонов И. И., Пааленко А. М. и др. Автоматизированная система вибродиагностики механизмов // Применение вычислительной техники в физическом эксперименте: Сб. науч. тр. / ИПФ АН СССР. Горький, 1987. С. 114.
11. Попков В. И., Мышинская Э. Л., Попков О. И. Виброакустическая диагностика в судостроении. Л.: Судостроение, 1983.

МЕТОДЫ МОДЕЛИРОВАНИЯ ПРИ ИССЛЕДОВАНИИ ВИБРОАКУСТИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК СЛОЖНЫХ КОНСТРУКЦИЙ

*Д. М. Донской, А. Э. Екимов, Л. М. Кустов, А. В. Лебедев,
А. И. Мартыанов, Н. И. Морозова, С. Х. Шаврацкий*

При исследовании звукоизлучения сложных механических систем большое значение отводится методам физического моделирования [1 - 5]. Суть этих методов заключается в воспроизведении на моделях физических процессов, подобных процессам в оригинале, экспериментальном их исследовании. При этом моделирование позволяет по-новому описать реальный процесс, упростить его экспериментальное изучение. С помощью моделирования можно построить адекватные расчетные модели, проверить эффективность альтернативных конструктивных решений на стадии проектирования реальной конструкции. Наиболее наглядно преимущества физического моделирования проявляются при исследовании сложных систем, анализ поведения которых даже численными методами связан с большими трудностями, поскольку задачи, как правило, многопараметрические и выбор параметров, определяющих основные, характерные особенности исследуемого процесса с требуемой точностью не всегда удается провести достоверно. Физическое моделирование позволяет, в принципе, определить эти параметры, исследовать влияние отдельных факторов, что имеет существенное значение при выборе оптимальной конструкции сложной механической системы еще на ранних стадиях проектирования.

Исследования на моделях целесообразно проводить по крайней мере в два этапа. На первом этапе изучаются физические механизмы формирования излучения, для чего используются небольшие упрощенные модели конструкции, отдельные

ее элементы. Этот этап наиболее важен для понимания основных физических процессов, определяющих акустическое поведение системы. На втором этапе исследуется полная картина излучения на больших моделях, максимально подобных оригиналу с целью проверки и отработки конструктивных решений системы. При этом наиболее простым и часто используемым на практике способом моделирования является моделирование с сохранением геометрического подобия модели оригиналу [3, 4], т. е. в модели используются те же материалы и среды, что и в натуре, изменяются лишь геометрические размеры.

В данной работе рассмотрены вопросы, связанные с реализацией первого этапа моделирования: разработка методик исследований и их отработка на примере изучения акустического излучения оболочек вращения в жидкости.

Методика изучения механизма формирования акустического излучения конструкции при воздействии внешней силы заключается в экспериментальном изучении коэффициента передачи $\bar{K}(\omega, \bar{s}_0, \bar{r})$, связывающего динамическое усилие или момент $F(\omega, \bar{s}_0)$ с акустическим полем:

$$P(\bar{r}_0) = \bar{K}(\omega, \bar{s}_0, \bar{r}_0) \bar{F}(\omega, \bar{s}_0), \quad (1)$$

где \bar{s}_0 — координата точки конструкции, \bar{r}_0 — координата точки в поле.

Так как наибольшее излучение имеет место, как правило, при нормальном к поверхности силовом воздействии, то в экспериментах в основном исследуется одна нормальная компонента $K(\omega, \bar{s}, \bar{r})$.

Нормирование коэффициента передачи, как принято, производится на коэффициент передачи для диполя [6]:

$$K_A = \omega / 4\pi c_0 |\bar{r} - \bar{s}_0|, \quad (2)$$

где c_0 — скорость звука в среде.

Таким образом, определяя нормированное значение коэффициента передачи $K_n = K(\omega, \bar{s}_0, \bar{r}) / K_A$ для различных моделей, отличающихся одним или несколькими конструктивными параметрами, можно оценить влияние последних на излучаемое поле, определить их роль в формировании излучения, что необходимо для понимания физических механизмов излучения звука неоднородными конструкциями.

Возможна постановка задачи об изучении излучательной способности конструкций путем измерения коэффициента пере-

дачи по смещению, рассматривая в качестве стороннего источник смещения, а не силы. Однако так как источниками, воздействующими на конструкцию, являются, как правило, амортизированные механизмы, которые можно считать по отношению к конструкции источниками силы, в дальнейшем будем рассматривать только коэффициент передачи по силе.

ПРЯМЫЕ И ВЗАИМНЫЕ ИЗМЕРЕНИЯ В ВОДЕ

Измерения K_n можно проводить прямым методом, т. е. возбуждать модель известной по величине силой $F_0(\vec{s}_0)$ с помощью вибратора и измерять гидрофоном создаваемое при этом акустическое давление p в интересующих точках пространства. Однако использование прямого метода имеет ряд недостатков. Для определения K_n в нескольких точках необходимо последовательно помещать вибратор в каждую из них, что требует больших временных затрат (сборка, разборка модели, последовательные измерения), или в каждую точку прикрепить по вибратору, что несколько уменьшает время проведения измерений за счет исключения операций сборки, разборки, однако накладывает жесткие ограничения на массогабаритные параметры вибраторов. Для определения же амплитуды давления p на фоне шумов измерительного полигона и аппаратуры требуется определенный уровень силы F , который трудно достижим малым вибратором. Все это ограничивает возможности прямых измерений.

Более универсален и удобен на практике метод взаимных измерений [7, 8, 9], основанный на использовании принципа взаимности для механико-акустических систем. Метод заключается в определении коэффициента передачи путем измерения колебательной скорости в интересующих точках механической конструкции, возбуждаемой монополюсным акустическим источником, помещенным в точку пространства \vec{r} . Коэффициент передачи при этом определяется по формуле

$$K_n(\vec{s}_0, \vec{r}) = \frac{V(\vec{s}_0)}{Q} \frac{1}{K_A}, \quad (3)$$

где $V(\vec{s}_0)$ — линейная колебательная скорость в точке \vec{s}_0 , Q — производительность (объемная скорость) акустического излучателя. Перемещая излучатель в пространстве, можно определить зависимость K_n от \vec{r} . Такой метод позволяет

использовать мощный излучатель для повышения отношения сигнал/помеха при измерении виброскорости и одновременно определять коэффициент передачи во многих точках, так как скорость в точках \vec{s}_0 на конструкции измеряется малогабаритными легкими акселерометрами. Прямой метод целесообразно использовать как вспомогательный для контроля и калибровки взаимных измерений.

Таким образом, методика измерений $K_n^e(\omega, \vec{s}_0, \vec{r})$ заключается в следующем. Модель с закрепленными в ней в заданных точках вибропреобразователями (акселерометрами и, если имеется возможность, одним или несколькими вибраторами) помещают в водную среду достаточно большого объема, обеспечивающего условие свободного пространства или возможность выделения прямых сигналов на фоне отраженных от границ объема. В этот же объем на расстоянии $|\vec{r} - \vec{s}_0| > l^2/\lambda$ (условие дальней зоны), где l — длина модели, λ — длина звуковой волны в среде, помещают monopольный акустический излучатель. Коэффициент передачи K_n определяют по формуле (3). Виброскорость V измеряют с помощью акселерометров, производительность Q излучателя (если она не известна) определяют по развиваемому им акустическому давлению по известной методике [10]. Зависимость K_n от частоты определяют путем частотной перестройки излучателя или путем спектрального анализа при широкополосном источнике. Зависимость K_n от \vec{r} (угловую зависимость) измеряют путем перемещения модели или излучателя в соответствующих плоскостях. Для контроля взаимных измерений используют прямой метод.

СХЕМА ИЗМЕРЕНИЙ

Нами была разработана методика и техника проведения модельных измерений с использованием метода взаимности.

Измерения акустических характеристик моделей проводились в естественной пресноводной акватории порядка 100 х 100 м, глубина места составляла 8 – 10 м. Блок-схема экспериментальной установки приведена на рис. 1. Модель 1, с размещенными в ней вибратором 2, акселерометрами 3 и блоком предварительных усилителей 4 (коэффициент усиления $K_y = 40$ дБ) помещалась под воду с помощью штанги 6. По-

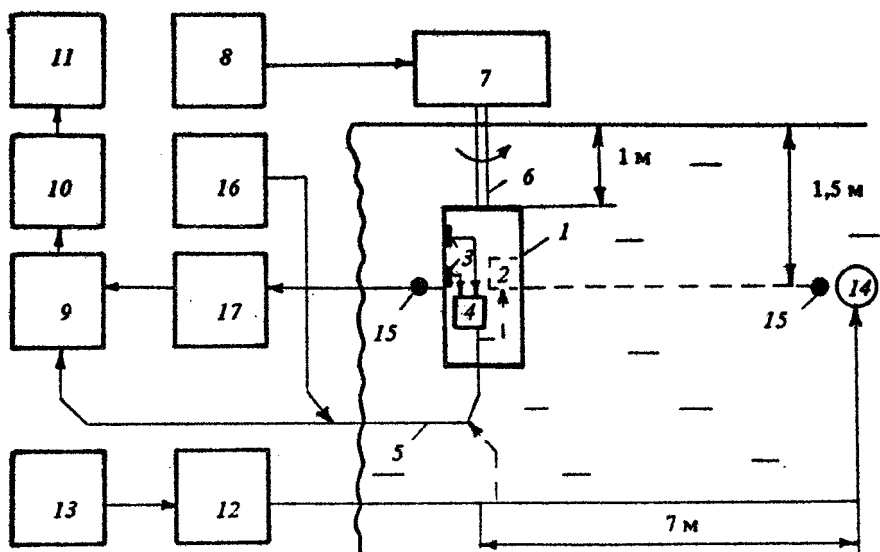


Рис. 1. Блок-схема экспериментальной установки (---- пунктиром обозначены узлы установки, используемые в прямых измерениях): 1 - модель, 2 - вибратор, 3 - акселерометры, 4 - блок предварительных усилителей, 5 - многожильный подводный кабель, 6 - подвеска модели, 7 - поворотный стол, 8 - пульт дистанционного управления поворотным столом, 9 - 14-канальный магнитофон, 10 - узкополосный анализатор спектра, 11 - самописец уровня, 12 - усилитель мощности, 13 - генератор, 14 - излучатель, 15 - гидрофон, 16 - блок питания, 17 - усилитель гидрофона

следняя крепилась к поворотному устройству 7, с помощью которого осуществлялось вращение модели для измерения угловой зависимости коэффициента передачи. В прямых экспериментах сила, действующая со стороны вибратора на оболочку, измерялась с помощью импедансной головки, расположенной между вибратором и оболочкой (на схеме не указана).

Для проведения взаимных измерений был разработан и изготовлен широкополосный гидроакустический излучатель электродинамического типа 14. На рис. 2 приведена амплитудно-частотная зависимость звукового давления, создаваемого этим излучателем на расстоянии 10 м (верхний график). Изрезанность АЧХ обусловлена резонансами поршня излучателя. Нижний график - уровень окружающего шума.

Измерения проводились в диапазоне частот 500 - 10 000 Гц.

Ниже в качестве примера использования взаимной методики измерений приведены некоторые результаты (влияние

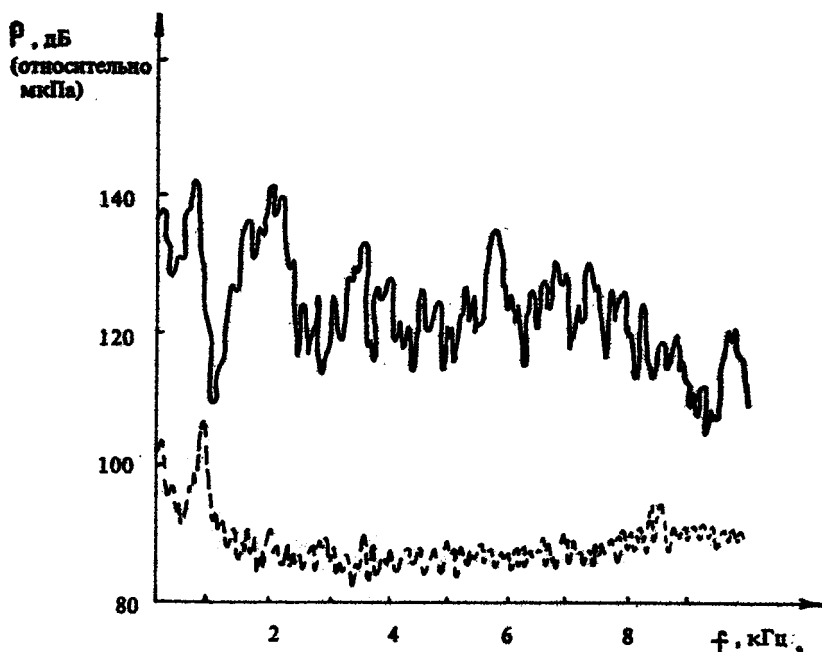


Рис. 2. АЧХ электродинамического излучателя —————, — — — — — шумы акватории

массы на K_n и угловые зависимости K_n), полученные для модели, представляющей собой цилиндрическую оболочку. Оболочка изготовлена из листовой стали (сталь 3) и имела сварной шов вдоль образующей. Параметры оболочки: $h/R = 0,015$ (h — толщина оболочки, $R \sim 10$ см — радиус), $L/R = 7,6$ (L — длина оболочки), внутри оболочки разделена жесткими узкими кольцами ($H \approx h$, H — толщина кольца) на три части, такие что $L_1/R = 2,1$, $L_2/R = 3$, $L_3/R = 2,5$, где L_1, L_2, L_3 — длины частей. К торцам припаяны массивные фланцы, к ним присоединены плоские крышки, обеспечивающие герметичность конструкции.

ВЛИЯНИЕ СОСРЕДОТОЧЕННЫХ И РАСПРЕДЕЛЕННЫХ МАСС НА КОЭФФИЦИЕНТ ПЕРЕДАЧИ

Массы разной величины жестко прикреплялись к оболочке в точке А двумя способами: точно и на площадке $0,6 R \times 0,6 R$. Таким образом моделировались сосредоточенные и

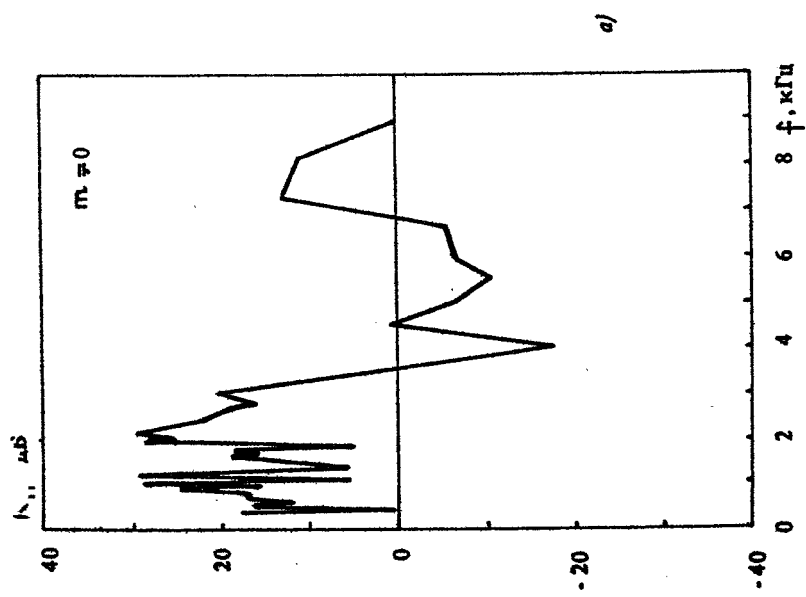
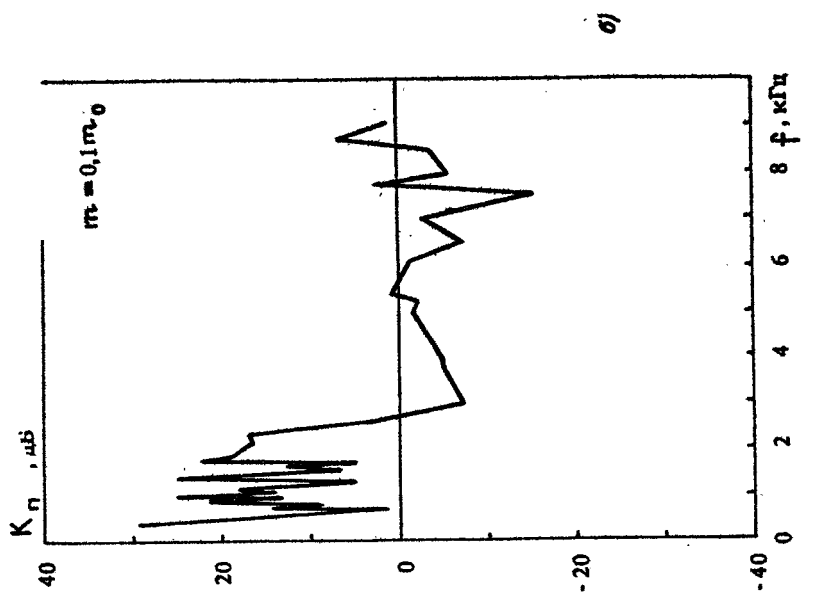
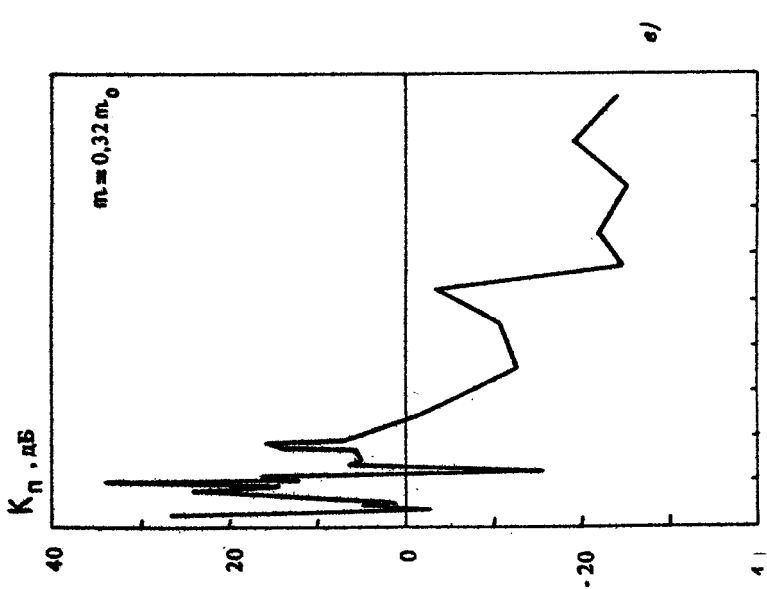
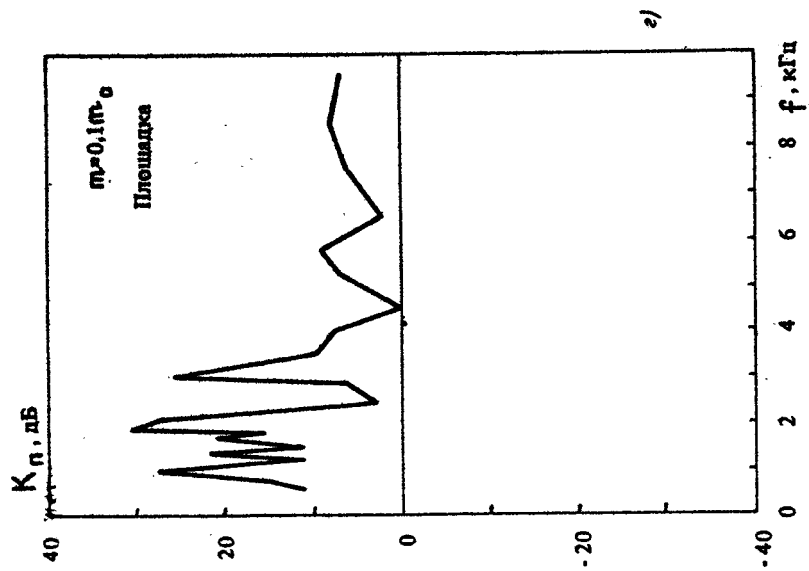
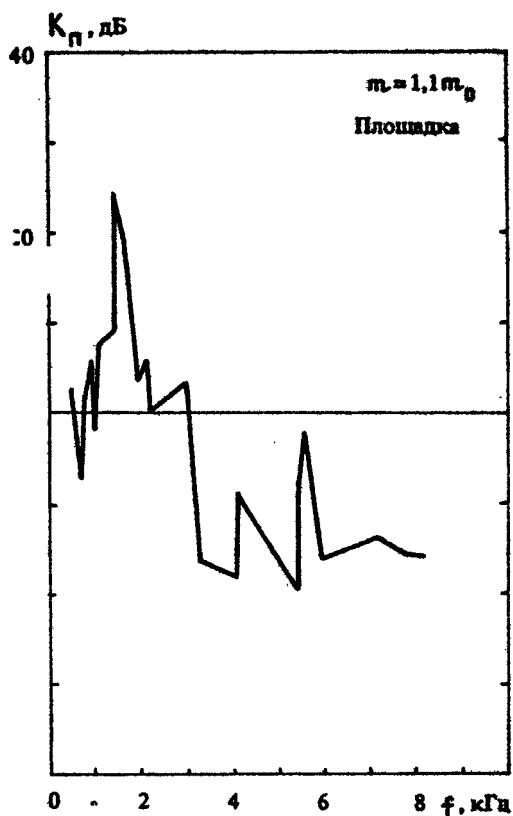


Рис. 3. АХЧ коэффициента передачи оболочки с массой (см. также с. 104 и 105)





д)

Рис. 3. Окончание

распределенные неоднородности. Точка А расположена на расстоянии $0,43 L_2$ от кольцевой перегородки, разделяющей центральную часть оболочки L_2 и боковую L_3 . Измерения проводились в дискретных точках частотного диапазона. Результаты приведены на рис. 3. На рис. 3, а – зависимость коэффициента передачи ($20 \lg K_n$) оболочки без массы ($m=0$) на рис. 3, б и в – зависимости коэффициента передачи для сосредоточенной массы соответственно $m = 0,1 m_0$ и $m = 0,32 m_0$ где m_0 – масса части оболочки длиной L_2 . На рис. 3, г и д – зависимости коэффициента передачи для распределенной массы $m = 0,1 m_0$ и $m = 1,1 m_0$ соответственно.

Из сравнения полученных графиков видно, что небольшие массы ($m \ll m_0$) приводят в основном к смещению резонансов

на низких частотах. При этом из сравнения рис. 3, б и рис. 3, г видно, что распределенная масса приводит к большему излучению по сравнению с такой же по величине, но сосредоточенной на частотах, при которых длина изгибной волны в оболочке становится сравнимой и меньшей размера распределенной массы (в данном случае свыше 4 кГц). Дальнейшее увеличение массы приводит к снижению коэффициента передачи во всем частотном диапазоне.

УГЛОВЫЕ ЗАВИСИМОСТИ КОЭФФИЦИЕНТА ПЕРЕДАЧИ

Для измерения угловой зависимости коэффициента передачи по методу взаимности модель поворачивали вокруг вертикальной оси на 360° , акустический излучатель, возбуждающий модель, при этом был неподвижен.

Возбуждение осуществлялось на отдельных оболочечных резонансах гармоническим сигналом. На рис. 4 приведено

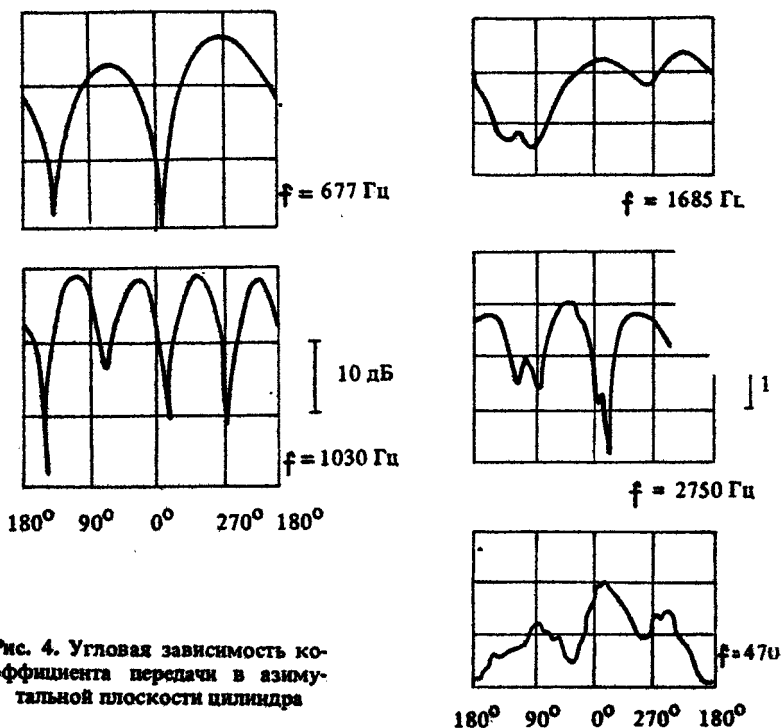


Рис. 4. Угловая зависимость коэффициента передачи в азимутальной плоскости цилиндра

несколько снятых угловых зависимостей коэффициента передачи в точке А на частотах 677, 1030, 1685, 2750, 4700 Гц. По оси ординат отложен угол в градусах, отсчитываемый от направления на излучатель (0° — направление измерения вибраций датчиком совпадает с волновым вектором падающей на модель акустической волны от излучателя), по оси абсцисс — амплитуда K_n в логарифмическом масштабе ($20 \lg K_n$).

Из приведенных графиков следует, что угловая зависимость K_n в азимутальной плоскости цилиндра имеет достаточно простой вид — от 1 до 4 лепестков с перепадом между максимальными и минимальными значениями до 25 дБ. Измерения на других частотах показали, что угловая зависимость K_n не сложнее квадрупольной и носит в основном монополюсный характер.

В работе [11] приведены результаты измерений, проведенных на настоящей установке, по исследованию влияния жесткостных неоднородностей на коэффициент передачи.

КОМБИНИРОВАННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

Акустические измерения с моделями можно проводить в ограниченных по пространству (лабораторных) условиях. Для этих условий был разработан способ определения акустических характеристик в гидроакустическом бассейне в низкочастотной области [12].

Традиционно для обеспечения условия свободного распространения звука при акустических измерениях в бассейне использовалось заглушение стенок бассейна или импульсный режим работы источника со стробированием прямых импульсов [10]. При этом минимальная длительность импульса определяется временем установления колебаний в модели: $\tau_{\text{и min}} > \frac{1}{f} \sqrt{\frac{Q}{f}}$, где Q — добротность собственных колебаний модели, f — частота. Например, при $Q = 25$ и низкой частоте измерений $f = 500$ Гц $\tau_{\text{и min}} > 50$ мс, что соответствует пространственной длине импульса 75 м. Следовательно, размеры бассейна, необходимые для проведения измерений по этой методике, должны быть порядка 100 м, что нереально. Нереально также и заглушение стенок бассейна на таких частотах.

Предложенный способ позволяет проводить измерения на частотах $f < f_{\text{гр}}$ (где $f_{\text{гр}}$ — низшая частота акустических измерений в бассейне при использовании импульсной методики).

Способ основан на комбинированных измерениях в воде и в воздухе. В воде, в гидроакустическом бассейне, измеряют распределение вибрационной скорости $V(s)$ по поверхности модели, возбуждаемой вибратором. В случае, когда диссипативные потери в конструкции больше радиационных, что обычно имеет место на низших частотах колебаний, вибрационная скорость поверхности такая же, как и в свободном пространстве. Излучаемое конструкцией акустическое поле определяется формулой Кирхгофа:

$$p = - \frac{if\rho}{2} \iint_s V(s_0) G(s_0, \vec{r}) ds_0, \quad (4)$$

где $G(s, \vec{r})$ - функции Грина для акустически жесткой модели с геометрически подобными внешними обводами, f - частота колебаний, ρ - плотность среды. Функция $G(s, \vec{r})$ удовлетворяет уравнению

$$\Delta G(s_0, \vec{r}) + k^2 G(s_0, \vec{r}) = -4\pi\delta(s-s_0) \quad (5)$$

и граничному условию

$$\left. \frac{\partial G}{\partial n} \right|_s = 0, \quad (6)$$

где s - координата поверхности модели, n - нормаль к ней. Функцию Грина можно определить экспериментально, изготовив акустически жесткую модель конструкции. Из уравнений (5), (6) получим критерии подобия для функции Грина:

$$GL = idem, \quad kL = idem, \quad (7)$$

где L - линейный масштаб, k - волновое число, $idem$ означает равенство величины для модели и натуры. Из формулы (7) видно, что критерии подобия не зависят от плотности среды и модели. Это связано с тем, что функция Грина для абсолютно жесткого тела определяется только дифракционными эффектами, связанными с геометрией поверхности модели. Следовательно, эту функцию можно определить и в воздушной среде, что сделать значительно проще. Проще изготовить акустически жесткую модель и проводить измерения, проще обеспечить условия свободного пространства. Измерения можно проводить в заглушенной камере или в лаборатории в импульсном режиме. При

этом можно использовать более короткие импульсы, чем в воде, так как их длительность не зависит от добротности собственных колебаний модели, а определяется лишь частотой, т. е. $\tau_{\text{и}} \sim 1/f$ в воздухе. Определив G в воздухе $\equiv G'$, из (7) затрудно получить G в воде:

$$G = \frac{L'}{L} G' = m' G', \quad (8)$$

где m' — масштаб моделирования при переходе к измерениям в воздухе, здесь и ниже штрихами обозначены величины, относящиеся к измерениям в воздухе. В соответствии с (7) изменяются также и частоты:

$$f' = \frac{c'}{c m'} f, \quad (9)$$

где c' , c — скорости звуковых волн соответственно в воздухе и в воде.

Измерение значений функции Грина можно провести следующим образом: помещаем на поверхность акустически жесткой модели monopольный гармонический излучатель с производительностью Q' и измеряем акустическое давление $p'(\vec{r}')$; используя (4), определим

$$G' = \frac{j 2 p'(\vec{r}')}{\rho' f' Q'}, \quad (10)$$

где ρ' — плотность воздуха. Окончательно звуковое давление в воде можно определить, используя выражения (4), (7), (9), (10):

$$p\left(\vec{r} = \frac{\vec{r}'}{m'}\right) = \frac{f \rho m'}{f' \rho' Q'} \iint_{\Sigma} V(s_0) p'(s_0, \vec{r}') ds_0. \quad (11)$$

Для реализации предложенного способа была разработана методика и соответствующая техника.

ИЗМЕРЕНИЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ВИБРОСКОРОСТИ

В лабораторных условиях целесообразно использовать бесконтактные способы измерения вибраций [13]. Применение контактных датчиков (приемники вибраций расположены в дискретных точках исследуемой поверхности) затруднено

главным образом из-за влияния массы вибродатчиков на колебания исследуемой конструкции, а также более сложной (по сравнению с бесконтактными измерениями) системы сбора и обработки измерительной информации. (Требуется многоканальная система сбора, когерентная обработка всех каналов быстродействующей ЭВМ, построение алгоритмов восстановления виброполей между дискретными пространственными точками измерений [14 - 16]).

Для проведения измерений были выбраны ультразвуковые бесконтактные виброметры, разработанные в ИПФ АН СССР [17, 18] и в ГГУ [19]. На рис. 5 приведена блок-схема

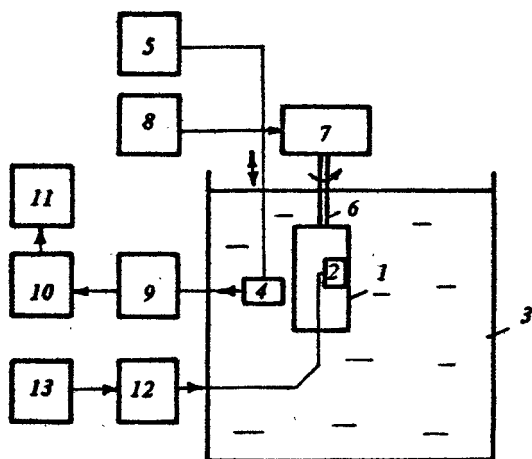
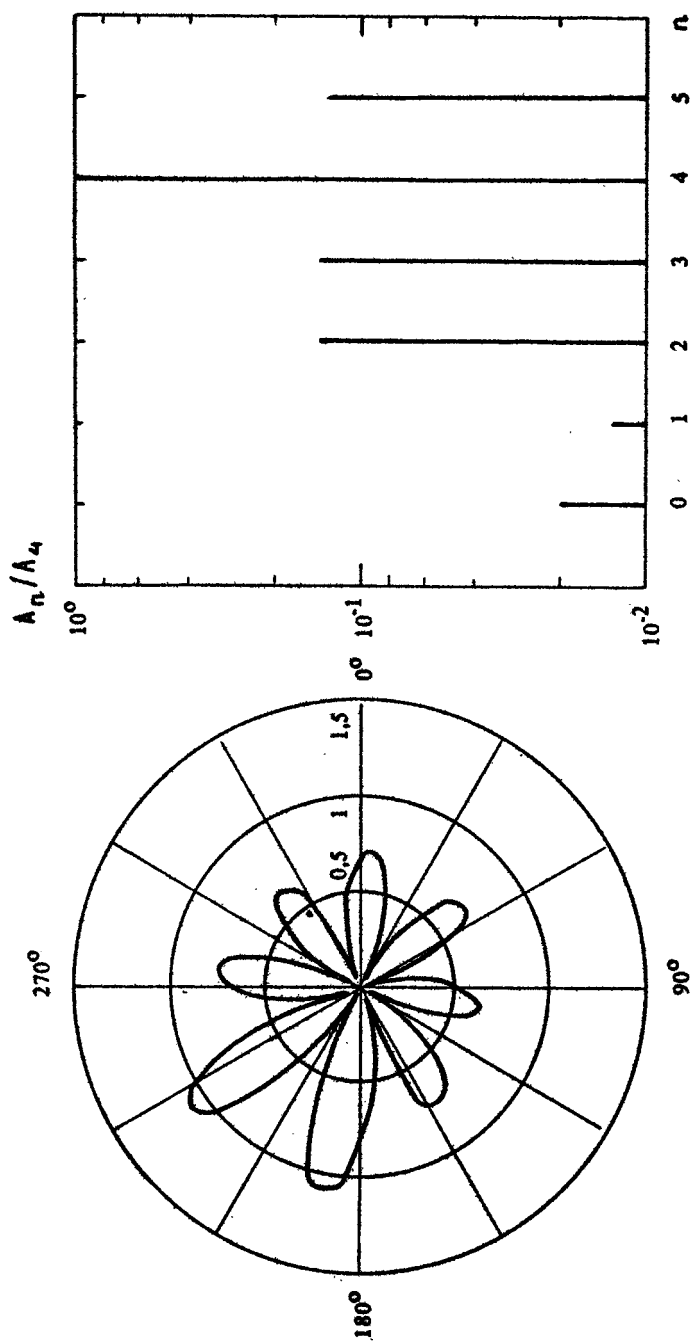


Рис. 5. Блок-схема экспериментальной установки по измерению распределения вибраций поверхности оболочки: 1 - оболочка, 2 - вибратор, 3 - бассейн, 4 - ультразвуковой бесконтактный датчик, 5 - устройство перемещения датчика виброметра по вертикали, 6 - подвеска модели, 7 - поворотный стол, 8 - пульт дистанционного управления поворотным столом, 9 - блок обработки сигнала с датчика виброметра, 10 - узкополосный анализатор спектра, 11 - самописец уровня, 12 - усилитель мощности, 13 - генератор

экспериментальной установки для измерения распределения вибраций по поверхности описанной выше оболочки в гидроакустическом бассейне. На рис. 6, а, 7, а представлены результаты измерения распределения модуля амплитуды стационарных колебаний поверхности цилиндра в азимутальном направлении. Фаза колебаний меняется на 180° при перехо-



б)

а)

Рис. 6. Распределение амплитуды колебаний поверхности цилиндра в азимутальном направлении при $f = 494$ Гц (а) и амплитуды Фурье-гармоник A_n , где n — номер гармоники, (б)

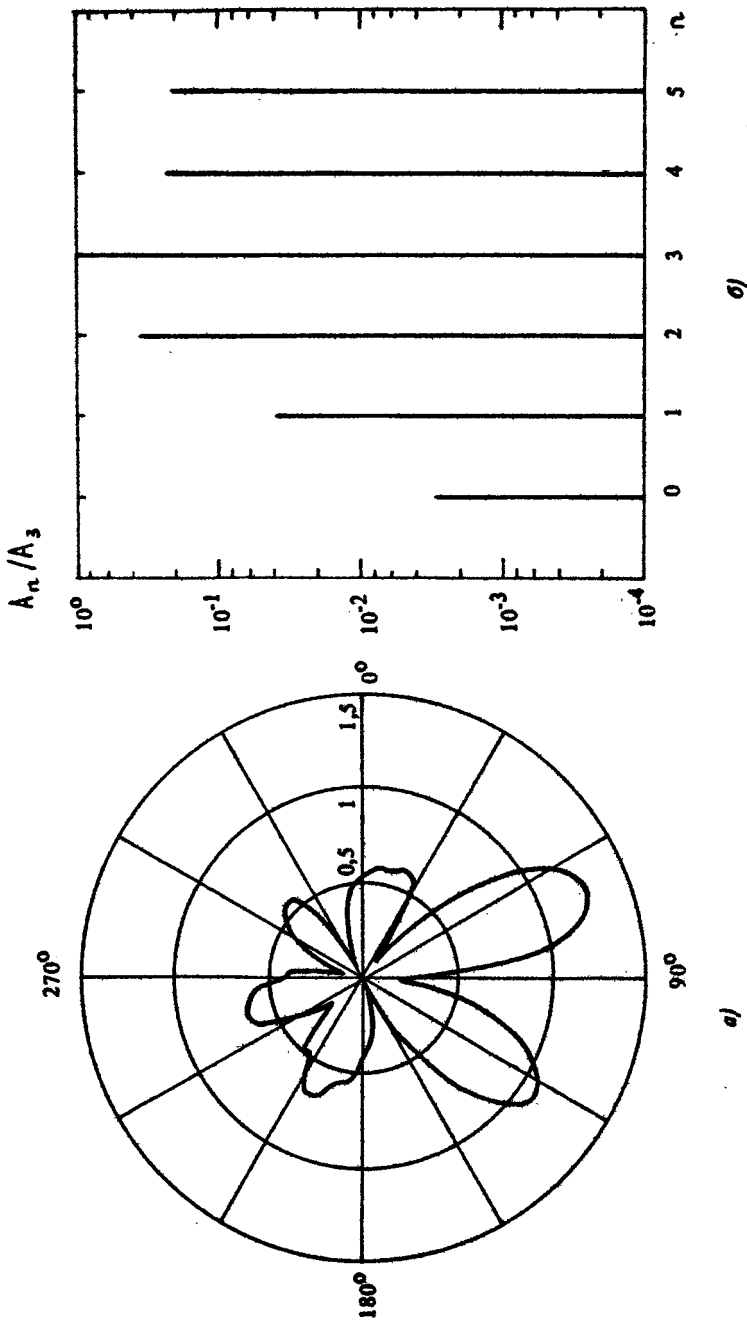


Рис. 7. Распределение амплитуды колебаний поверхности цилиндра в азимутальном направлении при $f = 560$ Гц (а) и амплитуды Фурье-гармоник A_n (б)

де через минимум вибраций. Максимальные амплитуды виброперемещения достигали 10 мкм.

ИЗМЕРЕНИЕ АКУСТИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК

На рис. 8 приведена блок-схема экспериментальной установки для акустических измерений в воздухе с жесткими моделями излучающих объектов. Поворотное устройство 7, 9 позволяет вращать модель на 360° в вертикальной и горизонтальной плоскостях. Определение функции Грина производится в соответствии с формулой (10) путем измерения давления микрофоном 4 при вращении модели.

