The background of the cover is a light green color with a pattern of vertical black lines of varying lengths, creating a textured, rain-like effect. There are four large, stylized spheres or domes scattered across the cover. Each sphere is composed of many thin, vertical black lines that curve inward at the top, giving them a three-dimensional appearance. One sphere is at the top center, another is at the top left, a third is at the bottom left, and the largest one is at the bottom right.

МЕТОДЫ АКУСТИЧЕСКОЙ ДИАГНОСТИКИ НЕОДНОРОДНЫХ СРЕД

Сборник научных трудов

**Нижний Новгород
2002**

Издано по решению Редакционно-издательского совета
Института прикладной физики РАН

УДК 534.2
ББК 22.251

М 54 **Методы акустической диагностики неоднородных сред:** Сборник научных трудов. – Нижний Новгород: ИПФ РАН, 2002. – 276 с.

ISBN 5-8048-0027-2

Сборник посвящен проблемам диагностики свойств неоднородных сред акустическими методами. Вопросы, рассмотренные в сборнике, охватывают широкий круг задач – от акустической диагностики природных сред (океан, земные породы) до исследования биологических тканей. В большинстве представленных статей обсуждаются результаты лабораторных или натуральных экспериментов, направленных на разработку методов и технических средств акустической диагностики различных сред. В приложении к данной проблематике рассматриваются также задачи синтеза сигналов и излучающих систем, а также методические вопросы обработки и оценки параметров сигналов в приемных системах.

Сборник предназначен для специалистов в области акустики и радиофизики, а также для студентов и аспирантов соответствующих специальностей.

Ответственный редактор

В. А. Зверев

Рецензенты

*д. ф.-м. н. Ю. В. Петухов, д. т. н. Н. Е. Никитина,
к. ф.-м. н. В. И. Турчин*

Редакционная коллегия

*И. Н. Диденкулов, Н. Н. Кралина (отв. секретарь),
А. И. Малеханов (зам. отв. редактора), А. А. Стромков*

ISBN 5-8048-0027-2

© Институт прикладной физики РАН, 2002 г.

СОДЕРЖАНИЕ

Предисловие.....	5
------------------	---

I. Акустическая диагностика океана

Маломодовая импульсная томография неоднородностей в океанических волноводах <i>Бурдуковская В. Г., Лучинин А. Г., Хилько А. И.</i>	9
Возбуждение и прием маломодовых акустических импульсов для диагностики мелкого моря. <i>Лучинин А. Г., Хилько А. И., Боголюбов Б. Н., Коротин П. И., Лобанов В. Н., Стромков А. А., Салин Б. М., Климин О. Ю., Перминов А. Ю., Рылов В. И., Быстранов В. Б., Тютин В. А., Чащин А. С., Циберев А. В., Балалаев А. Я., Кондрашов В. А., Мухин Е. Н., Комиссаров А. Ф., Бармак А. С., Калистратов В. Ю., Фаизов О. Р., Капустин П. А., Рыбенков Л. А., Смирнов С. Ю., Дубовой Ю. Н., Бурдуковская В. Г., Соколов А. Д.</i>	30
Измерение и идентификация быстрых флуктуаций времени распространения на стационарных трассах. <i>Стромков А. А., Диденкулов И. Н., Казарова А. Ю., Карлик Я. С., Любавин Л. Я., Пелиновский Е. Н.</i>	38
Влияние неточности модели среды на качество восстановления средней температуры водного слоя. <i>Вировлянский А. Л., Казарова А. Ю., Любавин Л. Я., Стромков А. А.</i>	55
Эмпирические ортогональные функции в акустике океана. <i>Любавин Л. Я., Казарова А. Ю., Стромков А. А.</i>	60
Экспериментальные исследования интерференционной структуры широкополосного низкочастотного звука в неоднородном по трассе океаническом волноводе. <i>Шаронов Г. А., Кержаков Б. В., Кулинич В. В., Лазарев В. А.</i>	68
Исследование возможностей использования параметрического излучателя для определения акустических параметров дна. <i>Гурбатов С. Н., Егорычев С. А., Захаров Д. А., Курин В. В., Кустов Л. М., Прончатов-Рубцов Н. В.</i>	85
Пространственно-временная обработка акустических сигналов в маломодовом волноводе. <i>Кержаков Б. В., Кулинич В. В.</i>	96
Восстановление сигнала широкополосного протяженного источника в его дальней зоне. <i>Салин Б. М.</i>	107

II. Акустическая диагностика твердых тел и земных пород

Упругие волны в средах с гистерезисной нелинейностью. <i>Назаров В. Е., Радостин А. В., Островский Л. А., Соустова И. А.</i>	125
Нелинейные волновые процессы в микронеоднородных упругих средах с релаксацией. <i>Зайцев В. Ю., Назаров В. Е., Беляева И. Ю.</i>	150

Идентификация параметров двумерной анизотропной среды по характеристикам акустических волн. <i>Потапов А. И., Павлов И. С.</i>	170
Радиационные напряжения в упругих телах. Лагранжево описание. <i>Лисина С. А., Потапов А. И.</i>	181
Модуляционно-модовый метод обнаружения трещин в конструкциях и определения их местоположения. <i>Диденкулов И. Н., Курочкин Н. В., Стромков А. А., Чернов В. В.</i>	188
Влияние поляризации источника на частотную характеристику системы "источник – грунт". <i>Вдовиченко С. П., Гуцин В. В., Кудрявцев В. А.</i>	196
Экспериментальное исследование генерации субгармонических составляющих высокочастотного импульса, распространяющегося в грунте. <i>Гуцин В. В., Кудрявцев В. А., Рубцов С. Н.</i>	202
Мобильный приемно-излучающий комплекс для малоглубинной сейсμοдиагностики. <i>Авербах В. С., Артельный В. В., Боголюбов Б. Н., Марышев А. П., Постоечко Ю. К., Таланов В. И.</i>	207

III. Акустическая диагностика жидких и газообразных сред

Взаимодействие звука с частицами нейтральной плавучести. <i>Диденкулов И. Н., Езерский А. Б., Муякшин С. И., Селивановский Д. А., Стунжас П. А.</i>	221
Нелинейная акустическая доплеровская томография потоков жидкости. <i>Диденкулов И. Н., Кустов Л. М., Мартьянов А. И., Прончатов-Рубцов Н. В., Вьюгин П. Н.</i>	229
Акустояркостный термотомограф с фокусированной антенной. <i>Кротов Е. В., Вилков В. А., Мансфельд А. Д., Рейман А. М.</i>	235
О возможности визуализации неоднородностей поверхностного слоя биоткани. <i>Казаков В. В., Грибков А. Л.</i>	240
Ультразвуковая доплеровская визуализация вынужденных вибрационных смещений в фантомах биоткани. <i>Тиманин Е. М., Еремин Е. В.</i>	247
О возможности использования акустических ударных волн от сверхзвуковых источников для диагностики атмосферы. <i>Коротин П. И., Соков А. М.</i>	259

Предисловие

Обширный круг задач акустической диагностики неоднородных сред представляет собой едва ли не самую актуальную область современной акустики. Свидетельством этому является большое число конференций, на которых регулярно обсуждается эта проблематика, и постоянно растущее число публикаций. Практическая важность этих исследований очевидна, поскольку речь идет о диагностике и неразрушающем контроле самых различных природных сред, искусственных материалов и конструкций. С общезначимой точки зрения, основное содержание работ в этой области заключается в развитии методов решения обратных задач, когда по характеристикам регистрируемого волнового поля (как правило, в сочетании со специальными процедурами обработки сигналов) реконструируется модель самой среды (модель неоднородностей ее внутренней структуры или границ). Очевидно, обратная задача диагностики среды не может быть решена и даже четко поставлена без результатов решения соответствующих прямых задач распространения звука, которые дают возможность установить зависимость характеристик волнового поля от физической модели среды и способа ее параметризации.

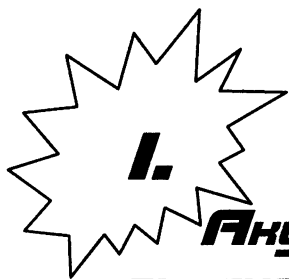
Несмотря на подобную общность, конкретные направления в области акустической диагностики имеют свою выраженную специфику, обусловленную характерными особенностями распространения и (или) взаимодействия звуковых волн в различных средах. В настоящем сборнике сделана попытка объединения работ по трем из таких направлений, которые, на взгляд редколлегии, относятся к наиболее актуальным и могут претендовать на достаточно широкий охват задач – это низкочастотная акустическая диагностика океанической среды и морского дна, акустическая диагностика твердых тел и сейсмоакустическая диагностика, акустическая (ультразвуковая) диагностика жидких сред и биологических тканей. Работы по всем трем направлениям ведутся в ИПФ РАН на протяжении многих лет и накоплен достаточно большой опыт фундаментальных и прикладных исследований, что и явилось стимулом к подготовке настоящего сборника. Кроме работ ИПФ РАН, в нем представлены работы наших коллег из Нижегородского филиала ИМАШ РАН, ННГУ им. Н. И. Лобачевского и НИРФИ. Таким образом, сборник объединил результаты исследований, полученные ведущими лабораториями Нижнего Новгорода в области акустики.

Подчеркнем, что практически во всех из представленных здесь работ обсуждаются результаты лабораторных или натуральных экспериментов, что дает авторам возможность апробации развитых теоретических моделей и методов диагностики различных сред, разработки соответствующей аппаратуры.

Очевидно вместе с тем, что настоящий сборник не может претендовать на исчерпывающее представление проблематики, связанной с акустической диагностикой, и не все из затронутых здесь задач оказались рассмотрены достаточно широко. Это относится, в частности, к проблемам реконструкции геоакустических параметров морского дна (сейчас это одно из наиболее актуальных направлений акустики мелкого моря и шельфовых акваторий), сейсмоакустической диагностики "микросостояния" земных пород (это направление также представляет большой интерес в приложении к мониторингу тектонических напряжений и трещиноватости в горных породах). Хочется надеяться, что по мере развития этих и других из представленных здесь направлений возникнет необходимость в подготовке следующих сборников по данной проблематике.

Пользуясь случаем, от имени редколлегии мы благодарим всех авторов, представивших свои статьи в наш сборник. Особую признательность мы хотим выразить рецензентам сборника – В. И. Турчину (раздел I), Ю. В. Петухову (раздел II) и Н. Е. Никитиной (раздел III), взявшим на себя нелегкий труд познакомиться в сжатые сроки с его материалами и сделавшим ряд полезных замечаний по их доработке.

В. А. Зверев, А. И. Малеханов



***Акустическая
диагностика океана***

МАЛОМОДОВАЯ ИМПУЛЬСНАЯ ТОМОГРАФИЯ НЕОДНОРОДНОСТЕЙ В ОКЕАНИЧЕСКИХ ВОЛНОВОДАХ

В. Г. Бурдуковская, А. Г. Лучинин, А. И. Хилько

Институт прикладной физики РАН, Н. Новгород

Как известно, томографический метод заключается в реконструкции дифференциальных характеристик наблюдаемых неоднородностей путем совместной обработки измерений, полученных для набора интегральных проекций. Подобный подход в применении к диагностике океана был предложен и развит для акустического зондирования плавных крупномасштабных (размерами в сотни километров) неоднородностей. При этом сигнал предполагался многомодовым, а селекция отдельных мод не рассматривалась [1]. В дальнейшем этот подход был развит и для наблюдения локализованных и случайно распределенных неоднородностей, характерные размеры которых сравнимы с длиной волны зондирующего поля [2]. Так, для реконструкции среднemasштабных (от километров до сотен метров) вариаций распределения скорости акустических волн в волноводе предложено использовать дифференциальную диагностику [3]. При этом реконструкция характеристик локализованных неоднородностей основывалась на использовании метода модовой тени, когда источник и приемник настраиваются соответственно на излучение и прием различных волноводных мод. В ряде работ для томографической реконструкции неоднородностей стенок волновода предлагалось использовать движение источника и осуществлять доплеровскую фильтрацию сигналов [2, 3].

Объектами реконструкции в волноводах могут являться неоднородности различного типа, в частности, случайно распределенные объемные и поверхностные неоднородности, помещенные в волновод тела и т. д. Использование того или иного метода томографической реконструкции в существенной степени определяется типом неоднородностей, а также их характерными временными и пространственными масштабами изменчивости.

Для обеспечения необходимого пространственного разрешения при томографической реконструкции часто требуется достаточно большое число проекций, реализующих наблюдение под разными углами. Для этого необходимо большое число пространственно разнесенных источников и приемников, что трудно реализовать практически. В этой связи важным является разработка таких методов томографической реконструкции, которые требовали бы для своей реализации относительно небольшого числа источников и приемников. Одним из методов увеличения числа томографических проекций является зондирование на различных частотах. В этом

случае при одном и том же расположении источников и приемников наблюдение осуществляется в большем интервале углов. Совместная обработка получаемых при этом частотных томографических проекций реализуется как импульсная подсветка и временное стробирование [3, 4]. Другим методом является использование набора волноводных мод, каждая из которых может являться дополнительной томографической проекцией. Кроме того, если наблюдаемые неоднородности перемещаются, можно получить дополнительную информацию путем доплеровской фильтрации зондирующих импульсов [2].

В работах [5, 6] были рассмотрены возможности использования отдельных мод для зондирования неоднородностей плоскостойких океанического типа волноводов. Для селективного возбуждения и приема мод при этом предложено использовать вертикально распределенные решетки и согласованную фильтрацию излучаемых импульсов. Как следует из результатов указанных работ, такого рода согласованное с волноводом зондирование является достаточно простым с точки зрения выделения информации о наблюдаемых неоднородностях и эффективным для достижения высокой чувствительности зондирования.

В настоящей работе исследуются особенности метода акустического зондирования океанических волноводов на основе синтеза перечисленных методов. Рассмотрены проблемы выбора оптимального облика томографической системы наблюдения неоднородностей в океанических волноводах, которую можно было бы относительно просто реализовать в натуральных условиях.

Метод маломодовой импульсной томографии океанических волноводов

Томографическая реконструкция неоднородностей в плоскостойких волноводах океанического типа может быть основана на совместном использовании согласованного со средой импульсного возбуждения и приема отдельных волноводных мод и последующей согласованной фильтрацией дифрагированных модовых импульсов по времени и по доплеровским частотам (будем в дальнейшем этот метод называть методом маломодовой импульсной томографии (МИТ)) [7]. Можно ожидать, что при таком способе наблюдения для достижения необходимого пространственного разрешения достаточно будет ограничиться небольшим числом распределенных в горизонтальной плоскости источников и приемников. При этом результаты реконструкции с учетом согласованной со средой фильтрации будут определяться эффективностью использования априорной информации о волноводе и наблюдаемых неоднородностях, а также от характеристик помех и шумов.

*Оптимизация наблюдения
на основе использования параметрических моделей*

Если рассматриваемое явление в достаточной степени исследовано, имеющиеся экспериментальные и теоретические данные "упаковываются" в компактной форме в виде физических моделей с ограниченным числом параметров. Для поиска оптимального облика системы для реализации МИТ можно использовать ряд известных моделей, таких, например, как модели распространения и рассеяния. Их необходимо определить до наблюдения и использовать для поиска оптимальных параметров источников и приемных систем, а также алгоритмов реконструкции томографической системы. Значения параметров моделей должны быть определены априорно, кроме параметров объектов наблюдения, которые подлежат реконструкции. Тогда процесс томографического наблюдения неоднородностей сведётся к проверке гипотез о значениях параметров наблюдаемых неоднородностей. Решение о справедливости гипотезы принимается с использованием статистических методов оценивания. Достоверность результатов реконструкции параметров неоднородностей будет определяться уровнем помех и шумов и может быть различной для разных положений наблюдаемых неоднородностей. Например, для пространственно ограниченных неоднородностей (ПО-неоднородностей) реконструируемыми параметрами являются положение неоднородности в поле зрения системы и её "сила". За счет пространственных вариаций уровней полезных сигналов, шумов и помех в волноводе область возможного наблюдения (поле зрения) будет неоднородной, в частности из-за неравномерной засветки объекта наблюдения из точек расположения источников и приемников. Зная априорно структуру волновода, можно оптимизировать перебор гипотез, например, начиная с наиболее вероятных участков с большим предполагаемым уровнем сигнала и отбрасывая области, где отношение сигнала к шуму мало. В целом, число параметров, описывающих объект наблюдения, может быть большим, и траектория перебора гипотез должна быть оптимизирована с использованием эффективных методов поиска глобальных экстремумов в многомерном пространстве.

Модель среды и исходные данные о системе наблюдения

При построении модели будем считать, что морская среда представляет собой плосколоистый акустический волновод, состоящий из слоя жидкости толщиной H , в котором скорость звука зависит от поперечной координаты $c = c(z)$. Предположим, что верхняя граница волновода свободная, а дно состоит из двух жидких слоев толщиной H_1 и H_2 с постоянной скоростью c_1 и c_2 и плотностями ρ_1 и ρ_2 и затуханием η_1 и η_2 . Слои расположены на упругом полупространстве со скоростью продольных c_p и поперечных c_\perp волн,

плотностью ρ_p и потерями η_0^* . В плоскостойких волноводах поле вдали от источника можно представить в виде конечной суммы N распространяющихся мод с собственными функциями $\varphi_n(z)$ и собственными числами, которые являются решением соответствующей краевой задачи [8]. Горизонтальная проекция волнового числа моды $h_n(\omega)$ есть комплексная функция с мнимой частью определяющей декременты затухания мод $\delta_n(\omega)$. Предположим, что вертикально расположенная решетка источников длиной L_Γ излучает узкополосный импульс $f_0(t)$ с несущей частотой $\omega = \omega_0$. Такой источник возбуждает набор модовых импульсов. В точке приема $R = \{r, z\} = \{x, y, z\}$ сигнал можно представить в следующем виде:

$$P(r, z, t) = \sum_{n=1}^N A_n \varphi_n(z) \exp[i(h_n^0 r - \pi/4)] (h_n^0 r)^{-1/2} f_0(t - \tau_n), \quad (1)$$

где $h_n^0 = h_n(\omega_0)$, $\tau_n = r/v_n(\omega_0)$ – задержка модовых импульсов, $v_n(\omega_0)$ – групповая скорость мод, $A_n = \int_0^{L_\Gamma} g(z_i) \varphi_n(z_i) dz_i$ – коэффициент возбуждения мод решеткой излучателей; $g(z)$ – весовые множители вдоль излучающей решетки, которые используются для согласованного возбуждения отдельных модовых импульсов. В общем случае, для эффективного возбуждения мод различных номеров решеткой конечной длины необходимо оптимизировать её положение и размеры. Из формулы (1) видно, что наблюдаемый сигнал состоит из набора модовых импульсов с задержками τ_n . Выражение (1) для принимаемых в точке R импульсов записано в предположении, что влиянием внутримодовой дисперсии можно пренебречь. Внутримодовая дисперсия обуславливает трансформацию формы модовых импульсов. Она также может при необходимости быть учтена [9]. Для повышения эффективности реконструкции обычно в качестве зондирующих сигналов используют сложные импульсы длительностью T и полосой $\Delta\omega$, при этом величина $q = \Delta\omega T/2$ называется базой сигнала. Особенностью таких сигналов является их высокое разрешение по задержкам τ и доплеровским смещениям Ω при их согласованной фильтрации. Для отклика согласованного фильтра имеем

$$P(\tau, \Omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} P(\omega) F(\omega - \Omega) e^{i(\omega - \Omega)\tau} d\omega, \quad (2)$$

где $P(\omega)$ – фурье-трансформанта сигнала (1), $F(\omega)$ – реплика, представляющая собой спектр излучаемого сигнала. Подставляя (1) в (2), получим сигнал в виде суммы модовых откликов, каждый из которых смещен в точку

* Такая модель волновода пригодна для большинства мелководных морей с однородным по горизонтали строением дна.