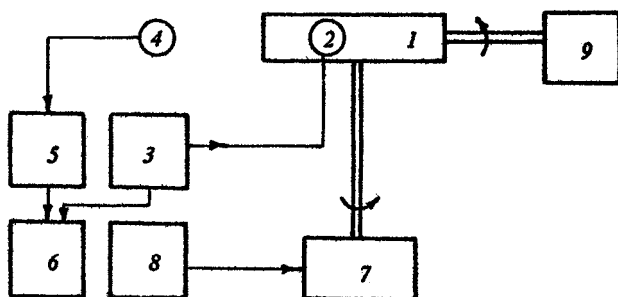


Рис. 8. Блок-схема акустических измерений в воздухе: 1 – акустически жесткая модель, 2 – акустический излучатель, 3 – блок формирования радиоимпульсов, 4 – приемное устройство (микрофон), 5 – усилитель, 6 – блок выделения и регистрации прямых радиоимпульсов, 7 – поворотный стол, 8 – пульт дистанционного управления, 9 – устройство поворота модели в вертикальной плоскости

Приведем краткие результаты исследований описанной выше оболочки вращения с помощью комбинированной методики.

На рис. 6, б, 7, б приведены амплитуды пространственных гармоник разложения в ряд Фурье по угловой координате φ распределений, показанных на рис. 6, а, 7, а с учетом фазы колебаний (n – число полных волн по окружности оболочки). Как видно из рис. 6, на частоте 494 Гц преобладает 4-я пространственная гармоника, на частоте 560 Гц (рис. 7) – третья. Присутствие других пространственных гармоник может быть определено, например, условием возбуждения и наличием неоднородности в конструкции – сварного шва.

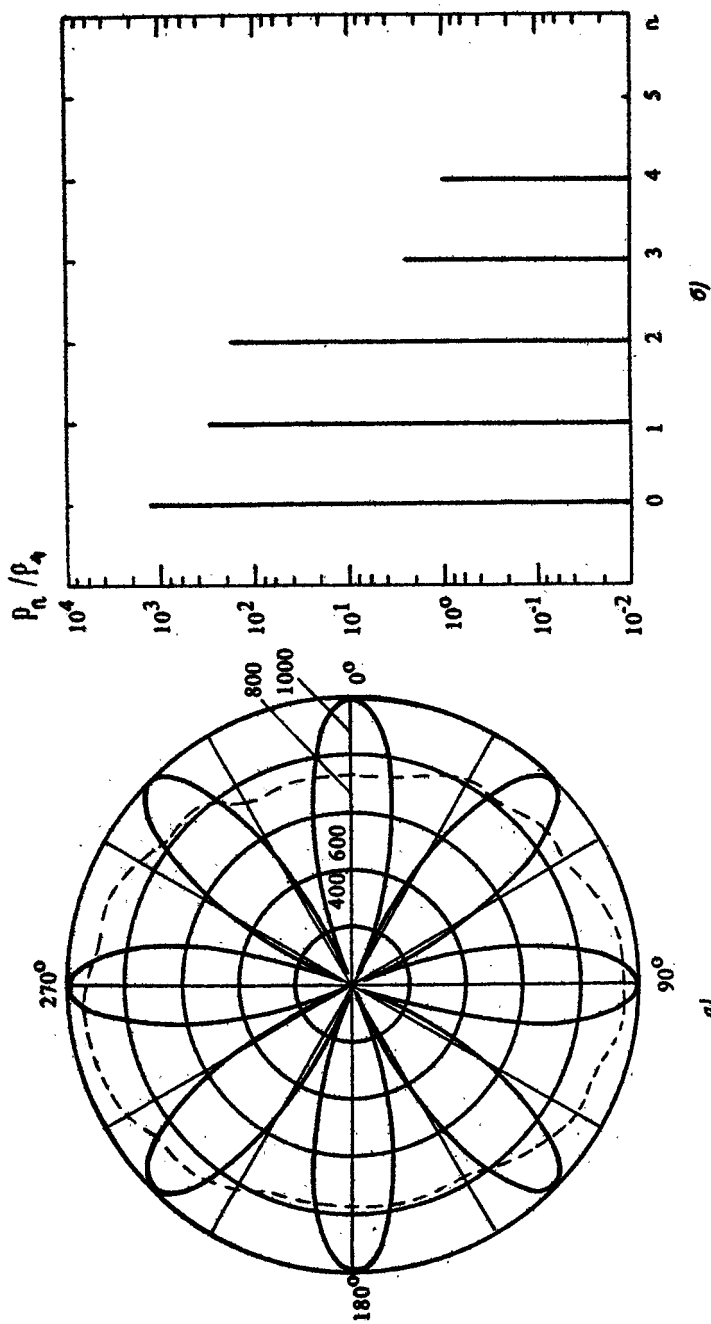
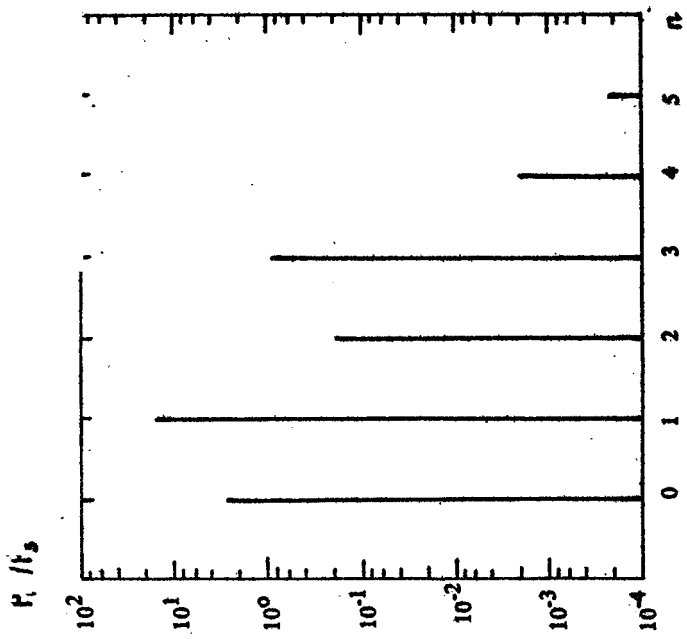
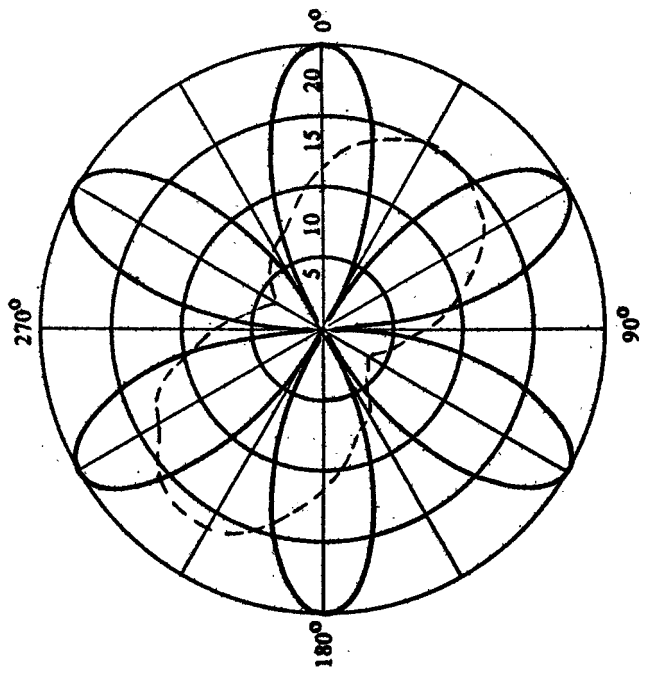


Рис. 9. Диаграмма направленности цилиндрической оболочки в азимутальной плоскости относительно единичного уровня излучения 4-й пространственной гармоники (---), диаграмма направленности 4-й пространственной гармоники (—) (уровень увеличен в 1000 раз) при $f \approx 494$ Гц (а) и спектральный состав излучения на частоте 494 Гц. Г. 1-й пространственной гармоники (.....) (б)



б)



а)

Рис. 10. Диаграмма направленности цилиндрической оболочки в азимутальной плоскости относительно единичного уровня излучения 3-й пространственной гармоники (--- -->), диаграмма направленности 3-й пространственной гармоники (-----) (уровень увеличен в 20 раз) при $f = 560$ Гц (а) и спектральный состав излучения на частоте 560 Гц (б)

По результатам виброизмерений были построены с использованием соотношения (4) нормированные диаграммы направленности излучения в азимутальной плоскости цилиндра (рис. 9, а, 10, а). Для расчетов использовалась функция Грина для бесконечного жесткого цилиндра, поскольку, как показали измерения в воздухе по схеме рис. 8, угловая зависимость функции Грина для модели в азимутальной плоскости идентична на низких частотах зависимости для бесконечного цилиндра. На рис. 9, б, 10, б приведены нормированные уровни излучения, создаваемые пространственными гармониками (рис. 6, б, 7, б) на частотах 494 Гц и 560 Гц. Нормировка проведена на уровень излучения соответственно 4-й (рис. 9, а, б) и 3-й (рис. 10, а, б) гармоник. На рис. 9, а, 10, а сплошной линией отмечены диаграммы направленности, создаваемые соответственно 4-й и 3-й пространственными гармониками. Диаграммы приведены с поправочными коэффициентами (1000 – для 4-й гармоники, 20 – для 3-й), чтобы различить их на фоне результирующей диаграммы.

Как следует из приведенных графиков вибраций и излучения, отличие пространственного распределения вибраций от гармонического (появление 0-й и 1-й пространственных гармоник) приводит к качественному и количественному изменению излученного оболочкой поля.

Таким образом, методами моделирования удается исследовать излучательные характеристики механических систем, в том числе и в жидкой среде. Основные средства – это взаимные измерения, неконтактные методы съема виброданных, определение и использование функции Грина. Приведенные примеры свидетельствуют о возможности на моделях оценивать влияние различных неоднородностей на акустическое излучение конструкции.

Литература

1. Кирпичев М. В. Теория подобия. М.: Изд-во АН СССР, 1953.
2. Седов Л. И. Методы подобия и размерности в механике. М.: Наука, 1981.
3. Веников В. А. Теория подобия и моделирования. М.: Высшая школа, 1976.
4. Абрамов Г. В. Основы гидроакустического моделирования / СГУ. Саратов, 1976.
5. Клюкин Н. И., Колесников А. Е. Акустические измерения в судостроении. Л.: Судостроение, 1982.
6. Шендеров Б. Л. Волновые задачи гидроакустики. Л.: Судостроение, 1972.
7. Ten Wolde T. On the validity and application of reciprocals in acoustical, mechano-acoustical and other dynamic sistem // *Acustica*. 1973. V. 28, N 1. P. 23.

8. *Ten Wolde T., Verheij J. W., Stenhoek H. T.* Reciprocity method for the measurement of mechanoacoustical transfer function // *J. Sound vibr.* 1975. V. 42, N 1. P. 49.

9. *Коротин П. И., Салин Б. М., Тютин В. А.* Вопросы акустической диагностики виброактивных механизмов методами взаимности // *Акуст. журн.* 1986. Т. 32, № 1. С. 71.

10. *Боббер Р. Дж.* Гидроакустические измерения. М.: Мир, 1974.

11. *Донской Д. М., Екимов А. Э., Лебедев А. В.* Экспериментальное исследование излучающей способности оболочек вращения с ребрами жесткости // *Акуст. журн.* 1989. Т. 35, № 4.

12. *Донской Д. М., Екимов А. Э., Лебедев А. В.* Способ определения диаграммы направленности излучающих объектов в гидроакустическом бассейне: А. с. № 1379643 // *Б. И.* 1988. № 9. С. 179.

13. *Приборы и системы для измерения вибраций шума и удара: Справочник*, кн. 2. М.: Машиностроение, 1978.

14. *Ewins D. J.* Modal Testing: Theory and Practice. Brël & Kjaer, 1986.

15. *Колодиева И. И., Коротин П. И., Салин Б. М., Тютин В. А.* Модальный анализ вибраций конструкций // *Вибрационная техника / МДНТП*, М., 1986. С. 62.

16. *Колодиева И. И., Коротин П. И., Магюгин С. Н.* Применение алгоритма модального анализа к исследованию колеблющихся поверхностей // *Вибрация и вибродиагностика. Проблемы стандартизации: Сб. тр. 2-й Всесоюз. науч.-техн. конф. Горький*, 1988. Т. 2. С. 322.

17. *Казачков В. В.* Ультразвуковой фазовый измеритель виброперемещений: А. с. № 1357725 // *Б. И.* 1987. № 45. С. 145.

18. *Антонец В. А., Казачков В. В.* Ультразвуковой измеритель перемещений (виброметр): Препринт ИПФ АН СССР № 112. Горький, 1984.

19. *Кустов Л. М., Мартянов А. М.* Ультразвуковой измеритель перемещений. Заявка № 4335446/28 от 30.11.87, положительное решение от 15.09.88.

ГОЛОГРАФИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ ИЗМЕРЕНИЙ ХАРАКТЕРИСТИК ИЗЛУЧЕНИЯ АКУСТИЧЕСКИХ ИСТОЧНИКОВ

*А. И. Кнафель, Б. М. Салци, Л. Р. Семенова,
В. И. Турчин, А. Л. Фогель*

Одной из важных задач прикладной акустики является создание эффективных методов измерений характеристик полей излучения источников звука. Прямые измерения, при которых характеристики поля излучения (например, диаграмма направленности, распределение источников) измеряются непосредственно в районе расположения датчиков, часто оказываются трудно выполнимыми. Это относится как к различным акустическим излучателям, так и к естественным источникам звука, в особенности при измерениях слабых источников, при наличии помех и шумов или в средах распространения, имеющих существенные неоднородности.

Для преодоления указанных трудностей могут использоваться голографические (амплифазометрические) измерительные системы, в которых вначале измеряется распределение акустического поля давления на некоторой поверхности, охватывающей излучатель, а затем в результате обработки вычисляются требуемые характеристики поля излучения, например угловая зависимость в дальней зоне излучателя. Поверхность, на которой выполняются измерения, — совокупность местоположений приемников излучения — может располагаться в произвольном месте относительно излучателя, там, где проще выполнить измерения.

Такой подход, в частности, получил широкое применение при исследовании антенн СВЧ на монохроматическом сигнале [1, 2]. Измерения распределения амплитуды и фазы СВЧ-поля

производятся обычно механически перемещаемой слабонаправленной антенной-зондом (фаза измеряется относительно сигнала, запитывающего испытываемую антенну). В результате, путем суммирования с комплексными весами сигналов с выхода зонда, вычисляется величина СВЧ-поля в произвольной точке пространства. В основе выбора весовых коэффициентов лежит поверхностная функция Грина однородных уравнений Максвелла [2].

Второй важной задачей, решаемой методами голографии, является определение пространственной зависимости сторонних источников, создающих наблюдаемое поле излучения. В этом случае построение изображения стороннего источника сводится к решению линейного интегрального уравнения, т. е. к классической некорректной задаче:

$$P_{\omega}(\vec{r}) = \int_V q_{\omega}(\vec{r}') G_{\omega}(\vec{r}, \vec{r}') d\vec{r}', \quad (1)$$

где $P_{\omega}(\vec{r})$ - измеренное зондом распределение комплексных амплитуд поля излучения на частоте ω , $q_{\omega}(\vec{r}')$ - распределение сторонних источников, $G_{\omega}(\vec{r}, \vec{r}')$ - функция Грина, которая обычно предполагается известной. В электродинамике известно несколько способов решения этой задачи, в частности метод фокусировки, позволяющий в условиях геометрического приближения получать изображение сторонних источников с разрешением порядка $\lambda/2$ [2].

Использование голографических методов для определения характеристик поля излучения широкополосных или шумовых акустических источников связано с рядом особенностей, которые будут рассмотрены ниже.

1. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ДИАГРАММЫ НАПРАВЛЕННОСТИ ИЗЛУЧЕНИЯ АКУСТИЧЕСКОГО ИСТОЧНИКА С ПРОИЗВОЛЬНОЙ ЗАВИСИМОСТЬЮ ОТ ВРЕМЕНИ

Принцип построения голографической схемы, воспроизводящей временную зависимость поля в реальном масштабе времени в произвольной точке пространства, покажем на примере скалярного поля (либо потенциала) $P(x, y, z, t)$.

Пусть поле (потенциал) удовлетворяет волновому уравнению $\Delta P - c^{-2}(\partial^2 P / \partial t^2) = 0$ и измеряется с помощью N нена-

правленных приемников излучения, расположенных в плоскости $x = 0$. Сигнал $u_i(t)$ будем считать пропорциональным давлению акустического поля $P(x_i, y_i, t)$ с i -го приемника, находящегося в точке с координатами (x_i, y_i) в плоскости $x = 0$. Считая расстояние между приемниками d достаточно малым, совокупность результатов текущих измерений будем рассматривать как функцию $P(x, y, t)$ непрерывных координат (x, y) .

Если все источники акустического поля находятся в полупространстве $x < 0$, а полупространство $x \geq 0$ заполнено однородной безграничной средой со скоростью звука равной c , искомое поле должно удовлетворять волновому уравнению при $x \geq 0$ и краевому условию $P(x, y, z, t) \rightarrow P(x, y, t)$ при $z \rightarrow +0$. Решение данной задачи можно искать в "спектральном", либо "временном" представлениях поля излучения. В первом случае каждый из измеряемых за некоторый период времени сигналов $u_i(t)$ можно разложить в интеграл Фурье, перейдя к спектральным компонентам $U_{i\omega}$. Для каждой спектральной компоненты можно применить соответствующее преобразование, как для монохроматического сигнала частоты ω , а затем снова перейти к исходному сигналу во "временном" представлении с помощью обратного преобразования Фурье. Во втором случае можно сразу воспользоваться известным решением краевой задачи

$$P(x, y, z, t) = -\frac{1}{2\pi} \frac{\partial}{\partial z} \iint_{-\infty}^{\infty} P(x', y', t - \frac{R}{c}) \frac{dx' dy'}{c}, \quad (2)$$

где $R = \sqrt{z^2 + (x-x')^2 + (y-y')^2}$. Для больших расстояний $R \approx r - x' \xi - y' \eta$ ($\xi = x/r$, $\eta = y/r$ - направляющие косинусы, $r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$) и $P(x, y, z, t) = r^{-1} f(\xi, \eta, t)$ получим

$$f(\xi, \eta, t) = \frac{\xi}{2\pi c} \frac{d}{dt} \iint_{-\infty}^{\infty} P(x', y', t - t_r + \frac{x'\xi + y'\eta}{c}) dx' dy', \quad (3)$$

где $t_r = r/c$ - постоянный временной сдвиг, $\xi = \sqrt{1 - \eta^2 - \eta'^2}$.

На основе соотношения (3) может быть построен алгоритм обработки измеряемых сигналов $u_i(t)$, так чтобы на выходе точно воспроизводить временную зависимость поля излучения на большом расстоянии в направлении ξ, η , т. е. "текущую" диаграмму направленности излучателя. Данный ме-

год позволяет определить по результатам измерений ближнего акустического поля давления диаграмму направленности источников с произвольной временной зависимостью, в том числе и для широкополосных источников акустического шума.

Для частного случая двумерной задачи исследования излучателя с аксиальной симметрией поля излучения можно получить более простые выражения для диаграммы направленности. Таким излучателем может быть, например, линейный источник конечных размеров, цилиндрический излучатель и т. п. Плоскую решетку приемников можно заменить в этом случае линейной приемной антенной, расположенной параллельно линии излучателя [3, 4]. Тогда диаграмму направленности можно записать как

$$f(\theta, t) = \tilde{f}(\theta, t) + h_\theta(t), \quad (4)$$

где

$$\tilde{f}(\theta, t) = \int_{-\infty}^{\infty} p(x', t - t_0 + \frac{x'}{c} \sin \theta) dx',$$

$$h_\theta(t) = \frac{1}{\pi i} \int_{-\infty}^{\infty} \left[H_0^{(1)} \left(\frac{\omega}{c} a \cos \theta \right) \right]^{-1} e^{i\omega t} d\omega, \quad (5)$$

$H_0^{(1)}(x)$ — функция Ханкеля 1-го рода, a — расстояние между линиями излучателя и приемной антенны, θ — угол, отсчитываемый от нормали к приемной антенне.

В отличие от трехмерной задачи здесь меняется только вид передаточной функции линейного звена, через которое пропускается суммарный сигнал, пропорциональный диаграмме направленности.

Для практических применений важно оценить длину D приемной антенной решетки и расстояние между приемными элементами. Это удобно сделать в спектральном представлении, полагая что спектр излучаемого сигнала должен быть пренебрежимо мал вне некоторого диапазона частот $[\omega_{\min}, \omega_{\max}]$. Тогда, как следует из [1, 2, 5], если $a > c \operatorname{set}(\theta/\omega_{\min})$ а источник расположен в интервале $t \in [-L/2, L/2]$, для правильного восстановления диаграммы направленности в угловом направлении $\pm \theta_0$ длина приемной антенны должна быть равна $D \approx L + 2a \operatorname{tg} \theta_0 + 2d(\theta_0)$, где $d(\theta) = (2\pi a/\omega_{\min} \cos^3 \theta)^{1/2}$ — близительный размер первой зоны Френеля для наибольшей

длины волны. Расстояние между элементами приемной решетки согласно [1 - 2] должно быть равно $d = \lambda_{\min} / 2$.

Существенным преимуществом голографического метода является повышение отношения сигнал/шум за счет близости измерений поля к источнику излучения и когерентного накопления сигнала многими приемными элементами. Пусть, например, определяется интегральное в полосе частот $[\omega_{\min}, \omega_{\max}]$ угловое распределение спектральной плотности мощности $P(\theta)$ линейного стационарного источника акустического шума: $P(\theta) = \int_{\omega_{\min}}^{\omega_{\max}} |f_{\omega}(\theta)|^2 d\omega$. Считая помехи, поступающие на вход каждого приемника вместе с шумом от источника (сигналом), статистически независимыми, а источник - пространственно некогерентным, можно рассчитать выигрыш в отношении сигнал/шум (С/Ш) по сравнению с приемом сигнала на одиночный гидрофон. Пренебрегая вкладом мощности сигнала в дисперсию оценки мощности, можно получить

$$\frac{C/Ш \text{ для линейной антенны}}{C/Ш \text{ для одиночного приемника}} = \frac{\tau L}{D a \tau \operatorname{ctg}(L/2\tau)} \frac{2\omega_{\max}}{\omega_{\min} + \omega_{\max}} \quad (6)$$

Так как для измерения диаграммы направленности одиночный приемник должен быть удален от источника до начала зоны Фраунгофера $\tau \gg 2L^2/\lambda_{\min}$, получаем выигрыш в $(4 \dots 8) \times (L/\lambda_{\min})^2 (L/d) (L/D)$ раз, что может составить существенную величину при $L \gg \lambda_{\min}$. Выигрыш может оказаться меньше, если, например, помехи в каналах коррелированы, либо если одиночный приемник приближается к источнику на расстояние $\tau = (2 \div 3)L$ при сохранении полной пространственной некогерентности источника.

В общем случае величина выигрыша в отношении сигнал/шум может быть как больше, так и меньше приведенной оценки в зависимости от статистических свойств помехи и сигнала, а также размерности и конфигурации приемной антенной решетки.

Голографические методы можно обобщить на случай, когда измерения ближнего акустического поля проводятся в среде с заданными граничными условиями и произвольной, но известной априори зависимостью скорости звука от пространственных координат $c(x, y, z)$. Пусть, например, имеется плоскослоистая среда и x, y, z - прямоугольная система координат с осью z , ориентированной перпендикулярно слоям, и осью x , ориентированной параллельно линии источника и приемной антен-

ны. Тогда схема определения диаграммы направленности, отнесенной к безграничной однородной среде по результатам измерений ближнего поля остается прежней (4), за исключением передаточной функции корректирующего звена $h_{\theta}(t)$, для которого имеем выражение

$$h_{\theta}(t) = \int_{-\infty}^{\infty} \tau^{-1}(\omega, \theta) e^{i\omega t} d\omega,$$

$$\tau(\omega, \theta) = \int_{-\infty}^{\infty} G_{\omega}(z_A, z_M, \sqrt{b^2 + z^2}) \varepsilon_T \rho \left(i \frac{\omega}{c} z \sin \theta \right) dz, \quad (7)$$

где $G_{\omega}(z, z', \rho)$ — функция Грина плоскостной среды [5], $\rho = [(x-x')^2 + (y-y')^2 + (z-z')^2]^{1/2}$, z_A и z_M — координаты приемной антенны и излучателя на оси z , b — проекция на ось Oy расстояния между излучателем и приемной решеткой. В частности, для полупространства с граничным условием $\beta = 0$ при $z = 0$ получим

$$\tau_{\omega}(\theta) = i\pi \left[H_0^{(1)} \left(\frac{\omega}{c} \rho \cos \theta \right) - H_0^{(1)} \left(\frac{\omega}{c} \sqrt{\rho^2 + 4z_A z_M} \cos \theta \right) \right], \quad (8)$$

где $\rho = \sqrt{b^2 + (z_M - z_A)^2}$.

Для использования выражений (7), (8) необходимо точное знание функции Грина среды. Вообще говоря, функция Грина может быть определена экспериментально с помощью специальных "эталонных" измерений. В области низких частот коррекцию данных можно проводить, используя результаты измерений параметров среды, в области высоких частот можно сглаживать осцилляции $|\tau_{\omega}(\theta)|^2$ путем скользящего усреднения спектральной плотности мощности. Это подтверждается вышеприведенным примером полупространства с граничным условием $\beta = 0$ при $z = 0$, где в области частот $\omega \rho \ll c \cos(\theta) \ll 1$ для коррекции результатов достаточно знать ρ , z_A и z_M с невысокой относительной точностью, а в высокочастотной области практически устранить осцилляции скользящим усреднением по интервалу частот.

2. РЕКОНСТРУКЦИЯ СТОРОННИХ ИСТОЧНИКОВ ПОЛЯ ИЗЛУЧЕНИЯ

Рассмотрим вначале следующий простой пример. Пусть априори известно, что скалярный сторонний источник сосредоточен в плоскости xz , а измеряется угловая зависимость поля $\varphi(\theta)$ в плоскости xz . Для источника с полной пространственной и временной когерентностью имеем

$$\varphi(\theta) = \iint q(x, y) \exp[ik_0(x \sin \theta + z \cos \theta)] dx dy = M(k_0 \sin \theta, k_0 \cos \theta), \quad (9)$$

где

$$M(x_x, x_z) = \iint q(x, z) \exp[i(x_x x + x_z z)] dx dz. \quad (10)$$

— фурье-спектр $q(x, y)$.

В результате измерений имеется только информация о фурье-спектре искомой пространственной зависимости сторонних источников на окружности радиусом $k_0 = \sqrt{x_x^2 + x_z^2}$, по которой, естественно, нельзя восстановить $M(x_x, x_z)$ хотя бы внутри некоторой области, а следовательно и однозначно связанную с M пространственную зависимость $q(x, y)$. При предположении о том, что сторонние источники распределены вдоль прямой линии, ориентированной под произвольным углом θ_0 к оси x , функция $q(S)$ (S — координата текущей точки на линии) может быть восстановлена по спектру $M(x)$ где

$$\varphi(\theta) = M[k_0 \sin(\theta + \theta_0)]. \quad (11)$$

Как следует из выражения (11), спектр $M(x)$ определен в интервале $|x| \leq k_0$, так что изображение q может быть построено с разрешением $\lambda/2$. Заметим, что угол θ_0 должен быть априори известен, так как по $\varphi(\theta)$ может быть построена серия зависимостей $q(S)$, различающихся задаваемым углом θ_0 .

В случае абсолютно некогерентного излучателя

$$\langle q(x_1, z_1) q^*(x_2, z_2) \rangle = B(x_1, z_1) \delta(x_1 - x_2) \delta(z_1 - z_2) \quad \text{получим}$$

$$\begin{aligned} f(\theta_1, \theta_2) = \langle \varphi(\theta_1) \varphi^*(\theta_2) \rangle = & \iint B(x, z) \exp[ik_0(\sin \theta_1 - \sin \theta_2)x + \\ & + (\cos \theta_1 - \cos \theta_2)z] dx dz = M[k_0(\sin \theta_1 - \sin \theta_2), k_0(\cos \theta_1 - \cos \theta_2)], \end{aligned} \quad (12)$$

где $M(x_x, x_z)$ — фурье-спектр интенсивности $B(x, z)$. Из выражения (11) следует, что $M(x_x, x_z)$ определяется по резуль-

татам измерений в круге радиусом $2\kappa_0$, и "полное" изображение $\theta(x, z)$ может быть построено с разрешением примерно $\lambda/4$. Если предположение об абсолютной пространственной когерентности не выполняется и $\langle q(x_1, z_1) q^*(x_2, z_2) \rangle$ есть произвольная функция четырех переменных, ее снова нельзя однозначно определить по $f(\theta_1, \theta_2)$ и т. д.

Рассмотрим далее более интересную и сложную задачу получения изображения сторонних источников по результатам измерений поля излучения вблизи от источника. В этом случае связь между результатами измерений и спектром пространственного распределения сторонних источников становится существенно сложнее.

Будем исследовать задачу определения сторонних источников, расположенных на прямой линии, параллельной линии, на которой выполняются измерения поля излучения, и отстоящей от последней на расстоянии a .

Предположим, что излучается монохроматический сигнал частотой ω , а измеряется давление акустического поля $P_\omega(x)$ (x — координата вдоль линии расположения приемников давления); в этом случае $P_\omega(x)$ связано с распределением сторонних источников следующим соотношением [5]:

$$P_\omega(x) = -i\omega\rho[S_\omega(x) * q_\omega(x)] - [\bar{f}_\omega(x) * \nabla q_\omega(x)], \quad (13)$$

где S_ω, \bar{f}_ω — сторонние источники в уравнении Эйлера (скалярный источник "массы" и внешняя сила), ρ — плотность, $*$ — обозначение операции свертки, $q_\omega(x) = \text{erf}(-i\frac{\omega}{c}x)/4\pi x$, $x = \sqrt{a^2 + z^2}$. Положим вначале $\bar{f}_\omega = 0$ и $\mu_\omega = -i\omega\rho S_\omega$, в результате чего соотношение (13) переходит в уравнение свертки

$$P_\omega(x) = \mu_\omega(x) * q_\omega(x), \quad (14)$$

или в спектральном представлении

$$P_\omega(z) = M_\omega(z) G_\omega(z), \quad (15)$$

где $P_\omega, M_\omega, G_\omega$ — фурье-образы P_ω, μ_ω и q_ω соответственно. При этом

$$G_\omega(z) = \int_{-\infty}^{\infty} q_\omega(x) e^{izx} dx = \begin{cases} -\frac{i}{4} H_0^{(2)}(a\sqrt{\kappa_0^2 - z^2}), & |z| < \kappa_0, \\ \frac{1}{2\pi} K_0(a\sqrt{z^2 - \kappa_0^2}), & |z| > \kappa_0, \end{cases} \quad (16)$$

где $k_0 = \omega/c$, $H_0^{(2)}(z)$ и $K_0(z)$ - функции Ханкеля 2-го рода и Макдональда нулевого порядка. Так как $K_0(z)$ - быстро убывающая функция (для $z \gg 1$, $K_0(z) \sim \sqrt{2\pi/z} e^{-z}$), при $k_0 a \gg 1$ можно приближенно считать $\Pi_\omega \approx 0$ для $|z| > k_0$ и в качестве оценки $M_\omega(z)$ принять функцию $\tilde{M}_\omega(z)$ [6]:

$$\tilde{M}_\omega(z) = [4i\Gamma(z)/H_0^{(2)}(a\sqrt{k^2 - z^2})] \Pi_\omega(z), \quad (17)$$

где $\Gamma(z) = 0$ для $|z| \geq k_0$. Соответственно оценка $\tilde{J}_\omega(z)$ пространственного распределения стороннего источника $J_\omega(z)$ может быть представлена в виде

$$\tilde{J}_\omega(z) = J_\omega(z) * f_\omega(z), \quad (18)$$

где $f_\omega(z)$ имеет смысл диаграммы направленности приемной линейной бесконечно длинной антенны, сфокусированной на расстоянии a :

$$f_\omega(z) = \frac{1}{2\pi} \int_{-k_0}^{k_0} \Gamma(z) e^{-izx} dz = \frac{\sin k_0 z}{\pi z}, \quad (19)$$

где $\Gamma(z) = 1$. При этом изображение стороннего источника строится с разрешением порядка $\lambda/2$ ($\lambda = 2\pi/k_0$). Как известно, качество получаемого изображения может быть улучшено (снижены осцилляции, обусловленные боковыми лепестками функции $f_\omega(z)$), если в качестве функции "окна" $\Gamma(z)$ берется некоторая весовая функция, обычно плавно спадающая при $z \rightarrow \pm k_0$, например, $\cos(zx/2k_0)$, $1 - z/k_0$ и т. п.

При реализации данного способа построения $\tilde{J}_\omega(z)$ возникают трудности, связанные с ограниченными размерами приемной линейной антенны. Если величина $\rho_\omega(z)$ известна в интервале $[-D/2, D/2]$, где D - длина приемной антенны, и за пределами области полагается равной нулю ($\rho_\omega(z) = 0$ при $|z| > D/2$), то вместо формулы (15) получим

$$\Pi_\omega(z) = [M_\omega(z) \rho_\omega(z)] * \left[\frac{\sin(Dz/2)}{z\pi/2} \right],$$

откуда переход к соотношению (17) является, вообще говоря, затруднительным.

Возможен другой способ построения изображения, основанный на оценивании конечного числа параметров, определяющих искомое распределение сторонних источников.

В качестве простого примера рассмотрим случай одиночного точечного источника $\rho_{\omega}(\tau) = A_0 \delta(\tau - \tau_0)$, полностью характеризуемого двумя параметрами: амплитудой A_0 и координатой τ_0 . Введем следующую оценку распределения сторонних источников:

$$\tilde{\mu}_{\omega}(D) = \frac{1}{B(\tau)} \int_{-D/2}^{D/2} \rho_{\omega}(\tau') q_{\omega}^*(\tau - \tau') d\tau' \quad (20)$$

где

$$B(\tau) = \int_{-D/2}^{D/2} |q_{\omega}(\tau - \tau')|^2 d\tau' = \frac{1}{16\pi a^2} \left[\arctg\left(\tg\psi + \frac{\tau}{a}\right) + \arctg\left(\tg\psi - \frac{\tau}{a}\right) \right] \quad (21)$$

$\tg\psi = D/2a$. Известно, что в случае, когда $\rho_{\omega}(\tau)$ является суммой сигнала и комплекснозначного δ -коррелированного нормального шума, наилучшей оценкой A_0 является $\tilde{\mu}_0 = \tilde{\mu}_{\omega}(\tilde{\tau}_0)$, где $\tilde{\tau}_0$ (оценка τ_0) есть аргумент, при котором достигает абсолютного максимума функция $B(\tau) |\tilde{\mu}_{\omega}(\tau)|^2$. Указанная процедура является строгой в случае единственного источника. Подставим в качестве $\rho_{\omega}(\tau)$ в выражение (20) поле точечного источника единичной амплитуды, находящегося в точке τ_0 ($\rho_{\omega}(\tau) = \delta(\tau - \tau_0)$). Получим в результате функцию двух переменных $f(\tau_0, \tau)$, нормированную к единице при $\tau = \tau_0$ ($f(\tau, \tau) = 1$):

$$f(\tau_0, \tau) = \frac{1}{B(\tau)} \int_{-D/2}^{D/2} q_{\omega}(\tau' - \tau_0) q_{\omega}^*(\tau - \tau') d\tau' \quad (22)$$

Пусть измеряемое поле излучения создается несколькими точечными источниками с координатами $\{\tau_j\}$ и амплитудами $\{A_j\}$ разнесенными на достаточно большое расстояние, так что $|f(\tau_i, \tau_j)| \ll 1$, $i \neq j$. В этом случае оценкой j -й амплитуды можно считать $\tilde{A}_j \approx \tilde{\mu}_{\omega}(\tilde{\tau}_j)$, где $\tilde{\tau}_j$ - аргумент локального максимума $|\tilde{\mu}_{\omega}(\tau)|$, $\tilde{\tau}_j$ - оценка координаты j -го источника. Последнее справедливо, если $B(\tau)$ мало изменяется в окрестности τ_j , так как аргументы, при которых достигаются максимумы функций $|\tilde{\mu}_{\omega}(\tau)|$ и $B(\tau) |\tilde{\mu}_{\omega}(\tau)|^2$, могут различаться. Таким образом, выражение (20) можно использовать для определения распределения сторонних источников при условии, что $B(\tau)$ мало изменяется в области возможного расположения источников. Характерным интервалом, на

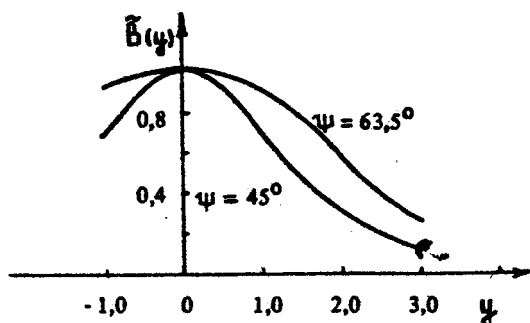


Рис. 1

котором изменения $B(x)$ относительно невелики, является интервал $x \in (-D/2, D/2)$, на котором показаны графики нормированной функции $\tilde{B}(y)$ (рис. 1):

$$\tilde{B}(y) = \frac{1}{2\psi} [\alpha \tau \operatorname{ctg}(\operatorname{tg} \psi + y) + \alpha \tau \operatorname{ctg}(\operatorname{tg} \psi - y)]$$

для $\operatorname{tg} \psi = 1$ и $\operatorname{tg} \psi = 2$ ($\psi = 45^\circ$ и $63^\circ 4'$ соответственно). Для бесконечной приемной апертуры $B(x) = (16\pi a)^{-1} = \text{const}$ и формулу (20) можно представить в виде

$$\tilde{\mu}_\omega(x) = 16\pi a [\rho_\omega(x) + q_\omega^*(x)]. \quad (23)$$

Отсюда следует, что спектры $\tilde{M}_\omega(x)$ и $M_\omega(x)$ функций $\tilde{\mu}_\omega(x)$ и $\mu_\omega(x)$ связаны соотношением

$$\tilde{M}_\omega(x) = \pi a |H_0^{(2)}(a\sqrt{k_0^2 - x^2})|^2 M_\omega(x).$$

Для $\tilde{\mu}_\omega(x)$ возможно представление (18), где

$$f_\omega(x) = \frac{a}{2} \int_{-\infty}^{\infty} |H_0^{(2)}(a\sqrt{k_0^2 - x'^2})|^2 e^{-ixx'} dx'. \quad (24)$$

Так как модуль спектра $f_\omega(x)$ (24) существенно возрастает при $x \rightarrow \pm k_0$ из-за логарифмической расходимости $H_0^{(2)}(x)$ в нуле, можно предположить, что по сравнению с выражением (19) $f_\omega(x)$ будет иметь более высокий уровень боковых лепестков. Непосредственную оценку проще получить из следующего эквивалентного выражения:

$$f_\omega(x) = \frac{a}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{e^{ix\rho} [ik_0(\tau - \tau')]}{\tau \tau'} d\tau'. \quad (25)$$

где $\tau = \sqrt{a^2 + (x')^2}$, $\tau' = \sqrt{a^2 + (x-x')^2}$. Делая замену переменных $x t = \tau - \tau'$, получим

$$f_{\omega}(x) = \pi^{-1} \int_{-1}^1 \frac{\exp(i k_0 x t) dt}{\sqrt{1-t^2} \sqrt{1 + (x/2a)^2 (1-t^2)}}. \quad (26)$$

При $x \ll a$ $f_{\omega}(x) \approx J_0(k_0 x)$, где J_0 - функция Бесселя нулевого порядка, при $x \gg a$ происходит более быстрое убывание $f_{\omega}(x)$ с ростом x за счет множителя подынтегральной функции $[1 + (x/2a)^2 (1-t^2)]^{-1/2}$. Заметим, что функция $f_{\omega}(x)$ в выражении (25) нормирована таким образом, что $f_{\omega}(0) = 1$; при этом

$$N = \int_{-\infty}^{\infty} f_{\omega}(x) dx = \frac{\pi a \sqrt{2}}{4} \left[J_0^2\left(\frac{k_0 a}{\sqrt{2}}\right) + Y_0^2\left(\frac{k_0 a}{\sqrt{2}}\right) \right], \quad (27)$$

где $Y_0(x)$ - функция Неймана нулевого порядка. При $k_0 a \gg 1$ получим $N = k_0^{-1} [1 + O(1/k_0 a)]$ и процедура вычислений $\tilde{f}_{\omega}(x)$

(20) может быть перенормирована таким образом, что $\int_{-\infty}^{\infty} f_{\omega}(x) dx = 1$.