$\{\tau_n = r/v_n(\omega_0), \Omega_n = \Delta\omega T^{-1}\tau_n\}$, имеет ширину $\{\Delta\tau_n \sim \Delta\tau = 1/\Delta\omega, \Delta\Omega_n = \Delta\Omega = 1/T\}$ и амплитуду, зависящую от формы и положения излучающей антенны. Варьируя положение и конфигурацию излучающей антенны, можно добиться более равномерной засветки волновода, а также уменьшить потери энергии, связанные с возбуждением сильно затухающих мод. Эффективного выделения излучаемой моды и подавления всех остальных мод можно достичь, осуществляя дополнительную пространственную селекцию моды с помощью вертикально развитой приемной антенны. В этом случае в (1) множитель $\varphi_n(z)$ нужно заменить выражением $A_n^R = \int_0^{L_R} g^R(z)\varphi_n(z)dz$, где при согласованном приеме моды n необходимо выполнение условия $g^R(z) = \varphi_n(z)$ (аналогичные множители используются и при возбуждении моды излучающей решеткой). Расчеты показывают, что при характерных условиях мелкого моря совместное использование подобного рода согласованной со средой пространственной фильтрации в сочетании с временным стробированием и доплеровской фильтрацией может позволить подавить мешающие моды на 40–60 дБ. Однако для этого необходимо использовать достаточно протяженные решетки и зондирующие импульсы с узкой функцией неопределенности [10, 11]. Для обеспечения подсветки протяженных районов наблюдения источником ограниченной мощности удобно использовать для подсветки моды с минимальным затуханием, т. е. в рассматриваемом случае, как показывают расчеты [8], это моды низких номеров. В некоторых случаях, например при распространении в придонных волноводах, первая мода быстро затухает, так как распространяется в основном в сильно поглощающем дне. Тогда в качестве поля подсветки необходимо использовать вторую либо третью моды волновода.

Модели наблюдаемых неоднородностей

Зондирующие импульсы испытывают дифракцию на неоднородностях волновода. На достаточно больших дистанциях (обычно превышающих несколько толщин водного слоя) амплитуды дифрагированных сигналов определяются матрицей рассеяния волноводных мод S_{nm} , где индексы обозначают соответственно номера падающих и дифрагированных мод. Матрица рассеяния зависит от внутреннего строения, формы и расположения неоднородностей [9]. Если дифракция импульсов подсветки осуществляется на случайно распределенных неоднородностях, амплитуда каждого из импульсов будет формироваться за счет рассеяния сигналов на неоднородностях, расположенных в пределах соответствующего импульсного объема, точки которого r' удовлетворяют условию

$$|t - r_1 v_n^{-1} + r_2 v_m^{-1}| < \Delta\tau/2, \quad (3)$$

где $r_2 = r_R - r'$, $r_1 = r' - r_S$. Текущее время t в (3) в общем случае может принимать произвольное значение, при этом для каждого конкретного значения $t = t_l$ можно ввести понятие соответствующего пространственного импульсного объема, определяемого как совокупность точек r' , удовлетворяющих неравенству (3). При цифровой обработке сигналов вводят набор временных каналов, соответствующих значениям времени $t = t_0 \pm \Delta t l$, где l – номер канала и соответствующего ему импульсного объема, а t_0 – начало отсчета, определяемого схемой наблюдения. Например, при пространственном разнесении источника и приемника за начало отсчета можно взять значение времени распространения сигнала от источника к приемнику. Каждому временному каналу с индексом l можно поставить в соответствие некоторый пространственный импульсный объем. В дальнейших рассуждениях будем считать, что число каналов как по оси временных задержек, так и по оси доплеровских частот фиксировано.

В предположении малости эффектов многократного рассеяния амплитуда мод, рассеянных отдельными элементами импульсного объема, определяется компонентой пространственного спектра неоднородностей, удовлетворяющих условию пространственного синхронизма: $\kappa_{nm} = h_n \cdot r_1 / r_1 - h_m \cdot r_2 / r_2$ [6, 12]. В случае зондирования случайно распределенных неоднородностей узкополосными импульсами для интенсивности сигнала с выхода согласованного фильтра (2) можно получить [2, 12]

$$\begin{cases} \langle |P^S(\tau, \Omega)|^2 \rangle = \langle |P^S(\tau, \Omega)|^2 \rangle + \langle |\sum P^N(\tau, \Omega)|^2 \rangle, \\ \langle |P^{S,N}(\tau, \Omega)|^2 \rangle = \sum_{n,m=1}^N |A_n|^2 |A_m|^2 I_{nm}^{S,N}(\tau, \Omega), \end{cases} \quad (4)$$

где $P^S(\tau, \Omega)$ – полезный сигнал, дифрагированный на наблюдаемых неоднородностях, а $\sum P^N(\tau, \Omega) = (P^S + P^B + P^V + P^L)$ – суммарный мешающий сигнал, соответствующий рассеянию на поверхностных, донных, объемных или мешающих ПО-неоднородностях соответственно. Указанные сигналы будут наблюдаться на фоне аддитивного шума океана. В рассматриваемой постановке задачи аддитивный шум во всех случаях является мешающим сигналом. Реверберационный сигнал, рассеиваемый, например, шероховатостями поверхности волновода, может выступать в роли полезного сигнала, если реконструкции подлежат параметры случайно-распределенных шероховатостей поверхности. Если же реконструкции подлежат ПО-неоднородности, то реверберационный фон является помехой, мешающей наблюдению. В дальнейшем эти два случая будут рассмотрены отдельно. Рассеянный сигнал в (4) определяется через спектр неоднородностей:

$$s \nu I_{nm}(\tau, \Omega) = \frac{8}{\pi h^2} \iint_{-\infty}^{\infty} d^2 r (r_1 r_2)^{-1} \int_{-\infty}^{\infty} d\omega \left| F_H \left(\tau - \frac{r_1}{v_n} - \frac{r_2}{v_m}, \omega - \Omega \right) \right|^2 \Sigma W_{nm}^{mm}(\kappa_{nm}; \omega, \mathbf{r}), \quad (5)$$

где $F_H(\tau, \Omega) = 1/2\pi \int_{-\infty}^{\infty} d\omega F(\omega) F(\omega - \Omega) \exp[i(\omega - \Omega)\tau]$ – функция неопре-

деленности импульса подсветки, h – значение волнового числа на оси канала для средней частоты, $\Sigma W_{nm}^{mm} = S W_{nm}^{mm} + B W_{nm}^{mm} + V W_{nm}^{mm} + L W_{nm}^{mm}$ – результирующий локальный спектр для поверхностных, донных, объемных и ПОНеоднородностей соответственно. В частности, для поверхностных и объемных неоднородностей спектр определяется фурье-преобразованием функции когерентности возмущений среды $B_{nm}^{mm}(\Delta \mathbf{r}, \Delta t) = \langle b_{nm}(\mathbf{r}, t) b_{nm}^*(\mathbf{r} + \Delta \mathbf{r}, t + \Delta t) \rangle$, где $b_{nm}(\mathbf{r}, t)$ – коэффициенты рассеяния мод:

$$b_{nm}(\mathbf{r}, t) \approx \varphi'_m(0) \varphi'_n(0) (8\pi)^{-1} \zeta(\mathbf{r}, t) + \int_0^{\infty} dz' \delta c(\mathbf{r}, z', t) c^{-3}(z') \varphi_m(z') \varphi_n(z'), \quad (6)$$

$\zeta(\mathbf{r}, t)$ – случайная функция рельефа поверхности океанического волновода, $\delta c(\mathbf{r}, z, t)$ – флуктуации скорости звука в толще волновода. При выводе (4) предполагалось, что флуктуации рельефа поверхности и величины скорости звука в толще волновода статистически независимы, квазистационарны и квазиоднородны по горизонтальным переменным и достаточно медленно меняются во времени, так что $T_{c,\zeta} \gg (l_c, \zeta/c\omega_0)$ (l_c, ζ, T_c, T_ζ – радиусы пространственной и временной когерентности случайных неоднородностей). Кроме того, считаем, что для возвышения рельефа ζ выполняется условие малости параметра Рэлея [12]. В общем случае, флуктуации скорости звука вблизи поверхности могут быть коррелированы с поверхностными неоднородностями, что приведет к увеличению уровня рассеянных ветровым волнением сигналов для некоторых значений задержек и доплеровских смещений [13]. В (4) были опущены члены, соответствующие интерференции мод с масштабом пространственной изменчивости $\Lambda_{nm} = 2\pi|h_n - h_m|^{-1}$, поскольку предполагалось, что при наблюдении осуществляется достаточно эффективная селекция мод. Практически селекция мод будет не идеальной, и эффекты интерференции могут проявляться в виде помех.

Для конкретизации дальнейшего анализа будем считать, что в плоско-слоистом волноводе океанического типа в качестве одного из источников случайных возмущений поверхности выступает ветровое волнение. Используем в дальнейших расчетах приведенный в [14] спектр, который имеет частотно-угловое распределение $\Phi(\omega, \phi)$, где ϕ – азимутальный угол.

На рис. 1 в яркостном виде показана структура такого спектра на плоскости волновых векторов $\{k_x, k_y\}$ для скорости ветра $V = 5$ м/с.

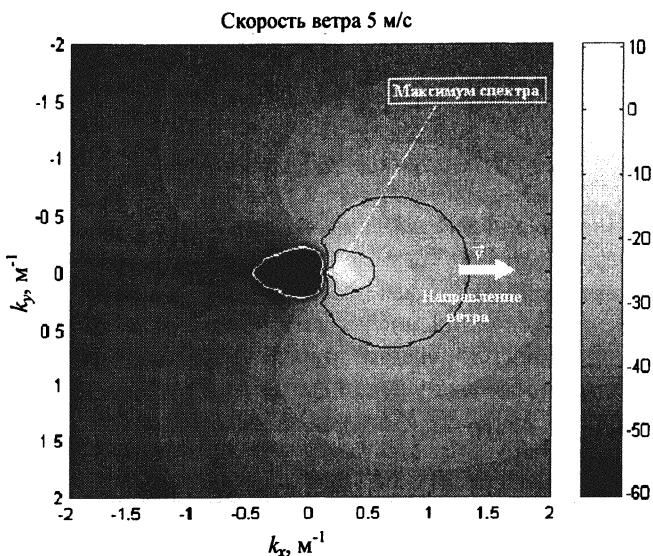


Рис. 1. Структура пространственного спектра ветрового волнения, построенного согласно модели [14].

Спектр объемных флуктуаций определяется неоднородностями, связанными с тонкой термохалинной структурой поля скорости звука, турбулентными пульсациями, полем внутренних волн и др., спектры которых могут быть описаны соответствующими моделями [15]. Следует отметить, что объемные неоднородности являются относительно медленно меняющимися по сравнению с ветровым волнением. Существенное рассеяние может наблюдаться и от неоднородностей дна океанического волновода. Простейшей моделью, описывающей коэффициенты рассеяния дном, является модель Ломмеля – Зеелигера [16]. Рассеянные дном сигналы будут находиться в нулевом доплеровском канале, и их величина может существенно превосходить сигналы, рассеянные другими типами неоднородностей. Для ослабления их влияния можно применить специальные методы фильтрации [11]. Другим источником является аддитивный шум океана [2, 6, 16]. Обычно отношение сигнала к шуму достаточно велико в пределах некоторой, в случае океанического волновода, сложной по структуре пространственной области, которую по аналогии с оптикой можно назвать полем зрения. В дальнейшем будем отображать такую область, откладывая для каждой пространственной точки связанное с отношением сигнала к шуму значение вероятности обнаружения сигнала на фоне шума.

Анализ структуры интегральных проекций при наблюдении с помощью МИТ

Как следует из уравнения (4), отклики с выхода согласованного фильтра $\langle |P(\tau, \Omega)|^2 \rangle$ являются интегральными проекциями спектра неоднородностей, что определяет возможность реконструкции его характеристик. Уравнение (4) является интегральным уравнением фредгольмовского типа по отношению к спектру неоднородностей, и его решение может быть формально представлено в операторном виде [4]. Решения интегральных уравнений такого вида в целом являются некорректными. Для нахождения решений требуется использование методов регуляризации. В качестве регуляризирующих множителей могут быть использованы трансляционные характеристики, которые определяются только свойствами волновода и могут быть рассчитаны априорно [4, 17].

Из (4), (5) видно, что при фиксированных индексах мод n и m интегральное уравнение имеет форму свертки пространственного спектра неоднородностей с функцией неопределенности импульсов подсветки. Согласно используемым моделям волновода и наблюдаемых неоднородностей для эффективной реконструкции параметров спектра необходимо, чтобы ширина функции неопределенности $F_H(\Omega, \tau)$ была существенно меньше характерных масштабов изменчивости спектра неоднородности. Как показывает анализ структуры спектра ветрового волнения [10], большая часть его энергии сосредоточена в интервале доплеровских частот 0,5–0,8 Гц, причем положение максимума энергии определяется величиной скорости ветра. Следует отметить, что кроме ветрового волнения в океане может наблюдаться и другой тип поверхностных волн – зыбь [6]. Фактически, зыбь – это квазигармоническая, направленная под определенным углом волна. Соответствующая ей частота доплеровского смещения чаще всего находится в том же интервале частот, что и ветровое волнение. Волновые числа зыби обычно составляют 0,04–0,01 м⁻¹. Необходимые для наблюдения рассеянных зыбью сигналов условия пространственного синхронизма могут выполняться лишь для участков поверхности, находящихся вблизи траверсной линии. При этом зыбь должна быть направлена под углами, близкими к нормальным по отношению к линии, соединяющей источник и приемник. Объемные неоднородности изменяются существенно медленнее, так что соответствующие им доплеровские смещения частоты в основном лежат в интервале до 0,1 Гц. Таким образом, используя доплеровскую фильтрацию, можно выделить различные типы неоднородностей, например, подавить сигналы от неподвижных неоднородностей дна и медленно изменяющихся объемных неоднородностей. Возможность фильтрации сигналов от ПО-неоднородностей зависит от масштабов их изменчивости. Примерами такого рода неоднородностей являются корпус корабля, а также перемещающиеся в определенном направлении стаи рыб (размеры таких стай могут достигать 100–200 м [3]). Существенная особенность указанных неоднородностей заключается в их средней скорости перемещения, которая может

быть достаточно большой. Вместе с тем, отделить сигналы такого рода неоднородностей от сигналов, рассеянных на ветровом волнении, путем доплеровской фильтрации не всегда удастся.

Аддитивные шумы маскируют зондирующие импульсы, дифрагированные наблюдаемыми неоднородностями. Вместе с помехами (импульсами, рассеянными мешающими неоднородностями) аддитивные шумы определяют величины пороговых сигналов при оценивании реконструируемых характеристик неоднородностей. Величины пороговых сигналов зависят от параметров задачи и будут различными для разных интервалов поиска. Примером является реконструкция положения ПО-неоднородностей. Если неоднородность располагается вдали от источника подсветки и приемной системы, дифрагированные импульсы, сильно ослабляясь из-за затухания, становятся меньше уровня шумов. В этом случае оценивание характеристик сигнала с заданной достоверностью становится невозможным. Для более детального выяснения возможностей реконструкции параметров неоднородностей проанализируем структуру дифрагированных импульсов и ее зависимость от параметров зондирующих импульсов и строения волновода.

Анализ структуры рассеянных модовых импульсов

Как следует из формул (4), (5), интенсивность акустических сигналов с выхода согласованного фильтра определяется сверткой спектра неоднородностей с квадратом модуля функции неопределенности зондирующих сигналов и зависит от структуры импульсных объемов. Варьирование задержек и доплеровских смещений позволяет получить набор интегральных проекций, характеризующих, с одной стороны, структуру пространственного спектра неоднородностей, а с другой – пространственное распределение неоднородностей в пределах импульсных объемов. Для различных пар мод $\{n, m\}$ пространственная структура импульсных объемов (3) может существенно меняться. На рис. 2 показаны два типичных случая строения импульсных объемов в горизонтальной плоскости (x, y), положения источника

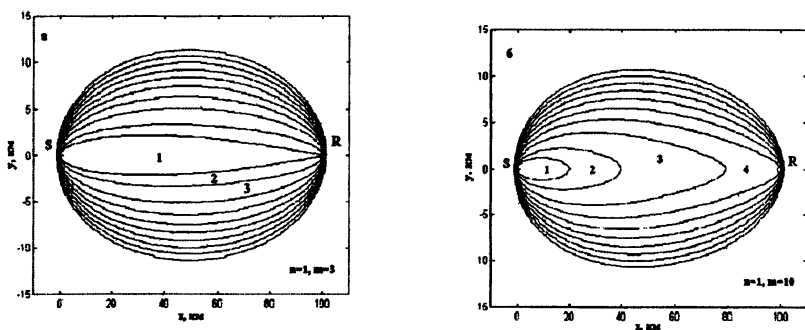


Рис. 2. Пространственная структура импульсных объемов, построенная для набора временных каналов.

и приемника обозначены соответственно буквами S и R , цифры показывают положение импульсных объемов соответствующих номеров, стрелка на рис. 2, a – направление ветра относительно источника и приемника. Когда номера рассматриваемых мод либо равны, либо близки друг к другу, форма импульсных объемов близка той, что формируется в свободном пространстве (в частности, при $n = 1$ и $m = 3$, см. рис. 2, a). Если используются моды, далеко разнесенные по модовому спектру, например $n = 1$ и $m = 10$, импульсные объемы существенно деформируются, причем площадь импульсных объемов нескольких первых номеров может существенно уменьшиться (рис. 2, b). Форма импульсных объемов по глубине волновода определяется произведением собственных функций используемых мод.

Предположим, что в качестве зондирующих импульсов используются фазоманипулированные импульсы с законом модуляции в виде m -последовательности [1], у которых отклик с согласованного фильтра локализован в небольшом интервале доплеровских частот и задержек. Как показывает анализ, использование импульсов с модуляцией других типов менее эффективно. Так, ЛЧМ-импульсы, которые с успехом используются в радиолокации, в импульсной томографии океана дают худшие результаты, поскольку соответствующий им отклик с согласованного фильтра вытянут под углом к оси задержек, что приводит к ухудшению результатов реконструкции. На рис. 3 приведена зависимость $\langle |P(\tau, \Omega)|^2 \rangle$ для фазоманипулированных импульсов в яркостном виде, в логарифмическом масштабе (дополнительно,

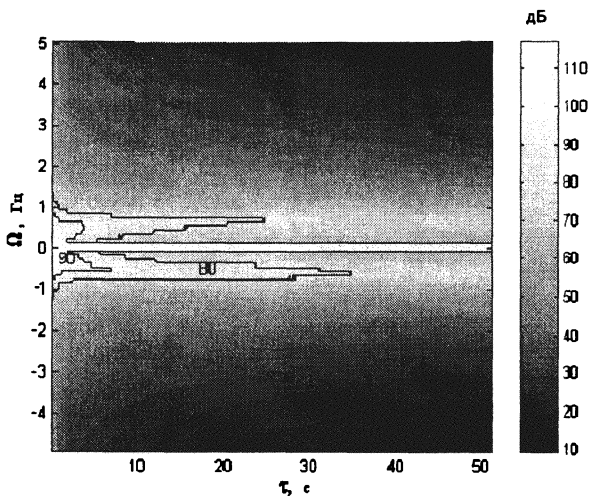


Рис. 3. Структура отклика согласованного фильтра для реверберации от анизотропного ветрового волнения и дна.

для более четкого восприятия структуры сигналов на яркостном поле приведены изолинии, соответствующие уровням 80 и 90 дБ, которые обозначены цифрами). Расчеты осуществлялись для случая возбуждения первой и приема третьей мод плоскостойкого волновода океанического типа толщиной $H = 300$ м. Зависимость скорости звука от глубины задавалась в виде таблицы $\{c(\text{м/с}):z(\text{м})\} = \{1444,3:0; 1446,0:100; 1447,7:200; 1449,2:300\}$ с последующей интерполяцией.

Дно волновода состояло из двух слоев осадков толщиной $h_1 = 5$ м и $h_2 = 25$ м, скорость и плотность которых соответственно была $c_1 = 1430$ м/с, $\rho_1 = 1,6$ г/см³; $c_2 = 1520$ м/с, $\rho_2 = 1,9$ г/см³. Упругое полупространство, на котором располагались осадочные слои, имело параметры $c_p = 2500$ м/с, $\rho_0 = 2,1$ г/см³, $\eta = 0,08$ дБ/км·Гц.

При расчетах сигналов, показанных на рис. 3, предполагалось, что в волноводе присутствовали одновременно несколько типов неоднородностей, в частности донные неоднородности и ветровое волнение. Использовалась модель ветрового волнения [14] для ситуации, когда скорость направленного под углом $5\pi/4$ ветра V составляла 5 м/с (см. рис. 2, а). Каждое значение сигнала в интервале задержек $\tau_l = \Delta t$ ($l = 1, 2, \dots, L$) с выхода согласованного фильтра (рис. 3) соответствует импульсному объему с номером l . Суммарный сигнал по всем доплеровским частотам для фиксированного значения τ определяется рассеянием от всех элементов соответствующего импульсного объема. Спадание уровней откликов сигналов, рассеянных

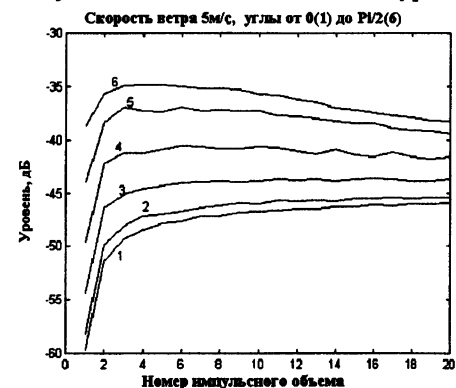


Рис. 4. Изменение интегральных уровней сигналов при изменении направления ветра.

неоднородностями дна, находящихся в элементах разрешения с нулевым доплеровским смещением (см. рис. 3), определяется структурой спектра неоднородностей и затуханием сигналов. Для упрощения дальнейшего анализа предположим, что после фильтрации донной реверберации все доплеровские каналы проинтегрированы. На рис. 4 показано распределение уровней откликов для различных импульсных объемов при $n = 1$, $m = 3$, $V = 5$ м/с и заданных значениях направлений ветра. Расчеты осуществлены для шести значений углов (кривые 1–6), равномерно распределенных в интервале от нуля до девяноста градусов. В каждом из элементов импульсного объема рассеяние осуществляется на соответствующей пространственной гармонике, удовле-

творяющей условию пространственного синхронизма. Таким образом, каждому импульсному объему в пространстве можно поставить в соответствие импульсный объем в пространстве волновых чисел. На рис. 5 показана структура таких объемов при подсветке первой модой и приеме третьей моды при ветре, направленном под углом $5\pi/4$ со скоростью 5 м/с. Светлыми линиями показаны импульсные объемы для $l = 1$ (в виде двух смежных кругов) и $l = 20$ (в виде гантели). Для оценки масштабов показана также компонента $2k$. Ориентация импульсных объемов в пространстве волновых чисел может меняться в зависимости от направления ветра (см. рис. 5).

Для каждого из импульсных объемов можно построить зависимость затухания сигнала от положения рассеивающего элемента. На рис. 6 показана такого рода трансляционная характеристика, рассчитанная для первой и третьей моды. Из приведенных расчетов видно, что существуют области пространства, где рассеиваемые относительно низкими пространственными частотами сигналы слабы. Указанная зависимость объясняется тем, что удовлетворяющие условиям пространственного синхронизма низкочастотные пространственные компоненты располагаются в элементах импульсных объемов, удаленных на большие расстояния от источника и приемника, что приводит к их относительно большому ослаблению из-за затухания [17].

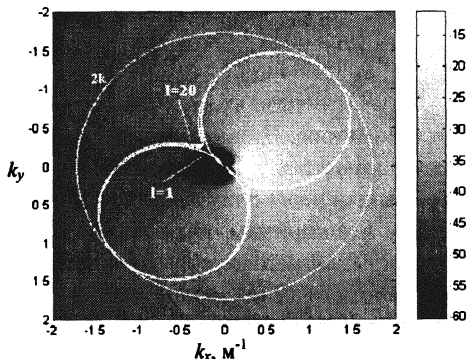


Рис. 5. Структура импульсных объемов в пространстве волновых чисел.

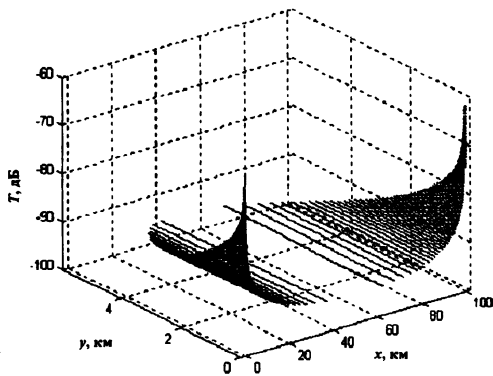


Рис. 6. Трансляционная характеристика для первой и третьей мод волновода.

Реконструкция характеристик неоднородностей

В целом модовые импульсы для определенных интервалов задержек содержат в интегральной форме информацию о рассеивателях, расположенных в пределах соответствующих импульсных объемов, которые можно построить как в пространственных координатах (рис. 2), так и в плоскости пространственных частот (рис. 5). Для наблюдения неоднородностей одного из типов необходимо настроить (сфокусировать) систему так, чтобы подавить все остальные. Возможности такой реконструкции проиллюстрируем на примере реконструкции ветрового волнения и ПО-неоднородности.

Реконструкция ветрового волнения

Будем считать, что модель неоднородностей задана и описывается набором параметров. Целью томографической реконструкции может быть оценка таких параметров по измерениям дифрагированных сигналов. Для решения такой задачи необходимо соответствующим образом подобрать зондирующие сигналы и алгоритмы обработки так, чтобы обеспечить возможность достоверной оценки параметров наблюдаемых неоднородностей. В частности, для поверхностных неоднородностей, связанных с ветровым волнением и описываемых определенными моделями (например, [14]), параметрами являются скорость и направление ветра. При наблюдении с помощью МИТ после этапов совместной согласованной со средой и зондирующими импульсами обработки имеем сигналы, структура которых приведена на рис. 3–5. Подавление сигналов донной и объемной реверберации может быть осуществлено соответствующей фильтрацией доплеровского спектра, в том числе с применением алгоритмов выкалывания помеховых сигналов [11]. Оставшаяся часть сигнала формируется за счет рассеяния на поверхностных неоднородностях. Для реконструкции параметров спектра можно использовать некоторые характеристики измеренного распределения, в частности, положение и величину максимума спектра, его ширину и т. д., которые являются набором кодов после соответствующей "фокусировки", т. е. компенсации затухания и временных задержек. Процесс реконструкции параметров ветрового волнения в этом случае может заключаться в сравнении указанных кодов с аналогичными характеристиками, рассчитанными для модели наблюдаемой неоднородности. Критерием решения может быть, например, минимизация среднеквадратической невязки либо другие критерии [4]. Поиск решения в виде глобального экстремума в многопараметрическом пространстве может быть осуществлен с помощью оптимизированных на основе использования априорной информации итерационных алгоритмов [2, 4, 5, 17, 18]. На рис. 7 показан результат реконструкции параметров спектра ветрового волнения, осуществленный с помощью описанного выше алгоритма. Для проверки работоспособности МИТ был реализован компьютерный эксперимент, имитирующий наблюдение с помо-

щью МИТ ветрового волнения в мелком море. В качестве модели использовалась модель волновода толщиной $H = 300$ м, параметры которого указаны выше. В качестве модели ветрового волнения использовалась модель [14], при этом считалось, что ветер имел скорость 5 м/с и направление вдоль прямой под углом $5\pi/4$ к линии, соединяющей источник и приемник. Подсветка осуществлялась модой $n = 1$, а принималась мода $m = 3$. Предполагалось, что измерения осуществляются на фоне аддитивных шумов, уровень которых 70 дБ. На первой стадии осуществлялась имитация дифракции зондирующих импульсов на ветровом волнении и их приема и обработки согласованным фильтром, распределение, полученное с выхода фильтра, показано на рис. 3. Далее, из полученного распределения выделялись области, в которых изменения параметров ветра проявлялись наиболее ярко. Интегральные значения уровней в таких областях считались принятыми системой наблюдения.

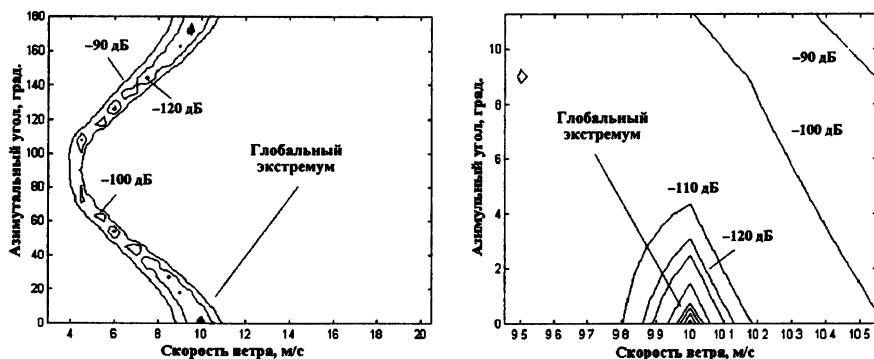


Рис. 7. Пространство невязок при оценке параметров ветра

На следующем этапе осуществлялись расчеты аналогичных интегральных уровней на основе теоретической модели спектра ветрового волнения, которые сравнивались с измеренными уровнями при различных значениях параметров ветрового волнения и строилось пространство невязок, в котором осуществлялся поиск глобального экстремума. Значения параметров ветра, при которых формируется глобальный экстремум, являлись результатом реконструкции и давали оценку параметров наблюдаемых неоднородностей (заметим, что в рамках используемой модели спектр ветрового волнения определялся в основном двумя параметрами – скоростью и направлением ветра). В качестве сравниваемых интегральных уровней использовались значения суммарного уровня сигналов для первых трех импульсных объемов при интегрировании по доплеровским смещениям. По результатам поиска глобального экстремума для оценки параметров ветра (см. рис. 7)

видно, что в пространстве параметров формируется область минимальных значений невязки в виде оврага. Поскольку при бистатическом наблюдении, при котором схема измерений включает в себя пространственно разнесенные источник и приемник, имеется ось симметрии, система не способна отличить положительные углы направления ветра от отрицательных. В пределах оврага наблюдаются локальные экстремумы, среди которых отыскивается глобальный экстремум, соответствующий истинному решению.

Реконструкция ПО-неоднородностей

Реконструкция ПО-неоднородностей прежде всего предполагает решение задачи локализации неоднородности, т. е. определение её положения в области наблюдения. Поскольку наблюдение осуществляется в неоднородной среде (в нашем случае волновод), очевидно, что МИТ является неизопланатическим методом, т. е. пространственное разрешение будет неоднородным по пространственным координатам. Одной из причин этого явления служит неоднородность пространственных конфигураций импульсных объемов различных номеров и различных пар мод [19].

Рассмотрим некоторые особенности реконструкции ПО-неоднородностей на примере айсберга, характеристики которого можно приближенно описать моделью в виде перемещающегося по поверхности волновода абсолютно жесткого тела больших волновых размеров, большая часть которого погружена в волновод. Для описания дифракции модовых импульсов будем считать, что айсберг имеет форму вертикально ориентированного цилиндра конечной длины, размеры которого существенно превосходят длину волны для центральной частоты спектра зондирующего импульса. Анализируя структуру поля зрения при томографическом наблюдении, будем считать, что айсберг движется вдоль различных прямолинейных траекторий, одинаково наклоненных по отношению к траверзной линии. Тогда рассеянные под малыми углами сигналы будут максимальными при расположении айсберга между источником и приемной системой. Для расчетов дифрагированных импульсов на телах в волноводе воспользуемся методами, развитыми в [9]. При перемещении айсберга вдоль произвольной траектории относительно источника зондирующих импульсов и приемной системы изменяются уровни, а также доплеровские смещения дифрагированных айсбергом импульсов. Указанные вариации параметров дифрагированных импульсов определяют неоднородность распределения полезных сигналов в пределах поля зрения томографического наблюдения, поскольку эффективность реконструкции зависит от отношения полезных сигналов к уровню помех и шумов. Будем считать, что кроме аддитивных шумов существуют и конкурирующие рассеиватели в виде поверхностного ветрового волнения, а значит, импульсы подсветки будут рассеиваться не только айсбергом, но

и поверхностным волнением, которое может маскировать полезные сигналы. Используем для расчетов рассмотренные выше модели анизотропного ветрового волнения [14] и волновода и будем считать, что подсветка осуществляется первой модой, а принимается мода с номером три.

Рассеянные айсбергом импульсы после согласованной фильтрации будут наблюдаться на фоне реверберационных помех, структура которых показана на рис. 3. Предполагая нормальную статистику сигналов и помех, будем считать, что при заданных вероятностях правильного обнаружения и ложных тревог решение о наличии рассеянного айсбергом сигнала в одном из каналов при переборе временных задержек и доплеровских смещений принимается решающим устройством. Поскольку скорость перемещения айсберга обычно невелика (0,5–2 м/с), можно предположить, что полезный сигнал будет располагаться в интервале малых значений доплеровских смещений, где уровень помех достаточно высок. Такая ситуация характерна для положений айсберга вблизи траверзной линии и тогда определение его параметров, в частности координат, может быть затруднено. Когда айсберг расположен вдали от траверзной линии, отношение сигнала к шуму и помехам может быть достаточно большим, и тогда, оценивая задержки дифрагированных импульсов по характеристикам соответствующих импульсных объемов, можно определить положение айсберга [19]. Элементами пространственного разрешения в случае бистатического расположения источника и приемника являются пространственные структуры, близкие к эллиптическим кольцам (см. рис. 2). Таким образом, с помощью одной томографической проекции положение ПО-неоднородности можно определить лишь с точностью до пространственной конфигурации импульсного объема с определенным номером, в котором находится неоднородность. Для повышения пространственного разрешения следует использовать вторую проекцию, расположенную под углом к первой. Упрощая конструкцию томографической системы, используем один источник подсветки и две приемные системы, поместив одну из них в точке расположения излучателя, а другую на некотором удалении от него. В этом случае одна из томографических проекций будет соответствовать моностатической схеме наблюдения, для которой будут реализовываться условия обратного рассеяния, а её импульсные объемы будут иметь форму концентрических круговых колец. На рис. 8 представлены результаты расчета структуры поля зрения моностатической (рис. 8, а) и бистатической (рис. 8, б) проекций МИТ айсберга.

Для вычисления поля зрения был проведен компьютерный эксперимент, который имитировал движение айсберга вдоль наклонных по отношению к линии, соединяющей источник и приемник, траекторий, отстоящих друг от друга на равные расстояния. Айсберг в компьютерном эксперименте имел форму цилиндра диаметром 200 м, погруженного в волновод на 50 м.

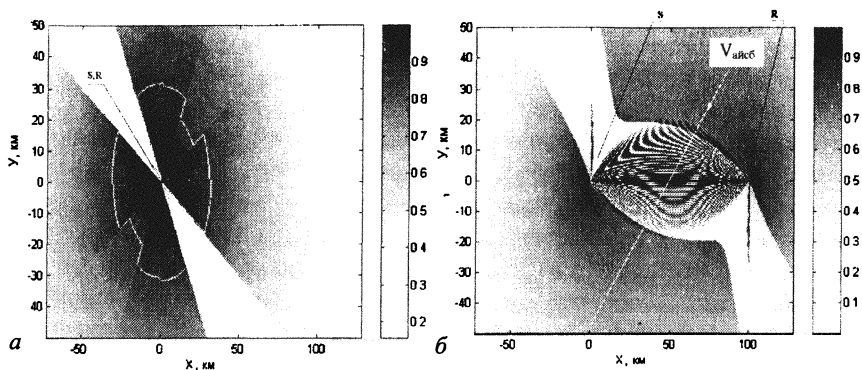


Рис. 8. Структура пространственного распределения вероятностей обнаружения сигнала от айсберга (поле зрения) при моностатической (а) и бистатической (б) схемах наблюдения. (Белая линия соответствует траектории движения айсберга со скоростью 1,5 м/с, уровень аддитивного шума составлял 70 дБ, скорость ветра была 5 м/с, глубина волновода составляла 300 м).

Предполагалось, что айсберг движется со скоростью 1,5 м/с, траектории движения прямолинейно направлены справа налево и сверху вниз (одна из траекторий показана на рис. 9 в виде белой линии). В каждой точке расположения айсберга откладывались в яркостном виде вероятности выделения сигнала на фоне помех и шумов. Предполагалось также, что существует дискретный набор доплеровских каналов шириной 0,1 Гц каждый. При моностатическом наблюдении уровень сигналов, рассеянных айсбергом в обратном направлении, зависит только от дистанции наблюдения. Величина доплеровского смещения отраженных импульсов определяется углом между направлением движения и радиусом-вектором, проведенным из точки наблюдения в точку расположения айсберга и скоростью движения айсберга. Соотношение значений доплеровских смещений, соответствующих движению айсберга с малой скоростью, и величины частотного разрешения в рассматриваемой модели таково, что поле зрения разбивается на пять областей с различными уровнями помех, источником которых являются ветровое волнение и случайные неровности дна. При значениях доплеровских смещений близких к нулю уровень помех определяется донными неоднородностями и имеет максимальную величину, так что полезные сигналы полностью маскируются. В случае, когда айсберг движется на точку наблюдения, сигнал также плохо виден, так как в этой области помехи формируются наиболее интенсивными компонентами ветрового волнения. Для лучшего восприятия на рис. 8 в виде белой линии показана изолиния, соответствующая значению вероятности 0,9. Аналогичная структура поля зрения формируется и для бистатической томографической проекции (рис. 8, б). Область мак-

симальных значений помех формируется при малых значениях доплеровских смещений. Однако в отличие от моностатического случая уровень полезного сигнала зависит от углов подсветки и наблюдения, и поле зрения становится неравномерным. Так, при малоугловом рассеянии, когда айсберг находится между источником и приемной системой, уровень сигнала велик, и айсберг виден даже на фоне больших помех. Пространственное распределение сигнала от айсберга при небольших углах рассеяния носит ярко выраженный интерференционный характер, определяющийся диаграммой рассеяния айсберга. Асимметрия распределения интерференционных максимумов обусловлена отличиями в рассеянии мод различных номеров под разными углами. На рис. 9 показано поле зрения при наблюдении айсберга томографической системой, состоящей из двух томографических проекций – моно- и бистатической. При этом результирующее поле зрения становится существенно больше, а области плохой видимости уменьшаются.

Кроме поля зрения, важной характеристикой эффективности наблюдения айсберга является пространственное разрешение, которое при использовании двух томографических проекций определяется элементом, формирующимся при пересечении импульсных объемов используемых томографических проекций. Благодаря отличиям форм импульсных объемов элементы пространственного разрешения будут различными для разных участков поля зрения.

Отметим, что структура поля зрения существенно зависит от уровня и структуры шумов и помех, структуры волновода, а также от параметров движения айсберга [20]. Внешняя граница поля зрения в основном определяется аддитивными шумами, в то время как реверберационная помеха от случайных неоднородностей волновода обуславливает неоднородность поля зрения, формируя области плохой видимости. При изменении скорости и траектории движения айсберга поле зрения может существенно измениться. В частности, если айсберг перемещается вдоль трассы бистатического наблюдения, области с повышенным уровнем реверберации будут располагаться под прямым углом к траверсной линии.

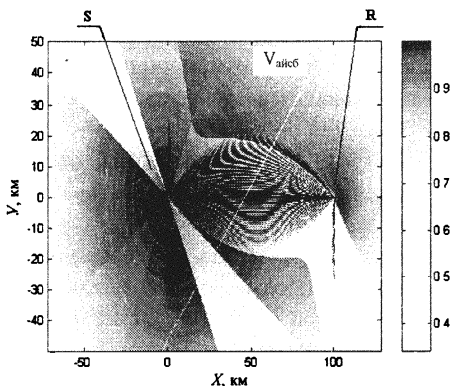


Рис. 9. Структура пространственного распределения вероятностей обнаружения сигнала от айсберга (поле зрения) при суммарной (моно-статической и бистатической) схеме наблюдения. (Параметры расчетов те же, что приведены на рис. 8).