Для приемной решетки конечных размеров (длиной D) выражение для $\tilde{f}_{\omega}(x)$ должно иметь следующий вид:

$$\tilde{f}_{\omega}(x) = \int f_{\omega}(x') f(x', x) dx', \quad (28)$$

где "диаграмма направленности" $f(x', x)$ уже не является только функцией разности $|x' - x|$ и определяется формулой (22), для которой можно получить представление, аналогичное (27):

$$f(x', x) = \frac{1}{B(x)} \int_{t_1}^{t_2} \frac{\exp[-i k_0 (x-x') t] dt}{\sqrt{1-t^2} \sqrt{1 + [(x-x')/2a]^2 (1-t^2)}}, \quad (29)$$

где пределы интегрирования равны

$$t_1 = \frac{1}{\xi} \left[\sqrt{a^2 + \left(\frac{D}{2} + x'\right)^2} - \sqrt{a^2 + \left(\frac{D}{2} + x\right)^2} \right],$$

$$t_2 = \frac{1}{\xi} \left[\sqrt{a^2 + \left(\frac{D}{2} - x'\right)^2} - \sqrt{a^2 + \left(\frac{D}{2} - x\right)^2} \right],$$

$\xi = x - x'$. Поведение (29) в окрестности главного максимума

f при $\tau \approx \tau'$ можно оценить, разлагая $t_{1,2}$ в ряд по ξ :

$$t_1 = -\sin \psi_1 - \frac{1}{2} \left(\frac{\xi}{a} \right) \cos^3 \psi_1 + O \left(\frac{\xi^2}{a^2} \right),$$

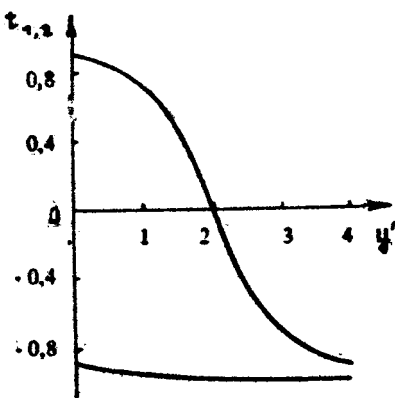
$$t_2 = \sin \psi_2 - \frac{1}{2} \left(\frac{\xi}{a} \right) \cos^3 \psi_2 + O \left(\frac{\xi^2}{a^2} \right), \quad (30)$$

где $\sin \psi_{1,2} = \left(\frac{D}{2} \mp \tau' \right) \sqrt{a^2 + \left(\frac{D}{2} \mp \tau' \right)^2}$. На рис. 2 показано, что изменение пределов интегрирования t_2, t_1 в зависимости от $\psi' = \tau'/a$, т. е. при движении точки фокусировки τ' вдоль стороннего источника от центральной точки $\tau' = 0$ в направлении одного из краев приемной апертуры. При малых $|\xi/a|$ интеграл в формуле (29) можно рассматривать как преобразование Фурье функции $(1-t^2)^{-1/2}$; тогда функция $(1-t^2)^{-1/2}$ с учетом пределов интегрирования t_1, t_2 представляет собой фильтр пространственных частот, характеризующий приемную апертуру длины D и способ

обработки принятых сигналов (20). При $\tau' = 0$ и условии (30) получаем $t_2 = -t_1 = \sin \psi$, где $\tan \psi = D/2a$. Поскольку $\sin \psi \ll 1$, особенности функции $(1-t^2)^{-1/2}$ при $t = \pm 1$ перестают существенным образом влиять на anomalно высокий уровень боковых лепестков диаграммы направленности $f \approx \approx J_0(k_y \xi)$ (см. (27)). Соответственно, амплитудная характеристика фильтра пространственных частот становится близка

к равномерной и $f \approx \frac{\sin k_y \xi \sin \psi}{k_y \xi \sin \psi}$, так что уровень боковых лепестков снижается, а разрешение ухудшается и оказывается порядка $1/2 \sin \psi$. При увеличении τ' в направлении одного из краев антенны, как следует из выражения (10), полоса пропускания фильтра уменьшается, центральная пространственная частота смещается в область положительных пространственных частот (f приобретает дополнительный фазовый множитель $\exp[ik_y \xi 2^{-1}(\sin \psi_2 - \sin \psi_1)]$), растет неравномерность амплитудной характеристики. Наконец, при

Рис. 2



$\tau' = a \operatorname{tg} \psi = D/2$ нулевые частоты выходят из полосы пропускания, т. е. система перестает реагировать на медленно меняющиеся компоненты в пространственном распределении сторонних источников. Таким образом, при $|z| > D/2$ возможности системы резко сужаются и она может получить изображения только "точечных" источников, притом плохого качества.

Вообще говоря, существует возможность с помощью дополнительной обработки в некоторых пределах уточнять расстояние до излучателя и подавлять излучение сторонних источников, находящихся на других дальностях. При этом осуществляется "фокусировка" в направлении, перпендикулярном линии приемной антенны. Заменяя в выражении (20) $g^*(x')$ на $g_a^*(x') = \operatorname{str}(ik_0 r) / 4\pi r$, $r = [x^2 + (x-x')^2]^{1/2}$, где x — параметр, меняемый в процессе обработки, получим "диаграмму направленности" f (22) как функцию четырех переменных:

$$f(x, x_0, a, z) = \frac{1}{B(x, x)} \int_{-D/2}^{D/2} g_a(x' - x_0) g_x^*(x - x') dx', \quad (31)$$

где $B(x, x)$ определяется формулой (21). Делая замену переменных $(a-x)t = [a^2 + (x'-x)^2]^{1/2} - [x^2 + (x'-x)^2]^{1/2}$ и полагая $x = x_0$, получим

$$f(x, x_0, a, z) = \frac{1}{B} \left[\int_{t_1}^{t_2} \dots + \int_{t_3}^{t_4} \frac{\exp(-ik_0 \xi t) dt}{\sqrt{1-t^2} \sqrt{1 + [\xi/(a+x)]^2 (1-t^2)}} \right], \quad (32)$$

$\xi = a - z$. При $D \rightarrow \infty$ $t_1 = t_3 = 0$, $t_2 = t_4 = 1$ и при $|\xi| \ll a + z$ получаем

$$f(x, x_0, a, z) \approx J_0(k_0 \xi) - H_0(k_0 \xi).$$

где $H_0(x)$ — функция Струве нулевого порядка [8]. Повторяя рассуждения о фильтрации пространственных частот изображения стороннего источника, из уравнения (32) получим, что нулевые пространственные частоты практически не будут воспроизводиться даже при $D = \infty$. При конечных размерах антенны восстановление распределения сторонних источников в поперечном направлении еще более ухудшается. Для достаточно больших ξ оценка для f имеет вид $|f| \approx (x/2k_0\xi)^{1/2}$, откуда можно определить величину подавления, например, реверберационного источника.

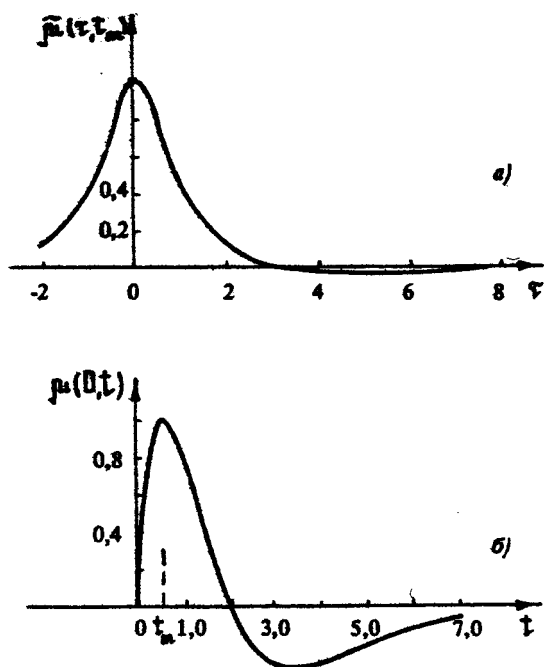


Рис. 3

Для построения изображения источников с произвольной временной зависимостью можно выбрать способ (20). Переходя из частотной во временную область, получим

$$\tilde{\mu}(x, t) = \frac{1}{D(x)} \int_{-D/2}^{D/2} p(x', t - t_0 + \frac{r}{c}) dx', \quad (33)$$

где $p(x, t)$ - мгновенное значение поля излучения в момент в точке x , $r = \sqrt{a^2 + (x - x')^2}$, t_0 - постоянный временной сдвиг, выбираемый, например, из соображений $t_0 = \pi a x (1/c)$ (так как временная задержка не может быть отрицательной). Принципиальные особенности μ , исследованные выше, в общем сохраняются, но дополнительно еще должна исследоваться правильность воспроизведения временного спектра $\mu(x, t)$ для каждого x . В частности, для точечного источника вида $\mu(x, t) = \delta(x) S(t)$ (33) в случае $D \rightarrow \infty$ зависимость $\tilde{\mu}(x, t)$ может быть представлена в виде

$$\tilde{u}(x,t) = \frac{1}{x} \int_{-\tau_x}^{\tau_x} \frac{S(t-\tau) d\tau}{\sqrt{\tau_x^2 - \tau^2} \sqrt{1 + (\tau_x/2\tau_0)^2 (1 - \tau^2/\tau_x^2)}} \quad (34)$$

где $\tau_x = x/c$, $\tau_0 = D/c$. Как следует из (34), при $x = 0$ временная зависимость $S(t)$ воспроизводится точно: $\tilde{u}(0,t) = S(t)$. При увеличении x функция $S(t)$ как бы пропускается через фильтр верхних частот, причем чем больше x , тем ниже частота среза, так что скорость убывания $\tilde{u}(x,t)$ (34) с увеличением x определяется относительным вкладом высокочастотных компонент в спектр $S(t)$. На рис. 3, а показана зависимость $\tilde{u}(x, t_m)$ от $\tau = x/c$ для сигнала вида $S(t) = t(1-t/2)e^{-t}$, который изображен на рис. 3, б; $t > 0$ ($S(t) = 0, t \leq 0$); t_m — момент времени, при котором $S(t)$ достигает максимума.

3. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

В качестве иллюстрации приведем несколько примеров численного моделирования и экспериментальной проверки голографического метода определения характеристик акустического поля излучения. Степень отличия восстанавливаемой диаграммы направленности (ДН) от "истинной" ДН излучателя удобно характеризовать некоторой функцией $\kappa_\omega(\theta, \tau')$ (иногда называемой функцией синтезированной апертуры), на которую умножается распределение источников звука $q(\tau')$, так что ДН равна

$$f_\omega(\theta) = \int_{-D/2}^{D/2} \kappa_\omega(\theta, \tau') q(\tau') e^{i\beta(-i\frac{\omega}{c} \tau' \sin\theta)} d\tau'. \quad (35)$$

Тогда, для того чтобы восстанавливаемая ДН мало отличалась от "истинной" ДН излучателя, функция $\kappa_\omega(\theta, \tau')$ должна быть близка к единице для области расположения источников $\tau' \in \left[-\frac{D}{2}, \frac{D}{2}\right]$ и всего диапазона углов $\pm \theta_m$, в котором восстанавливается ДН. В случае спектрального представления и двумерной задачи функция $\kappa_\omega(\theta, \tau')$ может быть выражена в виде

$$k_{\omega}(\theta, r') = \frac{\exp\left(i\frac{\omega}{c} r' \sin\theta\right)}{H_0^{(1)}\left(\frac{\omega}{c} a \cos\theta\right)} \int_{-L/2}^{L/2} G_{\omega}(r, r') \exp\left(-i\frac{\omega}{c} r \sin\theta\right) dr, \quad (36)$$

где $G_{\omega}(r, r')$ — функция Грина среды распространения.

В качестве иллюстрации приведем некоторые результаты численных расчетов функции $k_{\omega}(\theta, r')$ для четырех моделей сред распространения: 1) безграничная однородная среда

$G_1 = \frac{\exp\left(i\frac{\omega}{c} |\vec{r} - \vec{r}'|\right)}{|\vec{r} - \vec{r}'|}$; 2) однородная среда с одной отражающей мягкой границей $G_2 = \frac{\exp\left(i\frac{\omega}{c} \rho_1\right)}{\rho_1} - \frac{\exp\left(i\frac{\omega}{c} \rho_2\right)}{\rho_2}$; 3) жесткий волновод с двумя отражающими границами; 4) волновод Пекериса [4, 5].

На рис. 4 приведены зависимости амплитуды функции $k_{\omega}(\theta, r')$ от частоты для угла $\theta = 30^\circ$ и $r' = 0$, для 1, 2, 3 и 4-й моделей сред. Численный анализ показывает, что характер поведения функции $k_{\omega}(\theta, r')$ устойчив для некоторого диапазона изменения параметров среды распространения. Из рис. 4 видно, что $k_{\omega}(\theta, r')$ представляет собой функцию, осциллирующую по всем трем параметрам, причем для более сложных моделей среды (3, 4) осцилляции имеют нерегулярный характер. Как уже отмечалось в разд. 1, для правильного восстановления ДН необходимо производить коррекцию измеренных значений ближнего поля (БП) по результатам вычислений, либо измерений функции $k_{\omega}(\theta, r')$. На рис. 5 в качестве примера изображены результаты численного моделирования восстановления ДН точечного монополюсного излучателя (—), синфазной линейной антенны длиной $D \approx 5\lambda$ (- - -), дипольного излучателя (- - -) (размер приемной антенны $L \approx 25\lambda$, расстояние между излучателем и приемной антенной $d \approx 7\lambda$). Приведенные примеры свидетельствуют о возможности достаточно точного восстановления ДН различных излучателей по результатам измерений ближнего поля.

Экспериментальные исследования голографического метода проводились с помощью линейной 19-элементной приемной антенной решетки. Длина антенны D была равна приблизительно 8λ ; расстояние между приемными элементами составляло $d \approx \lambda/2$. Сигналы всех каналов антенны, пропорциональные давлению акустического поля в каждом из гидрофонов, синхронно регистрировались, преобразовывались в цифровой код и обрабатывались на ЭВМ. Антенна располагалась горизон-

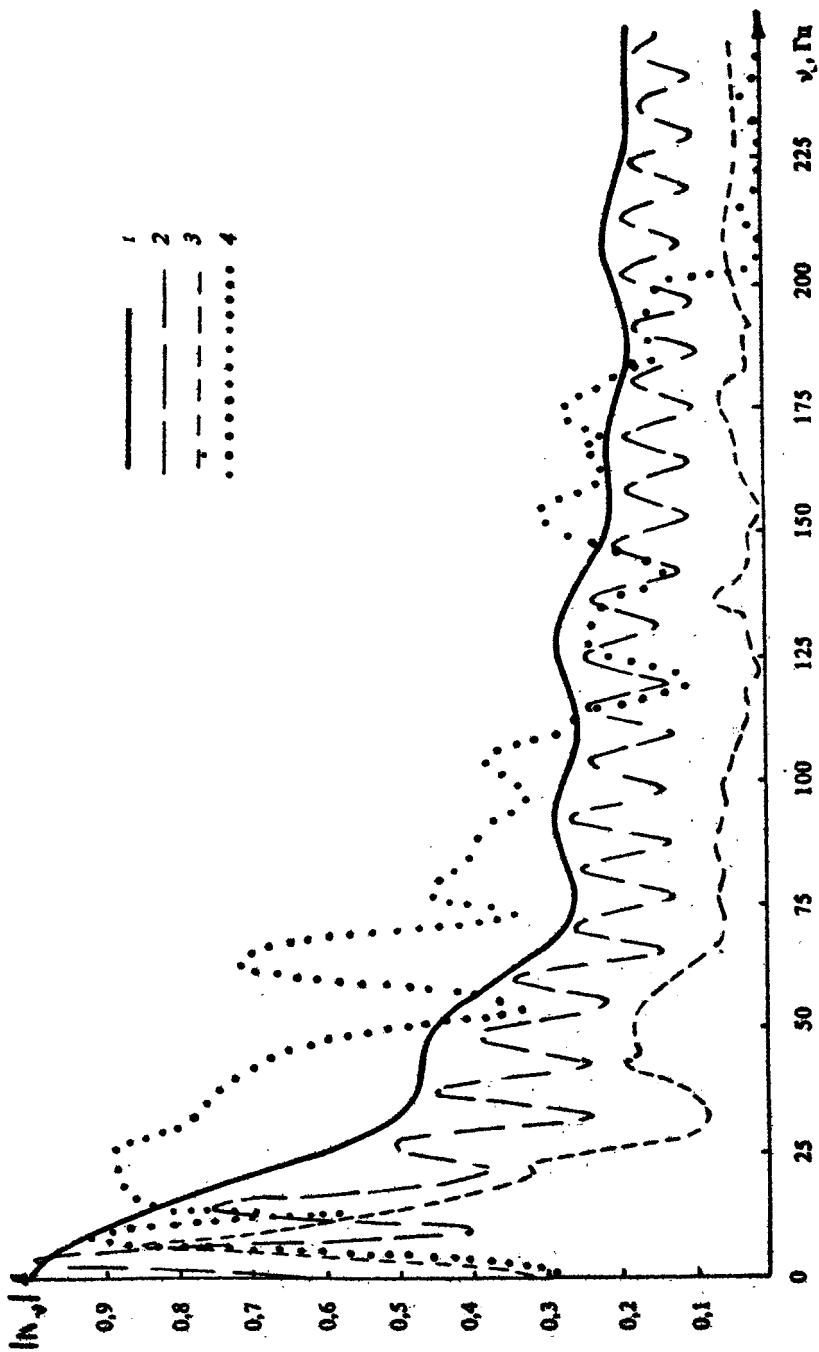


Fig. 4

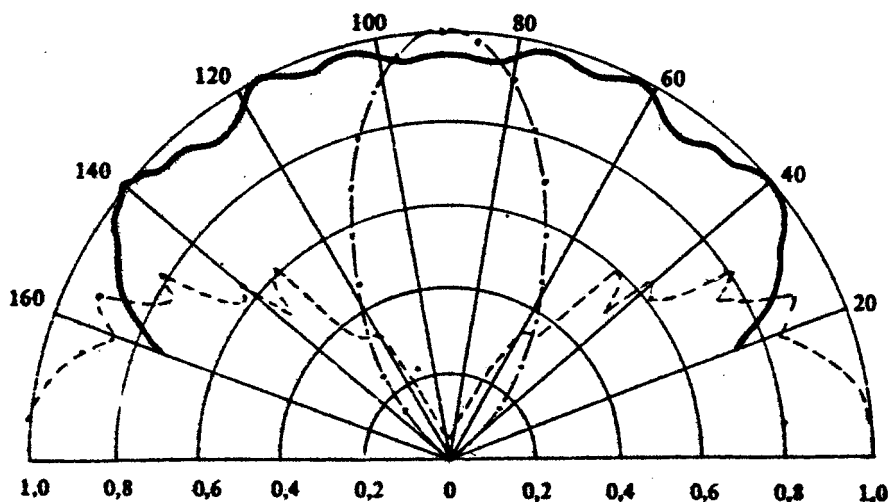


Рис. 5

гально поверхности на глубине $\gamma \approx 3\lambda$ и на той же приблизительно глубине на расстоянии $\rho \approx (2 + 10)\lambda$ в направлении, параллельном антенне, перемещался излучатель звука. На начальном этапе измерений определялось взаимное положение точечного монополюсного тонального излучателя и приемной антенной решетки. Для этого методом фокусировки уточнялись координаты излучателя относительно приемной антенны в области его возможного месторасположения. На рис. 6 изображены распределения амплитуды по двум взаимно ортогональным координатам: 0τ — параллельно приемной антенне (1), 0ζ — перпендикулярно приемной антенне (2). Как и следует из оценок (см. разд. 2), разрешение метода в продольном направлении хуже, чем в направлении, параллельном приемной антенне.

Далее измерялись характеристики направленности двух "эталонных" излучателей, запитываемых тональным сигналом: точечного монополюсного излучателя и дипольного излучателя, состоящего из двух запитываемых в противофазе монополей, расположенных на расстоянии $l \ll \lambda$. Ближнее акустическое поле излучателей измерялось в процессе перемещения излучателей вдоль приемной антенны на расстоянии ρ .

На рис. 7 изображена проходная характеристика на одном из гидрофонов. На рис. 8 приведен пример восстановления

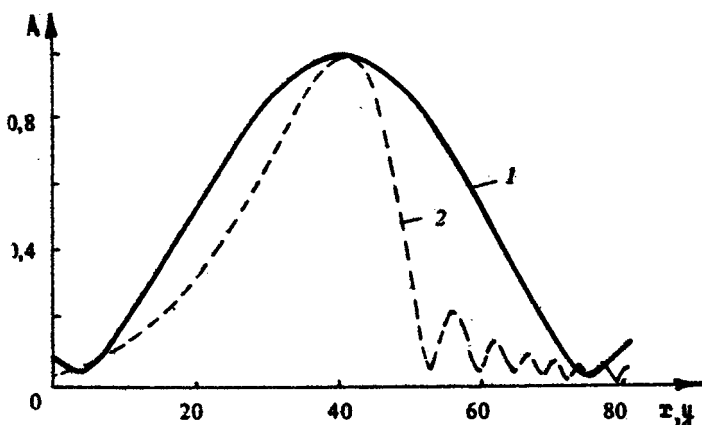


Рис. 6

изображения источника излучения по мгновенному распределению акустического поля на элементах приемной решетки в момент времени, соответствующий местоположению источника приблизительно напротив центра измерительной антенны. Из рис. 8 видно, что пространственное разрешение метода по координате вдоль приемной антенны примерно равно $\Delta z \approx \lambda/2$, что соответствует оценкам (12). На рис. 9 приведен график ДН по мощности monopольного источника, восстановленной по измерениям значений ближнего акустического поля на элементах приемной решетки в соответствии с соотношением (4). Как следует из методических ограничений метода, правильного восстановления ДН можно ожидать при данной геометрии измерительной установки только для углов $\theta \leq 42^\circ$ (граничные углы отмечены на рис. 9 вертикальными линиями). Для сравнения на том же рис. 9 изображен график ДН по мощности акустического монополя, рассчитанный математическим моделированием данной измерительной схемы. Графики экспериментальной ДН, восстановленной по измерениям БП и ДН, полученной в результате математического моделирования метода, имеют достаточно хорошее качественное совпадение.

На рис. 10 изображены графики амплитудной (а) и фазовой (б) характеристик, измеренные на одном из гидрофонов приемной антенны. Фаза поля в ближней зоне вдоль приемной решетки имеет характерную квадратичную зависимость. На рис. 11 представлено распределение амплитуды дипольного источника, построенное методом фокусировки по

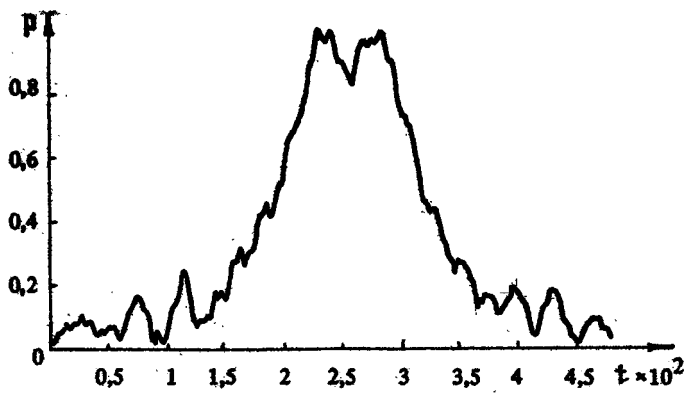


Рис. 7

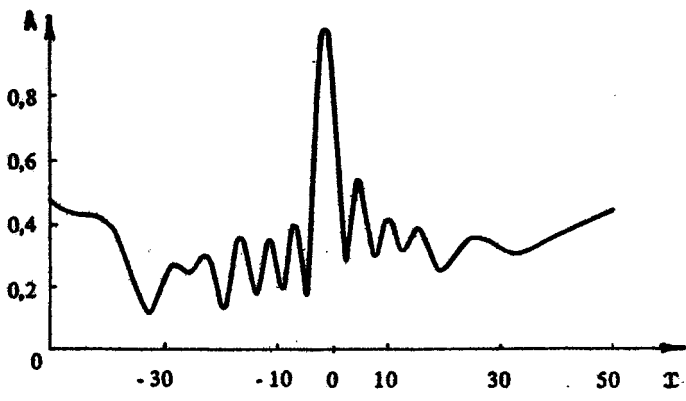


Рис. 8

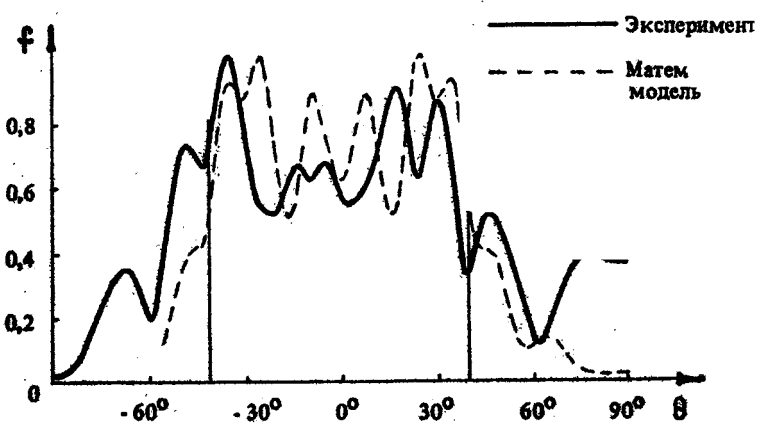
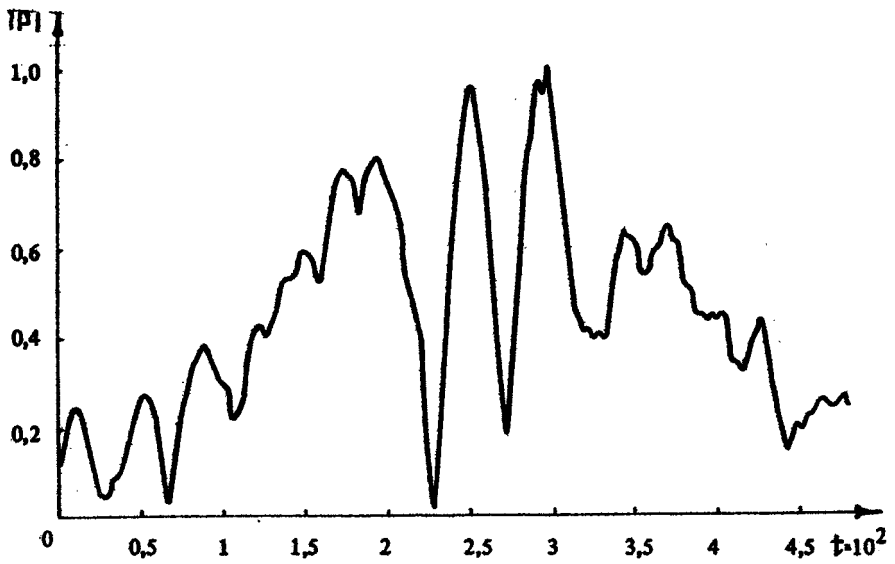
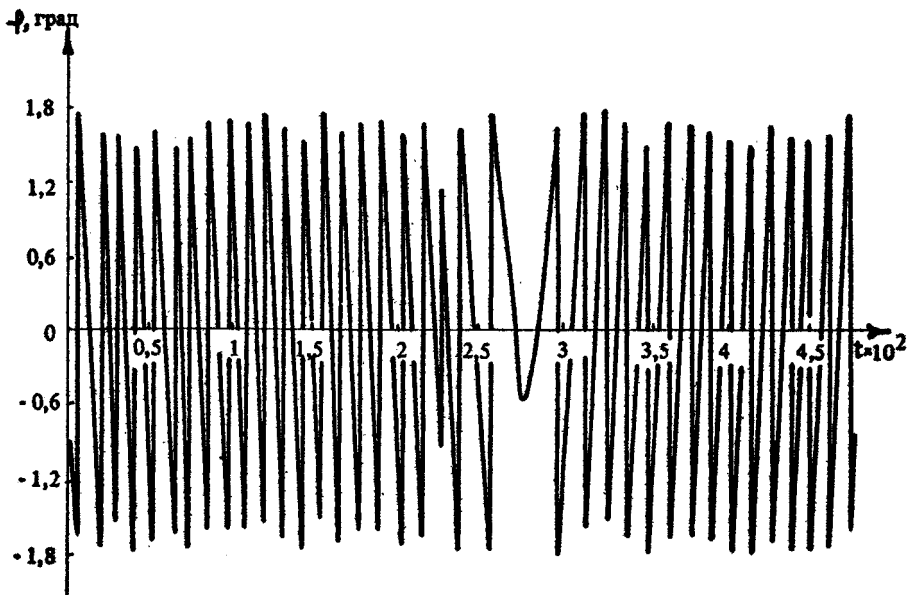


Рис. 9



a)



b)

Рис. 10

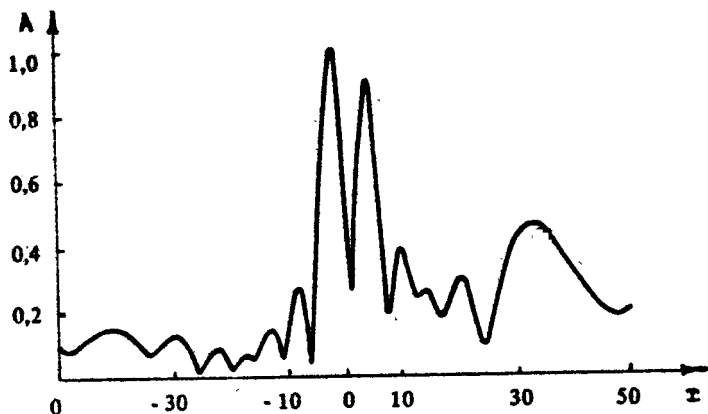


Рис. 11

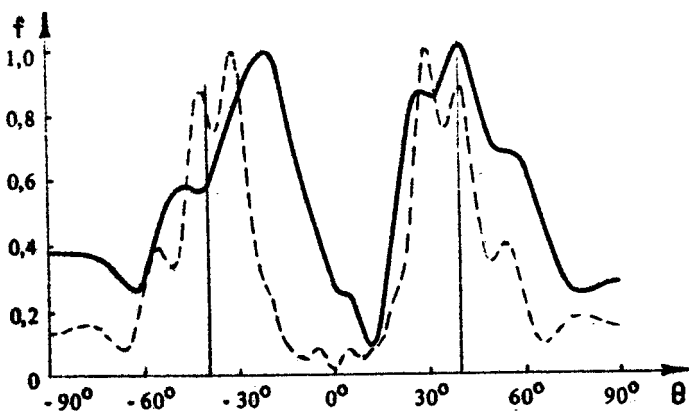


Рис. 12

Многочленному распределению ближнего акустического поля на элементах антенной решетки. На рис. 12 изображены экспериментальная ДН (сплошная линия) по мощности дипольного излучателя, вычисленная по измеренным значениям БП на элементах приемной антенны, и соответствующая ДН (пунктир) расчетной модели измерительной схемы. Здесь, как и в случае монополюсного излучателя, достаточно хорошее совпадение экспериментальных данных с результатами магнетического моделирования.

Литература

1. Бахрах Л. Д., Кременецкий С. Д., Курочкин А. П. и др. Методы измерения параметров излучающих систем в ближней зоне. Л.: Наука, 1985.
2. Захарьев Л. Н., Леманский А. А., Турчин В. И. и др. Методы измерения характеристик антенн СВЧ / Под ред. Н. М. Цейтлина. М.: Радио и связь, 1985.
3. Фогель А. Л. Амплифазометрические измерения диаграмм направленности линейных антенн // Изв. вузов. Радиофизика. 1980. Т. 23, № 11. С. 1360.
4. Бреховских Л. М. Волны в плоско-слоистых средах. М.: Наука, 1973.
5. Фелсен Л., Маркувиц Н. Излучение и рассеяние волн. Т. 1 / Пер с англ. под ред. М. Л. Левина. М.: Мир, 1978.
6. Василенко Г. И. Теория восстановления сигналов. М.: Сов. радио, 1979.
7. Васильев С. С. Об одном алгоритме реконструкции характеристик направленности линейного излучателя по результатам измерений проекций поля в ближней зоне // Методы томографии в физико-технических измерениях / НПО ВНИИФТРИ. М., 1988.
8. Бейтмен Г., Эрдейи А. Высшие трансцендентные функции. Т. 2 / Пер. с англ. М.: Наука, 1973. .

О ДИНАМИЧЕСКОМ ВЗАИМОДЕЙСТВИИ МЕЖДУ ПОДКРЕПЛЕННОЙ РЕБРАМИ ОБОЛОЧКОЙ ВРАЩЕНИЯ, СОДЕРЖАЩЕЙ ТОЧЕЧНЫЕ МАССЫ, И ЖИДКОСТЬЮ

Б. И. Вольфсон, А. Ю. Дроздов, О. Н. Попов, А. Я. Ционский

Задачи взаимодействия волн гидродинамического давления с деформируемыми телами относятся к числу наиболее сложных задач механики, так как возникает необходимость строить совместное решение волнового уравнения и уравнения колебаний рассеивателя. Этим объясняется тот факт, что наибольшее количество исследований посвящено изучению дифракции акустических волн на деформируемых объектах простой геометрии (пластины, бесконечный цилиндр кругового и эллиптического сечения, сферы, сфероид) [1 - 9]. Вопросы дифракции звука на конечных упругих объектах и оболочках неканонических форм в области малых и средних частот, когда длина волны сравнима с размерами тела, изучены недостаточно.

В настоящей работе предлагается метод расчета виброакустических характеристик оболочечной конструкции, погруженной в бесконечную идеальную сжимаемую жидкость.

Конструкция имеет конечные размеры и представляет собой набор ортотропных круговых цилиндрических и конических оболочечных элементов, соединенных кольцами, с изотропными пластинами на торцах. Механические характеристики оболочки могут меняться вдоль образующей, но постоянны по окружности. К оболочке жестко крепятся точечные массы, нарушающие осевую симметрию. Конструкция находится в поле плоской гармонической звуковой волны и может подвергаться воздействию распределенной по участку поверхности или сосредоточенной в точке вынуждающей гармонической нагрузки. Расчетная схема конструкции представлена на рисунке.

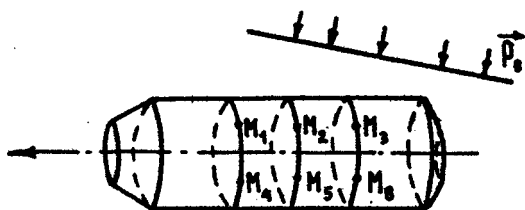


Рис. 1

Предложенная задача является трехмерной. Она сводится к двумерной системе интегродифференциальных уравнений, описывающих совместные колебания оболочечной конструкции с массами и жидкости в терминах переменных поверхности контакта (разд. 1). Трудности численного решения двумерной задачи, связанные с ограниченными возможностями современных ЭВМ, преодолеваются с помощью метода податливостей (разд. 2).

Суть этого метода состоит в следующем. Осуществляем расчленение конструкции и порознь рассматриваем колебания в жидкости осесимметричной оболочки и движение точечных масс. На первом этапе определяем податливости оболочки вращения при ее колебаниях в жидкости. На втором этапе с учетом этих податливостей вычисляем силы взаимодействия (реакции) между точечными массами и оболочкой. На третьем этапе, используя эти реакции, получаем распределение давления и колебательной скорости на поверхности оболочки, а затем с помощью интегральной формулы Кирхгофа рассчитываем поле давления в жидкости.

На первом и третьем этапах метода податливостей решается, по сути, задача о колебаниях подкрепленной оболочки вращения в жидкости под действием различных видов вынуждающей нагрузки, в том числе единичных сосредоточенных сил, сил реакции и давления падающей волны.

Осуществляя разложение нагрузки в тригонометрический ряд Фурье и выделяя отдельные окружные моды, получаем, с учетом геометрической и конструкционной симметрии относительно оси оболочки, набор одномерных задач. Решение этих задач осуществляется итерационным методом, на каждом шаге которого подправляется значение передаточной функции, совпадающей в случае задачи излучения с акустическим импедансом (разд. 3).

1. МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Уравнение установившихся малых колебаний рассматриваемой оболочечной конструкции относительно амплитуды смещения срединной поверхности записывается в безразмерном виде следующим образом:

$$\bar{L}(\bar{U}) + Q^2 [\bar{\Lambda}(\bar{U}) + \bar{\Lambda}_1(\bar{U})] - \bar{p}_n + \bar{q} = 0, \quad (1)$$

где $\bar{U} = (u, v, w)$ - амплитуда вектора перемещений; \bar{L} и $\bar{\Lambda}$ - упругий и инерционный операторы оболочки без учета точечных масс; $\bar{\Lambda}_1$ - оператор инерции точечных масс; Q - безразмерный параметр частоты; $\bar{q} = (q_1, q_2, q_3)$ - амплитуда активной вынуждающей нагрузки, приложенной к оболочке; $\bar{p}_n = p_n \bar{n}$ - амплитуда динамического давления со стороны жидкости на оболочку (\bar{n} - внешняя нормаль к поверхности оболочки);

$p_n = p + p_0$, где p - амплитуда давления рассеянного (отраженного) поля, p_0 - амплитуда давления падающих волн.

На функцию p накладывается требование излучения Зоммерфельда:

$$\lim_{r \rightarrow \infty} r \left(ikr - \frac{\partial p}{\partial r} \right) = 0, \quad (2)$$

где k - волновое число, r - полярный радиус.

На поверхности контакта оболочка - жидкость выполняется условие безотрывности примыкающих к оболочке частиц жидкости, которое принимает вид

$$\left. \frac{\partial p_n}{\partial n} \right|_s = \frac{Q^2 \rho_{ж}}{\varepsilon_1} w, \quad (3)$$

где $\rho_{ж}$ - плотность жидкости, ε_1 - параметр тонкостенности оболочки.

Тогда можно записать интегральное уравнение Гельмгольца (4), связывающее функции p , $\partial p / \partial n$, $\partial p_0 / \partial n$ на поверхности оболочки, и формулу Кирхгофа (5) для функции p в жидкости [10]:

$$p(S_2) = \frac{1}{2\pi} \iint_S \left[p(S_1) \frac{\partial}{\partial n} \left(\frac{e^{ikR}}{R} \right) - \left(\frac{\partial p_0(S_1)}{\partial n} - \frac{\partial p_0(S_1)}{\partial n} \right) \frac{e^{ikR}}{R} \right] dS_1, \quad (4)$$

$$\rho(\vec{r}_2) = \frac{1}{4\pi} \iint_S \left[\rho(\vec{r}_1) \frac{\partial}{\partial n} \left(\frac{e^{i\kappa R}}{R} \right) - \frac{\partial \rho(\vec{r}_1)}{\partial n} \left(\frac{e^{i\kappa R}}{R} \right) \right] dS. \quad (5)$$

Здесь R - расстояние от точки наблюдения до текущей точки на поверхности оболочки; S_1, S_2 - точки на отсчетной поверхности оболочки; \vec{r}_1 - радиус-вектор точек на поверхности оболочки; \vec{r}_2 - радиус-вектор точек в жидкости.

Операторное уравнение (1) включает в себя дифференциальные уравнения, условия сопряжения на дискретных ребрах и граничные условия (через область определения операторов \bar{L} и \bar{A}). Оно следует из вариационного принципа Гамильтона-Остроградского:

$$\int_{t_0}^{t_1} (\delta K - \delta U + \delta A) dt = 0, \quad (6)$$

где K - кинетическая энергия деформации; U - потенциальная энергия деформации; A - работа внешних сил.

Для расчета напряженно-деформированного состояния оболочки и ребер жесткости требуется привлечь соотношения Гукка и уравнения, связывающие перемещения и деформации (принимается гипотезы Кирхгофа-Лява) [11,12,13].

Совместная работа оболочки и ребер жесткости определяется условиями сопряжения. (На этом этапе считается, что давление жидкости на оболочку известно).

2. МЕТОД ПОДАТЛИВОСТЕЙ

Осуществим предложенное выше расчленение конструкции и по методу податливостей в каждом из узлов оболочки, содержавшем точечную массу, вводим векторы сосредоточенных единичных сил $\vec{Q}_{m\kappa}$ ($m=1,2,3$; $\kappa=1,2,\dots,N_m$). Здесь κ - номер узлов крепления точечных масс и, соответственно, троек векторов $\vec{Q}_{m\kappa}$ ($m=1,2,3$), у которых m -я компонента равна единице, а две другие - нулю. N_m - число точек, в которых крепились отсоединенные массы. Векторы единичных сил в κ -м узле имеют вид

$$\vec{q}_{1k} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \vec{q}_{2k} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \vec{q}_{3k} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}. \quad (7)$$

Последовательно вычисляем перемещения U_{ij}^{kp} ($i, m = 1, 2, 3$, $j, k = 1, 2, \dots, N_M$) в каждом из узлов погруженной в жидкость оболочки, содержащих точечные массы, под действием каждой из единичных сил \vec{Q}_{mk} . Здесь i - номер компоненты вектора перемещений j -го узла под действием единичной силы

\vec{Q}_{mk} , действующей в k -м узле.

Заметим, что примененная система обозначений компонента вектора перемещений в j -м узле от единичной силы $\vec{Q}_{mk} : U_{ij}^{mk}$, U_{2j}^{mk}, U_{3j}^{mk} - эквивалентна системе обозначений $U_{ij}^{mk}, V_{ij}^{mk}, W_{ij}^{mk}$.

Формируем матрицу податливостей Π , компонентами которой являются перемещения (податливости) U_{ij}^{mk} . Размерность матрицы $\Pi : 3N_M \times 3N_M$. Каждому вектору единичных сил соответствует столбец матрицы Π :

$$\begin{pmatrix} \Pi_{11} \\ \Pi_{21} \\ \Pi_{31} \\ \Pi_{41} \\ \Pi_{51} \\ \Pi_{61} \\ \vdots \\ \Pi_{3N_M-2,1} \\ \Pi_{3N_M-1,1} \\ \Pi_{3N_M,1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} U_{11}^{mk} \\ U_{21}^{mk} \\ U_{31}^{mk} \\ U_{41}^{mk} \\ U_{22}^{mk} \\ U_{32}^{mk} \\ \vdots \\ U_{1N_M}^{mk} \\ U_{2N_M}^{mk} \\ U_{3N_M}^{mk} \end{pmatrix}$$

Номер столбца ℓ матрицы податливостей Π определяется соотношением

$$\ell = 3(k-1) + m, \quad (9)$$

где $k=1, 2, \dots, N_M$; $m=1, 2, 3$;

Номер строки

$$n = 3(j-1) + i, \quad (10)$$

где $j=1, 2, \dots, N_M$; $i=1, 2, 3$.

Таким образом, компоненты матрицы податливостей $\Pi_{ij}^{n\ell}$ ($n, \ell = 1, 2, \dots, 3N_M$) соответствуют перемещениям U_{ij}^{mk} , где ℓ и n определены в соотношениях (9), (10); $i, m = 1, 2, 3$; $j, k = 1, 2, \dots, N_M$.

При расчленении системы "подкрепленная оболочечная конструкция - точечные массы" в узлах оболочки, содержащих отсоединенные массы M_k , возникают реакции $\vec{\tau}_k$ ($k=1, 2, \dots, N_M$):

$$\vec{\tau}_k = (\tau_{1k}, \tau_{2k}, \tau_{3k}). \quad (11)$$

Здесь τ_{mk} ($m=1, 2, 3$) - m -я компонента вектора реакций $\vec{\tau}_k$, действующего в k -м узле.

Обобщенный вектор реакций \vec{R} формируется из векторов узловых реакций $\vec{\tau}_k$ и имеет вид

$$\vec{R} = \begin{pmatrix} \vec{\tau}_1 \\ \vec{\tau}_2 \\ \vdots \\ \vec{\tau}_{N_M} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \tau_{11} \\ \tau_{21} \\ \tau_{31} \\ \tau_{12} \\ \tau_{22} \\ \tau_{32} \\ \vdots \\ \tau_{1N_M} \\ \tau_{2N_M} \\ \tau_{3N_M} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} R_1 \\ R_2 \\ R_3 \\ R_4 \\ R_5 \\ R_6 \\ \vdots \\ R_{3N_M-2} \\ R_{3N_M-1} \\ R_{3N_M} \end{pmatrix} \quad (12)$$

Глобальный номер ν элемента R_ν вектора \bar{R} определяется соотношением (9). Таким образом, $R_\nu = r_{m\nu k}$.

Вектор перемещений узлов оболочки под действием вектора реакций \bar{R} находим из соотношения

$$\bar{U}^{об1} = \Pi \cdot \bar{R} \quad (13)$$

или в скалярной форме

$$U_k^{об1} = \sum_{\nu=1}^{3N_M} \Pi_{\nu k} R_\nu, \quad (14)$$

где $k=1, 2, \dots, 3N_M$.

Для нахождения полного вектора перемещений узлов оболочки $\bar{U}^{об}$ необходимо также учесть перемещения, обусловленные воздействием звуковой волны (вектор $\bar{U}^{об2}$) и внешней вынуждающей нагрузки ($\bar{U}^{об3}$).

Тогда

$$\bar{U}^{об} = \bar{U}^{об1} + \bar{U}^{об2} + \bar{U}^{об3}. \quad (15)$$

Перейдем теперь к отсоединенным точечным массам M_k ($k=1, 2, \dots, N_M$). Движение каждой из них на основании 2-го закона Ньютона описывается уравнением

$$M_k \ddot{\bar{U}}^{M_k} = -\bar{r}_k, \quad (16)$$

где $k=1, 2, \dots, N_M$, \bar{U}^{M_k} - вектор перемещений массы M_k , $-\bar{r}_k$ - реакция со стороны оболочки, под действием которой осуществляется это перемещение.

Так как рассматривается процесс гармонических колебаний, то

$$\ddot{\bar{U}}^{M_k} = -\Omega^2 \bar{U}^{M_k}, \quad (17)$$

где $k=1, 2, \dots, N_M$.

Из уравнений (16), (17) можем выразить \bar{U}^{M_k} :

$$\bar{U}^{M_k} = \frac{1}{\Omega^2 M_k} \bar{r}_k, \quad (18)$$

где $k=1, 2, \dots, N_M$.

Формируем обобщенный вектор перемещений точечных масс \bar{U}^M :

$$\vec{U}^M = \begin{pmatrix} \vec{U}^{M_1} \\ \vec{U}^{M_2} \\ \vdots \\ \vec{U}^{M_{N_M}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \vec{r}_1 / (\Omega^2 M_1) \\ \vec{r}_2 / (\Omega^2 M_2) \\ \vdots \\ \vec{r}_{N_M} / (\Omega^2 M_{N_M}) \end{pmatrix} \quad (19)$$

Рассматривая совместные колебания оболочки и точечных масс, можем записать

$$\vec{U}^{ob} = \vec{U}^M \quad (20)$$

Тогда, используя (15), находим

$$\vec{U}^{ob1} + \vec{U}^{ob2} + \vec{U}^{ob3} = \vec{U}^M.$$

С учетом (13) имеем

$$n \vec{R} + \vec{U}^{ob2} + \vec{U}^{ob3} = \vec{U}^M$$

или, принимая во внимание (14), (19), можно записать в покомпонентном виде

$$\sum_{l=1}^{3N_M} \Pi_{kl} R_l + U_k^{ob2} + U_k^{ob3} = \frac{R_k}{\Omega^2 M_n}, \quad (21)$$

где $k=1, 2, \dots, 3N_M$, n последовательно принимает одно из значений $1, 2, \dots, N_M$ для очередной тройки значений \vec{U}^M .

Вводя символы Кронекера

$$\delta_{kl} = \begin{cases} 1, & k=l, \\ 0, & k \neq l, \end{cases}$$

можно окончательно выписать систему уравнений для определения реакций R_l :

$$\sum_{l=1}^{3N_M} \left(\Pi_{kl} - \frac{\delta_{kl}}{\Omega^2 M_n} \right) R_l = - (U_k^{ob2} + U_k^{ob3}). \quad (22)$$

значения индексов указаны в (21)).

В результате решения системы (22) получаем реакции R_l и приходим к задаче о колебаниях осесимметричной оболочечной конструкции в безграничной идеальной сжимаемой жидкости под действием заданной падающей волны, вызывающей внешней загрузки и найденных реакций.

Таким образом, при реализации метода податливостей приходится пороэль решать набор задач излучения от внешней вынуждающей нагрузки и единичных сил в точках крепления масс, а также задачу дифракции падающей волны на осесимметричной оболочечной конструкции с отключенными массами (т.е. в уравнении (1) опускаем оператор \bar{A}_1).

При решении задачи дифракции полагаем $\bar{q} = 0$, при решении задачи излучения $\bar{p}_0 = 0$ (силы реакции со стороны отброшенных точечных масс относим в операторном уравнении (1) к внешней вынуждающей нагрузке \bar{q}).

3. ИТЕРАЦИОННЫЙ ПРОЦЕСС

Как было предложено выше, раскладываем все виды приложенной к оболочке нагрузки (включая давление падающей волны и реакции со стороны отсоединенных масс) в тригонометрический ряд Фурье. После разделения переменных и выделения m -й окружной моды получим из выражений (1), (3), (4)

$$\bar{C}(\bar{U}_{m(s)}) + \Omega^2 \bar{K}(\bar{U}_{m(s)}) - \bar{P}_{m(s)} - \bar{P}_{0m(s)} + \bar{q}_{m(s)} = 0, \quad (23)$$

$$\rho_{m(s)}(\rho_2) N_\varphi^2 = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \iint_S \left[\rho_{m(s)}(\rho_1) f_s(\psi_1) \frac{\partial}{\partial n} \left(\frac{e^{ikR}}{R} \right) - \right. \\ \left. - \frac{\partial \rho_{m(s)}(\rho_1)}{\partial n} f_s(\psi_1) \frac{e^{ikR}}{R} \right] dS_1 f_s(\psi_2) d\psi_2, \quad (24)$$

$$\left. \frac{\partial \rho_{m(s)}}{\partial n} \right|_S = \frac{\Omega^2 \rho_x}{\epsilon_1} w_{m(s)} - \left. \frac{\partial \rho_{0m(s)}}{\partial n} \right|_S, \quad (25)$$

$$f_{(s)}(\psi) = \begin{cases} \sin m\psi, & s=-1 \\ \cos m\psi, & s=1 \end{cases}$$

$$N_\varphi^2 = \begin{cases} 2\pi, & m=0 \\ \pi, & m=1,2,\dots \end{cases}$$

Здесь ρ_1 и ρ_2 - точки на образующей оболочки вращения, ψ - окружная координата. В дальнейшем для упрощения записи индексы m и s опускаются.

Динамическое давление в жидкости представляется в виде

$\rho = ZW$, где Z - безразмерный акустический импеданс для каждой моды.

Итерационный процесс (ИП) задается следующей импедансной схемой для $\tilde{\kappa}$ -го шага [14]:

$$\vec{C}(\vec{U}^{(\tilde{\kappa})}) + \Omega^2 A(\vec{U}^{(\tilde{\kappa})}) - Z^{(\tilde{\kappa})} \omega^{(\tilde{\kappa})} - \vec{p}_0 + \vec{q} = 0, \quad (26)$$

$$\rho^{(\tilde{\kappa}+1)}(\rho_2) N_\varphi^2 = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \iint_S \left[\rho^{(\tilde{\kappa}+1)}(\rho_1) f(\varphi_1) \frac{\partial}{\partial n} \left(\frac{e^{ikR}}{R} \right) + \left(\frac{\partial \rho_0}{\partial n} \Big|_S - \frac{\Omega^2 \rho_{ж}}{\varepsilon_1} \omega^{(\tilde{\kappa})}(\rho_1) \right) f(\varphi_1) \frac{e^{ikR}}{R} \right] dS_1 f(\varphi_2) d\varphi_2, \quad (27)$$

$$Z^{(\tilde{\kappa}+1)} = \rho^{(\tilde{\kappa}+1)} / \omega^{(\tilde{\kappa})}. \quad (28)$$

Уравнение (27) записано с учетом условия (3). Алгоритм процесса состоит в следующем. Задается начальное приближение импеданса $Z^{(0)}$ и подставляется в уравнение (26), откуда находится $\vec{U}^{(0)}$. Затем из уравнения (27) определяется $\rho^{(1)}$, а из (28) - $Z^{(1)}$, которое снова подставляется в (26) для определения $\vec{U}^{(1)}$, и т.д. Краевая задача для уравнения (26), как было указано выше, решается методом конечных элементов. Уравнение (27) дискретизируется и сводится к системе линейных алгебраических уравнений, решение которой находится методом вращения [15].

При нахождении $(\tilde{\kappa}+1)$ -го приближения импеданса по формуле (28) в точках, где $\omega^{(\tilde{\kappa})} = 0$, $Z^{(\tilde{\kappa}+1)}$ вычисляется линейной интерполяцией по двум соседним точкам. Выход из итерационного процесса определяется выполнением условия

$$\| \rho^{(\tilde{\kappa})} - \rho^{(\tilde{\kappa}+1)} \|_{L_2} / \| \rho^{(\tilde{\kappa})} \|_{L_2} < \varepsilon, \quad (29)$$

где ε - требуемая точность вычислений.

В качестве начального приближения импеданса для первой рассчитываемой частоты Ω используется импеданс бесконечного цилиндра:

$$Z_m^{(0)} = \frac{\Omega^2 \rho_{ж}}{\varepsilon_1} \frac{H_m(\kappa)}{\frac{m}{\kappa} H_m(\kappa) - H_{m+1}(\kappa)}. \quad (30)$$

Для расчета колебаний на следующих частотах Ω используется метод продолжения импеданса по параметру частоты: в качестве начального импеданса используется импеданс, рассчитанный на предыдущей частоте.

После решения набора задач для осесимметричной конструкции, освобожденной от масс, и нахождения по методу podatливостей реакций между оболочкой в жидкости и точечными массами на завершающем этапе решается задача с уже определенными реакциями, падающей волной и внешней вынуждающей нагрузкой. Находится распределение давления и градиента давления на поверхности оболочки и с помощью интеграла Кирхгофа осуществляется расчет волновых полей в жидкости.

Отметим, что для расчета вынужденных колебаний оболочечной конструкции применяется метод конечных элементов. Образующая оболочки аппроксимируется линейными конечными элементами [16], концы которых принимаются за узлы системы. Выбор функций формы осуществляем на основании [17]. Порождаемая методом конечных элементов ленточная система алгебраических уравнений решается методом матричной прогонки [18].

4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Изложенный метод можно распространить на случай, когда осевую симметрию конструкции нарушают недеформируемые тела, прикрепленные к оболочке в конечном числе точек жесткими или упругими безынерционными связями. Действительно, твердое тело имеет шесть степеней свободы. Пусть уравнения малых установившихся колебаний тела записаны в терминах обобщенных координат и соответствующих им обобщенных сил

$$-\Omega^2 \mathbf{J} \cdot \vec{y} = \vec{F}, \quad (31)$$

где Ω , как и раньше, частота вынуждающей нагрузки; \vec{y} - амплитуда вектора обобщенных перемещений в 6-мерном пространстве, \mathbf{J} - неособый тензор, характеризующий инерционные свойства тела. Амплитуда вектора обобщенных сил \vec{F} выражается через главный вектор и главный момент внешних сил, действующих на тело, причем в число внешних сил включаются и реакции связей \vec{R} . Таким образом,

$$F_m = B_{mk} R_k + F_m^b; \quad m=1, \dots, b; \quad k=1, 2, \dots, K. \quad (32)$$

Здесь K - число скалярных связей; F_m^b - компоненты вектора активной обобщенной нагрузки, действующей на тело.

Из выражений (31) и (32)

$$y_{js} = -\frac{1}{\Omega^2} (J^{-1})_{sm} (B_{mk} R_k + F_m^b); \quad s, m=1, \dots, b. \quad (33)$$

Вектор компонент перемещений в точках контакта выражается через обобщенные перемещения следующим образом:

$$U_n^b = A_{ns} y_{js}; \quad n=1, 2, \dots, K; \quad s=1, 2, \dots, b. \quad (34)$$

Матрица A определяется геометрией тела и расположением точек приложения сил реакции связей.

Сила реакции упругой связи

$$R_i = -C_{im} (U_m^{ob} - U_m^b); \quad i, m=1, 2, \dots, K, \quad (35)$$

где U_m^{ob} - компоненты перемещений оболочки в точках контакта; U_m^b - компоненты перемещений тела; C_{im} - матрица упругости связей.

С учетом (13) - (15) получаем аналог уравнения (22) для определения вектора реакций

$$D_{jk} R_k = G_j. \quad (36)$$

Здесь

$$D_{jk} = C_{jn} \left[\Pi_{nk} + \frac{1}{\Omega^2} A_{ns} (J^{-1})_{sm} B_{mk} \right] + \delta_{jk}, \quad (37)$$

$$G_j = -C_{jn} \left[\frac{1}{\Omega^2} A_{ns} (J^{-1})_{sm} F_m^b + U_n^{ob2} + U_n^{ob3} \right].$$

Аналогично строится система уравнений для определения реакций в случае жестких связей. При этом вместо соотношения (35) будем иметь

$$U_m^{ob} = U_m^b.$$

Литература

1. Лямшев Л. М. Дифракция звука на безграничной тонкой упругой цилиндрической оболочке // Акуст. журн. 1958. Т. 4, № 2. С. 161.
2. Клещев А. А. Рассеяние звука упругой сжатой сферической оболочкой // Акуст. журн. 1975. Т. 21, № 6. С. 938.

3. **Белинский Б. П.** Дифракция плоской звуковой волны на пластине, подкрепленной выступающим ребром жесткости // ПММ. 1978. Т. 42, № 3. С. 486.
4. **Поддубняк А. П.** Резонансное рассеяние акустических волн упругой сферической оболочкой в жидкости // Акуст. журн. 1981. Т. 30, № 1. С. 89.
5. **Павлюкленко А. П., Рыбак С. А.** Рассеяние плоской волны на цилиндрической оболочке в области низких частот // Акуст. журн. 1984. Т. 30, № 2. С. 253.
6. **Музыченко В. В.** Рассеяние и излучение звука цилиндрическими оболочками в жидкости: Автореф. дис. ... канд. физ.-мат. наук. М., 1986.
7. **Junger M.** Sound scattering by thin elastic shells // J. Acoust. Soc. Amer. 1952. V. 24, N 4. P. 366.
8. **Doolittle R. D., Uberall H.** Sound scattering by elastic cylindrical shells // J. Acoust. Soc. Amer. 1966. V. 39, N 2. P. 272.
9. **Bas Bar S., Varadan V. V., Varadan V. K.** Thin shell theories and acoustic wave scattering by infinitely long cylindrical shells of arbitrary cross section // J. Acoust. Soc. Amer. 1983. V. 75, N 6. P. 1673.
10. **Шендеров Е. А.** Волновые задачи гидроакустики. Л.: Судостроение, 1972.
11. **Гольденвейзер А. Л.** Теория упругих тонких оболочек. М.: Наука, 1976.
12. **Новожилов В. В.** Теория тонких оболочек. Л.: Судпрогиз, 1962.
13. **Кармишин А. В., Лясковец В. А., Мяченков В. И., Фролов А. Н.** Статика и динамика тонкостенных оболочечных конструкций. М.: Машиностроение, 1975.
14. **Попов О. Н., Ционский А. Я., Юдин А. С.** Итерационный метод решения задачи о вынужденных колебаниях подкрепленных оболочек вращения в жидкости // Акуст. журн. 1987. Т. 33, № 3. С. 539.
15. **Шуп Т.** Решение инженерных задач на ЭВМ. М.: Мир, 1982.
16. **Ross C. T. F.** Finite elements for the vibration of cones and cylinders // Intern. Journ. for Numerical Methods in Engineering. 1975. V. 9, N 4. P. 833.
17. **Зенкович О.** Метод конечных элементов в технике. М.: Мир, 1975.
18. **Самарский А. А.** Теория разностных схем. М.: Наука, 1977.

КОГЕРЕНТНЫЙ АНАЛИЗ ВИБРОПОЛЕЙ СЛОЖНЫХ КОНСТРУКЦИЙ

П. И. Коротин, И. И. Колodieва

Совершенствование виброакустических характеристик машин и механизмов требует детального знания динамики их поведения, что приводит к необходимости развития методов измерения и анализа виброполя, возникающего в конструкциях под действием переменных нагрузок. Корпуса машин, детали механизмов все чаще приходится рассматривать как сложные распределенные упругие системы, когда под сложностью понимается нецелесообразность представления системы в виде суммы элементарных подсистем: балок, пластин, стержней и т.д. При этом определение и исследование характеристик конструкции возможно либо численными методами (типа метода конечных элементов), либо экспериментальным путем. Экспериментальные методы основаны на измерениях виброполя в широком диапазоне частот и волновых чисел и должны решать следующие задачи: проведение анализа волновых процессов, вынужденных и собственных колебаний при произвольных возбуждающих условиях; проверку адекватности теории и сопоставление измерений с результатами численного счета; определение уровней вибраций конструкции в процессе эксплуатации, поиск модификаций конструкции с заданными вибрационными характеристиками, поиск источников вибраций.

Данная работа посвящена описанию способа экспериментального исследования пространственно-временной структуры виброполя системой вибродатчиков — когерентному анализу. Метод основан на возможности представления виброполя как непрерывной функции с ограниченным спектром с помощью конечного числа отсчетов на конечном пространственно-временном интервале. Суть метода заключается в синхронном

измерения и анализе сигналов с многоканальной системы сбора информации. Прибор, осуществляющий алгоритм, отображает на экране дисплея, имеющего развертку по пространству, колебаний какой-либо проекции исследуемой конструкции в выбранном пространственно-временном масштабе и параллельно вычисляет интегральные характеристики виброполя и исследуемой системы.

1. АЛГОРИТМ МОДАЛЬНОГО АНАЛИЗА

Аналогом рассматриваемого способа является алгоритм модального анализа, заключающийся в исследовании динамики систем при помощи измерения и последовательной записи передаточных функций - откликов конструкции в различных точках на возбуждение переменными силами [1], с последующим расчетом параметров резонансных форм колебаний - мод, в которых для систем с большой добротностью заключена основная доля колебательной энергии. Эти параметры непосредственно необходимы для конструирования: частоты - для выбора режимов работы виброактивного оборудования; коэффициент потерь - для определения эффективности мероприятий по вибропоглощению и т.п., форма - для оптимизации расстановки оборудования в конструкции. В системах с существенным взаимодействием мод, под которым понимается перекрытие резонансных кривых отдельных мод, используются приближенные методы, например критерий нуля производной графика Найквиста для определения резонансной частоты и вклада данной моды в резонансную форму колебаний.

При модальном анализе изучаемая конструкция задается трехмерными координатами реперных точек и производится последовательная запись в память ЭВМ передаточных функций между точками измерения виброполя на конструкции и точками приложения силы.

Воспроизведение колебаний в моде осуществляется для гармонической зависимости от времени, и из соображений наглядности реперные точки соединяются прямыми линиями.

Алгоритм реализован в серийных комплексах аппаратуры фирм: Brüel & Kjær (Дания) на основе анализатора 2034 и Prodera (Франция) на основе ЭВМ IN-110 и IN-1210, а также в специализированном анализаторе динамики структур 5423A фирмы Hewlett - Packard (США).

Рассмотрим подробнее алгоритм модального анализа. Колебание системы с распределенными параметрами опишем дифференциальным уравнением вида [2]

$$m \ddot{U} + \tilde{\kappa} \hat{L} \left(\frac{\partial}{\partial x}; \frac{\partial}{\partial y}; \frac{\partial}{\partial z} \right) U = F, \quad (1)$$

где m - масса, отнесенная к единице площади или объема, $\tilde{\kappa} = \kappa_0 (1 + i\eta)$ - комплексная жесткость, мнимая часть которой определяется потерями в системе; U - вектор смещения; F - внешняя сила; \hat{L} - линейный самосопряженный дифференциальный оператор, который характеризует упругую деформацию системы в вакууме. Иными словами, система характеризуется неким оператором \hat{H} , действие которого на распределение сил F дает распределение колебаний U в системе

$$U = \hat{H} \cdot F. \quad (2)$$

Оператор \hat{H} - линейный, обладающий свойством взаимности (по теореме Бетти). Естественным для распределенных систем является представление решения в виде разложения по собственным функциям системы, назовем их Φ_k :

$$\hat{L} \Phi_k = \frac{m}{\kappa_0} \omega_k^2 \Phi_k. \quad (3)$$

Как следует из формулы (3), колебания, совпадающие с k -й собственной формой возникают при свободных колебаниях системы без потерь на частоте $\omega = \omega_k$. Самосопряженность оператора определяет ортогональность системы собственных функций Φ_k , что дает возможность независимого рассмотрения отдельных мод. Перейдем теперь от физических координат к модальным:

$$[U] = [\Phi] \cdot [U_k],$$

где $[U]$ и $[U_k]$ - вектора-столбцы из значений виброполя и комплексных амплитуд мод. Положим

$$[\Phi][m][\Phi]^t = [I],$$

где $[\Phi]$ - модальная матрица бесконечно большого ранга, в которой k -й столбец - k -я собственная функция; j -я строка - значение функций в j -й точке, $[\Phi]^t$ - транспонированная модальная матрица, $[I]$ - единичная матрица. Уравнение (1) в модальных координатах для гармонических сил является суммой бесконечного числа алгебраических уравнений:

$$[I][\ddot{U}_k] + [\bar{\omega}_k^2][U_k] = [\Phi]^T[F].$$

Уравнение (2) также примет матричный вид

$$[U] = [H][F], \quad (4)$$

Элементы матрицы $[H]$ равны

$$H_{ji} = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\Phi_{ik} \Phi_{jk}}{\bar{\omega}_k^2 - \omega^2}, \quad (5)$$

где $\bar{\omega}_k^2 = \text{Re } \omega_k^2 (1 + j\eta_k)$. Как видно из выражения (4), отклик системы представляет собой сумму откликов отдельных мод, в i -м элементе суммируются вклады в i -й точке мод, возбужденных в j -й точке. Неизбежным ограничением, которое вносит эксперимент, является дискретность измерений виброполю $\ddot{U}(t, y)$ с помощью вибродатчиков. Известны лишь пространственные отсчеты виброполю $\ddot{U}(t_i, y_i)$, т.е. модальный анализ использует дискретно-дискретное преобразование для описания свойств конструкции. Матрица $[H]$ имеет конечный ранг, размерность векторов U и F определяется числом точек измерения n . Тестовые измерения для нахождения элементов передаточной матрицы могут производиться при произвольной комбинации внешних сил, приложенных в n точках. Элемент H_{ij} может быть измерен при действии силы в точке j и измерении отклика в i -й точке, и наоборот, так как матрица $[H]$ - симметричная. В системах со слабой диссипацией отклик описывается суммой небольшого числа мод. Форма моды определяется матрицей $[H]$, элементы которой измеряются в эксперименте, на резонансной частоте моды. Строка матрицы определяет параметры моды при возбуждении в n точках и измерении в одной точке, столбец - при возбуждении в одной и измерении в n . Строгое совпадение реализуется при $[F_k]$, имеющем в тестовом эксперименте только один ненулевой элемент. Приближенные методы, используемые для выделения параметров мод при большой диссипации, основаны на применении частотных зависимостей передаточных функций.

Модальный анализ в такой постановке решает следующие задачи:

- проверка адекватности теории и сопоставление измерений с результатами численного счета (сравнение ω_k ;

η_k ; Φ_k).

- определение уровней вибрации конструкции в процессе эксплуатации по результатам тестовых измерений,

$$[U_{\text{ЭКСПЛ}}] = [H_{\text{ТЕСТ}}] \cdot [F_{\text{ЭКСПЛ}}];$$

- синтез полной передаточной матрицы по части измеренных элементов (определение по строке или столбцу $[H]$ матрицы $[\Phi]$, а затем, используя (5), всех элементов $[H]$);

- поиск источников путем инверсии переходной матрицы:

$$[F] = [H]^{-1}[U];$$

- вычисление модифицированных собственных функций после внесения каких-либо измерений в систему. Например, при внесении дополнительной массы (Δm)

$$[\tilde{m}] = [I] + [\Phi]^T[\Delta m][\Phi]$$

новая матрица собственных функций имеет вид

$$[\Phi]^H = [\tilde{\Phi}][\Phi],$$

где $[\tilde{\Phi}]$ определяется из соотношения

$$[\tilde{\Phi}]^T[\tilde{m}][\tilde{\Phi}] = [I].$$

Перебор модификаций позволяет проводить поиск конструкции с заданными вибрационными характеристиками.

Налицо, однако, и недостатки метода. Во-первых, далеко не всегда усилия, действующие на систему, сводятся к локальным. Например, в виброакустике взаимодействие системы с окружающей средой при излучении звука носит принципиально распределенный характер. Во-вторых, метод не работает в системах с радиационными потерями, локальной диссипацией и т.п., где нарушены условия существования собственных функций. В-третьих, присутствует субъективизм в реализации, особенно при выборе размерности передаточной матрицы - количестве точек измерения. неприменим метод в пределе большого затухания, когда систему можно рассматривать как эффективно бесконечную и виброполе носит волновой, а не колебательный характер. Программное обеспечение, выполненное на высоком уровне сервиса, ограничено, однако, в возможностях снятия интегральных характеристик, применении его для нестационарных процессов.

2. АЛГОРИТМ КОГЕРЕНТНОГО АНАЛИЗА

Предлагаемое расширение способа — когерентный анализ — в известной мере устраняет указанные недостатки, хотя сейчас еще и невозможно однозначно указать оптимального алгоритма его реализации. Достигается большая общность метода переходом от дискретного представления виброполя к квазинепрерывному и отказом от отождествления распределения колебаний на резонансных частотах с собственными функциями системы. Такой переход позволяет расширить диапазон решаемых задач, оставив неизменным, относительно модального анализа, методику постановки тестовых экспериментов за счет увеличения нагрузки на вычислительную машину.

Основой способа является то, что синхронно измеренные в узкой полосе сигналы вибродатчиков, расположенных на конструкции, рассматриваются как отсчеты пространственно-временной реализации виброполя и являются исходными данными для решения задачи синтеза, когда на основе априорных сведений о системе осуществляется обратный переход от дискретного представления к непрерывному.

Вторым этапом является задача анализа, когда на основе оптимального перехода к модальным координатам (который теперь понимается как оптимальное кодирование), определяемого условиями конкретной задачи, исследуется зависимость разложения от внешних факторов. Для систем с малым количеством мод и слабым затуханием задача анализа соответствует поиску собственных форм колебаний. В общем случае определение оптимального представления $[U]$ не связывается с распределением возбуждающих нагрузок и проводится исходя из требований к искомому базису $[\Psi]$ на ортогональность, минимум членов в разложении, быстроту реализации. Затем, если требуется по условиям задачи, производится перевод к базисным координатам оператора \hat{H} и распределения внешних нагрузок, т.е. непрерывно-непрерывному описанию передаточных функций системы.

Специфика задач вибродиагностики и виброакустики (сосредоточение спектра возбуждающих сил в дискретных линиях и резонансный характер откликов конструкций) позволяет представить временную зависимость пространственной реализации $U(x_i; t)$ в виде конечного ряда:

$$U(x_i; t) = \sum_{k=1}^N U_k(x_i) \sin[\omega_k t + \psi_k(x_i)].$$

Задача метода сводится до гармонической зависимости от времени. Измерение амплитуд $U_k(t_i)$ и фаз $\varphi_k(t_i)$ происходит в полосе $\Delta\omega$, определяемой условиями эксперимента.

2.1. Задача синтеза

Рассмотрим сначала задачу синтеза виброполя — способы его пространственно-интерполяционного представления и визуализации. Вопросы интерполяции хорошо разработаны математически [3], но здесь укажем пути ее решения с чисто физической точки зрения. Как известно, для обеспечения единственности решения задачи необходимо наложение дополнительных условий на функцию, проходящую через отсчеты пространственной реализации. В связи с этим интерполяция представляет интерес с двух точек зрения (не учитывая наглядности при визуализации): с одной стороны, привлекая к решению грубую физико-математическую модель, мы получаем возможность уменьшать число точек измерения; с другой стороны, проверяя правильность решения задачи интерполяции в контрольных точках, определяем адекватность принятой модели. Приведем пример, в котором синтез виброполя необходим непосредственно. В акустике для расчета поля излучения при известной функции Грина второго рода требуется знание распределения скоростей по поверхности тела, излучение которого определяется. При этом требуемую точность распределения виброскорости выгоднее обеспечить не увеличением плотности расстановки датчиков, а решением задачи интерполяции.

Укажем два способа восстановления виброполя по дискретным значениям. Распределенная система имеет бесконечно большое число степеней свободы. Описать ее с помощью конечного числа пространственных выборок можно либо определив по ним конечное число параметров, описывающих ее упругомассовые характеристики, либо конечное число параметров, описывающих набор возбужденных форм колебаний. Первый способ восстановления достигается прямым решением вариационной задачи, когда приближенно известен тип уравнения, описывающего конструкцию. Необходимо найти непрерывную функцию $U(x; y; t)$, проходящую через заданные точки $U(x_i; y_i; t)$ и минимизирующую некоторый функционал, полученный в соответствии с принципом Остроградского — Гамильтона [4]. При этом действительное движение системы в отсутст-

вне внешних сил выделяется из всех допустимых тем, что оно удовлетворяет условию $\delta J = 0$ экстремума интеграла $J = \int_{t_0}^{t_1} (T+V) dt$, где T — кинетическая энергия системы, V — потенциальная. При точном заданном функционале достаточно числа датчиков, определяемого порядком однородного дифференциального уравнения, описывающего конструкцию. На практике функционал может быть задан лишь приближенно: $J \approx J'$; однако увеличение числа точек измерения уменьшает ошибку восстановления. Выполняется и предельный переход, так как при увеличении числа точек измерения влияние функционала на решение ослабевает. Решение таких задач развивается в методе конечных элементов [5]. Дискретный анализ охватывает широкий спектр численных методов. Удобен, например, выбор метода взвешенных невязок с коллокацией по подобластям. Представляет интерес кибернетический метод решения, когда составляются последовательные представления в задании функционала и ЭВМ предоставляется произвести выбор оптимальной модели [6]. При этом внешний критерий качества интерполяции формируется за счет разбиения всего набора измерительных точек на исходную и проверочную последовательности, согласно теореме Уидроу.

Приведем пример возможного приближения для стержня, работающего на изгиб, при гармоническом возбуждении:

$$J = \int_0^l [\rho(x) \omega^2 U^2 - \mu(x) U_{xx}^2 + 2FU] dx,$$

где ρ, μ, F — плотность материала, упругость стержня, распределение внешних сил. В качестве оценки функционала можно взять $J' = \int_0^l U_{xx}^2 dx$, т.е. считать стержень однородным, не учитывать действующие силы, отбросить кинетическую составляющую энергии колебаний. Минимизация J' означает минимизацию кривизны стержня и нахождение минимума потенциальной энергии изгиба, которая достигается кубичным сплайном [3]. Сплайн-функция склеена из кусков многочлена с наибольшей степенью, равной номеру сплайна. В точках, где производится склеивание, узлах сплайна, терпит разрыв производная не выше номера сплайна, что соответствует приложению в этой точке внешнего сосредоточенного возбуждения. Сплайн удобен для применения методов регуляризации по параметрам кратко-

сти и коэффициентам сплайна, а также для практической реализации на ЭВМ. Вариационный подход неплохо показал себя при восстановлении нормальной составляющей колебаний на оболочках в одномерном и двумерном случаях при преимущественном возбуждении изгибных волн [7,8].

Второй способ пространственной интерполяции основан на общем с теорией информации и теорией передачи сигналов подходе. Априори должно быть известно, что количество точек измерения достаточно для определения параметров, описывающих возбужденное множество форм колебаний. Синхронно измеренные отсчеты временных сигналов с датчиков используются для нахождения коэффициентов разложения пространственной реализации виброполя по базисной ортогональной системе функций. Согласно теореме Карунена-Лоэва [9], базисные функции определяются как собственные функции интегрального оператора с ядром в виде корреляционной функции исследуемого виброполя:

$$\int_{-l/2}^{+l/2} R_{vv}(x, \lambda) \Psi_k(\lambda) d\lambda = \lambda_k \Psi_k(x).$$

Это разложение можно интерпретировать как разложение по сингулярным значениям, принятым в задачах обработки изображений [10], т.е. разложения по сингулярным векторам в двумерном пространстве (имеется в виду, что виброполе имеет два измерения). При этом разложение, в самом общем случае, проводится для каждого кадра мультфильма – мгновенной пространственной реализации. Непрерывная пространственная реализация получится после суммирования членов разложения с непрерывными базисными функциями. По затратам времени реально находить и использовать один базис за время стационарности процесса или даже один базис для данной системы, т.е. перейти к представлению, описанному Каруненом-Лоэвом и Хотэллингом [10] и называемому разложением по главным компонентам или факторным анализом, минимизирующим ошибку для стационарного виброполя. Количество членов в разложении со значимой величиной – ширина спектра – определяется дисперсией конструкции, пространственным спектром возбуждающих сил и тем, насколько выбранный базис близок к системе собственных функций оператора, описывающего конструкцию. Если представить виброполе в виде конечной суммы:

$$U_N = \sum_{k=1}^N U_k \Psi_k,$$

то минимальная ошибка в разложении

$$\| \varepsilon \| = \| U - U_N \|,$$

будет иметь место при выборе Ψ_k в виде

$$\Psi_k = \lambda_k^{-1/2} \hat{H}^{-1} \chi_k,$$

где χ_k - собственные функции оператора $\hat{H}^{-1} \hat{H}^{-1*}$, а λ_k - его собственные значения [9]. Здесь \hat{H}^{-1} - обратный оператор \hat{H} , \hat{H}^* - сопряженный оператор для \hat{H} .

Незнание собственных функций оператора приводит к необходимости использовать близкие (исходя из граничных условий и распределения неоднородности) или наиболее удобные для обработки (так, применение быстрого преобразования Фурье к пространственной обработке существенно увеличивает скорость счета). Достаточность количества точек измерения может быть проверена косвенно - по малости изменения спектрального представления при отбрасывании части точек. Небезразлична для выбора типа базисных функций и расстановка датчиков. Применение фурье-представления при равномерной расстановке означает использование в качестве воспроизводящей функции [11] функцию типа $\sin t/t$ и минимизацию энергии пространственной реализации в определенном диапазоне пространственных частот при минимизации среднеквадратичного отклонения. Правила нахождения воспроизводящих функций при произвольной расстановке и различных экстремальных условиях, накладываемых на реализацию (типа минимума какого-либо функционала), изложены в теоремах работы [12].

Задачи, близкие по постановке, рассматриваются в теории цифровой обработки сигналов (увеличение частоты дискретизации) [13], в обработке изображений (при восстановлении изображений, прореженных при передаче) [14]. Необходимо также иметь в виду, что для функций, описывающих двумерное виброполе и неразделимых по координатам, вычисления значительно усложняются.

При отсутствии или малости потерь на резонансных частотах автоматически определяются формы колебаний, которые можно использовать в качестве базисных. При этом добиться нужной частоты дискретизации по пространству можно или экспериментально в тестовом эксперименте, или с помощью

указанных выше способов интерполяции. При существенной диссипации, в диффузном поле, при большом вкладе вынужденного решения необходимо использовать метод ортогонализации Грама-Шмидта [9]. Пространственные реализации, измеренные на наборе частот, являются исходной системой функций. Для обеспечения устойчивости процедуры ортогонализации необходимо выстраивать исходную систему в порядке уменьшения нормы функций и следить за нормализацией полученных ортогональных функций, отбрасывая функции со слишком малой нормой. Полнота системы контролируется по норме разницы исходной и восстановленной реализаций во всем исследуемом диапазоне частот. Естественно, ортогонализация не гарантирует приближения базиса к собственным функциям системы.