В настоящей работе исследовались возможности реконструкции неоднородностей плоскостойких волноводов с помощью МИТ. В частности, рассматривались возможности восстановления параметров поверхностных случайно распределенных и пространственно ограниченных неоднородностей. Параметрические модели неоднородностей использовались в виде априорных данных, и проблема томографической реконструкции сводилась к оценке параметров известных моделей. При этом рассматривались системы наблюдения с минимальным числом пространственно разнесенных источников и приемников. Было показано, что для реконструкции параметров неоднородностей необходимо знать характеристики волновода и использовать оптимальные параметры зондирующих импульсов.

Если спектр неоднородностей является априорно неизвестным, необходимо осуществлять реконструкцию дифференциальных характеристик спектра. Для этого, по-видимому, недостаточно измерять только некоторые из интегральных характеристик, как в рассмотренном выше методе реконструкции; необходимо измерять интенсивности различных компонент доплеровского спектра. Даже тогда для измерений будут доступны только пространственные частоты, находящиеся внутри импульсных объемов, формирующихся в пространстве волновых чисел. Этого может быть достаточно для реконструкции изотропных спектров. Для анизотропных спектров могут потребоваться измерения, соответствующие большому набору томографических трасс, пересекающих наблюдаемые неоднородности под различными углами.

С практической точки зрения важна постановка задачи, когда параметры модели неоднородности плавно зависят от координат и необходимо осуществить реконструкцию такой изменчивости. В этом случае необходимое число томографических трасс может возрасти.

Авторы благодарны А. В. Гапонову-Грехову, Л. С. Долину, Б. В. Кержакову, В. В. Кулиничу, В. Ю. Караеву и В. И. Таланову за интерес к работе и многочисленные обсуждения её различных аспектов.

Работа поддержана Российским фондом фундаментальных исследований (гранты 00-02-17157, 00-15-96741, 01-02-31001к).

Литература

1. *Munk W., Worcester P., and Wunsch C.* Ocean Acoustic Tomography. Cambridge University Press, 1995. 433 p.
2. *Гончаров В. В., Зайцев В. Ю., Куртенов В. М. и др.* Акустическая томография океана. Н. Новгород: ИПФ РАН, 1997. 254 с.
3. *Khil'ko A. I., Caruthers J. W., Sidorovskaja N. A.* Ocean Acoustic Tomography. A Review with Emphasis on the Russian Approach. N. Novgorod: IAP RAS, 1998. 195 p.
4. *Смирнов И. П., Карузертс Дж. В., Хилько А. И.* Томографическое наблюдение локализованных неоднородностей в плоскостойких волноводах. Препринт ИПФ РАН № 550. Н. Новгород, 1999 26 с

5. *Smirnov I. P., Caruthers J. W., and Khil'ko A. I.* Bubbles cloud tomographical reconstruction in random inhomogeneous // The Formation of Acoustical Fields in Oceanic Waveguides. Reconstruction of Inhomogeneities in Shallow Water / Ed. V. A. Zverev. N. Novgorod: IAP RAS, 1998. V. 2. P.189–220.
6. *Бреховских Л. М., Лысанов Ю. П.* Теоретические основы акустики океана. Л.: Гидрометеониздат, 1982. 262 с.
7. *Бурдуковская В. Г., Лучинин А. Г., Хилько А. И.* Маломодовая импульсная томография неоднородностей в плоскостных волноводах // Сб. докладов 4-й научн. конф. по радиофизике 5 мая 2000 г. ННГУ им. Н. И. Лобачевского. Н. Новгород. 2000. С. 120–137.
8. *Borodina E. L., Stromkov A. A., and Khil'ko A. I.* Coherent structure of broadband pulse signals // The Formation of Acoustical Fields in Oceanic Waveguides. Coherence Phenomena / Ed. V. A. Zverev. N. Novgorod: IAP RAS, 1997. P. 186–212.
9. *Горский С. М., Зверев В. А., Хилько А. И.* Особенности дифракции акустических полей на пространственно-локализованных неоднородностях в волноводах океанического типа // Формирование акустических полей в океанических волноводах / Под ред. В. А. Зверева. Н. Новгород: ИПФ РАН, 1991. С. 82–114.
10. *Лучинин А. Г., Хилько А. И., Боголюбов Б. Н. и др.* Экспериментальное исследование селективного возбуждения и приема волноводных мод в мелком море // Сб. докладов Нижегородской акустической научной сессии 16–17 мая 2002 г. ННГУ им. Н. И. Лобачевского. 2002. С. 145–149.
11. *Стромков А. А., Климин О. Ю., Хилько А. И.* Исследование структуры маломодовых гидроакустических импульсов при их согласованной фильтрации в мелком море // Сб. докладов Нижегородской акустической научной сессии 16–17 мая 2002 г. ННГУ им. Н. И. Лобачевского. 2002. С. 161–165.
12. *Рытов С. М., Крайцов Ю. А., Татарский В. И.* Введение в статистическую радиофизику. Часть 2. М.: Наука, 1978. 463 с.
13. *Бурдуковская В. Г., Лучинин А. Г., Раевский М. А., Хилько А. И.* О некоторых особенностях формирования поверхностной реверберации в мелком море // Сб. докладов Нижегородской акустической научной сессии. ННГУ им. Н. И. Лобачевского. 2002. С. 210–214.
14. *Караев В. Ю., Баландина Г. Н., Ангелов М. К.* Об особенностях описания волнения применительно к решению задач дистанционного зондирования морской поверхности: Препринт ИПФ РАН № 470. Н. Новгород, 1998. 30 с.
15. *Нечаев Ф. Г., Хилько А. И.* Реконструкция океанических неоднородностей вдоль акустической трассы методом дифференциальной диагностики: Препринт ИПФ РАН № 178. Н. Новгород, 1987. 28 с.
16. *Урик Р. Д.* Основы гидроакустики. Л.: Судостроение, 1978. 444 с.
17. *Зорин А. Ю., Смирнов И. П., Хилько А. И.* О выборе параметров систем акустического видения в неоднородных средах // Формирование акустических полей в океанических волноводах / Под ред. В. А. Зверева. Н. Новгород: ИПФ РАН, 1994. С. 214–246.
18. *Смирнов И. П., Смирнов А. И., Карузертс Дж. В., Хилько А. И.* Томографическая реконструкция локализованных неоднородностей в океанических волноводах: Препринт ИПФ РАН № 538. Н. Новгород, 2000. 26 с.
19. *Бурдуковская В. Г., Хилько А. И.* Неизопланатичность поля зрения при маломодовой импульсной томографии неоднородностей в рефракционных слоистых волноводах // Труды 5-й научн. конф. по радиофизике, посвященной 100-летию со дня рождения А. А. Андропова. 7 мая 2001 г. / Под ред. А. В. Якимова. Н. Новгород: ТАЛАМ, 2001. С. 175–177.
20. *Белов А. И., Бурдуковская В. Г., Хилько А. И.* Рассеяние модовых импульсов шероховатой стенкой слабонерегулярного волновода // Сб. докладов 4-й научн. конф. по радиофизике 5 мая 2000 г. ННГУ им. Н. И. Лобачевского. Н. Новгород. 2000. С. 88–91.

ВОЗБУЖДЕНИЕ И ПРИЕМ МАЛОМОДОВЫХ АКУСТИЧЕСКИХ ИМПУЛЬСОВ ДЛЯ ДИАГНОСТИКИ МЕЛКОГО МОРЯ

*А. Г. Лучинин, А. И. Хилько, Б. Н. Боголюбов, П. И. Коротин,
В. Н. Лобанов, А. А. Стромков, Б. М. Салин, О. Ю. Климин,
А. Ю. Перминов, В. И. Рылов, В. Б. Быстранов, В. А. Тютин, А. С. Чащин,
А. В. Циберев, А. Я. Балалаев, В. А. Кондрашов, Е. Н. Мухин,
А. Ф. Комиссаров, А. С. Бармак, В. Ю. Калистратов, О. Р. Фаизов,
П. А. Капустин, Л. А. Рыбенков, С. Ю. Смирнов, Ю. Н. Дубовой,
В. Г. Бурдуковская, А. Д. Соколов*

Институт прикладной физики РАН, Н. Новгород

Введение

Необходимость освоения природных ресурсов шельфовых зон океана обуславливает интерес к разработке методов и средств акустического мониторинга его мелководных районов. Особое внимание уделяется использованию низкочастотных (НЧ) звуковых зондирующих сигналов, поскольку в этом случае возможно осуществление дистанционного наблюдения за неоднородностями морской толщи и дна в мелком море на акустических трассах максимальной протяженности [1, 2]. В работах [3, 4] предложен основанный на селективном возбуждении и приеме волноводных мод метод маломодовой импульсной томографии океана (МИТ). Согласно этому методу излучается импульс, соответствующий моде с номером n , а принимается импульс, соответствующий моде с номером m . При этом реализуется модовая тень, глубина которой определяется эффективностью пространственно – частотной фильтрации волноводных мод. Различного рода неоднородности океанического волновода обуславливают перераспределение поля из моды n в моду m . В этом случае полезные сигналы от диагностируемых неоднородностей наблюдаются на фоне шумов моря и помех, формируемых случайно распределенными неоднородностями океанической среды. Использование согласованных с океанической средой сигналов позволяет достигать больших дальностей наблюдения при заданной мощности источника, а также повысить чувствительность наблюдения за счет ослабления интерференционных эффектов.

Акустические сигналы в мелководных океанических волноводах относительно быстро затухают вследствие взаимодействия поля с поглощающими осадочными слоями дна. Поскольку такое взаимодействие возрастает с ростом номера моды, в качестве импульсного поля подсветки необходимо использовать моды низших номеров. По-видимому, наиболее эффективно такого рода сигналы можно возбудить с помощью вертикально развитых

решеток излучателей, если создать вдоль решетки распределение амплитуд и фаз, обеспечивающее согласование с излучаемыми модами. Волноводные моды низких номеров в мелком море обычно распределены по глубине вдоль всего водного слоя, а также частично в осадочных и более глубоких донных слоях. Учитывая, что реально излучатели могут располагаться лишь в слое жидкости, решетку излучателей практически всегда следует рассматривать как решетку (антенну) ограниченных размеров, длина которой недостаточна для того, чтобы обеспечить полное согласование с одной из мод низких номеров. С помощью такой (короткой) решетки селективное возбуждение одной из мод может быть осуществлено с конечной эффективностью, которая может определяться по уровню возбуждения паразитных мод. В частности, в типичных и часто встречающихся в натуральных условиях волноводах придонного типа добиться полного согласования с модами низких номеров, распространяющимися в том числе и в донных осадочных слоях, чаще всего не удается. Аналогичная ситуация имеет место и при селекции мод приемной антенной. Указанные ограничения при селективном возбуждении и приеме волноводных мод вертикальными антеннами носят принципиальный характер. Необходимо отметить также и ряд технических особенностей работы таких антенн, препятствующих их эффективной работе в натуральных условиях. В частности, за счет влияния течений может наблюдаться деформация антенн. Кроме того, к снижению эффективности селекции волноводных мод может привести неточность информации о строении дна и вертикального распределения скорости звука волновода, а также неточность компенсации влияния взаимодействия излучателей друг на друга через среду. В настоящей работе приводятся результаты экспериментов, направленных на исследование возможностей использования вертикальных антенных решеток для селективного возбуждения и приема маломодовых сигналов при акустическом зондировании мелкого моря.

Описание условий проведения экспериментов

Для проверки возможностей селективного возбуждения и приема волноводных мод в мелком море были проведены экспериментальные исследования с использованием уникального оборудования, состоящего из вертикальной решетки высокоэффективных низкочастотных излучателей, а также набора многоэлементных решеток приемников с высоким динамическим диапазоном. На рис. 1 показана схема расположения основных элементов экспериментальной системы. Излучающая решетка опускалась с борта корабля, закрепленного в стационарном положении с помощью трех якорей. Излучались сложные импульсные сигналы различной длительности в интервале частот 235–255 Гц. Расстояние между отдельными излучателями в решетке составляло 3 м. Решетка располагалась на глубине 10–40 м, глубина места в точке постановки излучающей антенны составляла 61 м. Две приемные ан-

тенны располагались на разных дистанциях от излучающей решетки: первая из них опускалась с борта корабля в точке 1 на удалении 35 м от излучающей решетки (см. рис. 1, а). Расстояние между гидрофонами составляло 3 м, общее число гидрофонов в решетке равнялось 19. Вторая приемная решетка, работающая в автономном режиме, с помощью якоря была поставлена на дно и удерживалась в вертикальном положении за счет плавучести. Эта антенна находилась в точке 2, расположенной на удалении 2960 м от излучающей решетки. Глубина постановки второй приемной антенны определялась следующими параметрами (см. рис. 1, б): $H = 68$ м, $h = 5$ м, расстояние между приемниками составляло 1,5 м, в антенне было 32 приемника. Уровень регистрируемых приемной решеткой сигналов при измерениях в точке 2 превышал уровень шума на величину порядка 60 дБ.

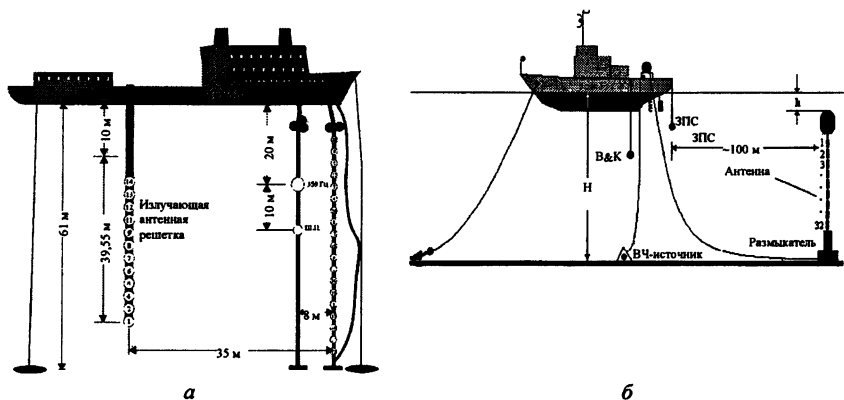


Рис. 1. Схема расположения вертикальной излучающей решетки и приемной системы в точке 1 (а) и точке 2 (б).

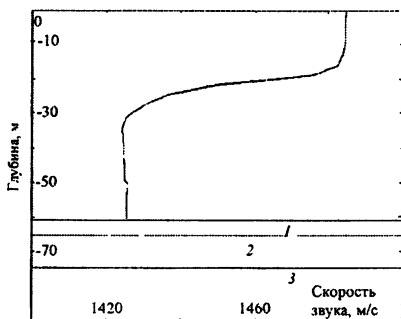


Рис. 2. Структура гидроакустического волновода: 1 – в первом слое осадков, 2 – во втором слое, 3 – в подстилающем слое.

Эксперименты по возбуждению волноводных мод осуществлялись вдоль однородной трассы. Между точками 1 и 2 вдоль трассы глубина места варьировалась от 60 до 64 м. При измерениях наблюдалась типичная летняя гидрология в виде придонного канала распространения с развитым по глубине изотермическим верхним слоем жидкости и резким слоем скачка параметров (термоклин) в районе глубин 20–25 м (рис. 2). Дно в районе проведения измерений состояло из двух

осадочных слоев, располагавшихся на подстилающем слое со следующими акустическими параметрами: в первом слое осадков плотность $\rho_1 = 1,2 \text{ г/см}^3$, скорость продольных волн $C_{L1} = 1500 \text{ м/с}$, скорость поперечных волн $C_{S1} = 100 \text{ м/с}$, затухание в слое $\delta_1 = 0,06 \text{ дБ/м·кГц}$; во втором слое осадков $\rho_2 = 1,5 \text{ г/см}^3$, $C_{L2} = 1520 \text{ м/с}$, $C_{S2} = 300 \text{ м/с}$, $\delta_2 = 0,2 \text{ дБ/м·кГц}$; в подстилающем слое $\rho_3 = 1,6 \text{ г/см}^3$, $C_{L3} = 1800 \text{ м/с}$, $C_{S3} = 350 \text{ м/с}$, $\delta_3 = 0,03 \text{ дБ/м·кГц}$.

Особенности возбуждения маломодовых импульсов

Для обеспечения эффективного согласования излучаемых импульсов с волноводом необходимо обеспечить заданное (соответствующее возбуждаемой моде) амплитудно-фазовое распределение давления на каждом из излучателей. При этом принципиально важно учесть взаимное влияние излучателей друг на друга. В работе [5] предложен ряд алгоритмов сведения амплитуд и фаз к заданному распределению, которые могут быть осуществлены лишь с помощью управляющей ЭВМ, формирующей сигналы управления излучателями с использованием встроенных датчиков и соответствующих итерационных процедур. В описываемых экспериментах были предприняты попытки возбуждения первых трех волноводных мод. Следует отметить, что поскольку излучатели расположены достаточно близко друг к другу, каждый из них при работе антенной решетки испытывает достаточно сильное воздействие со стороны остальных. На рис. 3 показаны результаты измерения амплитуды давления и его фазы в случае, когда был включен лишь один излучатель № 7. Из представленных зависимостей и оценок следует, что уровень давления от этого излучателя достаточно велик для того, чтобы изменить условия работы других излучателей. При этом существенную роль играет фаза давления. В зависимости от её величины давление от стороннего излучателя может либо подавлять, либо усиливать эффективность работы другого излучателя.

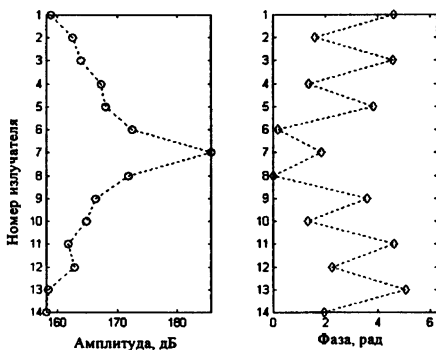


Рис. 3. Результаты измерения взаимного влияния излучателей (слева – амплитуды, а справа – фазы давления) на встроенных в излучатели приемниках в случае работы только одного излучателя № 7.

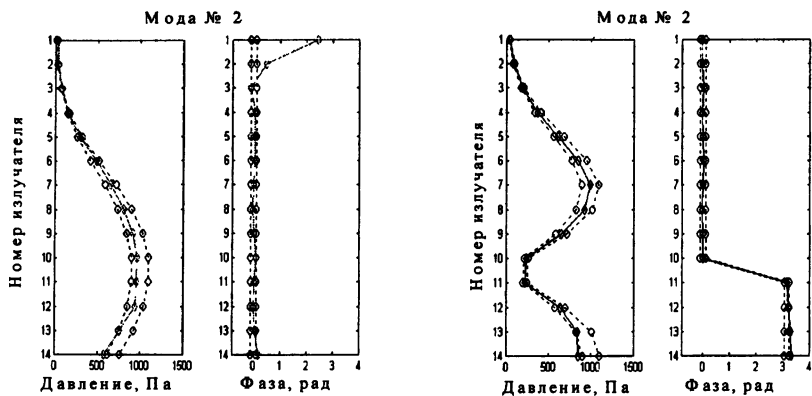


Рис. 4. Распределения амплитуд и фаз вдоль решетки излучателей при возбуждении первой (слева) и второй (справа) волноводных мод.

На рис. 4 представлена структура амплитуд и фаз вдоль излучающей решетки при излучении первой и второй волноводных мод после компенсации паразитного взаимного влияния излучателей. На каждом из этих рисунков показаны три совокупности точек, объединенных в три кривые. Две из них показывают пределы, в которых допускается разброс амплитуд и фаз давления, создаваемого каждым излучателем. Средняя (между этими двумя) совокупность точек соответствует реально достигнутому результату. Отметим, что выброс фазы на излучателях № 1 и 2 при возбуждении первой моды связан с практически нулевой амплитудой давления при заданном распределении и соответственно плохо определяемой фазой. Очевидно, что этот выброс не сказывается на общем результате. Таким образом, в результате экспериментов была продемонстрирована эффективность использования вертикально развитой решетки излучателей при возбуждении волноводных мод. Кроме того, были получены данные о стабильности расположения излучающих и приемных элементов антенн в морской среде, характеристики стационарности трассы измерений, а также осуществлены эксперименты по излучению направленных импульсов и исследованию их отражения от границ слоев донных осадков. Результаты возбуждения сигналов, согласованных с первой модой волновода, принимаемых в точке 2, представлены на рис. 5. Пунктиром показано распределение поля первой моды вдоль приемной антенны, рассчитанное с учетом априорно известных данных о трассе распространения. Сплошная линия соответствует распределению, полученному при измерениях антенной.