Результатом задачи синтеза будет визуализация динамики системы. Под визуализацией понимается мультиплицирование набора восстановленных пространственных реализаций $U(x; t_0 + \frac{2\pi p}{\Omega})$ с частотой Ω . Период частоты Ω выбирается меньшим окна анализа $\Omega > \Delta\omega$, а количество изображений p определяется инерционностью зрительного восприятия и возможностями используемой аппаратуры ($p \sim 24$).

2.2. Задача анализа

Особенность и сложность второго этапа алгоритма – задача анализа виброполя – заключается в малом числе точек измерения (10–25), что приводит к необходимости работать с короткими реализациями. Эта сложность частично снимается при возможности периодически продолжать реализацию при подходящих граничных условиях, а также при использовании различных моделей авторегрессии для спектральных оценок. Из возможных представлений виброполя

$$\begin{aligned}
 U(x, t) &= \sum_k a_k(t) \Psi_k(x), \\
 \|\Psi_k(x)\| &= 1; \\
 (\Psi_k, \Psi_p) &= \delta_{kp}.
 \end{aligned}
 \tag{6}$$

следует выбрать такое, которое не просто диагонализует матрицу в модальных координатах, но и минимизирует ее ранг в исследуемом диапазоне. В дальнейшем в задаче анализа будем записывать выражения для одной пространственной координаты. Это не умаляет общности, но упрощает запись. Кроме того, следует иметь в виду, что задача анализа может решаться

ться и независимо от задачи синтеза, т.е. выражение (6) можно рассматривать и в дискретном варианте:

$$U(x_i, t) = \sum_k a_k(t) \Psi_k(x_i).$$

В дальнейшем выражения записываются для непрерывных функций, однако для каждого имеется дискретный аналог.

Динамику поведения конструкции и ее конструктивные особенности характеризуют коэффициенты разложения a_k и выбранный набор функций Ψ_k . Для гармонического возбуждения коэффициенты разложения $a_k(\omega)$ описывают виброакустические характеристики (ВАХ) конструкции. После узкополосной временной фильтрации и интерполяции по пространству пространственную реализацию можно представить в виде

$$U_\omega(x; t) = B_\omega(x) \sin[\omega t + \varphi_\omega(x)], \quad (7)$$

где $B_\omega(x)$ и $\varphi_\omega(x)$ – распределение по пространству амплитуды и фазы. Фаза указывает направление распространения энергии на данной частоте, для данного волнового числа. Для чисто бегущих волн она нарастает в направлении распространения волны. Производная фазы по координате, аналогично производной по времени временной фазы, указывает на мгновенную пространственную частоту волнового процесса. Резонансные свойства системы определяются зависимостью от временной частоты мощности или активности A форм колебаний [15]:

$$A = \int_0^t |U(x; t_p)|^2 dx. \quad (8)$$

Активность формы (для одной временной частоты) имеет зависящую от времени часть, изменяющуюся с удвоенной временной частотой, которая характеризует стоячую компоненту виброполя, и не зависящую от времени бегущую составляющую. Уровень бегучести определим через максимум и минимум активности формы:

$$KBV = A_{\min} / A_{\max}. \quad (9)$$

Этот параметр необходим в задачах исследования демпфирующих свойств конструкций, виброизоляции различных преград.

Разложение по Фурье в выражении (6) заведомо выделено, так как при анализе вибраций изучаемые процессы чаще всего сходны с модулированной синусоидой. При пространственной инвариантной передаточной функции системы матрица

[H] будет теплицевой (элементы зависят не от абсолютного значения координаты, а от расстояния между точками возбуждения и измерения) и возможна циркуляризация задачи. Преобразование Фурье в этом случае будет диагонализировать передаточную матрицу [H]. На степень отличия процесса от синусоидального указывает параметр сложности с [15]:

$$C^2 = \frac{\int_0^L |U_{xx}(x; t_0)|^2 dx}{\int_0^L |U_x(x; t_0)|^2 dx} - \frac{\int_0^L |U_x(x; t_0)|^2 dx}{\int_0^L |U(x; t_0)|^2 dx} \quad (10)$$

Анализ по Фурье-представлению теряет смысл при параметре сложности $C > 2. \dots 3$. В этом случае исследуются амплитуды и фаза коэффициентов $a_k = |a_k| e^{i\psi}$ в выражении (6), а процесс фильтрации по пространству переходит к адаптивной фильтрации мод [14].

Приведем пример, в котором необходим анализ виброполя именно по тригонометрическому ряду. В акустике для тел малых волновых размеров относительно длины волны звука в окружающей среде принципиальное значение имеет разложение колебаний поверхности тела на мультиполи: монополь, диполь, квадруполь и т.д. Это собственные решения волнового уравнения в сферических координатах, которые существенно отличаются по активной части волнового сопротивления. Несколько первых полиномов Лежандра соответствуют разложению виброполя в тригонометрический ряд. Тело, обладающее большим монопольным членом в разложении, будет хорошо излучать звук в окружающую среду и, напротив, мультипольные члены высокого порядка не дадут существенного вклада во внешнее поле. Таким образом непосредственно связаны ВАХ системы и когерентный анализ виброполя.

Представим виброполе через тригонометрический ряд:

$$U_w(x; t) = \sum_{k=0}^N A_k(t) \sin[kx + \varphi_k(t)], \quad (11)$$

где $A_k(t)$ и $\varphi_k(t)$ - зависимости амплитуды и фазы k -й составляющей пространственного спектра от времени. Используя выражение (11), можно производить пространственную фильтрацию виброполя, например для получения дисперсионных характеристик.

Зависимость номера пространственной гармоники с максимальной амплитудой в разложении (11) для процессов, близких к синусоидальным, описывает параметр подвижности M [14]:

$$M^2 = \frac{\int_0^l |U_x(x; t_0)|^2 dx}{\int_0^l |U(x; t_0)|^2 dx} \quad (12)$$

Представляет интерес зависимость M от режима возбуждения (изменения частоты, угла падения волны и т.п.), которая определяется дисперсией системы. Анализируя эту зависимость, получаем дисперсионную характеристику $K(\omega)$.

Все представленные выше характеристики могут быть рассчитаны как для непрерывных интерполированных пространственных реализаций, так и для дискретных. А по степени их расхождения можно также оценить качество интерполяции.

От обсуждения интегральных характеристик виброполя можно перейти к спектральным (по пространству), используя выражение (11). Зависимости амплитуд от времени $\mathcal{A}_k(t)$ имеют гармонический характер, характеризуют изменчивость состава пространственного спектра за период временной частоты и используются при фурье-интерполяции для получения набора реализаций при визуализации. Представляя (11) через сумму распространяющихся встречных волн

$$U_\omega(x; t) = \sum_{k=1}^N \mathcal{A}_k^\pm \sin(\omega t \pm kx + \varphi_k^\pm), \quad (13)$$

можно выделить в таком представлении стоячую и бегущую компоненты пространственных гармоник:

$$U_\omega(x; t) = \sum_{k=1}^N \mathcal{A}_{kc} \cos(kx) \cos(\omega t + \varphi_k) + \mathcal{A}_{kb} \cos(kx - \omega t) \quad (14)$$

и коэффициент бегущей волны для одной пространственной гармоники примет стандартный вид:

$$KB = \frac{\mathcal{A}_{kb}^2}{(\mathcal{A}_{kc} + \mathcal{A}_{kb})^2}, \quad (15)$$

где $\mathcal{A}_{kb} = \mathcal{A}_{k \min}$, $(\mathcal{A}_{kc} + \mathcal{A}_{kb}) = \mathcal{A}_{k \max}$.

Зависимость $K(\omega)$ при $\mathcal{A}_{kc \max}$ является дисперсионной характеристикой системы, аналогично подвижности M .

Приведенный алгоритм для спектральной и вариационной интерполяции использовался для исследования различных конструкций: автомобиль, модели корпусов кораблей, оболочки.

2.3. Реализация когерентного анализа

Аппаратурная реализация описанного метода во многом определяется типом используемой ЭВМ. Комплект программ, реализующий алгоритм когерентного анализа, разработан для специализированной ЭВМ IN-110 на основе спектрального представления виброполя с элементами простейшей вариационной интерполяции. Разработка программной реализации для ЭВМ такой архитектуры представлялась наиболее легко реализуемой вследствие наличия параллельно работающих процессов, использующих разные секции памяти, каналов прямого доступа, специализированных средств ввода-вывода (многоканальное АЦП с буферной памятью). Программный комплекс в реальном масштабе времени осуществляет синхронный ввод по 16 каналам с частотой дискретизации до 2 кГц, решение задачи синтеза и визуализацию результатов. При аналоговом гетеродинировании и фильтрации, с последующим вводом в ЭВМ квадратурных составляющих сигнала, требования к быстродействию ЭВМ ослабевают, так как загрузка вводом и временной фильтрацией сравнима с загрузкой вычислениями. При отсутствии потребности в режиме реального времени программная реализация алгоритма как модального, так и когерентного анализов возможна на любой ЭВМ, снабженной соответствующими периферийными устройствами.

Приведем здесь результаты демонстрационного эксперимента для одномерной конструкции простой геометрии. Исследуемый объект — стальная метровая полоса, закрепленная вертикально. Верхний конец заземлен, для нижнего — закрепление близко к шарнирному за счет установки вибратора массой около 500 г. Датчики типа КД-39 фирмы Роботрон установлены равномерно. Сигналы усиливаются и вводятся в ЭВМ синхронно и в широкой полосе. Исследовалось виброполе собственных колебаний при ударном возбуждении и вынужденных колебаний при работе вибратора.

На рис. 1,а (рис.1 относится к ударному возбуждению) представлена временная реализация сигнала с одного из датчиков $U(r_i; t)$ в полосе до 200 Гц, хорошо виден затухающий во времени процесс.

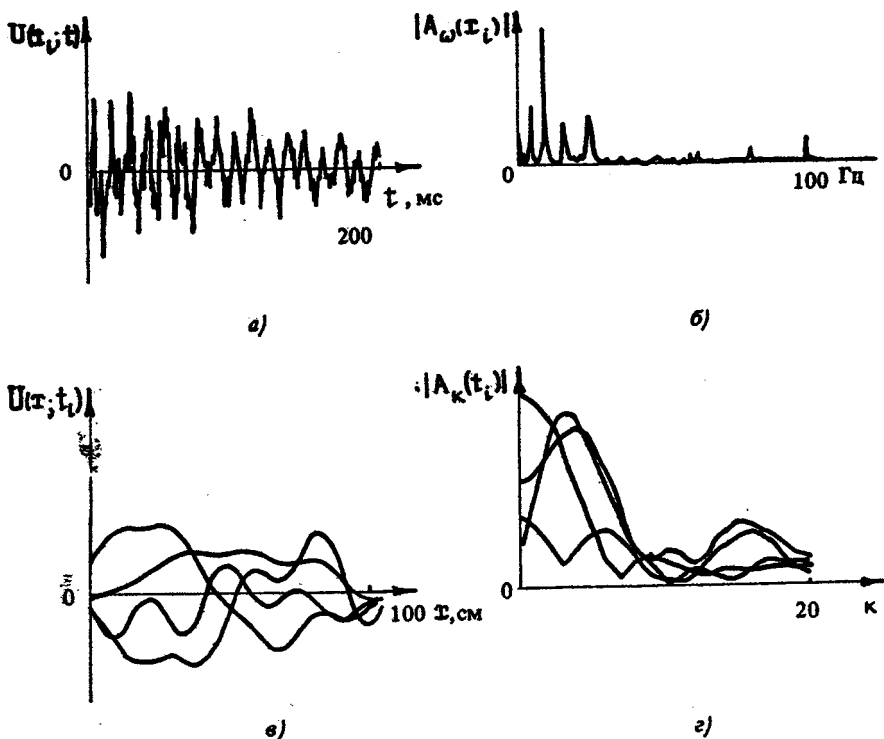


Рис. 1

На рис. 1,б - спектр мощности этого сигнала в диапазоне до 100 Гц с разрешением по частоте $\Delta\omega = 0,4$ Гц, в котором выделяются резонансные отклики отдельных мод (частоты 2,5, 6,6, 19,3 Гц и т.д.). Рис. 1,в - четыре восстановленные по спектральному подходу пространственные реализации для 4 моментов времени в широкой полосе через $\Delta t = 36$ мс. На рис. 1,г - пространственные фурье-спектры для тех же моментов времени. Дискретность по оси пространственных частот соответствует четверти периода волны. На обоих графиках наблюдается наличие нескольких мод (пиков в спектре), максимумы которых сдвинуты во времени, и проследить характер изменений пространственной реализации в широкой полосе можно лишь при $\Delta t < 2,5$ мс, т.е. меньше периода возбуждающейся со значимой амплитудой моды максимальной частоты.

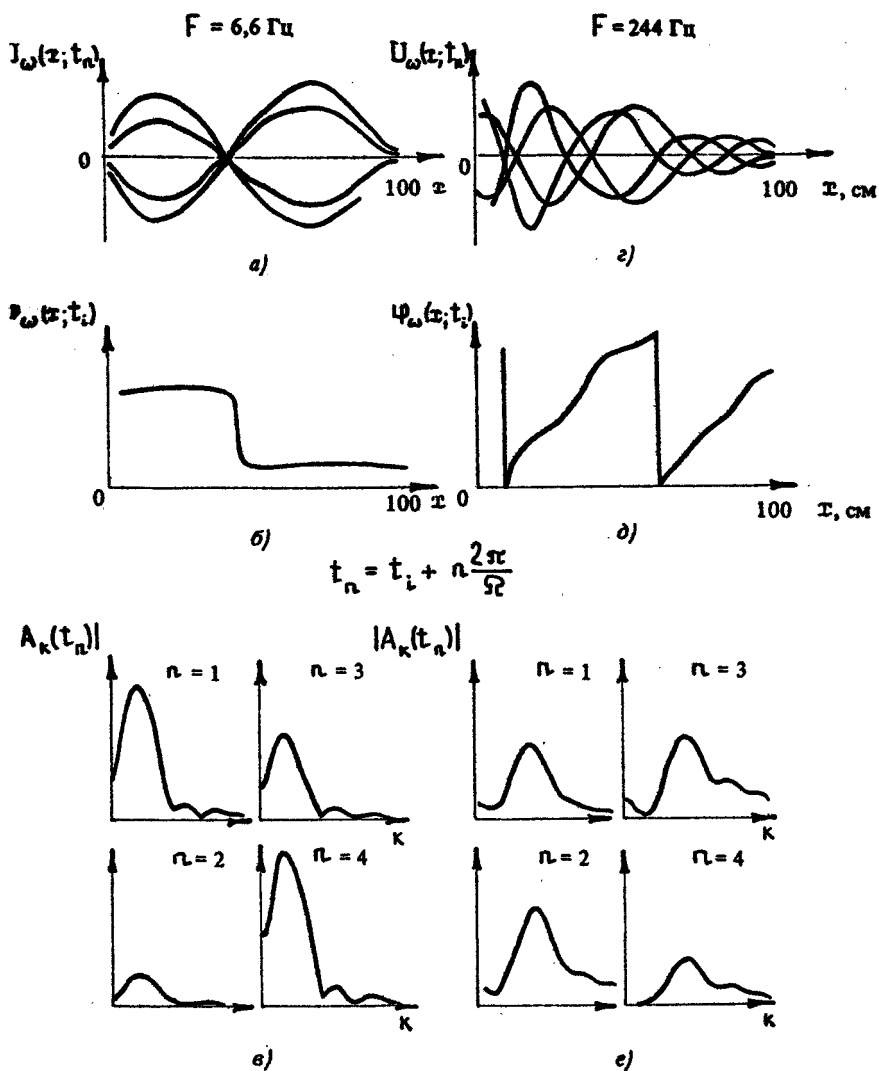


Рис. 2

На рис. 2 представлены восстановленные по спектральному подходу реализации для собственных и вынужденных колебаний. Рис. 2, а — четыре восстановленные реализации собственных колебаний (из набора для визуализации) $U_{\omega}(x; t_i)$ см. выражение (7)) на резонансной частоте 6,6 Гц, отфильт-

рованные в полосе 0,4 Гц, возбуждение ударом. Рис. 2,б - пространственная фаза колебаний $\varphi_{\omega}(x; t_i)$ из выражения (7). Рис. 2,в - четыре фурье-спектра, соответствующие моментам времени рис. 2,а зависимость $|\mathcal{A}_k(t_n)|$ (см. выражение (11)) получена для одного периода несущей частоты. Рис.2,г - четыре восстановленные реализации для вынужденных колебаний при гармоническом возбуждении по частоте 244 Гц, в полосе 5 Гц. Рис. 2,д - фаза $\varphi_{\omega}(x; t_i)$. Рис. 2,е - четыре соответствующие рис.2,г фурье-спектра. Рис. 2а, б, в, соответствуют резонансной форме колебаний - стоячей волне, с четко выраженными узлами в пространственной реализации, с изменением фазы скачком на π и пульсирующим характером изменения спектра. Рис. 2г, д, е соответствуют бегущей волне, с размытыми узлами, наклоном фазы в направлении от вибратора и практически не зависящим от времени спектром.

Рис. 3 отображает коэффициент бегучести (9): а - для собственных колебаний, хорошо видно, что возбуждаются высокодобротные колебания, так как волны на резонансах с большой точностью стоячие ($K\bar{B}\bar{B} \sim 0,05$), б - для вынужденных колебаний, для которых $K\bar{B}\bar{B}$ существенно выше.

На вертикальной оси рис. 4 отложены параметры: подвижность M (12) - точки, сложность \mathcal{L} (10) - пунктир, активность A (8) - сплошная линия. Видно, что на низких частотах форма существенно отличается от синусоидальной, для балки с заземленным концом это и должно иметь место.

На рис. 5 представлена дисперсионная зависимость $\kappa(\omega)$ исследуемого виброполя, которая при малой сложности, как видно из сравнения рис. 4 и 5, совпадает с параметром под-

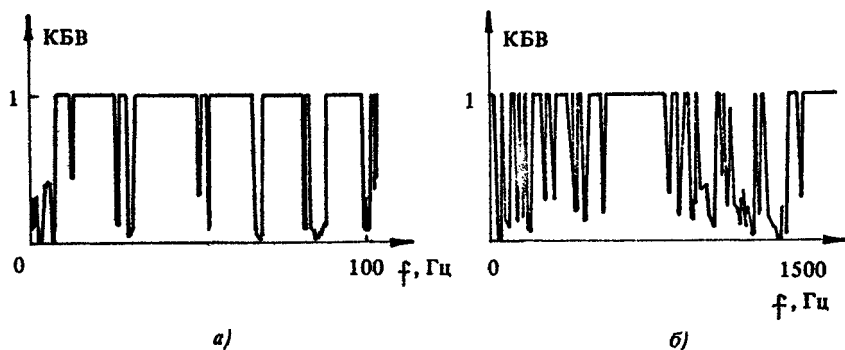


Рис. 3

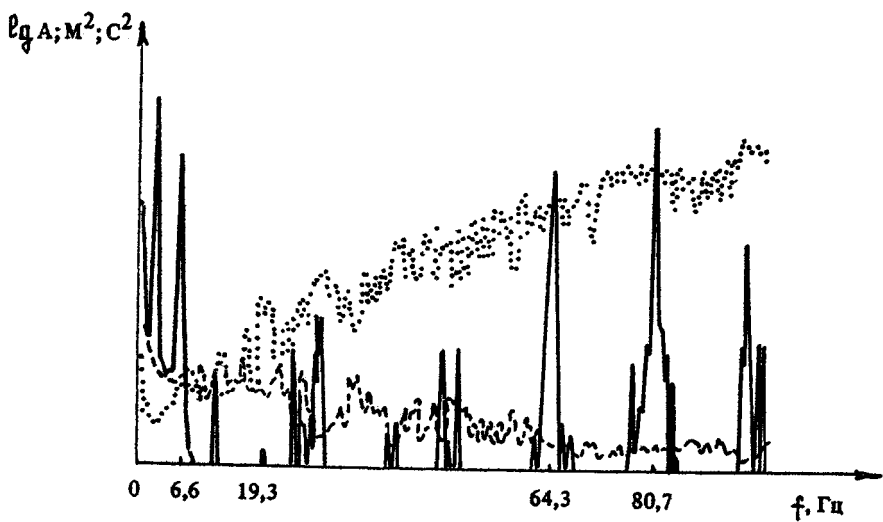


Рис. 4

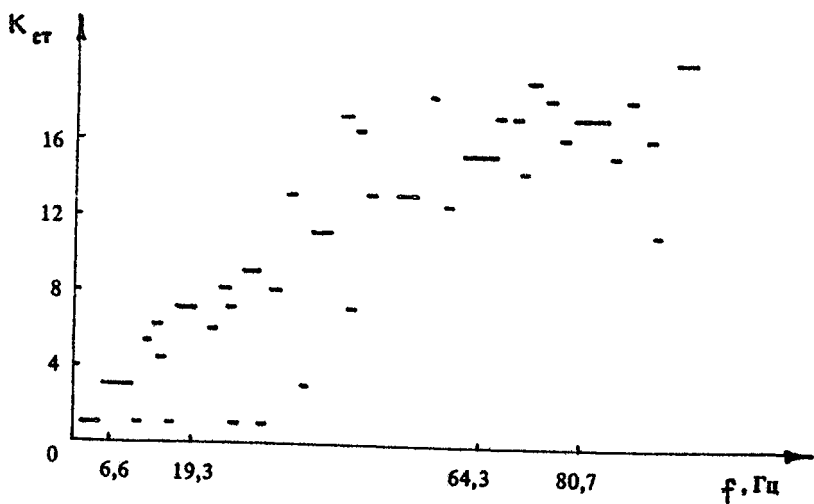


Рис. 5

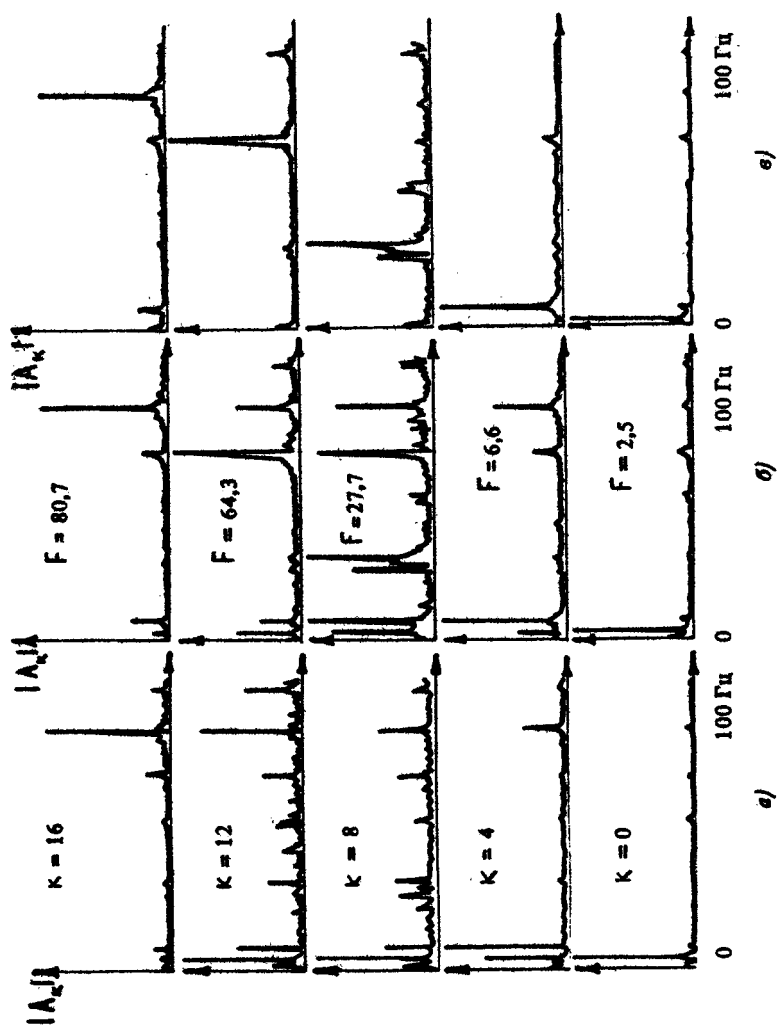


Рис. 6

вижности. На рис. 5 отложены по ординате номера спектральных составляющих, имеющих максимальную амплитуду на данной временной частоте, порядковый номер определяется по числу нулей в форме. Зависимость от частоты близка к корню квадратному от частоты, т.е. к дисперсии изгибных волн. Как следует из представленной на рис. 4 зависимости сложности от частоты, имеет смысл перейти от тригонометрического базиса к новому. Этот переход на рис. 6, где изображено разложение по трем типам функций. Рис. 6,а - зависимость амплитуд фурье-спектра виброполя для пяти его составляющих. Рис. 6,б - разложение по резонансным формам, измеренным на частотах, где наблюдаются резонансные максимумы. Рис. 6,в - разложение после ортогонализации резонансных форм в последовательности 2,5;80,7;6,6;64, 3 Гц. Эффект, достигаемый ортогонализацией, весьма нагляден. На каждой резонансной частоте в форму колебаний дают вклад все пространственные гармоники (рис. 6,а), использование в качестве базиса резонансных форм (рис. 6,б) ситуацию улучшает незначительно - заметны вклады посторонних форм. Ортогонализация приводит (рис. 6,в) к разделению вкладов. На рис. 7 приведена резонансная форма до (сплошная) и пос-

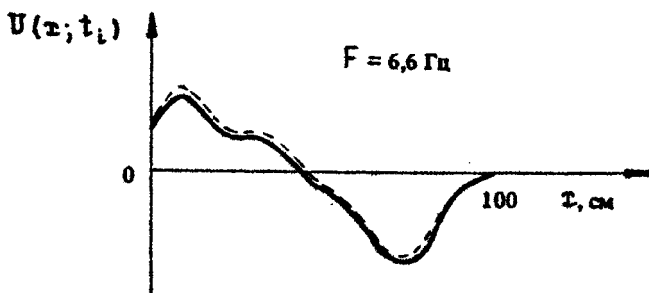


Рис. 7

ле (пунктир) ортогонализации (частота 6,5 Гц) в максимуме активности формы. На рис. 8 иллюстрируется полнота представления виброполя (точность решения задачи интерполяции) при использовании пяти базисных функций в диапазоне до 100 Гц. По оси абсцисс отложено нормированное среднеквадратичное отклонение восстановленных реализаций в точках измерения.

Здесь представлен вариант реализации восстановления одной составляющей виброполя вдоль одной координаты. Такое

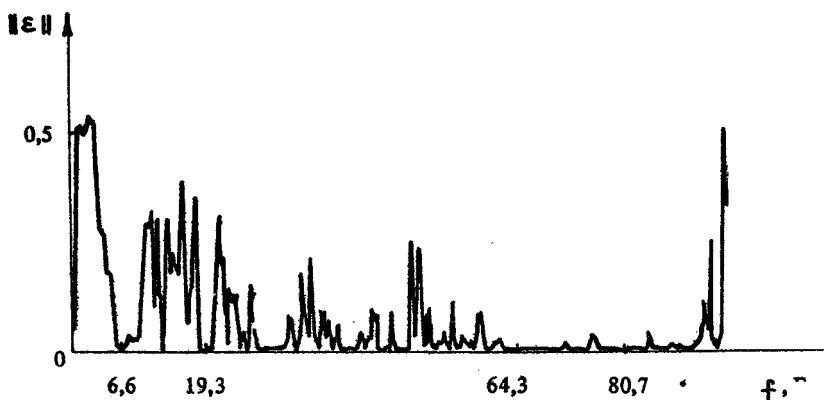


Рис. 8

рассмотрение возможно вследствие того, что система характеризуется разделимой по координатам (из-за ее геометрии различия в скоростях разных типов колебаний) передаточной функцией. Этот подход — исследование какого-либо сечения конструкции и одной составляющей виброполя — допустим в более сложных ситуациях, однако при этом существенно сужается класс решаемых задач (указанных в начале работы). Так, например, для разделимой по координатам пространственно-инвариантной передаточной функции легко решается обратная задача. Искомое распределение сил описывается преобразованием Фурье взвешенного двумерного пространственного спектра виброполя [10]. Для разделимой пространственно-зависимой функции необходимо найти соответствующее одномерное преобразование, диагонализующее передаточную матрицу, представленную в разделенной по координатам (или по составляющим виброполя) форме $[H] = [H_x] \otimes [H_y]^T$, где \otimes — символ прямого, или кронекерова, произведения. Для неразделимых по координатам и составляющим виброполя передаточных функций обратная задача связана с существенными вычислительными трудностями.

Физические приложения описанного метода весьма разнообразны. Он позволяет получать виброполе в форме, удобной для дальнейшего использования, например, в интегральных соотношениях типа уравнения Гельмгольца. Получение оператора, описывающего конструкцию через непрерывные функции позволяет применять его в виброакустике (например, исследовать отклик конструкции на возбуждение звуком и выделять

при этом, согласно теореме взаимности, акустически активные формы колебаний), в прочностных испытаниях, когда необходимо выделять области с максимальным изгибом и напряжениями, т.е. характеристики, связанные с производными по пространственной координате. В принципе метод может быть применен к произвольному полю (акустическому, тепловому и т.д.) при формулировке условий синтеза и анализа поля данной природы.

Л и т е р а т у р а

1. Ewins O. J. Modal Testing. Theory and Practice. Brüel & Kjær, 1986.
2. Скучик Е. Простые и сложные колебательные системы. М.: Мир, 1971.
3. Варга Р. Функциональный анализ и теория аппроксимации в численном анализе. М.: Мир, 1974.
4. Смирнов В. И. Курс высшей математики. М.: ГИТТЛ, 1957.
5. Васидзу К. Вариационные методы в теории упругости и пластичности. М.: Мир, 1987.
6. Ивахненко А. Г. Индуктивный метод самоорганизации моделей сложных систем. Киев: Наукова думка, 1982.
7. Колодиева И. И., Коротин П. И., Салин Б. М., Тютин В. А. Модальный анализ вибраций конструкций // Вибрационная диагностика: Сб. тр. / МДНТИ. М., 1986. С. 62.
8. Колодиева И. И., Коротин П. И., Матюгин С. Н. Применение алгоритма модального анализа к исследованию колеблющихся поверхностей // Вибрация и вибродиагностика. Проблемы стандартизации: Тр. Всесоюз. науч.-техн. конф. Горький, 1988. С. 332.
9. Фрэнкс Л. Теория сигналов. М.: Мир, 1974.
10. Обработка изображений и цифровая фильтрация / Под ред. Т. Хуанга. М.: Мир, 1979.
11. Хургин Я. И., Яковлев В. П. Финитные функции в физике и технике. М.: Наука, 1971.
12. Функции с двойной ортогональностью в радиоэлектронике и оптике / Перевод и науч. обр. М. Н. Размахнина, В. П. Яковлева. М.: Сов. радио, 1971.
13. Цифровая обработка сигналов: Справочник / Гольдсбергер Л. М., Матюшкин Б. Д., Поляк М. Н. М.: Радио и связь, 1985.
14. Ярославский Л. П. Введение в цифровую обработку изображений. М.: Сов. радио, 1979.
15. Макс Ж. Методы и техника обработки сигналов при физических измерениях. М.: Мир, 1983. Т. 2.

МЕТОДИКИ ИЗМЕРЕНИЙ И ТЕХНИЧЕСКИЕ СРЕДСТВА ДЛЯ ВИБРОАКУСТИЧЕСКИХ ИССЛЕДОВАНИЙ

УЛЬТРАЗВУКОВЫЕ ФАЗОВЫЕ ИЗМЕРИТЕЛИ ВИБРОПЕРЕМЕЩЕНИЙ

В. В. Казакое

При решении задач вибрационной диагностики часто оказывается необходимым исследовать распределение амплитуд вибрации по поверхности колеблющегося объекта, определять спектральный состав колебаний на ее определенных участках. В качестве измерительного устройства для этих целей широко используются пьезоакселерометры [1]. Однако существует целый ряд задач (измерение вибраций мелкомасштабных моделей объекта, колебаний тонкостенных конструкций, печатных плат, поверхности биологических объектов), при решении которых внесение дополнительной массы на поверхность объекта качественным образом изменяет ее колебания [2]. Проводить измерения вибраций таких объектов принципиально необходимо только бесконтактно. Поэтому в настоящее время вопросам разработки и использования ультразвуковых измерителей виброперемещений, позволяющих бесконтактно, независимо от материала, из которого изготовлен объект, проводить измерения его вибраций, придается большое значение.

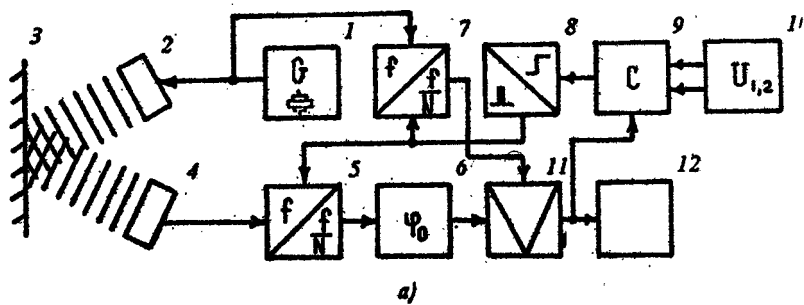
В данной работе рассмотрены различные блок-схемы ультразвуковых фазовых измерителей, в которых реализован локационный метод измерения виброперемещений (в воздухе) при непрерывном режиме излучения ультразвуковой волны. Приведены примеры практической реализации измерителей и их использования для измерения распределения амплитуды перемещений поверхности объекта, а также возможные причины появления методических погрешностей при проведении измерений.

В качестве излучателей и приемников колебаний ультразвуковых волн используются пьезопреобразователи из пьезо-керамики ЦТС-19, возбуждаемые на резонансных частотах как толщинных, так и радиальных мод колебаний [3]. Частота излучаемой ультразвуковой волны выбирается в диапазоне 0,2 - 1 МГц (длина ультразвуковой волны $\lambda = 1,5 - 0,3$ мм), а характерный размер пьезопреобразователей $d = 5 - 10$ мм. При таком выборе параметров измерителя измерения будут проводиться в конце зоны геометрической акустики излучателя, определяемой условием $R < d^2/\lambda$, где R - расстояние между поверхностью и датчиком измерителя. Характерный размер облучаемого участка поверхности объекта в зависимости от R составляет 1 - 2 см.

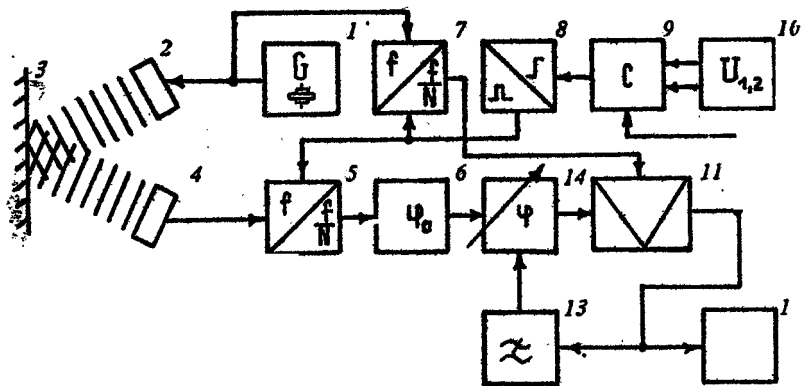
Как показывает практика [4], несмотря на то что участок облучаемой поверхности может быть сравнительно велик (на нем распределение амплитуды колебаний уже значительно изменяет свою величину), реальное значение участка поверхности, колебаний которого собственно и измеряются, значительно меньше. Это связано с тем, что в действительности измеряются перемещения не всего облучаемого участка, а только его части, некоторой "зеркальной" точки (их может быть несколько), сигнал от которой дает максимальный вклад в принятый сигнал отраженной волны. Размер ее, в каждый момент времени, зависит от конкретных геометрических условий измерения, и в частности от кривизны поверхности, фронта падающей на объект волны, расположения пьезопреобразователей в датчике.

Отличительной чертой бесконтактных измерителей виброперемещений является то, что они измеряют не абсолютное перемещение поверхности объекта, а относительное изменение расстояния между поверхностью и датчиком измерителя. На практике бесконтактные измерения перемещений, как правило, сопровождаются изменением R из-за перемещения датчика координатным устройством, из-за вибрации основания объекта и устройства крепления датчика относительно друг друга, из-за движения воздуха в акустическом тракте измерителя и других причин.

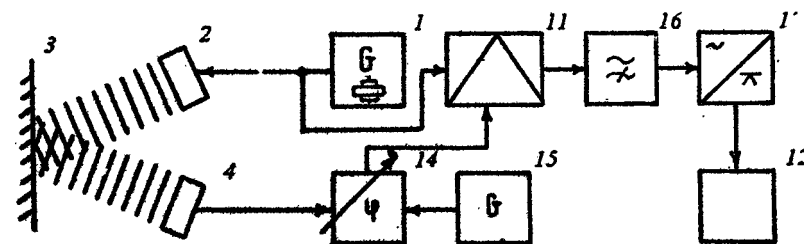
Спектр этих колебаний низкочастотный (обычно от 0 до 20 Гц), а амплитуда R_0 изменения R превышает $\lambda/8$. А поскольку максимальное значение амплитуды A_0 измеряемых перемещений не превышает $\lambda/8$ (условие однозначности фазовых измерений), то изменение R_0 приводит к регулярным



а)



б)



в)

Рис. 1. Блок-схемы ультразвуковых фазовых измерителей виброперемещений
 1 – задающий генератор, 2 – излучающий преобразователь, 3 – поверхность исследуемого объекта, 4 – приемный преобразователь, 5, 7 – делители частоты, 6 – фазовращатель, 8 – генератор одиночных импульсов, 9 – компаратор, 10 – источник опорного напряжения, 11 – фазовый детектор, 12 – блок обработки информации, 13 – фильтр низкой частоты, 14 – регулируемый фазовращатель, 15 – низкочастотный генератор, 16 – фильтр высокой частоты, 17 – пиковый детектор

выходам рабочей точки фазового детектора за пределы линейного участка его амплитудной характеристики. Для удержания рабочей точки на линейном участке (при этом измеритель имеет максимальную точность измерений) в блок-схему измерителя вводятся различные регулирующие элементы. Особенностью ультразвуковых измерителей по сравнению с другими бесконтактными измерителями (вихрегоковыми, емкостными [5]) является то, что их динамический диапазон измеряемых перемещений определяется относительно максимального значения A_0 амплитуды измеряемых перемещений, а не величины зазора R между датчиком и отражающей поверхностью.

В зависимости от соотношения A_0 и R_0 , при условии что спектры помех и полезного сигнала различаются, возможно построение нескольких блок-схем ультразвуковых измерителей, позволяющих оптимизировать режим измерения. Можно выделить три случая соотношения A_0 и R_0 : $A_0 > R_0$, $A_0 < R_0$, $A_0 \ll R_0$. Рассмотрим их.

П е р в ы й с л у ч а й. Измерение перемещений, имеющих амплитуду в единицы миллиметров и более. В этом случае возникает противоречие между выбором d , A_0 и λ . Действительно, с одной стороны, для выполнения условия однозначности фазовых измерений $\lambda/8$ должно быть больше A_0 , т. е. составлять десятки – сотни сантиметров. С другой стороны, для обеспечения направленности излучения ультразвуковой волны необходимо, чтобы выполнялось условие $d \gg \lambda$, т. е. λ должна быть равна единицам – долям единиц миллиметров. Это противоречие удается решить путем деления частот сигналов, поступающих на входы фазового детектора в одинаковое число N раз. В этом случае условие однозначности фазовых измерений запишется в виде $\lambda N > 8A_0$, что, естественно, всегда может быть выполнено.