Как следует из полученных экспериментальных данных, используемая при измерениях излучающая решетка позволила достаточно эффективно осуществить селективное возбуждение первой моды волновода. При этом уровень паразитного возбуждения мод других номеров составил величину

порядка -15 дБ. Достижение более эффективной селекции волноводных мод ограничивалось условиями измерений. Как видно из сопоставления структуры придонного волновода и структуры первой моды, часть излучающей антенны находилась вне интервала глубин, на которых наблюдалась локализация первой моды. Другая заметная часть первой моды распространялась в слое осадков. Таким образом, осуществить лучшее согласование при излучении первой моды не позволяли гидрологические условия проведения экспериментов. Осуществлялись также эксперименты и с возбуждением мод более высоких номеров. Эффективность их селекции при возбуждении оказалась ниже, что также обуславливалось гидрологическими условиями в районе постановки и конструкцией излучающей решетки.

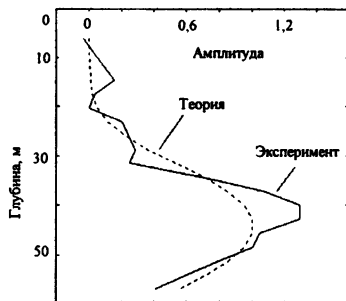


Рис. 5. Генерация первой моды волновода.

Вариации параметров трассы распространения

На рис. 6 показаны результаты наблюдения короткопериодных пространственных вариаций отдельных элементов приемной антенны в горизонтальной плоскости. Измерения осуществлялись для приемной решетки, расположенной в точке 1, путем оценки фаз принятых гармонических сигналов с последующим пересчетом их значений в пространственные вариации. Были реализованы режимы излучения с одним излучателем, находящимся в середине излучающей решетки, а также при формировании первой волноводной моды. Из приведенных значений экспериментально измеренных смещений (каждая из кривых на рисунке соответствует реализации смещений, измеренных с интервалом времени 30 с) следует, что относительное положение приемных элементов и излучателей оказалось достаточно стабильным. Поскольку дисперсия вариаций мала по отношению к используемым длинам волн, такого рода вариации в условиях проводимого эксперимента можно считать пренебрежимо малыми. Другой, более низкочастотный тип вариаций времен распространения сигналов на трассе между излучающей и приемной решетками, наблюдаемый при измерениях, показан на рис. 7. Представлены отклонения длины трассы от среднего значения за относительно длительный промежуток времени при измерениях на антеннах, расположенных в точках 1 (источник) и 2 (приемник). На представленных зависимостях хорошо видны временные вариации с характерными периодами порядка 6–8 мин. Как показывают оценки, такого рода вариации могут быть вызваны либо внутренними волнами, либо колебаниями судна, с которого осуществлялась постановка излучателя, вызванными влиянием тех же внутренних волн.

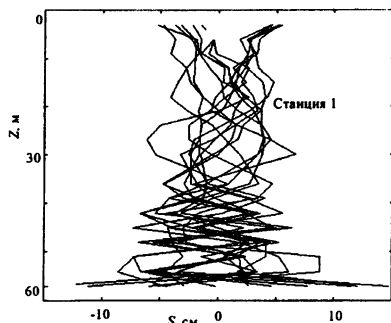


Рис. 6. Короткопериодные смещения положения приемников.

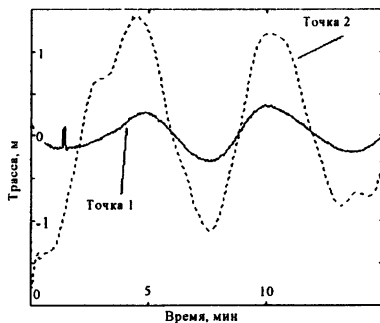


Рис. 7. Временные вариации длины акустической трассы.

* * *

В настоящей работе впервые представлены результаты натуральных экспериментов по совместному возбуждению и приему маломодовых импульсов с помощью вертикально развитых излучающей и приемной решеток в мелком море. Измерения осуществлялись в мелководном волноводе летнего типа придонной гидрологией. Для возбуждения маломодовых импульсов использовался уникальный излучающий комплекс из 14 низкочастотных излучателей. Решетка излучателей перекрывала по глубине весь волновод. В каждом волноводе была обеспечена компенсация давления. Управление работой излучающей решетки и формирование сигналов осуществлялись с помощью компьютеров, встроенных в излучатели бортового управляющего компьютера. Для согласованного со средой возбуждения маломодовых импульсов осуществлялась компенсация взаимного влияния излучателей друг на друга через среду. В качестве одной из приемных антенн использовалась автономная донная приемная система из 32 гидрофонов.

Таким образом, получены следующие результаты:

1. Впервые экспериментально показана возможность возбуждения и приема маломодовых импульсов в мелком море.
2. При возбуждении и приеме первой волноводной моды, в условиях летней гидрологии, при скорости ветра 2–4 м/с, постановке излучающего комплекса с борта заякоренного НИС с помощью решетки из 14 излучателей и при приеме сигналов системой из 32 гидрофонов уровень паразитных мод более высоких номеров составил $-10\div-15$ дБ.
3. При тех же условиях наблюдения вариации пространственного положения приемных элементов не превышал 10 см.
4. Длина акустической трассы между источником и приемной системой варьировала за счет влияния внутренних волн с периодом 6–8 мин.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (гранты № 00-02-17157, 00-15-96741 и проект № 353 молодых ученых РАН).

Литература

1. *Munk W., Worcester P., and Wunsch C.* Ocean Acoustic Tomography. Cambridge University Press, 1995. 433 p.
2. *Гончаров В. В., Зайцев В. Ю., Куртенов В. М., Нечаев А. Г., Хилько А. И.* Акустическая томография океана. Н Новгород: ИПФ РАН, 1998. 254 с.
3. *Бурдуковская В. Г., Лучинин А. Г., Хилько А. И.* Маломодовая импульсная томография неоднородностей в плоскостных волноводах / Сб докладов 4-й научн. конф. по радиофизике 5 мая 2000 г. ННГУ им Н. И Лобачевского Н. Новгород. 2000. С. 16–37.
4. *Бурдуковская В. Г., Лучинин А. Г., Хилько А. И.* Томографическая реконструкция неоднородностей океанических волноводов с помощью маломодовых импульсов: Препринт ИПФ РАН № 535, Н. Новгород, 2000. 32 с.
5. *Авербах В. С., Алелеков И. В., Боголюбов Б. Н., Лучинин А. Г.* Об управлении группой взаимодействующих акустических монополей: Препринт № 190. Н. Новгород, 1988. 14 с.

ИЗМЕРЕНИЕ И ИДЕНТИФИКАЦИЯ БЫСТРЫХ ФЛУКТУАЦИЙ ВРЕМЕНИ РАСПРОСТРАНЕНИЯ НА СТАЦИОНАРНЫХ ТРАССАХ

А. А. Стромков, И. Н. Диденкулов, А. Ю. Казарова, Я. С. Карлик,
Л. Я. Любавин, Е. Н. Пелиновский*

Институт прикладной физики РАН, Н. Новгород,
*Морфизприбор, С.-Петербург

Применение тестовых сигналов на основе М-последовательности на стационарных океанических трассах позволяет разделять каналы распространения и идентифицировать их с отдельными лучами и модами теоретических моделей [1]. В данной работе мы приводим результаты применения М-последовательностей для идентификации каналов распространения звука в лучевом приближении и оценку их параметров. Однако основная цель работы – измерение быстрых вариаций времени распространения и их идентификация.

В 1998 и 1999 гг. в рамках проекта Акустическая термометрия океанского климата (АТОК) на стационарной акустической трассе в северной части Тихого океана проводился совместный российско-американский эксперимент по сверхдальному распространению низкочастотного звука. Целью экспериментов было определение как интегральных вариаций времени распространения сигнала, так и отдельных лучевых каналов и их групп на стационарных трассах, вызванных глобальными (многолетними) и сезонными изменениями климата. В результате выполнения проекта АТОК в целом должен быть получен ответ на вопрос о наличии глобального потепления климата [2]. Одновременно исследовались и методики измерений, определялись точности, которые могут быть достигнуты в результате длительных наблюдений на протяженной акустической трассе, уточнялись и технические параметры, достижимые или необходимые в ходе такого эксперимента.

Актуальность таких задач подтверждается большим интересом к ним известных научных организаций мира, наличием обширных международных программ. Примером могут служить работы [3, 4], посвященные измерениям вариаций времени распространения различными методами и выявлению их связи с физическими процессами не только в океане, но и в земной природе. Решение задач АТОК осложняется наличием естественных факторов, ограничивающих точность временных измерений, таких как приливы, внутренние волны и течения. Причем величина флуктуаций времени распространения вследствие этих причин может быть одного порядка с сезонными и многолетними изменениями времени распространения сиг-

нала. Поэтому исследование флуктуаций времени распространения, разработка модели их воздействия на время распространения имеет большое значение для проблемы АТОК. Исследование флуктуаций времени распространения, их идентификация с физическими явлениями в океане являются как самостоятельными задачами изучения волновых процессов в океане, так и необходимыми условиями повышения устойчивости решений томографических задач и проблем АТОК. Применение сигналов на основе М-последовательности позволяет одновременно с измерением медленных вариаций измерить и быстрые.

Особенность сигналов, построенных на основе М-последовательности, такова, что позволяет с их помощью измерять и малые флуктуации времени распространения. При этом можно производить оценки временных сдвигов импульсного отклика системы как абсолютных (без априорной информации не превышающие периода повторения такого сигнала), так и значительно меньших, чем период их несущей. Кроме того, они позволяют выделить каналы распространения или (в худшем случае) группы каналов с близким временем распространения и измерить их флуктуации.

Очевидно, что флуктуации времени распространения должны иметь хорошую корреляцию с определенными физическими процессами в океане. Изучение и идентификация их позволяет установить эмпирическую зависимость флуктуаций от физических процессов на трассе и тем самым разработать их теоретическую модель и учесть влияние на время распространения.

Рассмотрим постановку эксперимента. Длина акустической трассы составляла примерно 5000 км. Сигналы излучались стационарным источником, находящимся на глубине 800 м около Гавайских островов, и регистрировались на многоэлементные приемные системы США и России, стационарно установленные в акватории Тихого океана (рис. 1).

Излученный сигнал представлял собой серию из 44 одинаковых посылок (импульсов) на несущей частоте 75 Гц. Фаза каждой тональной посылки модулирована М-последовательностью (восьмеричный код 3471) длиной 1023 единицы. Длительность одной единицы равна двум периодам несущей частоты. Для уменьшения корреляционного шума при смене знака модулирующей последовательности фаза менялась на $\pm 88,2092^\circ$. Шири-

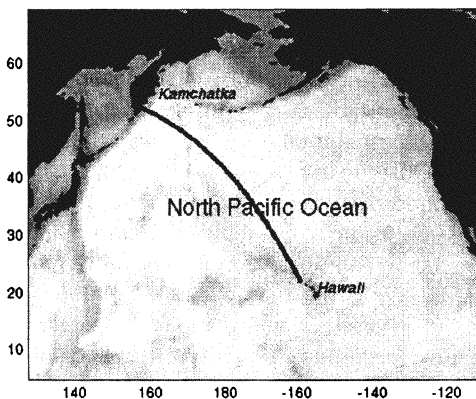


Рис. 1. Стационарная акустическая трасса Гавайи – Камчатка.

на полосы излученного сигнала (по уровню 3 дБ) составляла 37,5 Гц. Длительность одного импульса была равна 27,28 с, а длительность всей серии – примерно 20 минут. Такие серии импульсов излучались 6 раз в течение каждых четвертых суток.

В отличие от американских трасс, представлявших собой волноводы тропического типа, российско-американская трасса пересекала несколько районов с различными типами волноводов, холодный фронт и течение Куро-сио. Это значительно усложняло численное моделирование распространения сигнала и его анализ. Кроме того, большая длина акустической трассы (около 5000 км) приводила к значительному ослаблению сигнала, что могло бы быть скомпенсировано усилением излучаемого сигнала. Однако увеличение мощности источника ограничивалось как субъективными, так и объективными причинами. Главная объективная причина заключалась в том, что повышение мощности приводит к возникновению кавитации (образованию пузырьков) на поверхности излучателя, которая поглощает энергию сигнала. Более существенным ограничением оказалась субъективная причина. Экологические организации всячески ограничивают применение мощных гидроакустических источников, полагая наличие отрицательного воздействия на биосферу океана. Вследствие этих причин уровень принимаемого сигнала был таков, что соотношение сигнал/шум в полосе сигнала не превышало –10 дБ.

Методика обработки сигнала

Первым этапом обработки была полосовая фильтрация сигнала для устранения помех, лежащих вне его полосы.

На выходе приемной системы сигнал представляет собой сумму сигналов, прошедших по разным каналам (лучам), и аддитивный шум. Конечно, сигнал содержит и мультипликативную помеху, которую можно считать сигналом, подлежащим исследованию. К таким мультипликативным помехам можно отнести, например, вариации сигнала в отдельных каналах, вызванные приливными течениями или внутренними волнами.

Обычно на океанских трассах распространения звука разница времен распространения сигнала по разным каналам значительно меньше самих времен распространения. На трассе Гавайи – Камчатка время запаздывания сигналов было порядка 1 часа, тогда как максимальная разница между временами прихода быстрых и медленных лучей не превышала 15–20 с.

Изучение и идентификация медленных вариаций времени распространения (сезонных и климатических) включала стандартную согласованную фильтрацию принятого сигнала [5, 6]. Отличие заключалось в предварительном когерентном накоплении 44 принятых M-последовательностей.

Рассмотрим возможность оценивания быстрых флуктуаций на стационарных трассах. Пусть на вход системы подается псевдослучайный перио-

дический сигнал с корреляционной функцией в виде короткого радиоимпульса. Мы уже знаем, что таким сигналом может быть несущая, модулированная по фазе М-последовательностью. Корреляционная функция этого сигнала, вычисленная на интервале, равном длине последовательности

$$R(\tau) = \begin{cases} (2^n - 1) \cdot \left(1 - \frac{|\tau|}{\tau_0}\right) \cos(\omega_0 \tau), & |\tau| \leq \tau_0, \\ 0, & |\tau| > \tau_0, \end{cases}$$

представляет собой радиоимпульс с огибающей в виде треугольника с основанием, равным удвоенной длине единицы М-последовательности с заполнением синусоидой.

Для измерения быстрых вариаций (суточных и т. п.) принятый сигнал разбивался на интервалы, равные по длительности одной М-последовательности. Для каждого такого k -го интервала вычислялась взаимная корреляция $R_k(\tau)$ с репликой (проводилась согласованная фильтрация):

$$R_k(\tau) = \int_{t_k}^{t_k+T} y_k(t) M(\tau-t) dt,$$

где $R_k(\tau)$ – оценка импульсного отклика системы, $M(t)$ – реплика излученного сигнала, T – длина М-последовательности, $y_k(t)$ – k -й отрезок принятого сигнала.

Представим $R_k(\tau)$ как $R_k(\tau) = h(\tau) \exp(i\omega_0 \tau_k)$, т. е. в виде некоторого импульсного отклика, сдвинутого по времени на τ_k .

Введем функцию $\rho_k(m)$ в виде

$$\rho_k(m) = \int_T h_k(\tau) R_{k+m}^*(\tau) d\tau = e^{i\omega_0(\tau_k - \tau_{k+m})} \int_T h_k(\tau) h_{k+m}^*(\tau) d\tau,$$

где $|\rho_k(m)| = \int_T h_k(\tau) h_{k+m}^*(\tau) d\tau$ – огибающая функции $\rho_k(m)$, а $\varphi_k(m) = \omega_0(\tau_k - \tau_{k+m})$ – её фаза, причем для стационарного канала распространения без флуктуаций $\varphi_k(m) \equiv 0$, поскольку в стационарной системе время распространения не изменилось $\tau_k = \tau_{k+m}$. Отличие фазы функции $\rho_k(m)$ от нуля в точках $m = 0, 1, 2, \dots$ возможно только при наличии на трассе акустического волновода динамических процессов, изменяющих время распространения сигнала, т. е. когда $\tau_k \neq \tau_{k+m}$. Для повышения точности оцен-

ки $\rho_k(m)$ проводилось усреднение $\hat{\rho}_k(m) = \frac{1}{M-1} \sum_{i=k}^{k+M} \rho_i(m)$.

Ограниченное число излученных и принятых сигналов (рис. 2) приводит к тому, что с ростом m уменьшается усреднение оценки и соответственно растет ее погрешность. Вместе с тем видно, что фаза $\varphi_k(m)$ функции

до 500 с ($\sim 20 m$) изменяется почти линейно. Отсюда следует, что основные процессы, влияющие на изменение времени распространения сигнала на трассе, имеют характерные времена большие, чем 500 с. Естественно предположить, что фазу $\varphi_k(m)$ на этом интервале ($0 < \tau < 500$ с) можно аппроксимировать в первом приближении полиномом первой степени и тем самым еще увеличить точность ее оценки.

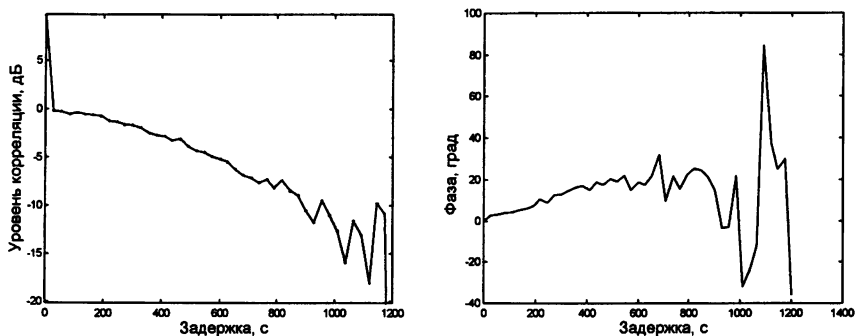


Рис. 2. Логарифм огибающей $|\rho_k(m)|$ (слева) и фаза $\varphi_k(m)$ (справа) для одного из сеансов излучения.

В отсутствие влияния на время распространения быстрых волновых процессов для идеального модельного волновода, который прогревался в соответствии с сезонными вариациями температуры, летом и зимой фаза $\varphi_k(m)$ изменяла бы знак. Однако разные процессы в океане (и главным образом приливные течения) приводят к изменению знака фазы даже в течение суток, в то время как измеренная фаза по элементам антенны для одного сеанса имеет одинаковый знак и близкие значения.

Изменение времени распространения на длине m М-последовательности записывается как

$$\delta\tau_k(m) = \tau_k(k+m) - \tau_k(m) = \frac{\varphi(k,m)}{2\pi f_0}.$$

Полагая, что в течение сеанса изменение времени распространения носит постоянный характер, т. е. характерные времена процессов, их вызывающих, значительно больше 28 мин, по полученным данным нетрудно оценить скорость изменения времени распространения. Эту производную можно записать в виде

$$\frac{d\tau_k}{dt} \approx \frac{\varphi(m,k)}{2\pi f_0 m T}.$$

Оценка погрешности методик

Для оценки погрешности измерений важно было оценить получающееся отношение сигнала к шуму.

Рассмотрим исследуемый сигнал в виде суммы двух сигналов (полезного и помехи):

$$y(t) = x(t) + n(t).$$

Типичная задача состоит в определении отношения сигнал/шум:

$$\eta = \frac{\sigma_x^2}{\sigma_n^2}.$$

Рассмотрим случай некоррелированных сигналов и помех. Корреляционная функция в этом случае

$$R_y(\tau) = R_x(\tau) + R_n(\tau).$$

Значение корреляционной функции в нуле есть дисперсия ее сигнала, т. е. для некоррелированных сигналов и шумов $\sigma_y^2 = \sigma_x^2 + \sigma_n^2$. Но если сигнал и помеха и их корреляционные функции отличаются между собой достаточно сильно, то при определенных значениях τ корреляционная функция может определяться либо сигналом, либо помехой. В этом случае, сделав некоторые предположения о моделях сигнала и шума, можно определить соотношение сигнал/шум.

Поскольку принимаемый сигнал в эксперименте состоял из смеси шума и сигнала на основе М-последовательности, такая возможность существовала. Корреляционная функция М-последовательности состоит из узкого пика. Корреляционная функция сигнала, вычисленная на интервале больших задержек, содержит периодически повторяющиеся пики. Пик на нулевой задержке представлял собой сумму дисперсий сигнала и шума. Но в пиках на ненулевых задержках вклад от автокорреляции шума незначителен и падает с удалением пика от нулевой задержки. Конечно, амплитуда сигнальных пиков также падает. Однако, экстраполируя значения максимумов на нулевую задержку амплитуды максимумов, несложно получить дисперсию сигнала. А при условии некоррелированности сигнала и шума остаток пика определяет дисперсию шума.

На рис. 3 приведена автокорреляционная функция сигнала, принятого в одном из сеансов. Основную часть пика на нулевой задержке (уровень 0 дБ) составляет шум. Анализ таких корреляционных функций позволил оценить отношение сигнал/шум.

Выше, на рис. 2, были приведены значения автокорреляционной функции только в пиках. Увеличение разброса значений пиков корреляции при больших задержках связано с уменьшением усреднения, поскольку длительность серии посылок была ограничена. Как видно из рисунка, диспер-

сия сигнала на 10 дБ меньше суммарной дисперсии, т. е. первая составляет примерно 1/10 часть от второй, а дисперсия шума – 9/10. Таким образом, отношение сигнал/шум составит 1/9, или 9,5 дБ.

Для повышения отношения сигнал/шум проводилось когерентное суммирование 44 последовательных отрезков принятого сигнала, равных длине одной M -последовательности и регистрируемых в течение одного сеанса. При оценке быстрых

флуктуаций для каждого значения фазы число усреднений зависело от величины разнесения отрезков сигнала m , т. е. для разных задержек оно менялось от 44 до 1. Полагая, что принятый сигнал после фильтрации содержит только белый шум в полосе сигнала, когерентное суммирование K независимых отрезков сигналов длиной, равной M -последовательности, приводит к увеличению амплитуды полезного сигнала в K раз, в то время как амплитуда шума растет как квадратный корень из K , т. е. выигрыш в увеличении отношения сигнал/шум составляет $\eta = 10 \log_{10}(K) \leq 16$ дБ. Реально увеличение отношения сигнал/шум было несколько меньше главным образом потому, что поскольку полезный сигнал менялся от отрезка к отрезку, это приводило к уменьшению корреляции сигнала.

Для изучения вариаций времени распространения сигнала вычислялась взаимная корреляционная функция полученного сигнала и реплики и находились устойчивые приходы, которые могли бы быть идентифицированы с приходами отдельных лучей или групп лучей. Применение взаимно корреляционной обработки (согласованной фильтрации) также повышает отношение сигнал/шум в \sqrt{N} раз, где N – число степеней свободы реплики. Для сигнала в виде несущей с модуляцией фазы M -последовательностью это число совпадает с её длиной в единицах. Таким образом, согласованный фильтр в этом эксперименте дает максимальный выигрыш, не превышающий $\eta = 10 \log_{10}(N) = 10 \log_{10}(1023) \leq 30$ дБ. Поскольку принятый сигнал представляет собой смесь многих сигналов, пришедших по разным каналам с различным запаздыванием, этот выигрыш реализуется неполностью. Энергия сигнала распределяется по множеству импульсов в выходном сиг-

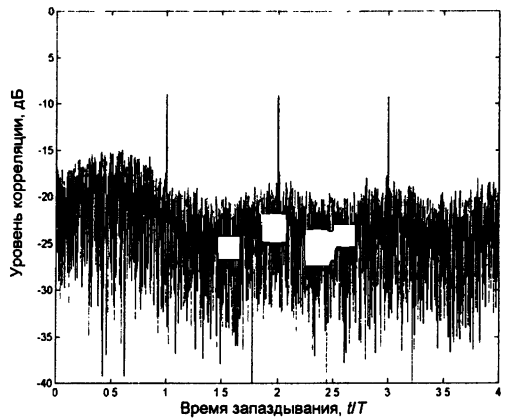


Рис. 3. Автокорреляционная функция принятого сигнала в одном из сеансов измерения. Ось времени нормирована на длину M -последовательности.

нале коррелятора. Исходя из входного соотношения сигнал/шум -10 дБ и суммарного выигрыша $16 + 30 = 46$ дБ, теоретически на выходе коррелятора должно было быть отношение сигнал/шум 36 дБ, однако экспериментально полученные соотношения составляли от 4 до 16 дБ. Следует отметить, что для тестовых сигналов, представляющих собой реализации случайного процесса, величина повышения сигнал/шум и уровень корреляционных шумов пропорциональны квадратному корню из степеней свободы, т. е. \sqrt{N} . В то же время, для M-последовательности уровень корреляционных шумов лежит ниже максимума корреляции в число степеней свободы, т. е. в N раз. Это может быть не столь существенно в условиях больших помех, поскольку в этом случае корреляционный шум может быть ниже аддитивного шума после обработки. Так было в этом эксперименте, когда уровень шума после обработки (согласованной фильтрации и накопления) не опускался ниже -20 дБ, а корреляционный шум был ниже -60 дБ. Однако при слабых помехах корреляционный шум может стать равным или превысить уровень помех, и тогда его величина будет играть существенную роль.

Рассмотрим вопрос о точности измерения временных параметров сигнала по огибающей радиопульса и его фазе. Это представляет немало важный интерес, поскольку позволяет определить и сравнить возможности разных методов. Приведенные в данной работе измерения сезонных вариаций времени распространения осуществляются по огибающей лучевых импульсов, получающихся после согласованной фильтрации, тогда как измерения быстрых флуктуаций измеряются по фазе этих же импульсов.

Погрешности, вызванные наличием аддитивных помех, – наиболее исследованная часть [7]. Анализ этих погрешностей практически не зависит от физической природы исследуемого процесса (физика, химия, биология и даже социология), и в первую очередь от статистических характеристик исследуемого процесса и аддитивных помех. Это позволяет просто соответствующим образом интерпретировать полученные ранее результаты на рассматриваемом конкретном примере.

В данной работе рассматривается применение согласованной фильтрации для изучения многоканальных линейных систем распространения сигналов. Важнейшей характеристикой каналов распространения сигнала в таких системах наряду с амплитудой (коэффициентом передачи сигнала) являются временные параметры (время распространения сигнала в канале). На выходе согласованного фильтра получают радиопульсы на несущей частоте, временное положение которых определяется временем распространения сигнала в канале, а амплитуда – коэффициентом передачи канала.

В данном случае мы проанализируем только отдельные, не перекрывающиеся импульсы.

Как показано в [8], среднеквадратичное отклонение (корень из дисперсии) измерений временного положения максимума радиопульса и изме-

рений фазы этого же импульса отличаются коэффициентом, равным длительности импульса в квадрате, и зависят ещё только от отношения сигнал/шум. При измерении временного положения импульса по его огибающей среднеквадратичное отклонение оценки будет

$$\sigma_{\tau} = \frac{\tau_0}{\eta} \sqrt{\left(1 + \frac{3}{\eta^2}\right)},$$

где η^2 – отношение интенсивностей (дисперсий) сигнала и шума, τ_0 – половина длительности импульса на уровне e^{-1} от максимума.

Среднеквадратичное отклонение оценки фазы сигнала определяется выражением, не зависящим от длительности импульса:

$$\sigma_{\varphi} = \frac{1}{\eta} \sqrt{\left(1 + \frac{1}{\eta^2}\right)}. \quad (1)$$

Поскольку фазу можно выразить как $\varphi = 2\pi f_0 \tau + 2\pi n$, где $n = -\infty \dots 0, 1, \dots \infty$, запишем погрешность измерения времени фазовым методом при неизменном n в следующем виде:

$$\sigma_{\tau_{\varphi}} = \frac{1}{2\pi f_0 \eta} \sqrt{\left(1 + \frac{1}{\eta^2}\right)},$$

т. е. точность измерения возрастает, а при низких отношениях сигнал/шум возрастает более существенно. Однако нетрудно заметить, что оценка времени запаздывания по фазе неоднозначно смещена:

$$\langle \tau \rangle = \frac{\langle \varphi \rangle}{2\pi f_0} + \frac{n}{f_0}.$$

Здесь $\langle \rangle$ – знак статистического усреднения.

Таким образом, оценка времени распространения по фазе сигнала не имеет практического интереса, поскольку имеет место неоднозначность. Разностно-фазовая методика не имеет неоднозначности при условии, что измерения проводятся при фиксированном n . Допустим, мы провели два измерения фазы и амплитуды при неизменном n . В предположении о независимости погрешности двух измерений дисперсия оценки разности времен положения двух импульсов или разности их фаз увеличится в корень из двух раз. Для определения увеличения точности измерения разностно-фазовым методом возьмем отношение погрешности измерения разности положения импульсов к погрешности измерения разности их фаз:

$$K = \frac{2\pi f_0}{\Delta f} \sqrt{\frac{\left(1 + \frac{3}{\eta^2}\right)}{\left(1 + \frac{1}{\eta^2}\right)}}, \quad \text{где } f - \text{средняя частота радиои импульса.}$$

На рис. 4 приведен график увеличения точности измерения фазовым методом по сравнению с измерениями по огибающей импульса для параметров сигнала Гавайского источника. Как видно, фазовый метод в любых случаях предпочтительнее (особенно при малых отношениях сигнал/шум), поскольку дает определенный выигрыш, который тем больше, чем уже полоса сигнала. Физически этот результат достаточно очевиден. Ширина импульса, полученного в результате согласованного приема, обратно пропорциональна полосе зондирующего сигнала, и чем уже полоса сигнала, тем шире импульс и тем менее точны измерения. Однако чем шире импульс, тем больше внутри него периодов несущей и тем точнее можно определить положение фазы сигнала относительно самого импульса.

Важное практическое следствие отсюда: так как существующие эффективные источники акустического сигнала обладают достаточно высокой добротностью, и вследствие этого узкополосны, то фазовые измерения, очевидно, более предпочтительны.

Оценим точность измерения производной времени распространения сигнала фазовым методом. Как было показано выше, оценка производной осуществляется следующим образом. Измеряются вариации положения следующих друг за другом импульсов и определяется их разность. В предположении независимости помех для этих импульсов погрешность измерения равна (1), умноженной на корень из 2.

После усреднения K таких измерений при интервале между импульсами T погрешность измерения производной времени распространения можно записать в виде

$$\frac{\sigma_r}{T} = \frac{1}{\sqrt{2K\pi f_0 T \eta}} \sqrt{\left(1 + \frac{1}{\eta^2}\right)}.$$

В измерениях на трассе Гавайи – Камчатка $K = 43$, $f_0 = 75$ Гц, $T = 27,28$ с, на выходе согласованного фильтра $\eta \approx 10$ –20 дБ. Тогда погрешность оценки производной времени флуктуаций находится в пределах $4 \cdot 10^{-7}$ – $1,7 \cdot 10^{-6}$. Эта величина также характеризует погрешность оценки вариаций частоты принятого сигнала.

Следует отметить, что, несмотря на уменьшение среднеквадратичного отклонения оценки производной времени распространения фазовым методом, применение его приводит к появлению систематической ошибки, вы-

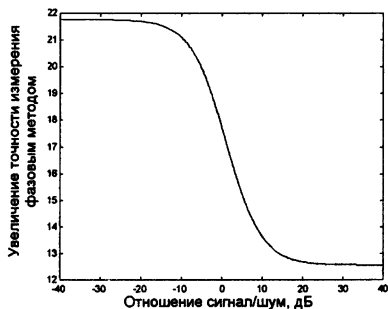


Рис. 4. Повышение точности измерения производной времени распространения фазовым методом по сравнению с амплитудным.

званной отличием фазовых и групповых скоростей в неоднородных средах, к которым относится и океан.

Никаких проблем не возникает при исследовании сред без дисперсии, в которых измерения флуктуаций по огибающей и по фазе сигнала приводят к одинаковым результатам, за исключением неоднозначности, которая, как мы уже отмечали, при соблюдении определенных условий устраняется.

Другое дело – дисперсионные среды, которые характеризуются двумя скоростями: фазовой и групповой. Проблема здесь состоит в том, что амплитудные измерения при согласованном приеме определяют времена распространения сигнала с групповой скоростью, тогда как фазовые измерения – времена распространения сигнала с фазовой скоростью. Однако это не совсем так или даже совсем не так.

Рассмотрим среду с дисперсией, т. е. $c_p \neq c_g$, где c_p – фазовая скорость, а c_g – групповая. Эти скорости связаны между собой соотношением

$$c_g = \frac{\partial \omega}{\partial k}, \quad \text{где } k = \frac{\omega}{c_p}.$$

Запишем выражения, определяющие время распространения сигнала с фазовой τ_p и групповой τ_g скоростями:

$$\tau_g = \frac{r}{c_g}, \quad \tau_p = \frac{r}{c_p} + \frac{n}{f_0}, \quad \text{где } n = -\infty \dots -2, -1, 0, 1 \dots \infty.$$

Измерение производной времени распространения через приращения дает

$$\frac{\tau_g(t)}{\delta t} = r \frac{\delta c_g(t)}{c_g^2(t)}, \quad \frac{\tau_p(t)}{\delta t} = r \frac{\delta c_p(t)}{c_p^2(t)}.$$

Если для рабочего диапазона частот можно положить $c_p \approx \alpha c_g$, тогда

$$\frac{\tau_g(t)}{\delta t} \approx \alpha r \frac{\delta c_g(t)}{c_g^2(t)} = \alpha \frac{\tau_p(t)}{\delta t},$$

т. е. вариации времени распространения, измеренные по фазе и по амплитуде, будут отличаться только масштабным множителем. Благодаря этому можно не только проводить адекватные измерения с использованием фазовых и амплитудных методов, но и предложить способ измерения отношения фазовых и групповых скоростей.

Анализ экспериментальных данных

На рис. 5 представлена зависимость уровня сигнала на выходе согласованного фильтра от задержки и дня 1998 г. Следует отметить, что в данном эксперименте использовалась система единого времени с синхроимпульсами со спутников навигационной системы *GPS*, благодаря чему была возможность обеспечить единую систему временных координат для измерений, проведенных в разных сеансах в течение года. Наличие определенных технических сложностей как на излучающей стороне, так и на приемной, не позволило провести весь запланированный цикл измерений. Поэтому результат обработки содержит существенные пустые промежутки. И все же на рис. 5 видны сезонные флуктуации времен прихода сигнала как целиком, так и по отдельным каналам.

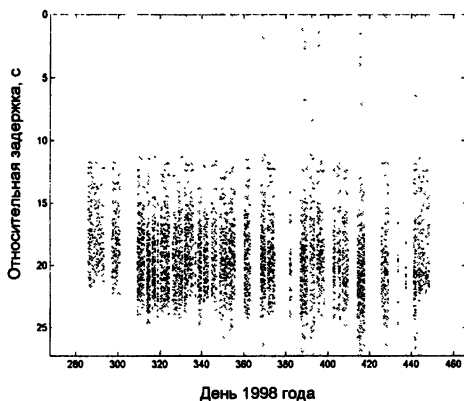


Рис. 5. Уровень сигнала (отображается почернением) на выходе согласованного фильтра от номера дня 1998 года и задержки. Дни с номерами больше 365 относятся к 1999 г.

Несмотря на отсутствие измерений в течение больших периодов времени, легко определить, что сезонные изменения времени распространения на данной трассе достигают 1 с, что существенно больше оценок годового тренда (50 мс) вследствие изменения климата. В этом состоит одна из серьезных проблем при изучении изменения климата, поэтому программа АТОК рассчитана на 10 лет. В данном случае предполагаемые изменения могут составить уже 0,5 с, что будет сравнимо с сезонными вариациями.

На рис. 6 приведены скорость изменения уровня океана [10] и скорость изменения времени распространения для нескольких суток 1998 г. Для компактности графика убраны дни без измерений, а метки на горизонтальной оси соответствуют одним суткам (24 часа). Пропущенным дням соответствуют разрывы в сплошной линии, на которой приведена величина изменения уровня океана за час (производная от уровня океана) у Гавайских островов. Пунктиром и звездочками обозначены значения фазы функции $\rho_k(m)$ сигнала, принятого на Камчатке. Амплитуды фазы нормированы по минимуму среднего квадрата разности кривых в моменты измерения фазы. При этом получена и оценка временного запаздывания воздействия приливов у Гавайских островов на время распространения сигнала до Камчатки, составившая 2,49–2,51 часа. Поскольку трасса

составившая 2,49–2,51 часа. Поскольку трасса вытянута по широте примерно на 41 градус, запаздывание географического времени у Камчатки относительно Гавайских островов составляет 2,73 часа.

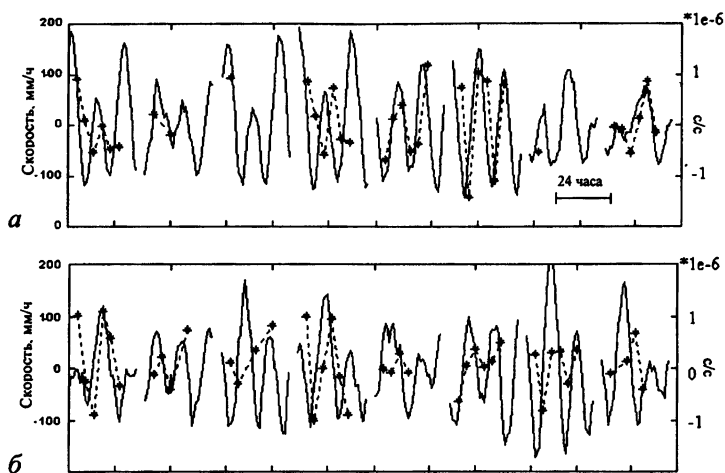


Рис. 6. Скорость изменения уровня океана у Гавайских островов (сплошная линия и левая шкала) и производная времени распространения (пунктир с крестиками и правая шкала) для нескольких суток 1998 г. Нижний график – продолжение верхнего.

Величина фазовых набегов на несущей частоте на длине М-последовательности достигает 0,02 радиана, что составляет $5,6 \cdot 10^{-4}$ градуса на период несущей. Таким образом, за 6 часов (половина периода приливных колебаний) величина интегрального запаздывания сигнала может достигать величины порядка 0,2 с.

Несомненно, что однозначно определить функциональную зависимость между характеристиками изменения времени распространения и скоростью изменения уровня океана по данным таких измерений невозможно. Кроме приливов возможны и другие причины, тем более что взаимосвязь между сравниваемыми процессами может быть нелинейной. Приведенные на рис. 6 кривые указывают лишь на наличие корреляционной связи между флуктуациями времени распространения и скоростью измерения уровня океана. Очевидно, что одним из важнейших факторов, вызывающих флуктуации времени распространения, должны являться приливы, или, точнее, приливные течения, поскольку относительное изменение толщины волновода за счет измерения уровня океана весьма мало (меньше, чем 10^{-3}).

Существуют и доступны несколько численных моделей приливов и их течений, с высокой точностью предсказывающие их в любой точке океана в любой момент времени.

Идентификация флуктуаций времени распространения

Для расчета флуктуаций времени распространения на акустической трассе в данной работе мы воспользовались моделью ТРХО 5,0 [11].

Была выбрана простая модель взаимодействия распространяющегося в волноводе звука и движущейся среды. Вариации времени распространения рассчитывались для одного луча, распространяющегося по трассе с переменной скоростью звука (соответствующей скорости звука на оси звукового канала, измененной на величину скорости приливных течений, направленной вдоль трассы):

$$t = \sum_{m=1}^M \frac{r_m}{c_m + v_m},$$

где c_m – минимальная скорость звука на m -м интервале трассы, r_m – длина этого интервала, v_m – компонента вектора скорости приливного течения, направленного вдоль трассы на этом же интервале, M – число таких интервалов. Производная от времени распространения вычислялась по приращению времени распространения через короткий интервал времени.