На рис. 1, а приведена блок-схема измерителя, в которой используется деление частот излученного и принятого сигналов ультразвуковой волны [6]. При выходе рабочей точки фазового детектора 11 за пределы линейного участка, ограниченного уровнями U_1 и U_2 источника опорного напряжения 10, на выходе компаратора 9 возникает перепад напряжения, по переднему фронту которого генератор одиночных импульсов 8 формирует импульс прекращения деления частоты делителями 5 и 7. Управление работой делителей частоты 5 и 7 с помощью указанных блоков позволяет автоматически устанавливать положение рабочей точки фазового детектора на линей-

ном участке его амплитудной характеристики с погрешностью относительно нулевого значения не более $2\pi/N$. Чрезмерное увеличение N (больше нескольких сотен) нежелательно, так как из-за ограниченности динамического диапазона фазового детектора (обычно 50 – 70 дБ) уменьшается чувствительность измерителя. Измеритель, построенный по этой блок-схеме, позволяет измерять весь спектр колебаний как помех, так и полезного сигнала.

Второй случай. Для увеличения чувствительности измерителя при измерении перемещений менее долей миллиметра блок-схему, приведенную на рис. 1, а, необходимо дополнить управляемым фазовращателем 14 (см. рис. 1, б) [7]. Изменение под действием сигнала с выхода фильтра низкой частоты 13 (имеющего частоту среза Ω_0), сдвига фазы сигнала фазовращателем 14 вызывает противофазное изменение сигнала на выходе фазового детектора 11. В этом случае происходит подавление помех, имеющих низкочастотный спектр. Нижнее значение частоты измеряемых колебаний увеличивается и будет существенно выше Ω_0 .

Третий случай. Измерение амплитуды перемещений менее десятков микрон и увеличение частоты колебаний приводят к необходимости проведения фазовых измерений на частотах 0,3 – 1 МГц. Поэтому приходится отказаться от введения в блок-схему измерителя делителей частоты. Увеличение чувствительности ультразвукового измерителя в условиях воздействия сильных низкочастотных вибраций можно получить, например, если отказаться от возможности измерения спектрального состава колебаний. Это случай измерения распределения вибраций при возбуждении объекта на его резонансной частоте. При этом после фильтрации полезного сигнала измеряется только пиковое значение его амплитуды.

Блок-схема такого измерителя приведена на рис. 1, в [8]. Установка положения рабочей точки на линейном участке амплитудной характеристики фазового детектора происходит периодически, путем изменения в пределах 0 – 270° фазы фазовращателя 14, плавно изменяемой сигналом с выхода дополнительного низкочастотного генератора 15. Принцип построения этой блок-схемы основан на следующем свойстве фазовых детекторов: отфильтрованный полезный сигнал на его выходе имеет свое максимальное значение только во время нахождения рабочей точки фазового детектора на линейном

частке его амплитудной характеристики. Нижнее значение частоты измеряемых колебаний будет существенно выше частоты дополнительного низкочастотного генератора.

В изготовленном макете стационарного ультразвукового измерителя виброперемещений предусмотрено два поддиапазона измерений (1 и 2). Измерение перемещений в каждом поддиапазоне происходит в соответствии с блок-схемами измерителей, приведенными на рис. 1, а и 1, б. Измеритель имеет следующие технические характеристики: частота излучаемой ультразвуковой волны 277 кГц, амплитуды измеряемых перемещений 0,03 – 30 мм (1-й поддиапазон, $N = 192$); 0,0003 – 0,3 мм (2-й поддиапазон, $N = 8$); частоты измеряемых колебаний 0 – 140 Гц (1), 200 – 2000 Гц (2), $\Omega_0 = 20$ Гц; расстояние от датчика до облучаемой поверхности 10 – 100 мм; пьезопреобразователи, размером 5 x 8 x 3 мм каждый, размещены в общем корпусе под углом друг к другу; габариты электронного блока 293 x 230 x 93 мм, датчика 15 x 63 x 31 мм; длина кабеля датчика 5 м.

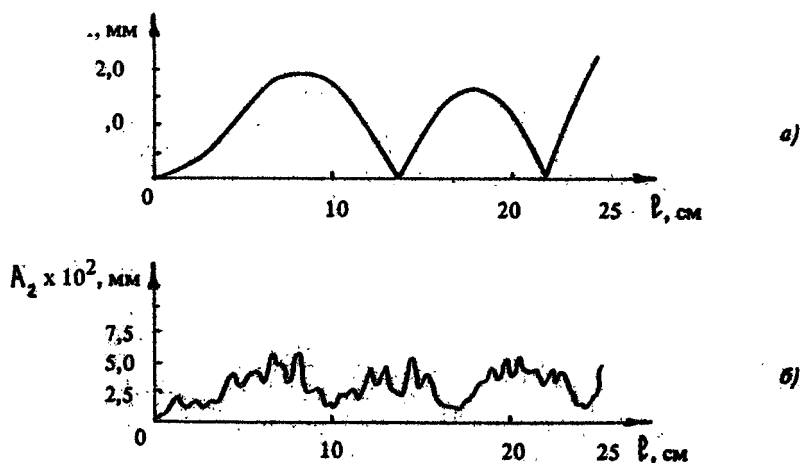


Рис. 2. Распределение модуля амплитуды первой (а) и второй (б) гармоник перемещений поверхности колеблющегося стержня

На рис. 2 приведены измеренные (1-й поддиапазон измерений) модули A_1 и A_2 первой и второй гармоник амплитуды перемещений поверхности стального стержня, один конец

которого закреплен, а другой свободен. Стержень возбуждался бесконтактно с помощью электромагнита на третьей моде колебаний ($\Omega_1 = 116$ Гц). В качестве узкополосных фильтров использовались два анализатора спектра С4-54, имеющие выход модуля амплитуды сигнала с установленного (соответственно резонансным частотам Ω_1 и $2\Omega_1$) частотного канала. Датчик измерителя равномерно перемещался вдоль стержня на расстоянии 2 – 3 см от его поверхности. Синхронно с движением датчика происходила регистрация модуля амплитуды колебаний.

Из рис. 2, а видно, что огибающая сигнала с выхода измерителя близка к теоретически известному профилю колебаний стержня с заданными граничными условиями, несмотря на то что размер облучаемой поверхности больше, чем соответствующее перемещение датчика вдоль стержня. В работе [9] показано, что это совпадение находится в пределах единиц процентов.

На рис. 2, б приведено изменение модуля амплитуды второй гармоники с выхода измерителя, появление которой связано с особенностями акустического тракта измерителя. В акустическом тракте возможно существование трех причин, приводящих к появлению нелинейных искажений в выходном сигнале измерителя.

Первая причина обусловлена тем, что колеблющаяся поверхность, кроме поступательного движения по направлению оси датчика, содержит еще и вращательное. Это приводит к тому, что "зеркальная" точка в течение периода колебаний объекта может перемещаться по сложной траектории. Нелинейность будет проявляться тем больше, чем больше движение поверхности становится вращательным и чем меньше размер "зеркальной" точки. Известно, что максимальная кривизна поверхности стержня находится, в частности, в узлах колебаний.

Вторая причина связана с изменением угла между нормалью к поверхности и направлением из центра "зеркальной" точки на преобразователи датчика в зависимости от расстояния R (или, что аналогично, амплитуды A). С увеличением амплитуды колебаний A разница в значении углов, особенно в моменты экстремальных значений амплитуды, увеличивается. Происходит изменение коэффициента преобразования "напряжение – перемещение" на выходе измерителя. Это приводит к появлению нелинейных искажений тем больших, чем больше амплитуда колебаний.

Отметим, что эти причины возникновения нелинейных искажений связаны с тем, что излучающий и приемный преобразователи расположены на некоторой базе, а расстояние от них до поверхности объекта только в 2 – 3 раза превышает ее.

Третья причина связана с трудностью обеспечения режима чисто бегущей волны в акустическом тракте измерителя. Малое расстояние от датчика до поверхности, сравнимое с апертурой излучающего и приемного преобразователей, приводит к возникновению в акустическом тракте промежуточного режима стоячей и бегущей волн. Зависимость фазы сигнала от перемещения становится нелинейной и изменяющейся с периодом $\lambda/2$ [5]. В зависимости от расстояния R изменяется и нелинейность амплитудной характеристики измерителя. При $A_0 > \lambda/2$ эта нелинейность приводит к появлению в спектре сигнала на выходе фазового детектора сигнала, максимальное значение частоты которого выше частоты колебаний объекта (из-за доплеровского сдвига частоты).

При перемещении датчика измерителя вдоль поверхности объекта, как правило, изменяется и расстояние между датчиком и поверхностью, причем на величину много большую $\lambda/2$. Это приводит к тому, что амплитуда второй гармоники, обусловленная третьей причиной, будет периодически изменяться уже при небольших перемещениях датчика вдоль стержня. Изменение же кривизны стержня (создающее "вращательное" движение) и модуля амплитуды колебаний происходит по длине стержня более медленно, и, следовательно, изменения амплитуды второй гармоники, обусловленные действием первой и второй причин, будут более плавные. Это и видно на рис. 1, б. При проведении измерений уровень второй гармоники, обусловленный указанными причинами, обычно не превышает 2 – 7 %.

По блок-схеме, приведенной на рис. 1, а, несложно изготовить портативный ультразвуковой измеритель, датчик которого можно разместить в руке. Его удобно использовать для проведения экспресс-замеров вибраций в интересующих местах поверхности, когда использование стационарного закрепления датчика затруднено (из-за ограниченного пространства для проведения измерений) или невозможно (при вибрирующем основании объекта). При этом встает вопрос о выборе нижнего значения частоты измеряемых колебаний.

Основным ограничивающим фактором в данном случае является ширина спектра тремора руки, держащей датчик. Для

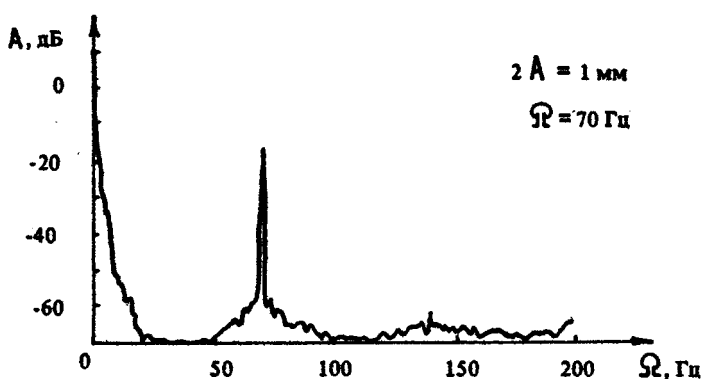


Рис. 3. Спектр сигнала на выходе ультразвукового измерителя при измерении виброперемещений "с руки"

определения степени его влияния на выбор параметров измерителя проведены измерения спектра тремора руки для 5 человек при различных массах условного датчика (0,1; 50; 100; 200; 500 г). На рис. 3 приведен спектр (среднеквадратическое значение) сигнала на выходе ультразвукового измерителя (1-й поддиапазон) для случая, когда рука держит датчик массой 50 г на расстоянии около 3 см от колеблющейся с частотой 70 Гц и амплитудой 0,5 мм поверхности вибростола вибростенда. Анализ сигнала проводился на анализаторе спектра 2034 фирмы Брюль и Кьер. Амплитуда сигнала 0,5 мм (среднеквадратическое значение 0,36 мм) соответствует уровню -16,5 дБ, амплитуда 3,34 мм - 0 дБ. Результирующий спектр получался при усреднении по 10 спектральным реализациям. Измерения проводились в положении стоя.

На рис. 3 хорошо виден спектр тремора руки, располагающийся в диапазоне 0 - 20 Гц, и спектр измеряемого сигнала. Результаты измерений показали, что увеличение массы датчика от 0,1 до 200 г приводит к уменьшению амплитуд спектральных составляющих в диапазоне 0,5 - 6 Гц в среднем на 2 дБ (для массы равной 500 г - на 5 дБ), в диапазоне 6 - 20 Гц - на 3 дБ (для массы 500 г - 7 дБ). Для различных исследователей амплитуда спектральных составляющих тремора изменяется на величину не более 4 дБ, сохраняя вид, показанный на рис. 3, из которого следует, что в зависимости от минимальной амплитуды измеряемых перемещений (при заданной точности измерения) изменяется и нижнее зна-

чение их частоты. Очевидно, что нижнее значение частоты измеряемых перемещений может быть уменьшено при соответствующих навыках оператора.

Из рис. 3 также видно, что измеряемый сигнал на частоте 70 Гц имеет некоторый пьедестал. Появление его в спектре обусловлено двумя причинами: во-первых, модуляцией полезного сигнала вследствие вращательного движения руки, держащей датчик, относительно нормали к поверхности вибростола; во-вторых, из-за тремора руки в направлении измерения, приводящего к изменению угла между направлением измерения и направлением из места измерения на преобразователи. Эти причины вызывают модуляцию коэффициента преобразования "напряжение - перемещение" измерителя. Поскольку модуляция полезного сигнала, обусловленная действием второй причины, более сильная, ширина спектра пьедестала соответствует ширине спектра тремора руки.

По блок-схеме, приведенной на рис. 1, а, изготовлен макет портативного ультразвукового измерителя. Он отличается от стационарного измерителя питанием от аккумулятора, небольшими габаритами и ограниченным диапазоном измеряемых перемещений (вследствие указанных выше причин). Измеритель имеет следующие технические характеристики: частота излучаемой ультразвуковой волны 250 кГц; амплитуды измеряемых перемещений 0,01 - 2 мм; частоты измеряемых колебаний (для частоты среза фильтра высокой частоты 10 Гц) 20 - 1000 Гц; расстояние от датчика до поверхности объекта 15 - 30 мм; размеры пьезопреобразователей 5 x 5 x 3 мм; коэффициент деления делителей частоты $N = 16$; напряжение источника питания 7 - 9 В; ток потребления (с индикаторами АЛС-324) не более 60 мА; габариты электронного блока 170 x 95 x 35 мм, датчика 30 x 15 x 60 мм.

В качестве примера использования второго поддиапазона стационарного измерителя на рис. 4 приведены измеренные распределения модуля амплитуд колебаний стальной цилиндрической оболочки, имеющей толщину 1,5 мм, диаметр 20 см и длину $l_0 = 30$ см [2]. На рис. 4, а приведено распределение амплитуд колебаний, измеренных при перемещении датчика вдоль образующей оболочки, для различных углов поворота оболочки относительно датчика. На рис. 4, б приведено распределение амплитуд колебаний по азимуту, полученных при вращении оболочки с помощью поворотного стола относительно датчика, расположенного на уровне $l_0/2$ для различ-

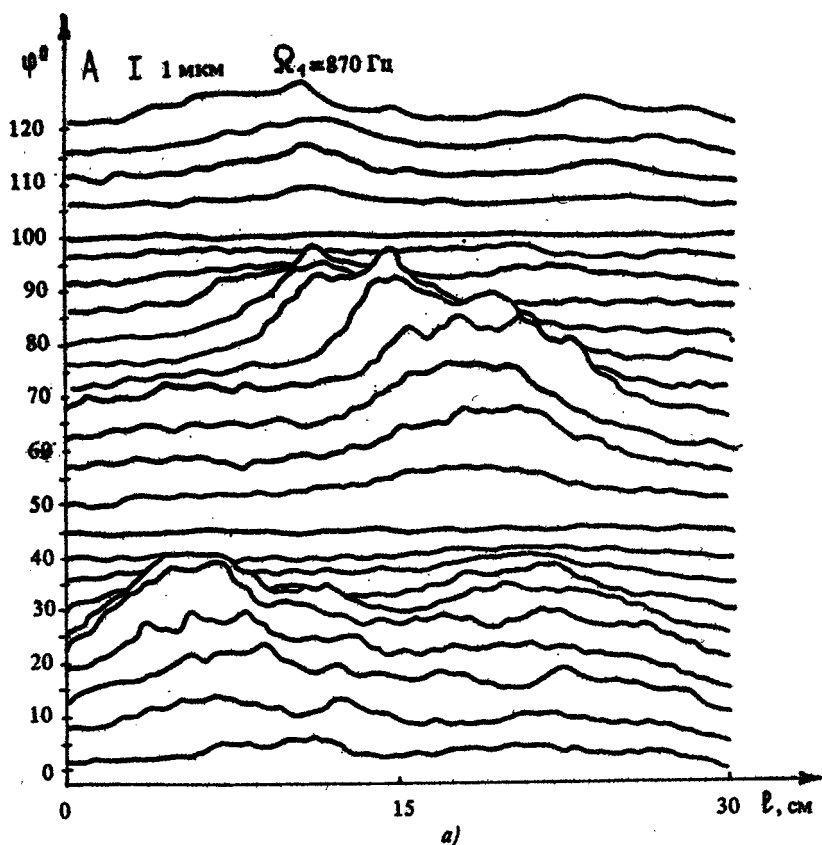


Рис. 4. Начало

ных резонансных частот колебаний. Возбуждение осуществлялось с помощью электромагнитного вибратора, закрепленного на оболочке в точке с координатами $\varphi = 0^\circ$; $l = l_0 / 2$.

Важным свойством ультразвуковых фазовых измерителей виброперемещений является возможность измерения статических перемещений. Это позволяет проводить их калибровку по стандартным мерам длины (плоскопараллельным пластинам) или с помощью микрометра [10]. Однако этим способом удобно калибровать измеритель при измерении перемещений в единицы миллиметров и более, т. е. когда легко удается избежать методических ошибок измерения. Для калибровки диапазонов измерения, позволяющих измерять перемещения меньше долей миллиметра, целесообразно использовать фильтрацию полезного сигнала, а измерения проводить на калиброванных

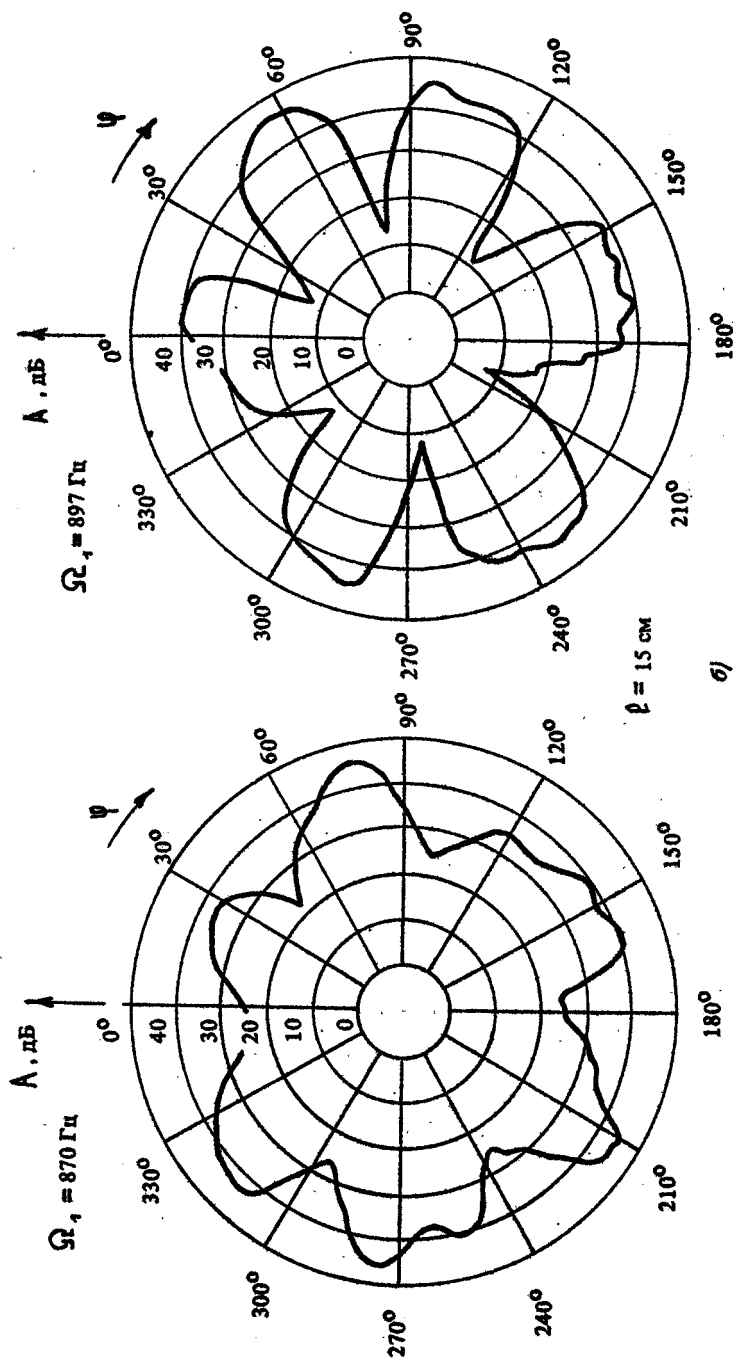


Рис. 4. Распределения модуля амплитуды перемещений поверхности оболочки, полученные при сканировании датчика вдоль образующей оболочки (а) и при повороте оболочки относительно датчика (б)

виброизмерительных стендах. Погрешность измерения перемещений с помощью ультразвуковых измерителей обычно не превышает 2 – 10 %.

Приведенные блок-схемы ультразвуковых измерителей виброперемещений не исчерпывают всех возможностей оптимизации выбранного режима измерения для решения конкретной задачи. Области использования измерителей могут быть также широки [11]. Нами рассмотрены вопросы, связанные с возможностью измерения распределения вибраций с помощью одного датчика, перемещаемого над поверхностью объекта по заданным координатам. Используя приведенные результаты, можно построить многоканальные измерители, позволяющие одновременно измерять вибрации (амплитуду и фазу колебаний) на различных участках поверхности объекта.

Литература

1. *Аншикина Н. М., Антонец В. А., Ефимов А. П.* Пьезоакселерометры ПАМТ и их применение для исследования механической активности физиологических систем человека: Препринт ИПФ АН СССР № 140. Горький, 1986.
2. *Донской Д. М., Екимов А. Э., Казаков В. В.* Исследование колебаний неоднородных механических конструкций // Тезисы докл. 2-й Всесоюз. конф. по механике неоднородных структур. Львов, 1987. Т. 2. С. 110.
3. *Сялускас С., Эванорос В.* Исследование дисковых многомодовых пьезопреобразователей // Ультразвук: Науч. тр. вузов Лит. ССР. Вильнюс: Мокспас, 1986. № 18. С. 65.
4. *Казаков В. В.* Исследование распределения вибрации ультразвуковым методом // Вибрационная техника: Материалы семинара / МДНТП. М., 1986. С. 43.
5. *Приборы и системы для измерения вибрации, шума и удара: Справочник. В 2 т. Т. 2 / Под ред. В. В. Клюева. М.: Машиностроение, 1978. С. 56.*
6. *Казаков В. В.* Ультразвуковой фазовый измеритель виброперемещений: А. с. 1357725 (СССР) // Б. И. 1987. № 45. С. 145.
7. *Мансфельд А. Д., Зимнович А. И., Таратенкова О. Н., Шишков А. В.* Ультразвуковые методы измерения параметров движения // Ультразвуковая диагностика: Сб. науч. тр. / ИПФ АН СССР. Горький, 1983. С. 17.
8. *Казаков В. В.* Ультразвуковой фазовый измеритель виброперемещений: А. с. 1413420 (СССР) // Б. И. 1988. № 28. С. 167.
9. *Антонец В. А., Казаков В. В.* Ультразвуковой измеритель перемещений (виброметр). Препринт ИПФ АН СССР № 112. Горький, 1984.
10. *Разработка методов и аппаратуры для медицинской и технической вибродиагностики: Отчет / ИПФ АН СССР; Шифр "Надежность"; № ГР 01830077419. Горький, 1985. С. 80.*
11. *Казаков В. В., Ключков Б. Н.* Использование ультразвукового виброметра для измерения механических свойств биотканей // Применение ультразвука в промышленности и медицине: Тез. Всесоюз. симпоз. / КНИ. Каунас, 1987. С. 92.

ПЬЕЗОАКСЕЛЕРОМЕТРЫ ПАМТ

В. А. Антонец, Н. М. Анишкина

Возможность оценки состояния и функционирования машин, механизмов, живых организмов и других сложных механических систем по параметрам возникающих в них при работе самопроизвольных и вынужденных колебаний – вибраций – привлекает многих специалистов: машиностроителей, инженеров, биологов, врачей и др. Требования к средствам измерения вибраций, в особенности к самым надежным и распространенным – пьезоакселерометрам, непрерывно растут. При этом нередко формулируемые пользователем совокупные требования к коэффициенту преобразования, полосе рабочих частот, массе и другим параметрам желаемого акселерометра существенно превышают имеющийся уровень как советской, так и зарубежной продукции. Нередко оказывается, что требуемый акселерометр в принципе не может быть сделан.

Эти трудности усугубляются тем, что характеристики акселерометра не являются независимыми, а связаны между собой. Например, у акселерометра с преобразовательным элементом, работающим на сжатие–растяжение, отношение коэффициента преобразования по заряду K_d^q к величине инерционной массы M , а значит и к массе всего акселерометра M_a , не может превышать величины пьезомодуля d_{33} . Или, например, отношение резонансной частоты f_p пьезоакселерометра с круглым биморфным изгибным чувствительным элементом к выходной емкости $C_{вых}$ есть константа, определяемая только свойствами пьезоматериала.

В предлагаемой работе описаны пьезоакселерометры ПАМТ для медицинской и технической вибрационной диагно-

стики, разработанные в ИПФ АН СССР. Рассмотрены также зависимости характеристик пьезоакселерометров различного типа как измерительных механоэлектрических преобразователей от их конструктивных характеристик. На этой основе проводится сопоставление пьезоакселерометров ПАМТ с другими типами акселерометров. Можно надеяться, что это поможет пользователю сориентироваться при выборе имеющихся или при разработке новых акселерометров.

КОНСТРУКЦИЯ ПЬЕЗОАКСЕЛЕРОМЕТРОВ ПАМТ

Вибропреобразователи ПАМТ построены на базе четырех гипоразмеров чувствительных элементов и отличаются друг от друга коэффициентом преобразования, полосой рабочих частот, выходной емкостью (см. табл. 1), способом крепления на объекте (К – клеевое, Ш – на шпильку, Ф – фланцевое) и способом вывода кабеля (Б – боковой, Ц – центральный Р – через разъем). Пример обозначения акселерометров: ПАМТ-1БК – пьезоакселерометр с первым типом чувствительного элемента, вывод кабеля – боковой, крепление на объекте – на клей (мастику и т. п.).

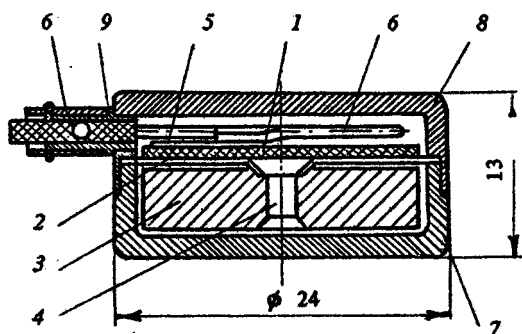


Рис. 1. Конструкция пьезоакселерометра ПАМТ-1БК: 1 – пьезоэлектрическая пластина ЦТС-19, 2 – мембрана, 3 – груз, 4 – заклепка, 5 – контактная пластина, 6 – кабель АВК, 7 – корпус, 8 – крышка, 9 – втулка

На рис. 1 представлена схематическая конструкция пьезоакселерометра ПАМТ-1БК. Преобразовательный (чувствительный) элемент – биморфный диск – оперт по краям на

корпус 7. Направление поляризации пьезоэлемента (вертикальное) перпендикулярно его плоскости. Толщины пьезоэлемента 1 и металлической подложки 2 подобраны так, что слой склейки не испытывает деформации растяжения при изгибе диска. Пьезоэлемент приклеен к металлической мембране. В центре к ней прикреплен свинцовый груз 3, масса которого (12,4 г) значительно превосходит массу биморфного элемента (1,7 г).

На верхнюю посеребренную поверхность пьезокерамики наклеена контактная пластина 5, к которой предварительно припаяна центральная жила antivибрационного кабеля АВК-6 (в акселерометрах первых лет выпуска - АВК-2).

Таблица 1

Параметры пьезоакселерометров ПАМТ

Технические параметры	Типоразмеры чувствительных элементов			
	ПАМТ-1	ПАМТ-4	ПАМТ-10	ПАМТ-16
Коэффициент преобразования по напряжению на частоте 200 Гц (номинальное значение), мВ/м·с ²	31,6	3,16	1,0	0,5
Нижняя рабочая частота, Гц *				
Верхняя рабочая частота (при нелинейности амплитудно-частотной характеристики ± 10%), Гц	700	2800	7000	11000
Относительный коэффициент поперечного преобразования (не более), %	10	10	10	10
Выходная емкость (без присоединенного кабеля), пФ	5900±2200	5900±2200	3600±1000	1500±500
Масса (без кабеля) (не более), г:				
для пьезоакселерометров с клеевым креплением (плоское дно)	25	12	8	5
для пьезоакселерометров с креплением на шпильку	41	28	16	8

* Определяется входными параметрами устройств (усилителей, регистраторов, анализаторов), с которыми ПАМТ работают.

Мембрана в сборе (1 - 6) установлена в корпусе 7 закрыта крышкой 8. Корпус и крышка изготовлены марки ВТ1-0. Крышка крепится к корпусу с помощью кл. Все склейки производятся токопроводящим клеем (см клея "Анагерм-101(-102)" с порошком серебра). Выт кабеля из крышки производится через втулку 9. Металлическая оплетка кабеля подпаивается через отверстия во вту.

На крышке пьезоакселерометра гравировются его тип порядковый номер. У акселерометров с центральным выв кабеля гравировка производится на боковой поверхности пуса.

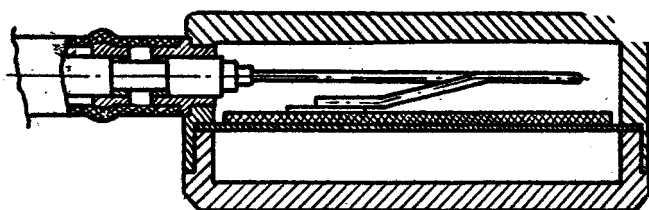


Рис. 2. Конструкция пьезоакселерометров ПАМТ-4, -10, -

Конструкция акселерометров ПАМТ-4, ПАМТ-10 ПАМТ-16 аналогична описанной, но в ней используют чувствительные (биморфные) элементы других диаметров и без инерционного груза (рис. 2).

СВЯЗЬ ЭЛЕКТРОМЕХАНИЧЕСКИХ И КОНСТРУКТИВНЫХ ПАРАМЕТРОВ ПЬЕЗОАКСЕЛЕРОМЕТРА ПАМТ-1

Преобразовательный элемент акселерометров ПАМТ-1 полностью характеризуется следующими параметрами:
 диаметром пьезодиска $D=2R$,
 толщиной пьезодиска h ,
 массой инерционного груза M ,
 модулем упругости пьезоматериала E ,
 коэффициентом Пуассона μ ,
 продольным и радиальным пьезомодулями пьезоматериала d_{33} и d_{31} ,
 диэлектрической проницаемостью пьезоматериала ϵ .

Решив задачу о колебаниях круглой пластины со свободно опертыми краями и прикрепленным в центре грузом, определим следующие параметры:

коэффициент преобразования пьезоакселерометра по заряду (в квазистатическом приближении)

$$K_A^q = \frac{3}{4} d_{31} \frac{R^2}{h^2} M \text{ (Кл/м.с}^{-2}\text{)}; \quad (1)$$

коэффициент преобразования пьезоакселерометра по напряжению при пренебрежимо малой емкости выходного кабеля

$$K_A^U = \frac{3}{4\pi} \cdot \frac{d_{31}}{\epsilon \cdot \epsilon_0} \cdot \frac{M}{h} \text{ (В/м.с}^{-2}\text{)}, \quad (2)$$

где $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12}$ Ф/м — диэлектрическая постоянная вакуума;

выходная емкость пьезоакселерометра

$$C_{\text{вых}} = \frac{\pi R^2 \epsilon \epsilon_0}{h} + C_{\text{каб}} \text{ (Ф)}; \quad (3)$$

резонансная частота акселерометра, установленного на массивное основание,

$$f_p = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{32 E h^3}{3(1-\nu)(3+\nu) M R^2}} \text{ (Гц)}; \quad (4)$$

нижняя частота рабочего диапазона

$$f_n = \frac{1}{2\pi R_{\text{вх}} C_{\text{вых}}} \text{ (Гц)}, \quad (5)$$

где $R_{\text{вх}}$ — входное сопротивление согласующего усилителя, а f_n понимается как частота, на которой уровень выходного сигнала акселерометра равен $1/\sqrt{2}$ от уровня сигнала акселерометра, подключенного к усилителю напряжения с бесконечным входным сопротивлением. Если же пьезоакселерометр подключен к усилителю заряда, который отличается от усилителя напряжения наличием емкостной обратной связи [1], то

$$f_n = \frac{1}{2\pi R_{\text{вх}} C_{\text{вых}} \Lambda} \text{ (Гц)},$$

где $\Lambda \gg 1$ — коэффициент усиления усилителя заряда при разомкнутой обратной связи. Считается, что величина емкости конденсатора обратной связи $C_{\text{об.с.}}$ равна $C_{\text{вых}}$;

верхняя частота рабочего диапазона:

$$f_{\text{г}} = \frac{\sqrt{\Delta}}{10} f_p \quad (\Gamma_{\text{ц}}), \quad (6)$$

где Δ - допустимый уровень неравномерности амплитудно-частотной характеристики чувствительности акселерометра в процентах. Эта оценка построена на том основании, что для сосредоточенной колебательной системы для частот $f \ll f_p$ форма амплитудно-частотной характеристики $H(f)$ хорошо описывается соотношением

$$H(f) = \frac{1}{1 - (f/f_p)^2} \approx 1 + (f/f_p)^2; \quad (7)$$

минимальное измеряемое ускорение

$$a_{\text{min}} = \frac{\sqrt{4kT R_{\text{вх}} f_{\text{г}}}}{K_A^{\text{в}}} = \frac{\sqrt{(2kT/\pi C_{\text{вых}}) (f_{\text{г}}/f_p)}}{K_A^{\text{в}}} \quad (\text{М/с}^2), \quad (8)$$

где предполагается, что приведенный к входу уровень шумов усилительного тракта не может быть меньше уровня тепловых шумов сопротивления $R_{\text{вх}}$, что полоса рабочих частот усилителя достаточно хорошо оценивается частотой $f_{\text{г}}$; масса акселерометра оценивается снизу массой инерционного груза:

$$M_{\text{а}} > M. \quad (9)$$

Из приведенных соотношений (1) - (6) следует, что основные параметры акселерометра как электромеханического преобразователя не являются полностью независимыми. Изменение параметров конструкции сказывается на всех параметрах вибропреобразователя. При пренебрежимо малой емкости выходного кабеля акселерометра эта связь дается соотношением

$$\frac{(K_A^{\text{в}})^2 f_p^2 C_{\text{вых}}}{M} = \frac{3}{2\pi^3 (1-\mu)(3+\mu)} \frac{d_{31}^2 E}{\epsilon \epsilon_0} = \Lambda_1, \quad (10)$$

где параметр Λ_1 зависит только от физических характеристик материала чувствительного элемента.

Это соотношение определяет предельные возможности конструирования и позволяет выбрать оптимальный пьезоматериал для чувствительного элемента. Из табл. 2, состав-

Таблица 2

Параметры некоторых пьезоматериалов

Тип пьезокерамики	Параметр			
	$d_{31} \cdot 10^{12}$ Кл/Н	$E \cdot 10^{-12}$, Н/м ²	$\epsilon \cdot 10^{-3}$	$\Lambda_1 \cdot 10^3$
ТБ-1	45	0,93	1,5	0,3
ТБК-3	51	1,05	1,2	0,55
ЦТС-23	75	0,67	1,1	0,82
ЦТБС-3	160	0,74	2,3	1,98
ЦТС НВ	200	0,5	2,2	2,18
PZT-5Н	274	0,47	3,4	2,50
PZT-8	93	0,73	1,0	1,52
ЦТС-19	157	0,72	1,8	2,37

ленной по данным [2 - 5], видно, что для чувствительного дискового элемента с грузом разумно использовать керамику ЦТС-19, у которой параметр Λ_1 наибольший. Если заказчик формулирует требования, не согласующиеся с соотношением (10), то не следует браться за конструирование для него акселерометра данного типа.

СВЯЗЬ ЭЛЕКТРОМЕХАНИЧЕСКИХ И КОНСТРУКТИВНЫХ ПАРАМЕТРОВ ПЬЕЗОАКСЕЛЕРОМЕТРОВ ПАМТ-4, -10, -16

Преобразовательный элемент акселерометров этого типа характеризуется:

- диаметром пьезодиска $2R$,
- толщиной пьезодиска h ,
- плотностью пьезоматериала ρ ,
- модулем упругости пьезоматериала E ,
- коэффициентом Пуассона μ пьезоматериала,
- продольным и радиальным пьезомодулями d_{33} и d_{31} .
- диэлектрической проницаемостью пьезоматериала ϵ .

Решив задачу о колебаниях круглой пластины со свободно опертыми краями, нагруженной равномерно распределенной по диску силой, найдем необходимые параметры акселерометров:

коэффициент преобразования пьезоакселерометра по заряду (в квазистатическом приближении)

$$K_A^q = \frac{3\pi}{8} d_{31} \frac{p}{h} [2R^2 + (1+\mu)(R^2 - r^2)] r^2,$$

где r — радиус металлизированной площадки, с которой осуществляется гокошем. Площадка концентрична диску. Поскольку $r = R$, то

$$K_A^q = \frac{3\pi}{4} d_{31} p \frac{R^4}{h} \text{ (Кл/м. с}^{-2}\text{);} \quad (11)$$

коэффициент преобразования по напряжению K_A^U в предположении малой емкости кабеля $C_{\text{каб}}$

$$K_A^U = \frac{3}{8} \frac{d_{31} p}{\epsilon \epsilon_0} [2R^2 + (R^2 - r^2)(1+\mu)]_{r=R} = \frac{3}{4} \frac{d_{31} p}{\epsilon \epsilon_0} R^2 \text{ (В/м. с}^{-2}\text{);} \quad (12)$$

выходная емкость акселерометра

$$C_{\text{вых}} = \frac{\pi r^2 \epsilon \epsilon_0}{h} \Big|_{r=R} + C_{\text{каб}} = \frac{\pi R^2 \epsilon \epsilon_0}{h} + C_{\text{каб}}; \quad (13)$$

резонансная частота акселерометра, установленного на массивном основании:

$$f_p = \frac{\pi h}{2R^2} \sqrt{\frac{E}{3\rho(1-\mu^2)}} \cdot \beta^2 \text{ (Гц),} \quad (14)$$

где $\beta^2 = 0,49$. Коэффициент β зависит от рассматриваемой моды колебаний и для наиболее низкочастотной моды имеет указанное значение [6].

В действительности пластина имеет бесконечное множество резонансных частот. Однако рабочий диапазон частот определяется наименьшей из них, которая и приведена в выражении (14).

Нижняя рабочая частота f_H определяется соотношением, совпадающим с (5):

$$f_H = \frac{1}{2\pi R_{\text{вх}} C_{\text{вых}}}; \quad (15)$$

верхняя рабочая частота f_B дается формулой, несколько отличной от (6):

$$f_B = \frac{\sqrt{\alpha^{-1} \Delta}}{10} f_p \text{ (Гц).} \quad (16)$$

где α - коэффициент ($\alpha \neq 1$, но $\alpha \sim 1$).

Дело в том, что, как указывалось выше, пластина имеет целый набор резонансных частот и при заданной гармонической вынуждающей силе, действующей с частотой $\omega = 2\pi f$, вертикальное отклонение w описывается формулой [7]

$$w(r, t) = \sum_k \frac{f_k \bar{\Psi}_k(\vec{r})}{\omega_k^2 - \omega^2} e^{i\omega t}, \quad (17)$$

где ω_k - резонансные частоты, k - двумерный вектор с целочисленными компонентами, f_k - коэффициенты разложения вынуждающей силы по собственным функциям упругой системы $\bar{\Psi}_k(\vec{r})$, \vec{r} - координата на пластине. При $\omega \ll \omega_k^{\min} = 2\pi f_p$ это соотношение можно переписать в виде

$$w(r, t) = e^{i\omega t} \left(\sum_k \frac{f_k \bar{\Psi}_k}{\omega_k^2} + \omega^2 \sum_k \frac{f_k \bar{\Psi}_k}{\omega_k^4} \right). \quad (18)$$

Первая из сумм в этом соотношении определяет решение задачи статического нагружения и, следовательно, величины всех коэффициентов преобразования. Вторая из сумм определяет величину квадратичной по ω поправки к форме амплитудно-частотной характеристики чувствительности.