Модель ТРХО 5,0 позволяет рассчитать вектор скорости приливных течений в любой точке океана. В приводимой работе шаг по трассе был выбран равным 100 км, т. е. $M = 50$.

Для расчета требовалось оценить распределение вдоль трассы скорости C_m .

Специальные измерения структуры поля скоростей звука на трассе во время эксперимента не проводились. Для расчета использовалось модельное распределение скорости звука на трассе, полученное с помощью метода эмпирических ортогональных функций (ЭОФ). Базис ЭОФ для каждого сезона был построен на основе базы гидрологических данных (атлас Левитуса). По полученной пространственной зависимости коэффициентов разложения вертикальных профилей скорости звука были получены интерполированные сглаженные зависимости этих коэффициентов. Интерполированные значения использовались для восстановления профиля скорости звука в любой точке трассы.

На рис. 7 приведены зависимости первых 4 коэффициентов разложения профилей скорости звука от дистанции вдоль трассы. Несмотря на достаточно существенный разброс значений, можно выделить несколько отрезков трассы с примерно однородными типами распределения скорости звука. При лучевом расчете звукового поля в точке приема для этих участков использовался волновод с постоянным профилем скорости звука.

На рис. 8 приведены профили скорости звука вдоль трассы, полученные для летних и зимних измерений.

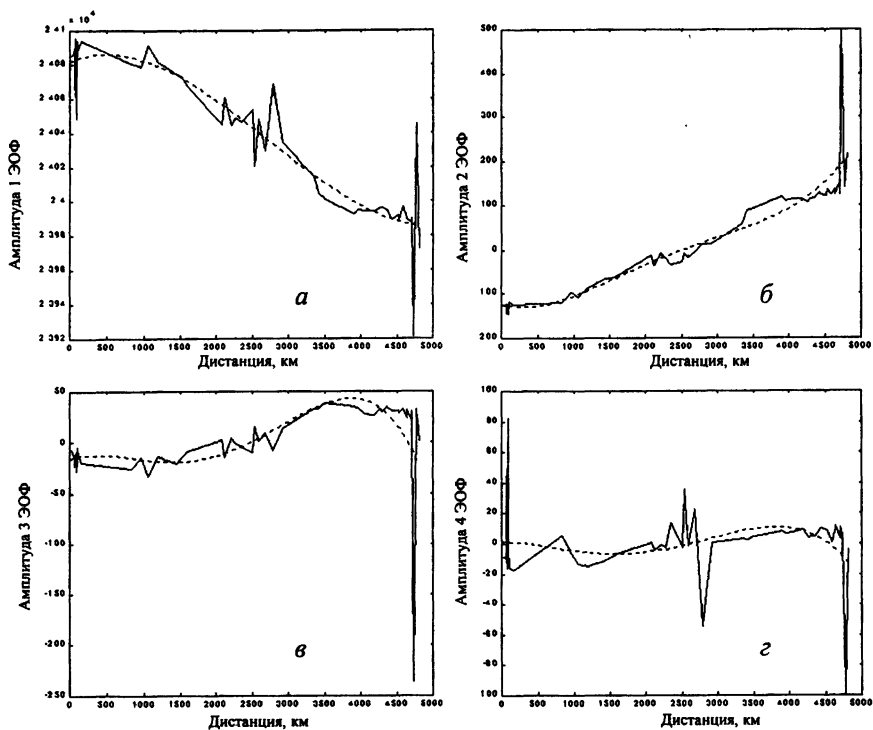


Рис. 7. Изменение коэффициентов разложения профилей скорости звука вдоль трассы для первых 4 ЭОФ (пунктирная линия – аппроксимация полиномом).

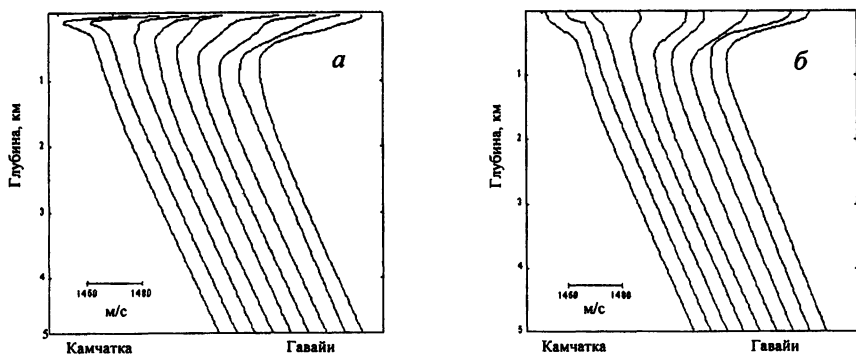


Рис. 8. Профили скорости звука, рассчитанные для моделирования. Слева – летняя гидрология, справа – зимняя.

Для идентификации хорошо различимых на рис. 5 треков с группами лучей был проведен расчет времен приходов лучей на исследуемой трассе в разные периоды года.

Использование полученных таким образом полей скорости звука при лучевом расчете давало значительную ошибку абсолютных времен распространения лучей, но ошибка определения относительных времен распространения по разным лучам была невелика. Это позволило путем варьирования абсолютного времени распространения совместить локализованные группы лучей (рис. 5) с расчетными лучами и таким образом идентифицировать их с группами лучей, имеющих строго определенное число точек заворота.

На рис. 9 приведены скорости изменения времени распространения, полученные в результате обработки экспериментальных данных и рассчитанные на основе простой модели, описанной выше использованием ТРХО 5,0. Видно достаточно хорошее качественное совпадение. Однако для получения количественного совпадения расчетных и экспериментальных данных уже недостаточно использованной здесь простейшей линейной модели для эффективной скорости звука ($c = c_m + v_m$).

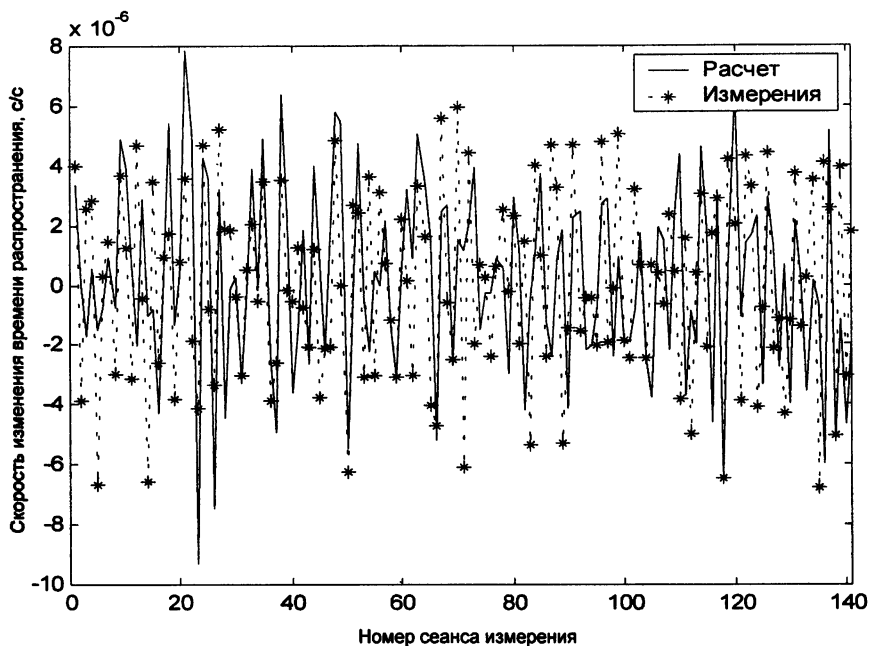


Рис. 9. Скорости изменения времени распространения, полученные в результате обработки экспериментальных данных (пунктир и крестики) и рассчитанные на основе простой модели с использованием ТРХО 5,0 (сплошная линия)

Приведенные в работе результаты иллюстрируют возможности использования сигнала в виде несущей с модуляцией M-последовательностью для идентификации отдельных каналов распространения, измерения больших (до 10 с) и малых (0,02 радиана от периода несущей, или 0,0001 с) флуктуаций времени распространения акустических сигналов на стационарных трассах в океане. Развита в работе упрощенная модель позволяет оценивать флуктуации времени распространения звука в океане, вызванные течениями. Поправку, связанную с приливными течениями, можно добавить к расчетному времени распространения, полученному в среде без течения. Такая простая модель взаимодействия акустического поля с движущейся средой волновода не позволяет учесть изменения тонкой лучевой структуры поля, но дает возможность неплохо оценивать флуктуации времени распространения.

Работа выполнена при поддержке грантов РФФИ 00-15-96741, 01-05-64264.

Литература

1. *Зверев В. А., Стромков А. А.* Выделение сигнала из помех численными методами. Н. Новгород: ИПФ РАН, 2001. 188 с.
2. *The ATOC Consortium.* Ocean climate change: Comparison of acoustic tomography, satellite altimetry, and modeling // *Science*. 1998. V. 281. P. 1327–1332.
3. *Dushow B. D., Howe B. M., Mercer J. A., Spindel R. C. and ATOC Group.* Multimegahertz range acoustic data obtained by bottom mounted hydrophone arrays for measurement of ocean temperature // *IEEE J. Ocean. Eng.* 1999. V. 24, № 2. P. 202–214.
4. *Spiesberger J. et al.* Ocean acoustic tomography: estimating the acoustic travel time with phase // *IEEE J. Ocean. Eng.* 1989. V. 14, № 1. P. 108–119.
5. Шумоподобные сигналы в системах передачи информации / Под ред. В. Б. Пестрякова. М.: Советское радио, 1973. С. 424.
6. *Алексеев А. И., Шереметьев А. Г., Тузов Г. И., Глазов Б. И.* Теория и практика применения псевдослучайных сигналов. М.: Наука, 1969. 367 с.
7. *Бендат Дж., Пирсол А.* Прикладной анализ случайных данных. М.: Мир, 1989. 540 с.
8. *Куликов Е. И., Трифонов А. П.* Оценка параметров сигналов на фоне помех. М.: Советское радио, 1978. 296 с.
9. *Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М.* Теоретическая физика. Т. VI. Гидродинамика. М.: Наука, 1986. 736 с.
10. Tides data base of University of Hawaii Sea Level Center; <http://uhslc.soest.hawaii.edu/uhslc/data1.html>
11. *Egbert G. and Erofeeva S.* Efficient inverse modelling of barotropic ocean tides. Global Inverse Solution TPXO.5.1; <http://www.oce.orst.edu/po/research/tide>

ВЛИЯНИЕ НЕТОЧНОСТИ МОДЕЛИ СРЕДЫ НА КАЧЕСТВО ВОССТАНОВЛЕНИЯ СРЕДНЕЙ ТЕМПЕРАТУРЫ ВОДНОГО СЛОЯ

А. Л. Вировлянский, А. Ю. Казарова, Л. Я. Любавин, А. А. Стромков

Институт прикладной физики РАН, Н. Новгород

Одна из проблем, возникающих в классической схеме акустической томографии океана Манка и Вунша [1], вызвана сильной недоопределенностью исходной системы линейных уравнений, связывающих вариации измеряемых времен приходов лучей с подлежащими восстановлению параметрами зондируемого температурного поля (поля скорости звука). Число разрешаемых лучей определяет количество уравнений системы, число параметров, описывающих температурное поле (оно зависит от метода параметризации), определяет число восстанавливаемых неизвестных. Для схемы параметризации, предложенной в [1], количество неизвестных, как правило, существенно превышает число уравнений. Поэтому вопрос о том, какие же характеристики температурного поля можно восстановить с удовлетворяющей нас точностью, является в акустической томографии океана одним из ключевых [2]. Если нас не интересуют подробности поведения исследуемого поля, то представляется возможность находить сразу средние его характеристики [3]. Другим способом уменьшения числа восстанавливаемых параметров, который используется и при реконструкции средних характеристик температуры, является работа с *априорной информацией* о свойствах восстанавливаемой среды. Часто это делается следующим образом: поле температурных неоднородностей представляют в виде разложения по эмпирическим ортогональным функциям (ЭОФ) и ограничиваются учетом лишь нескольких первых функций, дающих основной вклад [4]. Пренебрежение высшими членами разложения фактически означает искажение априорной информации о статистике восстанавливаемых неоднородностей. В данной работе на конкретном примере проанализированы последствия подобной неточности модели среды при решении обратной задачи.

Цель данной статьи – анализ этой проблемы в применении к условиям западной части Средиземного моря, где летом 1994 г. группа сотрудников ИПФ РАН на борту НИС "Академик Сергей Вавилов" принимала участие в проведении международного томографического эксперимента по проекту THETIS-2 [5]. С борта судна регистрировались импульсные сигналы от стационарных точечных источников. Временное разрешение в принятом сигнале после его сжатия путем корреляции с репликой первоначально излученного импульса составляло 0,01 с. Как теоретические расчеты, так и результаты измерений показали, что в сжатом сигнале уверенно разрешаются

пики, формируемые четверками крутых (с углами скольжения на оси канала более $6,5^\circ$) лучей. Каждая четверка образована лучами, имеющими близкие горизонты заворота, но различающимися наборами знаков углов выхода из источника и прихода в приемник.

Наличие в принятом сигнале стабильных и хорошо разрешаемых пиков, отвечающих четверкам крутых лучей, привело к решению использовать вариации времен приходов соответствующих импульсов (времен приходов четверок) в качестве входных параметров при решении обратной задачи.

В исследуемом волноводе для каждой пары источник – приемник имеется лишь небольшое количество четверок крутых лучей, что не позволяет рассчитывать на получение информации о тонких деталях температурного поля. Однако, как показано в [3], имеется возможность восстановить средние значения скорости звука.

Основные формулы для оценки точности восстановления средней температуры. Ниже рассматривается простейшая ситуация, когда имеются один точечный источник и один точечный приемник звука, расположенные вблизи оси волновода. Запишем скорость звука в виде $c(r, z) = c_0(z) + \delta c(r, z)$, где c_0 – невозмущенный профиль скорости звука (например, полученный усреднением по данным многолетних наблюдений), а δc – подлежащее определению возмущение.

Если воспользоваться методом параметризации Манка – разбить вертикальную плоскость между источником и приемником на конечное число малых прямоугольников, внутри которых скорость звука можно считать постоянной – мы получим систему линейных уравнений, которая в матричной записи имеет вид $y = Bx$. Здесь $y = \{y_i\} = \{\delta t_i\}$ и $x = \{x_i\} = \{c(z_i)\}$ – векторы-столбцы, а матрица B имеет элементы $B_{mn} = -S_{mn} / c_n^2$, c_n – невозмущенная скорость звука в n -й ячейке, S_{mn} – длина дуги m -го луча внутри n -й ячейки.

На практике, однако, обычно используется другой метод параметризации [6]. Поле неоднородностей скорости звука (пропорциональных температурным неоднородностям) представляют в виде

$$\delta c_n(z) = \sum_n a_n v_n(z), \quad (1)$$

где $v_n(z)$ – n -я ЭОФ. Коэффициенты разложения рассматриваются как элементы неизвестного вектора a . Метод акустической томографии океана в такой форме сводится к восстановлению данного вектора a путем решения системы линейных уравнений $y = Aa$, где элементы матрицы A равны

$$A_{mn} = \int \frac{ds v_n(z_m(s))}{c_0^2}.$$

Неточность измерений времен приходов лучей можно

было бы учесть введением в правую часть дополнительного случайного вектора. Поскольку нашей целью является анализ влияния ошибок восстановления из-за недоопределенности задачи, для простоты мы пренебрегаем

ошибками измерений. Размер \mathbf{A} равен $M \times N$, где M – число разрешаемых лучей, а N – число эмпирических ортогональных функций. Здесь индекс m нумерует лучи, попадающие в точку наблюдения, интегрирование ведется вдоль траектории m -го луча $z = z_m(s)$, ds – элемент длины дуги этого луча. Типичной является ситуация, когда $M < N$ и вектор \mathbf{a} , в принципе, может быть восстановлен лишь приближенно. При этом для решения обратной задачи необходима дополнительная *априорная информация*. В данной работе рассматривается ситуация, когда такая информация о статистике неоднородностей задается параметрами ЭОФ и диагональной корреляционной матрицей \mathbf{K} размера $N \times N$ с элементами $K_{mm} = \langle x_m^2 \rangle \delta_{mm}$. Мы ограничиваемся обсуждением вопроса о восстановлении только средней температуры воды в слое $z_1 < z < z_2$. Искомая средняя температура пропорциональна скалярному произведению $\gamma = \mathbf{g}^T \mathbf{a}$, где верхний индекс T означает транспонирование, а m -й элемент весового вектора \mathbf{g} равен $g_m = \int_{z_1}^{z_2} dz v_m(z)$.

Рассмотрим линейную оценку величины γ , заданную соотношением $\tilde{\gamma} = \mathbf{s}^T \mathbf{y}$, где \mathbf{s} – весовой вектор. Отметим, что $\tilde{\gamma}$, как и γ , является линейной функцией случайного вектора \mathbf{a} . Задача оптимизации заключается в выборе такого весового вектора \mathbf{s} , чтобы случайные величины $\tilde{\gamma}$ и γ были максимально близки. В качестве меры их близости примем $\langle (\gamma - \tilde{\gamma})^2 \rangle$, где усреднение идет по ансамблю векторов \mathbf{a} . Оптимальная оценка задается вектором \mathbf{s} , минимизирующим указанное среднее. Несложно показать, что такой вектор равен

$$\mathbf{s} = (\mathbf{A} \mathbf{K} \mathbf{A}^T)^{-1} \mathbf{A} \mathbf{K} \mathbf{g}. \quad (2)$$

Относительная ошибка оценки, заданной этим вектором, определяется как

$$\varepsilon = \langle (\gamma - \tilde{\gamma})^2 \rangle / \langle \gamma^2 \rangle = 1 - [\mathbf{g}^T \mathbf{K} \mathbf{A}^T (\mathbf{A} \mathbf{K} \mathbf{A}^T)^{-1} (\mathbf{A} \mathbf{K}) \mathbf{g}] / (\mathbf{g}^T \mathbf{K} \mathbf{g}). \quad (3)$$

Это соотношение получено в предположении, что корреляционная матрица неоднородностей точно известна. Отбрасывание части ЭОФ эквивалентно замене истинных матриц \mathbf{K} и \mathbf{A} в (2) и (3) "укороченными" матрицами \mathbf{K}_c и \mathbf{A}_c , полученными отбрасыванием элементов, соответствующих неучитываемым ЭОФ. Теперь, вместо (3), относительная ошибка восстановления средней температуры определяется соотношением

$$\varepsilon = 1 - \left[\mathbf{g}_c^T \mathbf{K}_c \mathbf{A}_c^T (\mathbf{A}_c \mathbf{K}_c \mathbf{A}_c^T)^{-1} (2 \mathbf{A}_c \mathbf{K}_c - \mathbf{A} \mathbf{K} \mathbf{A}^T (\mathbf{A}_c \mathbf{K}_c \mathbf{A}_c^T)^{-1} \mathbf{A}_c \mathbf{K}_c) \mathbf{g}_c \right] / (\mathbf{g}_c^T \mathbf{K}_c \mathbf{g}_c). \quad (4)$$

Практический интерес представляет исследование вопроса о том, насколько точность восстановления чувствительна к выбору количества учи-

тываемых членов разложения. Иначе говоря, какую цену приходится платить за неполноту используемой априорной информации.

Результаты численного расчета. По измеренным в ходе экспедиции профилям скорости звука (рис. 1) была найдена оценка корреляционной матрицы неоднородностей среды, вычислены ЭОФ, являющиеся собственными векторами этой матрицы, и соответствующие им собственные значения (рис. 2). Отметим, что основные неоднородности сосредоточены в интервале глубин от поверхности до 200 м. Поэтому ЭОФ быстро спадают на глубинах более 200 м. На рис. 2 видно, что собственные значения быстро спадают с ростом номера ЭОФ, из чего обычно и делается вывод, что всеми старшими ЭОФ можно пренебречь, оставив в выражении (1) лишь два-три первых члена разложения. Исследование вопроса о применимости такого приближения сделаем на конкретном примере.