Пользуясь соотношением (18), можно показать, что

$$H(f) \approx 1 + \alpha (f/f_p)^2, \quad (19)$$

где $\alpha < 1$.

Так, например, для продольных колебаний стержня, закрепленного на массивном объекте, для точек, близких к его основанию, $\alpha = \pi^2/12$.

Если бы на этой основе построить акселерометр, то величина его верхней рабочей частоты при прочих равных условиях превышала бы приблизительно на 20 % верхнюю рабочую частоту акселерометра, основанного на использовании сосредоточенной колебательной системы с той же резонансной частотой.

Тем не менее, ввиду значительной зависимости функций $\bar{\Psi}_k(r, t)$ от качества изготовления пьезоакселерометров ПАМТ, их характеристики приводятся в предположении, что $\alpha = 1$; масса акселерометра M_a оценивается снизу массой чувствительного элемента M :

$$M_a > M = 2\pi R^2 h \rho. \quad (20)$$

Из приведенных соотношений (11) - (14) следует

$$f_p C_{\text{вых}} = \frac{\pi^2 \beta^2}{2} \sqrt{\frac{E}{3\rho(1-\mu^2)}} \epsilon \epsilon_0; \quad (21)$$

$$\frac{(K_A^U)^2 C_{\text{вых}} f_p^2}{M} = \frac{3\pi^2 \beta^2}{144(1-\mu)} \frac{d_{31}^2 E}{\epsilon \epsilon_0} = \Lambda_2. \quad (22)$$

Заметим, что теоретически

$$\frac{\Lambda_2}{\Lambda_1} = \frac{\pi^5 \beta^2 (3+\mu)}{72(1-\mu)} \approx 4,9. \quad (23)$$

* * *

В заключение проведем некоторое сопоставление акселерометров типа ПАМТ с наиболее распространенными акселерометрами, имеющими чувствительный элемент, работающий на сжатие-растяжение [8]. Схематическая конструкция таких акселерометров приведена на рис. 3. Параметры их определяются следующими соотношениями:

$$K_A^Q = d_{33} M, \quad (24)$$

$$K_A^U = \frac{1}{\pi} \frac{d_{33}}{\epsilon \epsilon_0} \frac{hM}{R^2}, \quad (25)$$

$$C_{\text{вых}} = \frac{\pi R^2 \epsilon \epsilon_0}{h}. \quad (26)$$

Для расчета f_p акселерометра данного типа конструкции необходимы детальные сведения о геометрической форме его элементов, и поэтому привести общие формулы расчета f_p не представляется возможным.

Как следует из (23) - (25),

$$\frac{K_A^U C_{\text{вых}}}{M} = d_{33}. \quad (27)$$

В то же время для ПАМТ-1

$$\frac{K_A^U C_{\text{вых}}}{M} = \frac{3}{4} d_{31} \frac{R^2}{h^2}. \quad (28)$$

Поскольку для ЦТС-19 $d_{31} \approx 0,5 d_{33}$ [2 - 5] и для ПАМТ $R^2/h^2 \gg 25$, то по параметру $K_A^U C_{\text{вых}} / M$ акселерометры

с изгибным чувствительным элементом (в том числе и ПАМТ) имеют определенное преимущество.

На диаграмме рис. 4 в координатах $\tau = K_A^U f_p^2$, $\gamma = K_A^U \cdot (C_{\text{вых}}/M_A)$ отображены сведения о различных пьезоакселерометрах.

Так как масса акселерометра $M_A > M$, то изображающие точки для акселерометров на диаграмме рис. 4 должны лежать ниже графиков, отображающих соотношения (10), (22), (27). Наблюдается весьма хорошее соответствие между параметрами ПАМТ-1 и величиной Λ_1 , вычисленной по данным [2 - 5]:

$$\Lambda_1 = 2,37 \cdot 10^{-3}; \quad \Lambda_1^1 = \frac{(K_A^U)^2 C_{\text{вых}}^2 f_p^2}{M} = 2,7 \cdot 10^{-3},$$

где Λ_1 - теоретическое, Λ_1^1 - практическое значение величины.

Для ПАМТ-4, -10, -16 имеем соответственно: $\Lambda_2 = 11,4 \cdot 10^{-3}$ и $\Lambda_2^1 = 2,0 \cdot 10^{-3}$; $\Lambda_2^{10} = 1,4 \cdot 10^{-3}$; $\Lambda_2^{16} = 0,94 \cdot 10^{-3}$, т. е. хорошего соответствия не наблюдается. Это, по-видимому, означает, что расчетная модель, предполагающая шарнирное опирание края биморфного элемента, неточна, и параметры акселерометров ПАМТ-4, -10, -16 могут быть улучшены за счет улучшения способа крепления их чувствительных элементов в корпусе.

Что же касается параметра $K_A^U C_{\text{вых}}/M$, то он оказывается равным

- для ПАМТ-1: $\sim 1,5 \cdot 10^{-9}$ Кл/Н,
- для ПАМТ-4: $\sim 1,1 \cdot 10^{-9}$ Кл/Н,
- для ПАМТ-10: $\sim 0,35 \cdot 10^{-9}$ Кл/Н,
- для ПАМТ-16: $\sim 0,2 \cdot 10^{-9}$ Кл/Н,

а для акселерометров с чувствительным элементом, работающим на сжатие: $\sim (0,2 - 0,3) \cdot 10^{-9}$ Кл/Н.

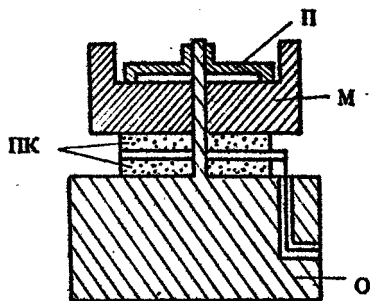


Рис. 3. Схематическая конструкция пьезоакселерометра, работающего на сжатие-растяжение: П - прижимная пружина, М - инерционная масса, ПК - пьезоэлектрические элементы, О - основание

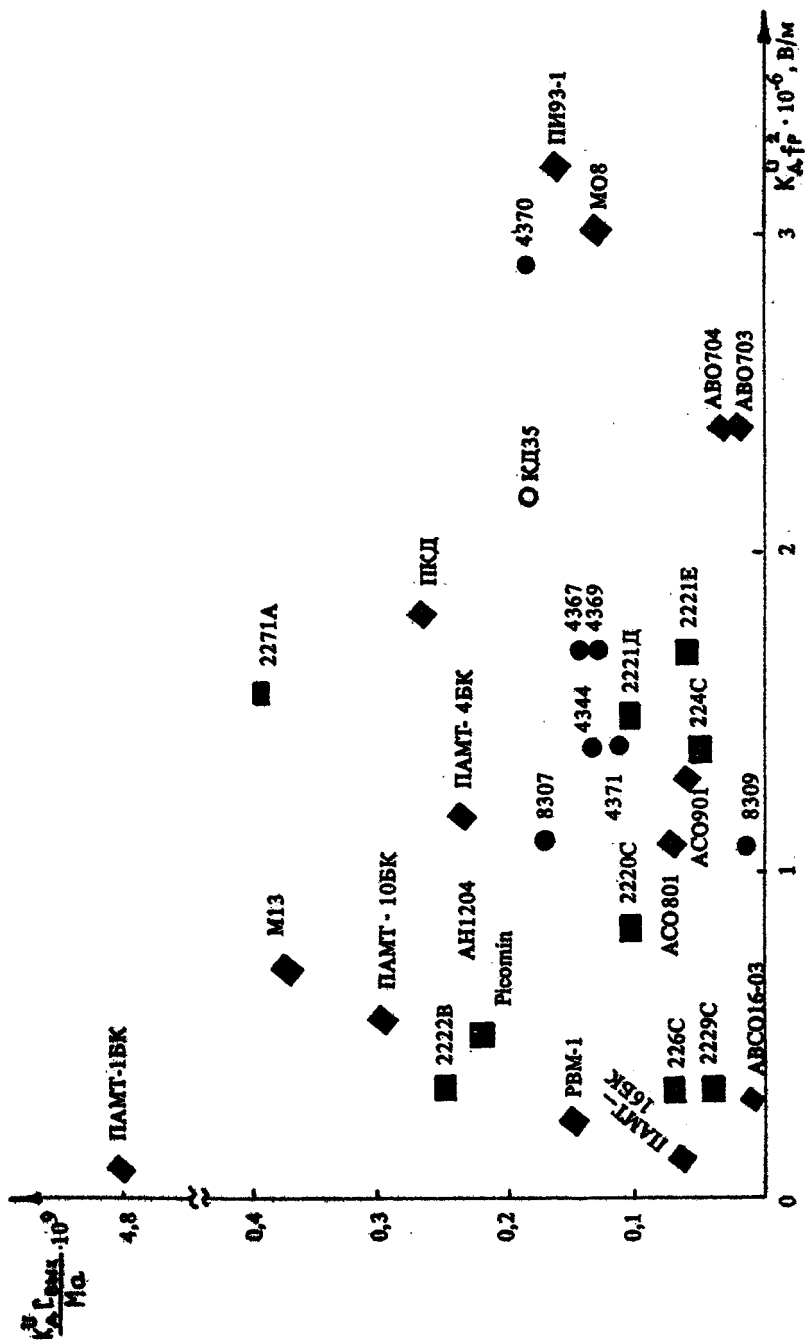


Рис. 4. Диаграмма характеристик некоторых типов отечественных и зарубежных пьезоакселерометров: ● — фирма Брель и Ксер; ■ — фирма Эйвэко; ◆ — акселерометры советского производства; ○ — RFT (ГДР)

Литература

1. Пьезоэлектрические акселерометры и преобразователи: Справочник по теории и эксплуатации / Изд-во фирмы "Брюль и Кьер", 1978.
2. Смажеская Е. Г., Фельдман Н. Б. Пьезоэлектрическая керамика. М.: Сов. радио, 1971. С. 44.
3. Глоzman И. А. Пьезокерамика. М.: Энергия, 1972. С. 118.
4. Ультразвук: Маленькая энциклопедия / Гл. ред. И. П. Голямина. М.: Сов. энциклопедия, 1979. С. 280.
5. ГОСТ 13927-80. Материалы пьезокерамические: Технические условия.
6. Филиппов А. П. Колебания деформируемых систем / 2-е изд. М.: Машиностроение, 1970. С. 254.
7. Вибрации в технике: Справочник. В 6 т. / Под ред. В. В. Болотина. М.: Машиностроение, 1978. Т. 1. С. 237. .
8. Каталоги фирм "Брюль и Кьер", "Эндевко", справочные данные на пьезоэлектрические датчики ускорения типа КД и КВ (ГДР).

НЕКОТОРЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ИССЛЕДОВАНИЯ ВИБРОАКТИВНЫХ СИСТЕМ

ИССЛЕДОВАНИЕ ВИБРОАКУСТИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК АВТОМОБИЛЯ

А. М. Павленко

В настоящее время большое значение придается вопросам снижения шумов и вибраций машин и механизмов.

В этой проблеме можно выделить следующие задачи:

- определение основного источника вибрации в различных диапазонах частот (двигатель, трансмиссия, ходовая часть);
- определение резонансных частот источников вибраций и элементов конструкции;
- нахождение доминирующих путей перехода вибраций от источников к элементам конструкции, панелям кузова;
- измерение и уменьшение коэффициентов трансформации вибраций в шум.

Решение любой из этих задач в полном объеме требует применения сложных вибродиагностических систем и расчетов [1, 2]. Эти многоканальные системы сбора и обработки информации, как правило, импортные. Представляют интерес упрощенные методики вибродиагностики, позволяющие более простыми средствами выявить источники вибраций и шумов и выработать рекомендации по их снижению. Отметим, что ввиду малого внимания, уделявшегося вопросам шумов и вибраций в машиностроении, даже упрощенные методики позволяют существенно улучшить качество и надежность механизмов.

В данной работе приводится достаточно простая комплексная методика исследования виброакустических характеристик автомобиля и результаты ее применения в изучении причин повышенной шумности автомобиля ГАЗ-24-10. Задача состояла в выяснении причин повышенного низкочастотного шума -

"гула" (около 140 Гц) в салоне при движении на скоростях 80 - 100 км/ч (обороты двигателя 4 - 4,5 тыс. об/мин). Измерение шумов при обкатке автомобилей на заводском конвейере показало, что около 90 % автомашин превышают допустимый уровень шума 80 дБ (ГОСТ 19358-85), достигая 92 дБ.

Рост шумов имеет явно выраженный резонансный характер возрастая у некоторых экземпляров на 30 дБ при увеличении скорости движения от 80 до 90 км/ч. Поскольку 10 % автомобилей все же не превышают норм шума, то это позволило надеяться на возможность решения поставленной задачи снижения шумов.

АППАРАТУРА

В качестве вибродатчиков в измерениях применялись пьезоакселерометры ПАМТ-16-ЦШ (разработка ИПФ), сигналы с которых через согласующие усилители записывались на 14-канальном магнитофоне ТЕАС R = 280 С. Уровень шума измерялся шумомером и с его выхода также записывался на магнитофон. Работа проводилась в дорожных условиях и на стендах различного типа. Применялось также возбуждение вибраций с помощью вибростенда (производство ГДР).

Обработка данных проводилась на спектральном анализаторе 2034 Брюль и Кьер и на ЭВМ IN - 110. Одновременно регистрировалось и обрабатывалось не более 12 сигналов. Собственно методика представляет собой сочетание методов обработки сигналов и шумов и получения экспериментальных данных.

Использовалось несколько приемов измерений:

- а) измерения в дорожных условиях и на испытательных стендах на работающей автомашине;
- б) измерения при возбуждении вибраций в различных точках автомобиля с помощью вибростенда;
- в) частичная разработка трансмиссии для уточнения путей распространения вибраций;
- г) параллельное исследование двух экземпляров автомобилей, отличающихся по уровню шумов (это позволяет существенно ускорить решение задачи).

В данной работе изучались "шумный" (90 дБ) и "тихий" (79 дБ) автомобили. Сравнение данных, полученных в одина-

ковых условиях, позволяет определить существенные и не существенные детали в анализируемых материалах и с большей надежностью делать выводы об источниках шумов.

Применялись следующие методы обработки и анализа сигналов:

1. Регистрация и анализ интегральных спектров (ИС) шумов и вибраций в нескольких точках. ИС – это накопленный по максимальным значениям энергетический спектр, полученный при изменении скорости (оборотов двигателя) или частоты возбуждения вибратора от минимального до максимального значений. Анализ ИС позволяет наиболее быстро получить информацию об источниках и характере вибраций и шума.

2. Уточнение источника шума путем анализа зависимости энергии вибраций в узкой полосе области резонансов (определенных по ИС) при изменении скорости (оборотов) или частоты возбуждения вибратора.

3. Расчет переходных частотных характеристик, представляющих собой модуль отношения интегральных спектров вибраций, измеренных в двух точках конструкции. Их расчет позволяет оценить эффективность демпфирования и пути распространения вибраций по конструкции.

4. Построение картин колебания сечений элементов конструкции по сигналам нескольких вибродатчиков – когерентный (модальный) анализ. Это позволяет определить зоны звучания панелей кузова и оценить их жесткость. Осуществляется путем переноса спектра колебаний в область низких частот (аналог строб-эффекта).

РЕЗУЛЬТАТЫ ЭКСПЕРИМЕНТА

1. На первом этапе работы стояла задача идентификации источников "гула". Начать ее решение целесообразно с совместного анализа интегральных спектров шума и вибраций различных узлов автомобиля. При этом справедливо предположить, что если ИС шума коррелирует с ИС вибрации только одного узла, то он и будет являться источником. Однако на самом деле такая корреляция всегда наблюдается для нескольких узлов, и тут необходим анализ путей передачи вибраций от узла к узлу и взаимных передаточных функций. Пример

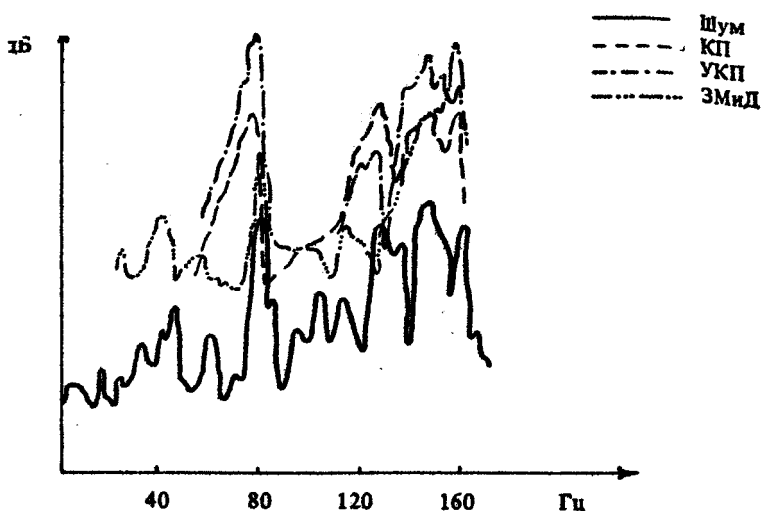


Рис. 1

возможностей анализа интегральных спектров вибраций и шумов приведен на рис. 1. Здесь приведены ИС шума в салоне, вибраций коробки передач (КП), удлинителя коробки передач (УКП), и вибраций заднего моста и дифференциала (ЗМид), полученные при испытаниях автомобиля ГАЗ-24-10 в дорожных условиях при разгоне до максимальной скорости (масштаб — децибельный). Сравнение максимумов ИС указывает на то, что в диапазонах частот 70–80 Гц и 136–149 Гц повышенный шум в салоне вызывается вибрациями УКП, на частоте 122 Гц — вибрациями коробки передач, а на частоте 156 Гц основной вклад вносят вибрации дифференциала. Однако утверждать это определенно нельзя, так как корреляция максимумов присутствует на всех кривых и отличия наблюдаются лишь в уровнях вибраций.

Уточнить ситуацию позволяет анализ ИС, полученных при возбуждении вибраций с помощью вибростенда. При этом исключается влияние неровностей дороги при движении, вибраций подвески и шумов обтекания воздушным потоком. На рис. 2 приведены нормированные к возбуждающей силе ИС, полученные при возбуждении коробки передач вибратором на частотах 10 — 200 Гц. Видно, что максимум шума на частоте 123 Гц коррелирует с резонансом КП, на частоте

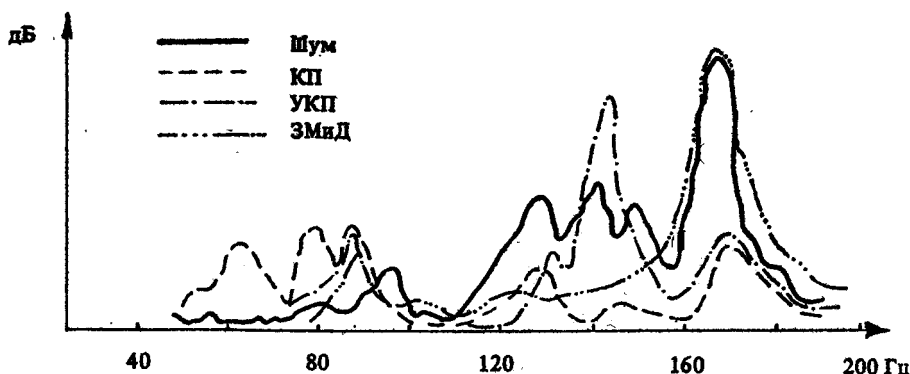


Рис. 2

140 Гц – с вибрациями УКП, а значительный подъем шума на частоте 163 Гц в основном связан с вибрациями дифференциала.

Заметим, что частоты резонансов выше, чем при испытаниях в дорожных условиях. Это вызвано различием в нагруженности автомобиля при работе на дороге и на испытательном стенде. При уменьшении нагрузки на трансмиссию частоты резонансов несколько растут.

Полный анализ ИС двух автомобилей в различных условиях, в том числе при снятом карданном вале, привел к предварительному выводу, что основным источником шума ("гул") на частотах 134 – 150 Гц (4200 об/мин) является удлинитель КП, возбуждаемый карданным валом; а на частотах 150 – 175 Гц (4800 об/мин) источником шума является задний мост и дифференциал.

2. Хорошие результаты для идентификации отдельных компонент спектра шума дает наиболее просто реализуемый метод узкополосной фильтрации. Регистрируя зависимость уровня вибраций на частоте резонанса (определенной из анализа ИС) от скорости движения, можно идентифицировать на данной частоте источник шума. На рис. 3 в линейном масштабе приведены результаты фильтрации сигналов на частоте 44 Гц (дорожные условия, разгон автомашины): кривая а – шум в салоне, б – вибрации двигателя, в – вибрации КП и г – вибрации пола под ногами водителя. Здесь хорошо прослеживается, особенно для максимальных значений, выделенных штриховкой, связь шума с вибрациями пола и роль коробки передач как возбудителя этих вибраций.

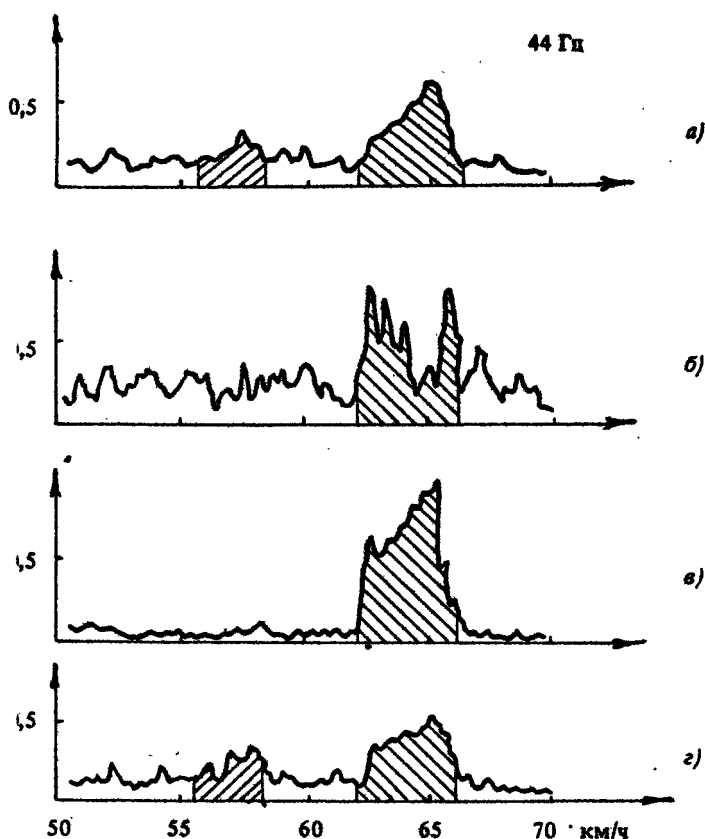


Рис. 3

анализ результатов узкополосной фильтрации для вибрации в различных узлах кузова и трансмиссии привел также к заключению о том, что основными точками возбуждения вибраций пола кузова являются точки крепления поперечины коробки передач к полу.

3. Следующей за идентификацией источника является задача диагностики тракта "виброактивный источник - звуковое поле", характеризующегося коэффициентом передачи энергии вибраций от источника к излучающей поверхности и излучающими свойствами самой поверхности. Анализ зависимостей этих характеристик от частоты позволяет уточнить пути распространения вибраций и оценить эффективность и характер демпфирования соединительных элементов конструкции. Было проведено измерение переходных частотных характеристик.

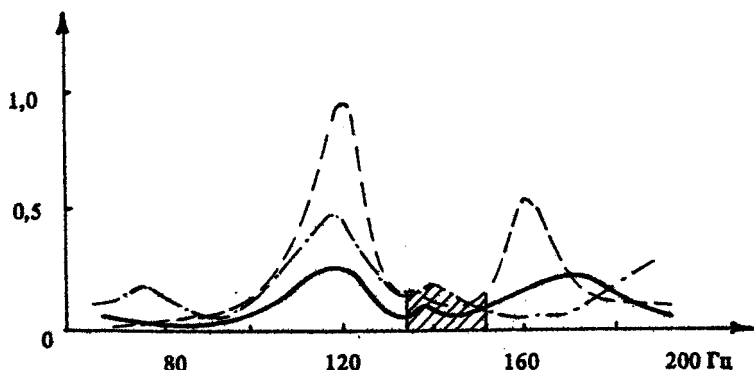


Рис. 4

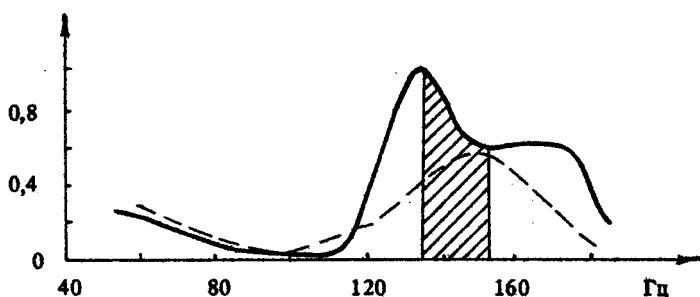


Рис. 5

при возбуждении вибратором удлинителя КП и дифференциала. На рис. 4 в линейном масштабе приведены частотные характеристики от УКП к полу в гочках крепления поперечины КП слева (сплошная) и справа (штриховая) для "тихого" и на рис. 5 - аналогичные кривые для "шумного" автомобилей. Заштрихована зона "гула" - одна из областей спектров с максимальным уровнем шума (см. рис. 1 и 2).

Сравнение переходных частотных характеристик показывает, что для "шумной" машины максимум коэффициента передачи тракта "УКП - пол" попадает в полосу частот основных виброисточников и вибрации УКП передаются полу в три раза более эффективно, чем в случае "тихой" автомашины, где полоса частот гула попадает в провал между двумя резонансами частотных характеристик. Заметим, что вибрации от УКП подходят к полу кузова по трем путям: через опоры двигателя, через трансмиссию и рессоры задней подвески и через узлы крепления поперечины.

Стандартная методика поиска путей распространения вибраций предписывает исключение всех путей, кроме исследуемого. В экспериментах был исключен путь распространения вибраций по трансмиссии. Переходные частотные характеристики, полученные со снятым карданным валом качественных различий не имеют, хотя амплитуды резонансных пиков изменяются почти в 2 раза и несколько смещаются частоты резонансов (штрихпунктирная линия для левой точки крепления опоры КП на рис. 4). Таким образом, можно считать, что основным путем вибраций от УКП к полу является узел крепления поперечины коробки передач.

4. Последним звеном в генерации шума является излучающая поверхность, в нашем случае это панели кузова автомобиля. Эффективность шумообразования тесно связана с пространственной структурой колебаний излучающей панели. С этой точки зрения изучался пол кузова. На рис. 6 приведена картина колебаний (несколько мгновенных значений вертикального смещения, полученного на ЭВМ IN-110) продольного сечения пола кузова на расстоянии 40 см от правого порога при возбуждении поперечины коробки передач вибратором на разных частотах. По вертикальной оси отложена амплитуда смещения в микронах. В виде пиков обозначены позиции вибродатчиков, расположенных вдоль прямой линии неэквидистантно. Из рис. 6 четко прослеживается наличие мощного резонанса пола кузова на частоте 141 Гц. Кроме того, вибрации задней части пола в шесть раз превосходят вибрации передней части. Очевидно, этим объясняется локализация гула под задним сиденьем.

Проведенная работа с двумя экземплярами автомобилей по приведенной в работе методике дала возможность выяснить основные причины повышенной шумности автомобиля ГАЗ-24-10 и дать некоторые рекомендации для ее уменьшения. Причин оказалось несколько.

1. Собственный резонанс трансмиссии (верхняя резонансная частота карданного вала) имеет диапазон 132-170 Гц и может попадать в область частот гула (140 Гц). Можно рекомендовать повысить частоту резонанса трансмиссии до частот свыше 180 Гц, увеличив жесткость карданного вала или применив составной карданный вал, и увеличить жесткость удлинителя КП.

2. Конструкция узлов крепления поперечины КП к кузову такова, что может иметь место подъем переходных частот-

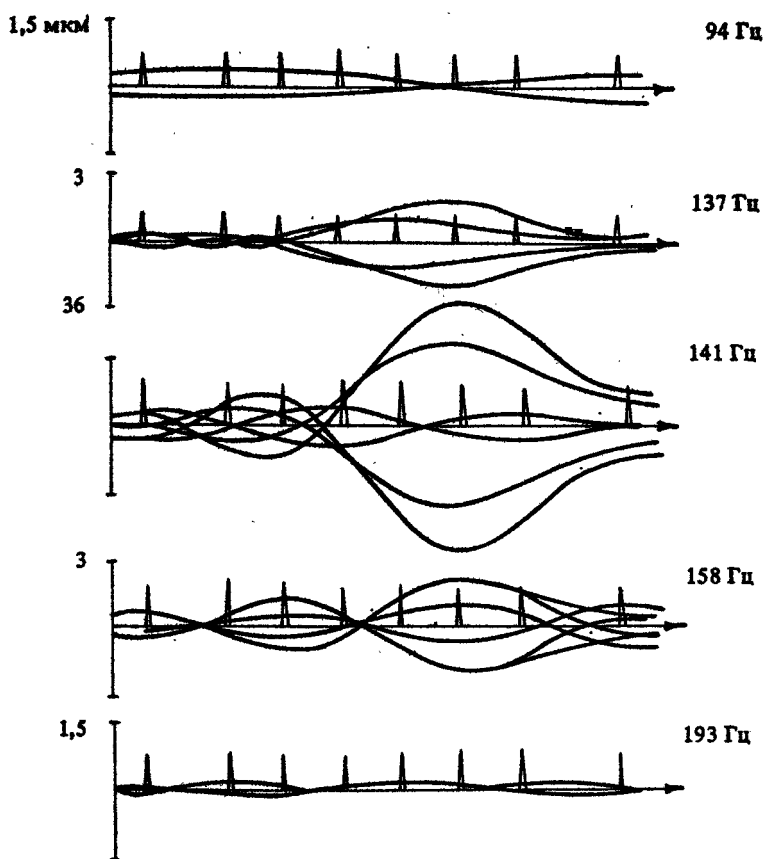


Рис. 6

ных характеристик в области гула и вибрация эффективно передается полу кузова.

3. Жесткость кузова в продольном сечении уменьшается в районе заднего сидения и наблюдается резонансный подъем уровня вибраций на частоте 141 Гц. Это подчеркивает гул и объясняет его локализацию в задней части салона. Для уменьшения вибраций возможно, изменив конструкцию пола, перераспределить жесткости так, чтобы ликвидировать нежелательный резонанс.

Приведенная в работе комплексная методика исследования виброакустических характеристик может быть применена для изучения достаточно сложных компактных конструкций типа станков или автомобилей. Методика характеризуется

- малым числом каналов регистрации и анализа сигналов (порядка 8 - 10);

- соответственно малым объемом аппаратуры и возможностью работы в автономном режиме (при регистрации данных);

- возможностью использовать вполне доступную анализирующую аппаратуру - анализаторы спектра и ЭВМ.

Л и т е р а т у р а

1. Попков В. И., Мышинский Э. Л., Попков О. И. Виброакустическая диагностика в судостроении. Л.: Судостроение, 1983.
2. Тольский В. Е. Виброакустика автомобиля. М.: Машиностроение, 1988.

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ РЕАЛИЗАЦИЯ БЕЗОПОРНОЙ АКТИВНОЙ ВИБРОЗАЩИТЫ

С. В. Кияшко, В. В. Митюгов, И. Ш. Фикс, А. В. Циберев

В последние десятилетия наряду с различными вариантами пассивного демпфирования механических вибраций исследуются возможности построения активных систем виброподавления (АСВП), включающих в себя внешние источники энергии, цепи управления и исполнительные элементы. Большое количество работ (обширная библиография дана в [1,2]) посвящено решению проблем, возникающих при создании конкретных схем АСВП, обеспечении их устойчивой и эффективной работы. Эффективность выбранной схемы АСВП в большинстве из них оценивается по параметрам, наиболее важным для практических применений: коэффициенту подавления вибраций объекта и ширине рабочей частотной полосы, при которых система остается устойчивой. Однако для максимального повышения эффективности АСВП необходимо знать факторы, ограничивающие степень подавления. Важно понимать, является ли данное ограничение принципиальным для применяемого класса АСВП или оно вызвано просто неоптимальностью технических решений. В статье [3] с этих позиций анализируются эффективность и устойчивость одного класса АСВП – безопорных точечных широкополосных систем типа импедансной нагрузки. В частности, там показано, что степень подавления можно существенно увеличить, определенным образом согласовав АСВП с объектом. Настоящая работа посвящена описанию экспериментов по проверке этого результата. Коротко изложим суть работы [3].

Поясним, о каком классе АСВП идет речь. Пусть необходимо подавить вибрации, совершаемые распределенной колебательной системой 4 (рис.1) под действием точечной силы

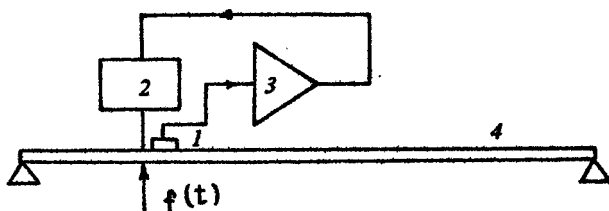


Рис. 1. Структурная схема безопорной АСВП

$f(t)$. Активная виброгасящая система состоит из датчика колебаний 1, исполнительного элемента 2 и цепи обратной связи 3. Датчик и исполнительный элемент крепятся к объекту как можно ближе к точке действия силы и не имеют механических контактов где-либо вне этого объекта. Датчиком в безопорной схеме служит акселерометр. В качестве исполнительного элемента может быть использован, например, электродинамический вибратор, создающий силу между массой — магнитной системой — и катушкой через шток прикрепленной к объекту. На эквивалентной схеме АСВП можно изобразить как импедансную нагрузку, соединенную последовательно с импедансом объекта. В полосе подавления суммарный импеданс по модулю должен превышать импеданс объекта. Если в заданной полосе частот лежит много резонансов объекта, то вибрации легче всего подавить с помощью АСВП, имитирующей чисто вязкостный импеданс. Величина вязкости будет зависеть от коэффициента усиления цепи обратной связи. Как и любая система с обратной связью, при некотором значении усиления АСВП потеряет устойчивость и самовозбудится. Пороговое значение усиления и степень подавления будут зависеть от того, на каком объекте установлена АСВП.

Исключительно важен вопрос о том, как оценивать степень эффективности АСВП. Как отмечалось выше, принятыми на практике параметрами, характеризующими эффективность АСВП, являются коэффициент подавления вибраций (по амплитуде на резонансных частотах либо по мощности в некоторой полосе) и рабочий диапазон частот. Этих параметров вполне достаточно, чтобы оценить пригодность конкретной виброгасящей системы, как активной, так и пассивной, для подавления вибраций определенного объекта. Однако они не содержат информации о том, какой выигрыш в виброподавлении дает введение электро-механической обратной связи, т.е. использование именно активной, а не пассивной виброгасящей системы. Поэтому в ра-

боте [3] предлагается критерий, основанный на сравнении активной и пассивной систем виброподавления.

Известно, что для пассивной безопорной виброгасящей системы (наиболее простой пример ее — динамический демпфер) главным фактором, ограничивающим возможности виброгашения, является отношение массы системы к модовой или другой характерной массе объекта. Масса исполнительного элемента АСВП, со стороны которой действует сила на объект, также всегда ограничена. Можно показать, что в области подавления АСВП рассматриваемого класса всегда может быть сопоставлена эквивалентная пассивная виброгасящая система. Таким образом, мерой эффективности АСВП является отношение массы моделируемой ею пассивной нагрузки к реальной физической массе исполнительного элемента АСВП.

Можно выделить два уровня эффективности безопорных АСВП. Во-первых, это системы с безусловной устойчивостью, т.е. устойчивые вне зависимости от объекта виброподавления. Такая АСВП моделирует пассивную систему с массой, не превышающей массы исполнительного элемента. Удобство активного метода гашения по сравнению с пассивным здесь лишь в оперативности, с которой можно изменять параметры системы путем перестройки фильтров цепи обратной связи.

Во-вторых, условно устойчивые АСВП. Здесь более высокая эффективность достигается, если наложить на систему только требование устойчивости на конкретном объекте. Тогда появляется возможность оптимизировать импедансные свойства АСВП применительно к известному входному импедансу объекта. В частности, одним из способов такого согласования является настройка резонанса исполнительного элемента АСВП на один из низкочастотных антирезонансов объекта. Тогда предельное значение эквивалентной массы μ выразится формулой [3]

$$\mu = (M_i + M) \left(1 + \frac{M}{M_i} \right) \frac{\frac{\omega_{i+1} + \omega_i}{\omega_i \omega_{i+1}} - 1}{2} - \frac{M}{2}, \quad (1)$$

где M — масса исполнительного элемента, M_i — масса i -й моды объекта (выражение получено для $M_i = M_{i+1}$), ω_i и ω_{i+1} — частоты резонансов, между которыми расположен антирезонанс объекта. Видно, что эквивалентная масса μ тем больше, чем лучше выполняются соотношения $M_i > M$, $\omega_{i+1} \gg \omega_i$. При всех прочих условиях верхним пределом для μ является

суммарная масса объекта и исполнительного элемента, которая с помощью АСВП как бы переносится с низких частот в диапазон подавления. При этом, естественно, подвижность объекта на низких частотах возрастает, поэтому такое перераспределение имеет смысл лишь при учете спектра действующей силы.

Существует признак достижения системой предельного значения μ при заданном уровне согласования механических свойств вибратора и объекта: когда масса пассивной нагрузки, моделируемой системой, приближается к предельной, возникает самовозбуждение на частотах, близких к резонансной частоте вибратора.

Перейдем теперь непосредственно к описанию экспериментов по моделированию АСВП. Общая схема экспериментов изображена на рис. 2. Объектами подавления 1 служили дюрелевая пластина 1500x570x6 мм и стальная балка 1190x60x4 мм. В качестве датчика ускорения использовалась импедансная головка 2 (8001 Брюль и Кьер), исполнительного элемента — электродинамический вибратор 3 собственного

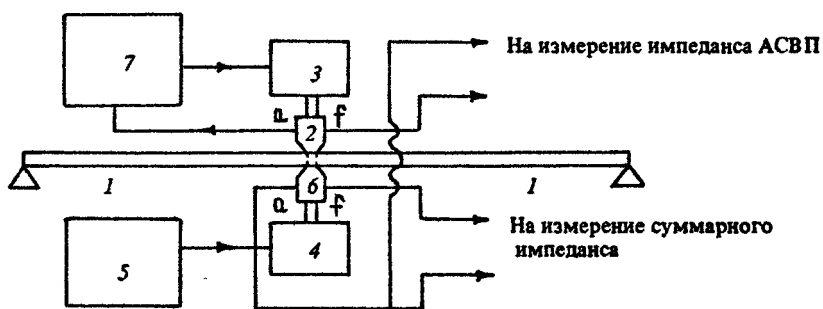


Рис. 2. Схема экспериментов по моделированию АСВП

изготовления. Такой же вибратор 4, возбуждаемый генератором белого шума 5 и действующий в той же точке через импедансную головку 6, создавал внешнюю силу. Цепь обратной связи 7 состояла из усилителя заряда (2635 Брюль и Кьер), LC-фильтра и усилителя мощности (LV 103). Выбранный фильтр имел коэффициент передачи

$$K(j\omega) = \omega_0^2 / \left(\omega_0^2 - \omega^2 + j \frac{\omega \omega_0}{q} \right), \quad (2)$$

где ω_0 и q - резонансная частота и добротность. АСВП с подобным фильтром моделирует динамический демпфер с резонансной частотой ω_0 и добротностью q . Наличие двух импедансных головок позволяло измерять как импеданс объекта, нагруженного АСВП, так и отдельно импеданс последней. Это давало возможность путем несложного пересчета вычислить массу моделируемого пассивного демпфера.

Экспериментальная реализация безусловно устойчивой системы виброподавления оказалась сравнительно несложной. Дело свелось к подбору более или менее подходящих элементов цепи. Поскольку вибратор обеспечивает равномерную АЧХ всюду выше его собственной частоты (≈ 60 Гц), а датчик (акселерометр) - ниже его резонанса ($\approx 5,6$ кГц), рабочий диапазон следует выбирать примерно посредине в логарифмической шкале между этими характерными частотами. Это определило выбор собственной частоты формирующего фильтра около 550 Гц. В этих опытах проводилось гашение колебаний пластины. Добротность фильтра могла перестраиваться от 1 до 6, при этом подавление резонансных колебаний изменялось от 6 - 15 дБ в полосе 3 октавы до 30 - 40 дБ в полосе 1/2 октавы вблизи частоты 550 Гц. Измеренные значения псевдомассы μ не превышали 0,65 кг при массе магнитной системы вибратора $M=0,85$ кг. Порог по усилению в цепи обратной связи и, следовательно, величина псевдомассы лимитировались, как это и должно быть, низкочастотной неустойчивостью на частотах около 60 Гц.

В описанных выше экспериментах трудно было бы ожидать более высоких значений псевдомассы, поскольку никаких специальных мер по согласованию резонансных характеристик вибратора и пластины не предпринималось. Для моделирования дополнительных возможностей, возникающих при отказе от требования безусловной устойчивости АСВП, требуется, как указано выше, настройка вибратора на один из низкочастотных антирезонансов объекта. Для упрощения такой настройки на следующем этапе эксперименты проводились со стальной балкой, имеющей на низких частотах существенно меньшую, чем у пластины, плотность резонансов и большую глубину антирезонансов. Управлять параметрами вибратора в небольших пределах удается, изменяя конструкцию несущей центрирующей мембраны. Однако осуществить таким образом сколько-нибудь точную настройку на заданную резонансную частоту в лабораторных условиях трудно. Проще оказалось подстроить анти-

резонанс балки на заданную частоту резонанса вибратора, варьируя для этого в некоторых пределах положение точек крепления балки. За счет этого удалось совместить частоты с удовлетворительной точностью.

Порог по усилению в цепи обратной связи, как и следовало ожидать, повысился. Тем не менее желаемый результат нельзя было считать достигнутым, так как ограничивающим фактором стало самовозбуждение системы на частотах 1 - 7 кГц. Это говорило о том, что моделируемая масса μ не достигает предела, устанавливаемого совокупными механическими резонансными свойствами объекта и вибратора, из-за отклонения характеристик цепи обратной связи в области высоких частот от идеальных.

Свойства всех элементов цепи обратной связи были детально исследованы. Самые значительные отклонения от теоретических характеристик были отмечены у электродинамического вибратора. При измерении импеданса вибратора как пассивного элемента обнаружилось резонансы несущей мембраны, первый из которых находится на частоте около 7 кГц. Однако, как показали измерения, наибольший вклад в "паразитный" фазовый сдвиг цепи обратной связи дает обмотка вибратора благодаря комплексному индуктивно-резистивному характеру ее электрического импеданса. Последнее приводило к появлению в цепи обратной связи дополнительного фильтра нижних частот 1-го порядка с частотой среза $\omega_{0\text{ВМ}} \approx 2\pi \times 3200$ Гц. Оба эти фактора не могут быть устранены полностью, но в этом и нет необходимости, достаточно лишь отодвинуть порог высокочастотного самовозбуждения до значений, позволяющих в дальнейшем интересоваться только низкочастотной неустойчивостью. Понятно, что для повышения порога высокочастотного самовозбуждения в первую очередь необходимо поднять $\omega_{0\text{ВМ}}$. Применительно к используемому вибратору существует два способа повышения $\omega_{0\text{ВМ}}$: использование в качестве усилителя мощности специального усилителя тока (генератора тока, управляемого напряжением) или включение в цепь обмотки балластного омического сопротивления. Вторым путем более доступен, однако заметно снижает КПД системы. Благодаря тому, что мощность, потребляемая вибратором, составляет примерно 1 % от предельной мощности усилителя LV103, а напряжение - 8 %, оказалось возможным пойти по этому пути. Эксперименты показали, что включение в цепь обмотки сопротивления, повышающее частоту $\omega_{0\text{ВМ}}$ в 9 раз,

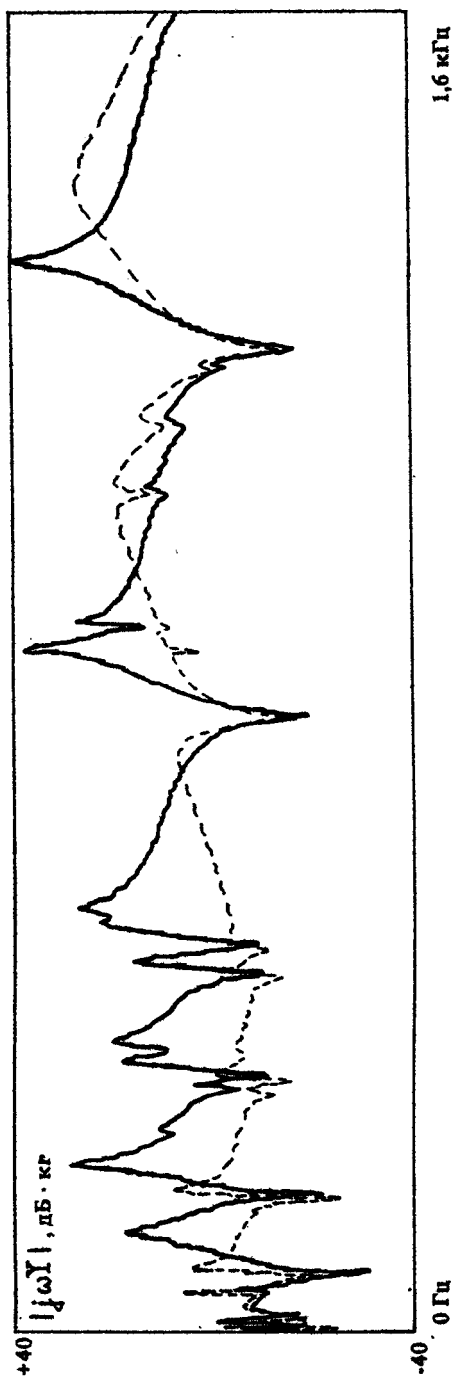


Рис. 3. Спектрограммы входной подвижности балки: сплошная линия — АСВП выключена, пунктирная — АСВП включена (деформация — фильтр)

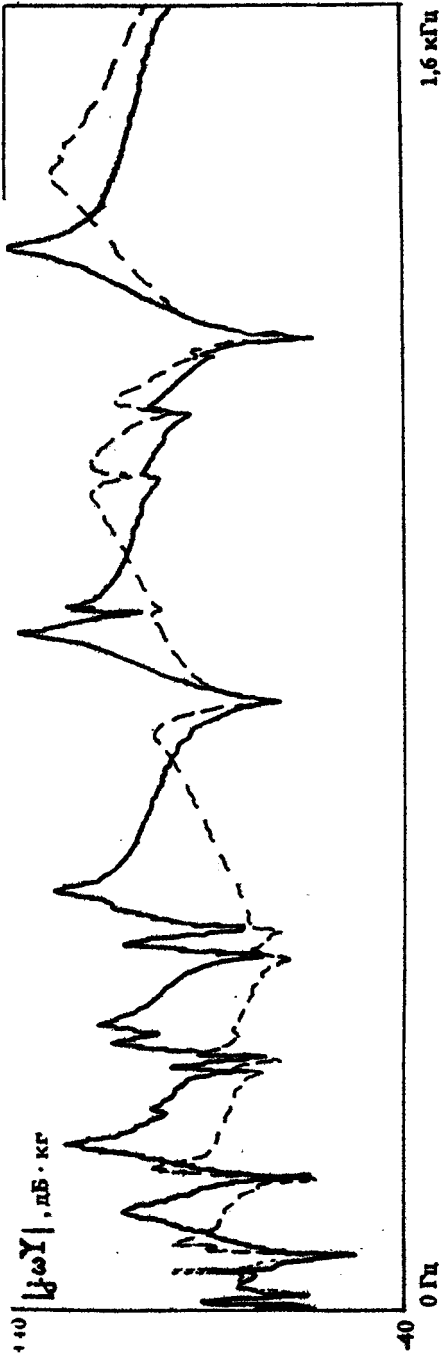


Рис. 4. То же, что на рис. 3 при добротности 4

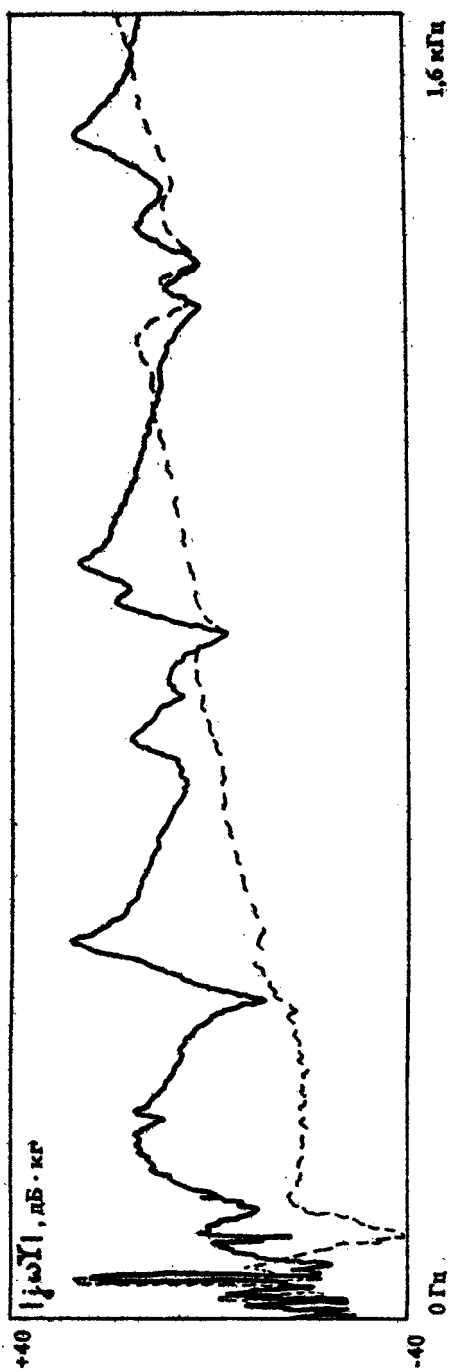


Рис. 5. Спектрограммы входной подвижности балки с дополнительным демпфированием: сплошная линия — АСВП выключено, пунктир — включено (добротность фильтра 2)

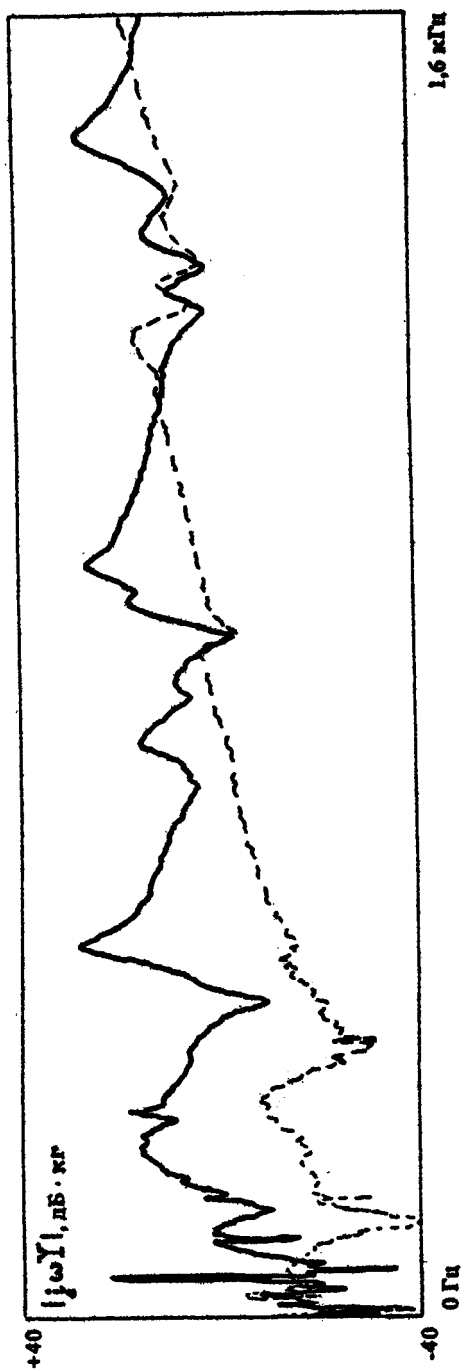


Рис. 6. То же, что рис. 5 при добротности 4

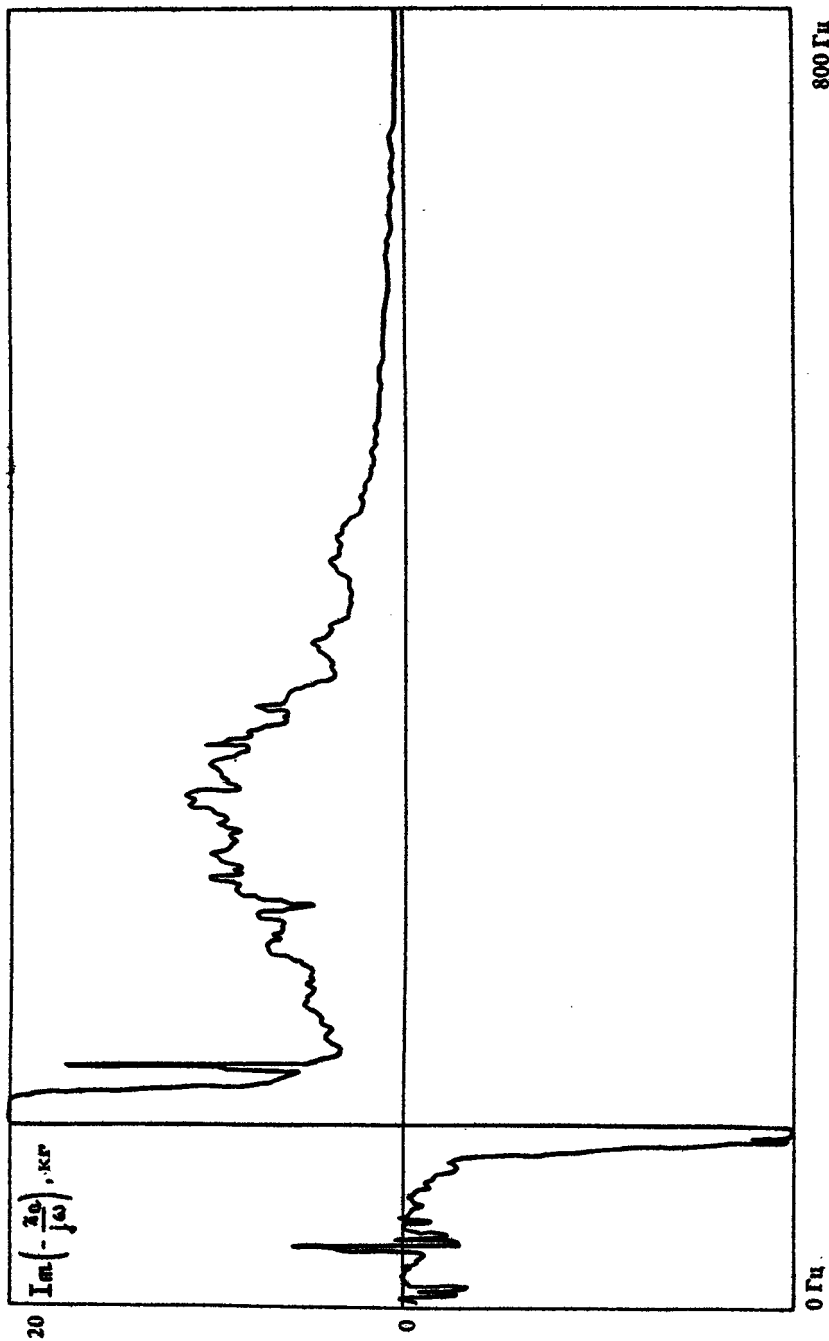


Рис. 7. Спектрограмма $\text{Im}\left(-\frac{Z_p}{j\Omega}\right)$ (добротность фильтра 2)

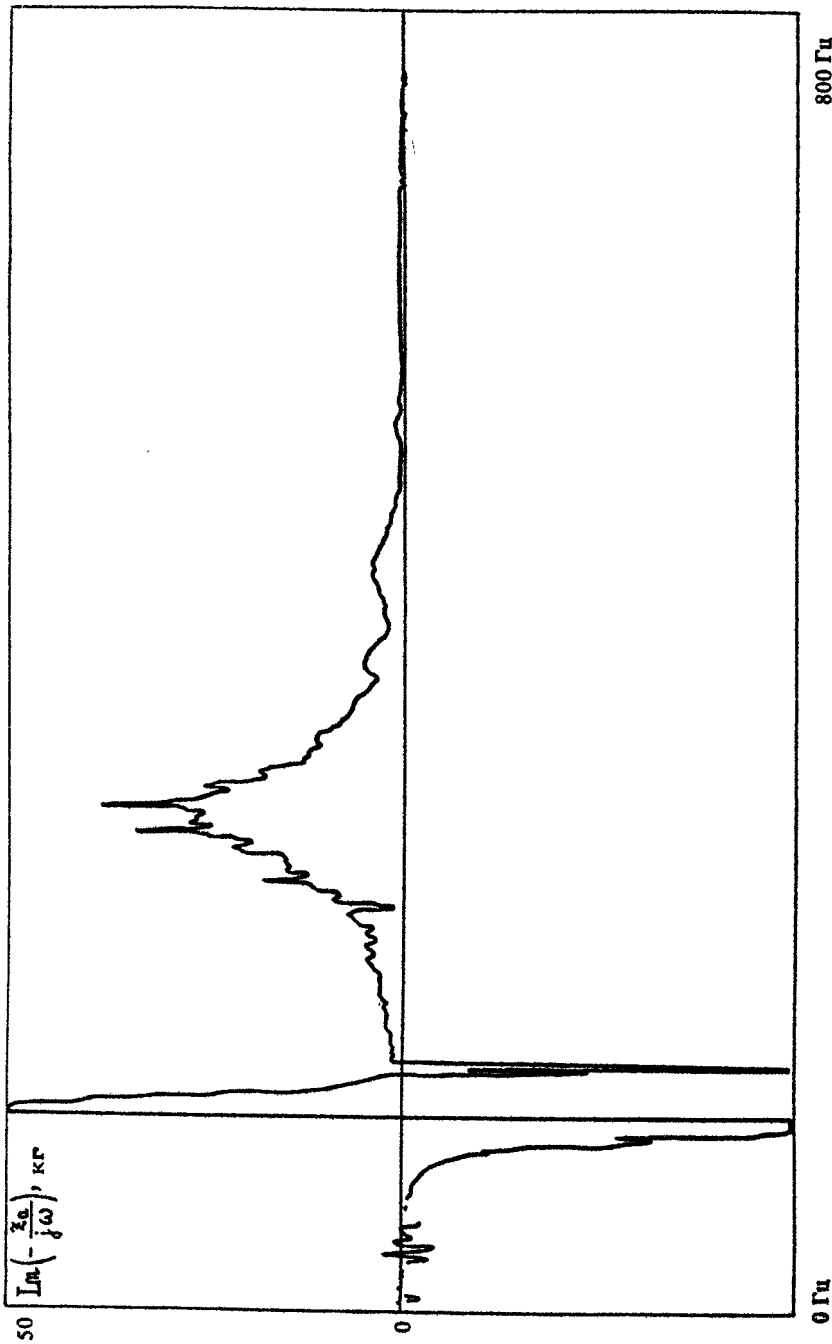


Рис. 8. Спектрограмма $\text{Im}\left(-\frac{Z_a}{j\omega}\right)$ (добротность фильтра 4)

800 Гц

0 Гц

обеспечивает выполнение условий низкочастотного самовозбуждения при используемых добротностях фильтра. Кроме того, были приняты меры по улучшению механических характеристик вибратора, в частности по демпфированию резонансов мембраны с помощью специальной вязкой мастики. Требуемое повышение порога высокочастотного над низкочастотным самовозбуждением было достигнуто без какой-либо оптимизации акселерометра.

На рис. 3,4 показаны спектрограммы виброподавления, полученные в описанных выше условиях. Добротности формирующего фильтра в цепи обратной связи имели значения 2 и 4 соответственно. Непосредственные измерения эквивалентной массы μ дали результат около 1,1 кг, что примерно на 30 % превышает массу магнитного корпуса вибратора. Таким образом, превышение $\mu/M > 1$ в принципе продемонстрировано.

Для получения более значительного превышения нужно было добиться выравнивания добротностей резонанса вибратора ($Q \approx 10$) и антирезонанса балки ($Q \approx 70$). Увеличить добротность вибратора было нельзя, поскольку только низкодобротная мембрана обеспечивала регулярность электромеханических характеристик цепи на высоких частотах. Поэтому требуемое согласование снова было достигнуто за счет воздействия на свойства самого объекта. Дополнительное демпфирование балки для снижения ее добротности на низких частотах было выполнено по следующей схеме. Вспомогательный вибровозбудитель, создававший исходные вибрации, крепился своим магнитным корпусом на внешнюю опору. Между корпусом и катушкой была помещена фторопластовая прокладка, вносящая дополнительные потери. Теперь следовало ожидать увеличения эффективности виброподавления за счет более точного соответствия схемы условиям формулы (1), что и подтвердилось.

На рис. 5,6 приведены изменения спектрограмм модуля подвижности балки при включении АСВП. Добротности фильтра в цепи обратной связи 2 и 4 соответственно. Сравнение с рис. 3,4 показывает, что максимальное виброподавление увеличилось на 8 - 12 дБ. Заметим, что при одинаковой эффективности самой АСВП величина подавления оказывается тем значительней, чем добротнее объект. Поэтому действительное увеличение эффективности в последних двух случаях по сравнению с рис. 3,4 не исчерпывается отмеченной разницей в 8 - 12 дБ.

Более показательным оказывается изменение моделируемой динамической массы. На рис. 7,8 показаны спектрограммы $-Im(\chi_a/j\omega)$ (χ_a - входной импеданс АСВП) с теми же добротностями формирующего фильтра 2 и 4. Максимумы кривых на рис. 7,8 отвечают значениям произведений $\mu \cdot \zeta$. Соответственно моделируемая эквивалентная масса μ здесь достигает значений 5 кг, что соответствует шестикратному превышению μ над M . Многократное повторение опытов показало, что в наших экспериментальных условиях отношение $\mu/M \approx 4$ удается получать с хорошей воспроизводимостью.

В качестве заключения приведем некоторые соображения относительно применения активных систем рассмотренного класса. Безусловно устойчивые АСВП можно рекомендовать к использованию на конструкциях и моделях в тех случаях, когда требуется сложная частотная зависимость виброподавления или же спектральные свойства нежелательных вибраций нестационарны. В частности, АСВП со следящим фильтром высокой добротности можно употребить для подавления дискретной виброшумовой составляющей с изменяющейся центральной частотой.

Условно устойчивые АСВП на сегодняшнем этапе рекомендовать к внедрению нецелесообразно. Для их совершенствования необходимо было бы провести серьезную опытно-конструкторскую проработку всех элементов АСВП, в особенности вибровозбудителя с возможностью подстройки резонансной частоты подвески и гладкой электромеханической характеристикой на высоких частотах.

Литература

1. Генкин М. Д., Елезов В. Г., Яблонский В. В. Методы управляемой виброзащиты машин. М.: Наука, 1985.
2. Елисеев С. В., Нерубенко Г. П. Динамические гасители колебаний. Новосибирск: Наука, 1982.
3. Митюгов В. В., Циберев А. В. Потенциальная эффективность безопорного активного виброгашения // Акуст. журн. 1989. Т. 35, № 2. С. 313.

УДК 534.26

Коротки П. И., Лебедев А. В. Излучение звука неоднородными механическими системами с распределенными параметрами // Виброакустические поля сложных объектов и их диагностика / ИПФ АН СССР. Горький, 1989. С. 8.

Исследовано влияние неоднородностей на акустическое поле произвольной механической системы с распределенными параметрами. Показано, что диссипативные и упругоинерционные неоднородности по-разному влияют на виброакустические характеристики системы, малость неоднородности не означает малости изменения акустического поля, а степень влияния неоднородности зависит от добротности колебаний системы. Получено соотношение, связывающее нерезонансный уровень излучения механической системы с излучением силы в свободном пространстве, характеристическим импедансом, волновым сопротивлением среды и пространственным спектром распределения неоднородностей.

Ил. 6, список лит. 42 назв.

УДК 534.21

Донской Д. М., Екимов А. Э. Энергетические оценки звукоизлучения диагностических конструкций // Виброакустические поля сложных объектов и их диагностика / ИПФ АН СССР. Горький, 1989. С. 34.

Развит энергетический подход к оценке звукового излучения неоднородных механических конструкций, основанный на разбении излучаемой мощности на резонансную и нерезонансную компоненты. Нерезонансная компонента не превышает мощности дипольного излучения силы, резонансная компонента определяется сопротивлениями излучения и потерь в конструкции. Наличие конструктивных неоднородностей увеличивает сопротивление излучения, причем с ростом частоты вклад последних может становиться определяющим. При этом резонансная компонента стремится к своему предельному значению, зависящему лишь от внешней силы и сопротивления потерь. Проведено сравнение с экспериментальными результатами.

Развитый подход позволяет получать простые энергетические оценки как вклады в поле излучения конструкции ее отдельных элементов, так и суммарную излучаемую мощность.

Ил. 4, список лит. 5 назв.

УДК 534.26

Дудник Р. А., Фияксель Э. А. Излучение цилиндрической оболочки с жесткозакрепленной распределенной массой // Виброакустические поля сложных объектов и их диагностика / ИПФ АН СССР. Горький, 1989. С. 45.

Проведен анализ виброакустических характеристик цилиндрической оболочки неограниченной длины с распределенной по азимуту жесткозакрепленной неоднородностью. Рассмотрены как симметричные формы колебаний, связанные с массой неоднородности, так и антисимметричные формы колебаний, связанные с моментом инерции неоднородности. Проведены расчеты влияния среды на частотную характеристику излучаемого давления.

Ил. 4, список лит. 7 назв.

УДК 534.1

Дудник Р. А., Колпаков А. Б., Молькова Л. А., Тамойкин В. В. Излучение мембраны с локальной неоднородностью // Виброакустические поля сложных объектов и их диагностика / ИПФ АН СССР. Горький, 1989. С. 58.

Проведен анализ колебания и излучения мембран с локальной неоднородностью. Варьировался способ закрепления неоднородности. Показано влияние параметров неоднородности на виброакустические характеристики мембраны. Проведены оценки влияния среды на вынужденные колебания и излучение мембраны.

Ил. 6, список лит. 9 назв.

УДК 534.6:534.83

Салин Б. М., Тютин В. А. Применение метода взаимности для исследования механоакустических систем // Виброакустические поля сложных объектов и их диагностика / ИПФ АН СССР. Горький, 1989. С. 81.

Изложены вопросы использования взаимного метода для исследования виброакустических характеристик сложных механических систем. Дается общая характеристика взаимного метода, приводятся схемы оценки вклада механизмов в акустическое поле и контроля эффективности их виброизоляции. Описываются локальные и интегральные методы оценки излучательной способности конструкции и обосновываются требования на аппаратное обеспечение измерений.

Ил. 2, список лит. 11 назв.

УДК 534.4:534.6:534.21:534.23

Донской Д. М., Екимов А. Э., Кустов Л. М., Лебедев А. В., Мартынов А. И., Морозова Н. И., Шаврацкий С. Х. Методы моделирования при исследовании виброакустических характеристик сложных конструкций // Виброакустические поля сложных объектов и их диагностика / ИПФ АН СССР. Горький, 1989. С. 97.

Описаны методы и техника экспериментальных исследований звукоизлучения сложных механических систем. Приведены результаты измерений виброакустических характеристик цилиндрических оболочек с конструктивными неоднородностями.

Ил. 10, список лит. 19 назв.

УДК 534.61:534.874.2

Кнафель А. И., Салин Б. М., Семенова Л. Р., Турчин В. И., Фогель А. Л. Голографические методы измерений характеристик излучения акустических источников // Виброакустические поля сложных объектов и их диагностика / ИПФ АН СССР. Горький, 1989. С. 118.

Теоретически исследуются методы определения диаграммы направленности излучения и структуры распределения сторонних акустических источников, основанные на измерениях пространственно-временного распределения поля давления на некоторой поверхности вблизи от источников. Обобщается теория голографических методов применительно к стационарным шумовым излучателям и излучателям с произвольной зависимостью от времени. Рассмотрены возможности

использования методов в неоднородной среде с границами. Приведены результаты математического моделирования и экспериментальных исследований восстановления характеристик излучения монопольных и дипольных излучателей.

Ил. 12, список лит. 8 назв.

УДК 534.26

В о л ь ф с о н Б. И., Д р о з д о в А. Ю., П о н о в О. Н., Ц и о н с к и й А. Я. Метод решения задачи о динамическом взаимодействии между подкрепленной ребрами оболочкой вращения, содержащей точечные массы, и жидкостью // Виброакустические поля сложных объектов и их диагностика / ИПФ АН СССР. Горький, 1989. С. 142.

Предлагается метод расчета виброакустических характеристик оболочечной конструкции из цилиндрических и конических элементов, с точечными массами, нарушающими осевую симметрию. Учет неоднородностей осуществляется методом податливостей. Решение проводится численно итерационным методом для отдельных окружных мод. Для расчета вынужденных колебаний применяется метод конечных элементов, для нахождения волновых полей в жидкости используется интеграл Кирхгофа.

Ил. 1, список лит. 18 назв.

УДК 534.6

К о р о т и н П. И., К о л о д и е в а И. И. Когерентный анализ виброполей сложных конструкций // Виброакустические поля сложных объектов и их диагностика / ИПФ АН СССР. Горький, 1989. С. 155.

Описан способ экспериментального исследования пространственно-временной структуры виброполя с помощью системы вибродатчиков. Алгоритм способа заключается в восстановлении виброполя как непрерывной функции координат на основе априорных сведений об исследуемой системе. Представлена область применения способа и измеряемые с его помощью характеристики. Приводятся результаты эксперимента.

Ил. 8, список лит. 15 назв.

УДК 681.883.07:534.647

К а з а к о в В. В. Ультразвуковые фазовые измерители виброперемещений // Виброакустические поля сложных объектов и их диагностика / ИПФ АН СССР. Горький, 1989. С. 178.

Рассмотрены различные блок-схемы ультразвуковых фазовых измерителей виброперемещений, позволяющих бесконтактно, в воздухе, измерять распределение вибраций по поверхности объекта. Приведены технические характеристики измерителей для их стационарного и переносного вариантов изготовления. Даны примеры использования ультразвуковых измерителей для исследования распределения виброперемещений поверхности различных объектов.

Ил. 4, список лит. 11 назв.

УДК 531/534:57

Антонец В. А., Анишкина Н. М. Пьезоакселерометры ПАМТ // Виброакустические поля сложных объектов и их диагностика / ИПФ АН СССР. Горький, 1989. С. 191.

Работа посвящена пьезоакселерометрам для медицинской и технической вибрационной диагностики (ПАМТ). Приведены исходные данные и расчет акселерометров с чувствительными элементами в виде биморфных дисков, работающих на изгиб, с инерционным грузом и без него. Рассмотрена связь параметров акселерометров как электромеханических преобразователей с их конструктивными характеристиками, выявлены допустимые сочетания параметров пьезоакселерометров. Описана конструкция ПАМТ, приведено сравнение по техническим параметрам наиболее распространенных на практике акселерометров, работающих на сжатие-растяжение.

Ил. 4, табл. 2, список лит. 8 назв.

УДК 629.113:534.836.2

Павленко А. М. Исследование виброакустических характеристик автомобиля // Виброакустические поля сложных объектов и их диагностика / ИПФ АН СССР. Горький, 1989. С. 204.

Описана методика исследования виброакустических характеристик автомобиля, характеризующаяся небольшим (до десяти) числом каналов регистрации сигналов вибродатчиков и определенным набором методов обработки сигналов и проведения эксперимента. Приведены результаты применения данной методики для определения причин повышенного шума автомобиля ГАЗ 24-10.

Ил. 6, список лит. 2 назв.

УДК 534.283

Княшко С. В., Митюгов В. В., Фикс И. Ш., Циберев А. В. Экспериментальная реализация безопорной активной виброзащиты // Виброакустические поля сложных объектов и их диагностика / ИПФ АН СССР. Горький, 1989. С. 214.

Проведено экспериментальное исследование безопорной активной виброгасящей системы. Подтверждено наличие нескольких уровней эффективности системы в зависимости от степени согласования ее параметров с характеристиками объекта. Сделаны выводы о возможных применениях виброгасящих систем этого класса.

Ил. 8, список лит. 3 назв.

VIBROACOUSTIC FIELDS OF COMPLEX OBJECTS AND THEIR DIAGNOSTICS

(Ed. B. M. Salin)

A B S T R A C T S

Korotin P. I., Lebedev A. V. Sound radiation by inhomogeneous mechanical systems with distributed parameters.

Sound radiation by an arbitrary mechanical system with distributed parameters, affected by inhomogeneities, is investigated. It is shown that dissipative and visco-inertial inhomogeneities influence the vibroacoustic characteristics in a different way: small inhomogeneity does not imply slight variations of the acoustic field, while the inhomogeneity influence degree depends on the oscillation quality of the system. The nonresonant radiation of the mechanical system is related to the power radiation in free space, the characteristic impedance, the wave resistance of the medium and the space spectrum of the inhomogeneity distribution.

Donskoi D. M., Ekimov A. E. Energy estimates of sound radiation by mechanical constructions.

An energetic approach to the estimation of sound radiation by inhomogeneous mechanical constructions is developed, which is based on splitting the radiation power into resonant and nonresonant components. The nonresonant component does not exceed the dipole radiation power of force, while the resonant component is determined by the radiation and loss resistances in the construction. The construction inhomogeneities increase the radiation resistance and in the case of the frequency growth their contribution may become the largest one. The resonant component tends to its limiting value depending on the external force and the loss resistance. A comparison with experimental results is presented.

This approach enables one to obtain simple energy estimates of both the contributions yielded by separate elements of the construction to the radiation field and the total radiation power.

Dudnik R. A., Fiyaksel E. A. Radiation of a cylindrical shell with rigidly fixed distributed mass.

Vibroacoustic characteristics of a cylindrical shell of an unlimited length with azimuthally distributed rigidly fixed inhomogeneity are analyzed. Both the symmetrical vibrations related to the inhomogeneity mass and the antisymmetrical vibrations related to the inertia moment of the inhomogeneity are considered. Calculations of the medium influence on the frequency characteristic of radiated pressure are performed.

Dudnik R. A., Kolpakov A. B., Moikova L. A.,
Tamoikin V. V. Radiation of a membrane with local inhomogeneity.

Vibrations and radiation of a membrane with local inhomogeneity are analyzed. The inhomogeneity fixing method has been varied. The inhomogeneity parameters are shown to affect the vibroacoustic characteristics of the membrane. The influence of the medium on forced vibrations and radiation of the membrane are estimated.

Salin B. M., Tyutin V. A. Application of the reciprocity principle for investigation of mechano-acoustic systems.

The problems of the reciprocity principle employed for investigation of vibroacoustic characteristics of complex mechanical systems are discussed. A general characteristic of the reciprocity principle, schemes for estimating the contributions of the mechanisms to the acoustic field and controlling the efficiency of their vibration isolation are presented. Local and integral methods to estimate the radiating capacity of the construction are described and requirements on the measuring equipment are validated.

Donskoi D. M., Ekimov A. E., Kustov L. M.,
Lebedev A. V., Mart'yanov A. I., Morozova N. I.,
Shavratsky S. Kh. Simulation methods for investigation of vibroacoustic characteristics of complex constructions.

Methods for investigation of sound radiation by complex mechanical systems are described. The measurement results of vibroacoustic characteristics of cylindrical shells with construction inhomogeneities are presented.

Fogel' A. L., Knafel' A. I., Salin B. M.,
Semenova L. R., Turchin V. I. Holographic methods for measuring characteristics of acoustic source radiation.

The methods to determine the directional pattern of the radiation and the distribution structure of external acoustic sources based on measurements of space-time distribution of the pressure field on some area close to the sources are studied theoretically. The theory of the holographic methods applied to the stationary noise sources and the sources with an arbitrary time dependence is generalized. The possibilities to use the methods in an inhomogeneous medium with boundaries are considered. The results of mathematical simulation and experimental investigation of the radiation characteristics reconstruction for monopole and dipole sources are presented.

Drozdov A. Yu., Popov O. N., Tsionsky A. Ya.,
Volfson B. I. The method to solve the problem of dynamic interaction between an edge-supported rotation shell containing point masses and fluid.

A method is suggested to calculate the vibroacoustical characteristics of a shell construction consisting of cylindrical and conical elements with point masses breaking the axial symmetry. The inhomogeneities are taken into account by the resilience method. The solution is obtained by the numerical iteration method for individual circumferential modes. To calculate forced vibrations we employed the finite element method and to determine wave fields in a fluid we used a Kirchhoff integral.

Korotin P. L., Kolodieva L. L. Coherent analysis of the vibrational fields of complex constructions.

The method for experimental investigation of the space-time structure of the vibrational field by a system of vibrometers is described. The algorithm of the method implies the restoration of the vibrational field as a continuous function of coordinates based on a priori data on the system investigated. The applicability range of this method and the measured characteristics are presented. The results of the experiment are reported.

Kazakov V. V. Ultrasound phase meters for vibrational displacements.

Different block diagrams of ultrasound phase meters for vibrational displacements providing noncontact (air) measuring the vibration distribution over the object surface are considered. Technical characteristics of the stationary and portable variants of the meters are presented. Examples of using ultrasound meters for investigating the distribution of vibrational displacements of various object surfaces are given.

Anishkina N. M., Antonets V. A. PAMT piezo-accelerometers.

The paper is devoted to piezoaccelerometers for medical and technical vibration diagnostics (PAMT). The initial data and calculation of accelerometers with sensitive elements in the form of bimorph disks working in bending with inertial load and without it, are presented. The parameters of accelerometers being electromechanical transducers are related to their construction characteristics and permissible combinations of piezoaccelerometers are revealed. PAMT construction is described and the technical parameters of most commonly used accelerometers working in bending-tension are compared.

Pavlenko A. M. Vibroacoustic characteristics of an automobile.

The method for investigating the vibroacoustic characteristics of an automobile, with a few (up to ten) channels recording vibro-pickup signals, special signal processing and experimental procedure is described. The results of this method for determining the cause of GAZ-24-10 car high noise level are presented.

Fix I. Sh., Kiyashko S. V., Mityugov V. V., Tsyberov A. V. Experimental realization of unsupported active vibroprotection.

An unsupported active vibration control system is investigated experimentally. It is proved that there are several efficiency levels of the system depending on the degree of agreement between the system parameters and the object characteristics. Possible applications of vibration control systems of this class are concluded.

**ВИБРОАКУСТИЧЕСКИЕ ПОЛЯ
СЛОЖНЫХ ОБЪЕКТОВ
И ИХ ДИАГНОСТИКА**

Сборник научных трудов

Редактор *Н. Н. Кралина*
Техн. редактор *О. А. Сударик*
Корректор *О. В. Рассина*

МЦ 00714. Подписано к печати 6.06.89. Формат 60 x 90 1/16.
Бумага писчая № 1. Усл. печ. л. 14,75 + 0,06 вкл.
Усл. кр.-отг. 14,81. Уч.-изд. л. 14,0 + 0,05 вкл.
Тираж 500 экз. Темплан 1989 г. Поз. 1. Цена 2 р. 10 к.
Заказ № 118.

Отпечатано на ротапринте в Институте прикладной физики АН СССР,
603600, г. Горький, ул. Ульянова, 46