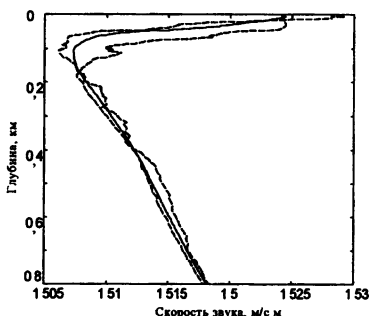


Рис. 1. Зависимость скорости звука от глубины.

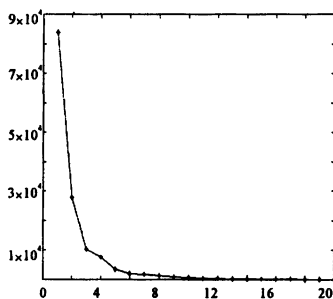


Рис. 2. Зависимость величины собственных чисел от номера.

В качестве невозмущенного (опорного) профиля скорости звука был использован усредненный профиль, показанный на рис. 1 сплошной линией. Рассматривалась ситуация, когда глубины источника и приемника составляли 150 и 125 м соответственно, а длина трассы была равна 250 км. Как показал численный расчет по лучевой программе, импульсы, прошедшие по отдельным лучам, в принятом сигнале не разрешаются (предполагается, что длительность зондирующего импульса составляет 0,01 с). При этом, однако, хорошо разрешаются 5 четверок импульсов, пришедших по 5-четверкам крутых лучей, не касающихся дна. Восстановление средней температуры слоя по измерениям центров тяжести таких четверок импульсов на основе формул (2) и (3) производится с помощью элементарной модификации соответствующей процедуры для отдельных импульсов.

На рис. 3 показаны зависимости относительной ошибки восстановления средней скорости в слое воды от поверхности до глубины L в зависимости от толщины слоя. Кривая 1 рассчитана по формуле (3) при условии, что все ЭОФ известны. Практически тот же результат получается, если ограничиться

учетом лишь 10 первых ЭОФ и для расчета относительной погрешности применить формулу (4). Однако ясно, что дальнейшее уменьшение числа учитываемых ЭОФ рано или поздно должно приводить к заметной потере точности восстановления. Результат, представленный на рис. 3, свидетельствует, что это происходит уже при ограничении восемью (и тем более семью) членами разложения. Как показывает анализ корреляционной матрицы неоднородностей, суммарный вклад всех ЭОФ с номерами $n > 7$ мал.

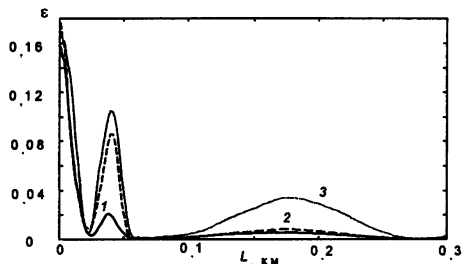


Рис. 3. Зависимость относительной ошибки восстановления средней скорости в слое воды от толщины слоя при учете всех (кривая 1), первых восьми (кривая 2) и первых семи (кривая 3) эмпирических ортогональных функций.

* * *

Рассмотренный простой пример демонстрирует важность использования адекватной априорной статистической модели неоднородностей среды. Ошибка в оценке радиуса корреляции для скорости звука в два раза не приводит к значимой потере точности [3]. Однако небольшое огрубление, связанное с отбрасыванием малых старших членов разложения по ЭОФ, может заметно ухудшить качество восстановления параметров неоднородностей.

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проекты 01-05-64394 и 00-15-96741).

Литература

1. Munk W., Wunsch C. Ocean acoustic tomography: a scheme for large scale monitoring // Deep-Sea Res. 1979. V. 26A. P. 123–161.
2. Гончаров В. В., Зайцев В. Ю., Куртенов В. М., Нечаев А. Г., Хилько А. И. Акустическая томография океана. ИПФ РАН, Н. Новгород. 1997. 254 с.
3. Вировлянский А. Л., Казарова А. Ю., Любавин Л. Я. Оценки точности восстановления средней температуры водного слоя по измерениям времен приходов четверок лучей // Акуст. журн. 1998. Т. 44, № 1. С. 39–45.
4. Skarsoulis E. K., Athanassoulis G. A. Second-order perturbations of peak-arrival times due to sound-speed variations // JASA. 1998. V.104, № 6. P. 3313–3325.
5. Абросимов Д. И., Еркин А. Ф., Казарова А. Ю., Капустин П. А., Матвеев А. Л., Нечаев А. Г. и др. Идентификация лучевых импульсов в лучевой схеме акустической томографии с движущимся приемником // Акуст. журн. 1995. Т. 41, № 4. С. 632–635.
6. Dushaw B. D. Inversion of multimegaherz-range acoustic data for ocean temperature // IEEE Journal of Ocean Engineering. 1999. V. 24, № 2. P. 215–223.

ЭМПИРИЧЕСКИЕ ОРТОГОНАЛЬНЫЕ ФУНКЦИИ В АКУСТИКЕ ОКЕАНА

Л. Я. Любавин, А. Ю. Казарова, А. А. Стромков

Институт прикладной физики РАН, Н. Новгород

В 1979 году появилась статья Манка и Вунша [1], в которой была предложена лучевая схема акустической томографии океана (АТО). Эта работа привлекла внимание акустиков к возможности реконструкции характеристик крупномасштабных (синоптических) неоднородностей, таких как вихри и фронты [2]. Развитие методов реконструкции синоптических неоднородностей поставило целый ряд вопросов, некоторые из которых актуальны и до настоящего времени [3].

В данной работе мы остановимся только на одной из проблем. Математически задача АТО сводится к системе линейных алгебраических уравнений (СЛАУ). Для лучевой (модовой) схемы томографии эта система уравнений связывает вариации измеряемых времен приходов лучей (мод) с подлежащими восстановлению параметрами зондируемого поля скорости звука (поля температуры). В своей классической постановке [1] эта система оказывалась сильно недоопределенной. Дело в том, что для подробного описания поля скорости звука требуется восстановить большое число параметров, которое обычно, особенно на длинных трассах, существенно превышает число разрешаемых лучей, определяющих число уравнений СЛАУ. Вопрос о том, как наиболее эффективно параметризовать поле реконструируемой величины и какие его характеристики можно восстановить с удовлетворительной точностью, является в акустической томографии океана одним из ключевых. Главным способом уменьшения числа восстанавливаемых параметров является использование *априорной информации* о свойствах восстанавливаемой среды.

В своей первой работе Манк и Вунш предложили разбить вертикальную плоскость между источником и приемником на прямоугольные ячейки, внутри которых скорость звука можно считать постоянной. Был сделан вывод, что этот способ использует слишком большое число восстанавливаемых параметров. И акустики перешли к использованию ортогональных разложений для описания профилей скорости звука – разложению по *эмпирическим ортогональным функциям* (ЭОФ) [3], по волнам Россби [4] и т. д. При таком подходе часто удается неявно использовать априорную информацию о задаче, она определяет сам выбор разложения. Чаще всего применяется разложение по ЭОФ (собственным функциям корреляционной матрицы), так как его коэффициенты быстро затухают и можно ограничиться лишь несколькими первыми членами разложения. В случае с ЭОФ считаем,

что нам известна корреляционная матрица поля скорости звука (*априорная информация*), а восстанавливаемый профиль скорости звука принадлежит к ансамблю, по которому мы строили набор ЭОФ.

В работе рассмотрено применение разложения по эмпирическим ортогональным функциям к описанию поля скорости звука в прямых и обратных задачах акустики океана. Будет рассмотрено формирование системы ЭОФ (пункты 2, 3) и возможности применения разложения для расчета поля модовыми методами (пункт 4).

В одних работах по акустической томографии используется разложение по ЭОФ, полученным по ковариационной матрице, в других – по корреляционной матрице. Связь между ковариационной и корреляционной матрицами очень простая, чего нельзя сказать о собственных числах. Результаты расчетов могут зависеть от конкретного региона. Объем выборки, используемой нами для оценки ЭОФ, невелик, что не позволяет применить простые алгоритмы для оценки ошибки вычисления ЭОФ. Поэтому интересно сравнить результаты, полученные по максимально доступному количеству данных и по данным, полученным в какой-то одной экспедиции.

Если уж мы восстанавливаем значения коэффициентов разложения по ЭОФ, то естественно посмотреть, что получается при расчете прямого поля по такому ограниченному разложению. При этом некоторые формулы существенно упрощаются. Это происходит, если мы рассчитываем распространение модовым методом.

Основы теории ЭОФ

Впервые разложение по эмпирическим ортогональным функциям было предложено Лоренцем в 1956 году [5] при исследовании метеорологических полей. ЭОФ стали широко применяться в метеорологии [6], а затем и океанологии [7, 8]. Они использовались для параметризации исследуемых полей и их последующего описания. При решении томографических задач разложение по ЭОФ стало применяться для описания профилей скорости звука [2].

Напомним определение и некоторые известные свойства эмпирических ортогональных функций [8, 9]. Для простоты в данном пункте приведено конечномерное описание ЭОФ. Соответствующее непрерывное описание приводит к разложению Карунена-Лоэва [10].

Пусть измеренные в разных точках в разные моменты времени профили скорости звука образуют ансамбль размерности L (число профилей). В качестве ансамбля можно выбрать многолетние архивные данные, полученные в исследуемом районе. Другим вариантом ансамбля являются данные, полученные в одной экспедиции.

Будем считать, что скорость звука измерена (интерполирована) на равномерной сетке глубин в N точках $\mathbf{z} = \{z_i\}$, $i = \{1, N\}$. Тогда каждому профилю скорости звука соответствует вектор-столбец $\mathbf{x} = \{x_i\} = \{c(z_i)\}$.

Пусть $\mathbf{K} = \langle (\mathbf{x} - \langle \mathbf{x} \rangle)(\mathbf{x} - \langle \mathbf{x} \rangle)^T \rangle$ – матрица центрированного второго момента, которую далее будем называть корреляционной матрицей (оператор $\langle \rangle$ означает среднее по ансамблю). Корреляционная матрица – симметрическая и положительно определенная. Зная корреляционную матрицу, можно найти ее собственные числа λ_n и соответствующие им собственные векторы \mathbf{V}_n (ЭОФ) из уравнения $\lambda_n \mathbf{V}_n = \mathbf{K} \mathbf{V}_n$.

Собственные числа (их N штук, и они всегда положительны) принято располагать в убывающем порядке: $\lambda_1 > \lambda_2 > \dots > \lambda_N > 0$.

Любое новое измерение можно разложить по ЭОФ: $\mathbf{x} = \sum_1^N a_n \mathbf{V}_n$. Собственные числа будут связаны с коэффициентами разложения простой формулой $\lambda_n = \langle a_n^2 \rangle$. В разложении принято оставлять малое количество ($M \ll N$) членов $\mathbf{x}^* = \sum_1^M a_n \mathbf{V}_n$. Качество разложения можно характеризовать величиной относительной дисперсии ошибки $\sigma^2 = \langle (\mathbf{x} - \mathbf{x}^*)^2 / \mathbf{x}^2 \rangle$, которая равна $\sigma^2 = 1 - \delta^2$, $\delta = \sum_1^M \lambda_n / \sum_1^N \lambda_n$. Если \mathbf{x} – белый шум, то собственные числа равны между собой. В реальных условиях собственные числа быстро спадают с увеличением номера, и соответственно спадает ошибка, вызванная отбрасыванием в разложении членов с номерами $n > M$. Именно это обстоятельство позволяет ограничивать число членов разложения. Можно также использовать разложение и по собственным функциям матрицы нецентрированного второго момента $\mathbf{K} = \langle \mathbf{x} \mathbf{x}^T \rangle$, который далее будем называть ковариационной матрицей.

Результаты численного счета

В качестве исходных были взяты данные из базы данных *World Ocean Atlas*, включающей измерения профиля скорости звука. Далее будут приведены ЭОФ, построенные для августа.

Рассматривались два ансамбля. Один взят в районе, имеющем форму прямоугольника, ограниченного 71, 76 градусами северной широты и 20, 59 градусами восточной долготы. Использовались многолетние данные до 1994 года. Была отброшена небольшая часть профилей, не имевших измерений на глубинах 0–140 метров. После отбраковки осталось 388 профилей. Другой ансамбль получен по результатам одной большой экспедиции (38 профилей). Расположение станций, на которых измерялись профили скорости звука, приведено на рис. 1. Станции первого ансамбля изображены звездочками, второго – кружочками. Экспедиция проходила в пределах вышеописанного прямоугольного района. Данные были интерполированы на равномерную сетку глубин в интервале 0–140 метров. Затем были построены наборы собственных функций (ЭОФ) и собственных чисел по корреляционной и ковариационной матрицам.

В результате мы имеем 4 набора собственных чисел и собственных функций для корреляционной и ковариационной матриц, полученных по всему району и по результатам одной экспедиции. В дальнейшем набор номер 1 назовем набор, полученный для корреляционной матрицы по

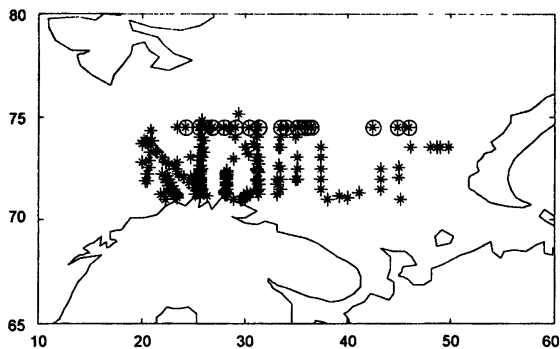


Рис. 1. Карта района с указанием расположения станций

району, 2 – для корреляционной матрицы по одной экспедиции, 3 – для ковариационной матрицы по району, 4 – для ковариационной матрицы по одной экспедиции. Далее на рисунках зависимости, относящиеся к набору номер 1, будем изображать простой линией, 2 – простой линией со звездочками, 3 – пунктиром, 4 – пунктиром со звездочками. Иначе говоря, величины, относящиеся к корреляционной матрице, рисуются простой линией, а относящиеся к ковариационной матрице, – пунктиром, при этом величины, полученные по одной экспедиции, отмечены звездочкой.

В таблице приведены значения первых пяти собственных чисел. Видно, что первое собственное число ковариационной матрицы существенно превосходит первое собственное число для корреляционной матрицы. Это связано с тем, что оно несет информацию о среднем профиле скорости звука.

Набор	Собственные числа				
1	6,8490e+03	555,2805	221,6252	72,7964	27,3849
2	3,2559e+03	376,4779	201,4403	68,1496	15,7685
3	4,3512e+08	667,9469	228,2449	73,3316	30,0138
4	4,3281e+08	450,1114	211,5461	68,7795	15,7821

На рис. 2 приведены графики спадаения собственных чисел с ростом номера собственного числа. В связи с большими значениями первого собственного числа и его качественным отличием для корреляционной и ковариационной матриц графики начинаются со второго собственного числа (λ_2) и нормированы на него. Видно, что разница в поведении для всех 4 случаев невелика. На рис. 3, а приведены графики собственных функций для ковариационной матрицы, средний профиль скорости звука на рисунке не отличается от первой ЭОФ, построенной по прямоугольному району; на рис. 3, б приведены графики первых ЭОФ для корреляционной матрицы.

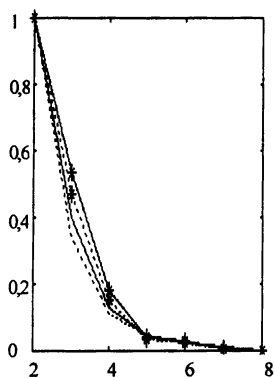
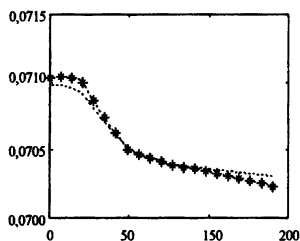


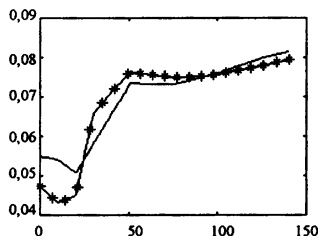
Рис. 2. Зависимость величины собственных чисел от номера

На рис. 4 приведены графики вторых и третьих ЭОФ для всех четырех наборов. Для ЭОФ высших номеров надежность результатов сомнительна из-за малости объема выборки.

Скорость спада величины собственных чисел с ростом их номера и форма ЭОФ, полученных при использовании в качестве ансамбля многолетних данных и данных, полученных по измерениям в одной экспедиции, также близки, что объясняется определяющей ролью постоянно действующих сезонных физических процессов в формировании ЭОФ первых номеров.

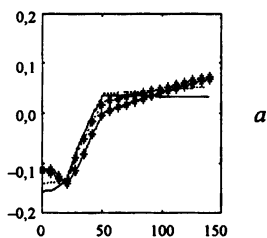


a

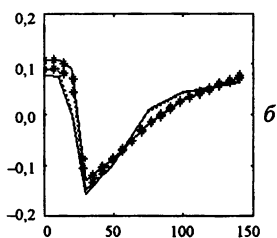


б

Рис. 3. Зависимость первых ЭОФ от глубины (м) для ковариационной матрицы (*a*) и для корреляционной матрицы (*б*)



a



б

Рис. 4. Зависимости вторых (*a*) и третьих (*б*) ЭОФ от глубины (м)

Из результатов можно сделать вывод, что использование любого набора ЭОФ для параметризации поля скорости звука допустимо. Кажется естественным для классификации профилей использовать ЭОФ, полученные по ковариационной матрице, а для томографии, в которой восстанавливаются значения возмущения скорости звука, использовать ЭОФ, полученные по

корреляционной матрице. Однако, если говорить о точности вычислений, то вычисления по ковариационной матрице требуют существенно более высокой точности [9].

На рис. 5 приведена зависимость коэффициента разложения при первой эмпирической ортогональной функции (a_1) от горизонтальной координаты (ЭОФ получены по ковариационной матрице). Она построена для трассы, идущей с юга на север приблизительно вдоль 31 градуса восточной долготы. Для второго коэффициента разложения не наблюдается никакой закономерности. Видно, что крупномасштабная зависимость от широты сконцентрирована в первом коэффициенте разложения (среднем профиле).

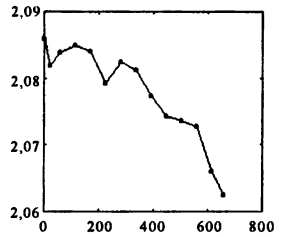


Рис. 5. Зависимость коэффициента разложения при первой ЭОФ ($a_1 \times 10^{-4}$) от горизонтальной координаты.

ЭОФ в теории возмущений

Формулы, использующие для расчета распространения акустического сигнала модовый метод, существенно упрощаются при применении разложения по ЭОФ. В случае распространения звука в адиабатическом приближении это показано в [11]. Рассмотрим, к чему приведет использование разложения при расчете поля с помощью теории возмущений.

Напомним некоторые известные формулы теории возмущений [12, 13].

Пусть поле звукового давления монохроматической волны описывается уравнением Гельмгольца

$$\frac{\partial^2 p}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial p}{\partial r} + \frac{\partial^2 p}{\partial z^2} + k_0^2 n^2(r, z) u = 0$$

с граничными условиями. Здесь $n(r, z) = c_0 / c(r, z)$ – показатель преломления, $k_0 = 2\pi f / c_0$, f – несущая частота, $c(r, z)$ – скорость звука, c_0 – константа.

Пусть $n^2(r, z) = n_1^2(z) + n_2^2(r, z)$. В приближении параболического уравнения можно представить решение в виде суммы $u = \sum_i b_i(r) \psi_i(z) \exp(h_i r) \times h_i^{-1/2}$, в которой $\psi_i(z)$ – собственные функции, удовлетворяющие уравнению $\partial^2 \psi_i(z) / \partial z^2 + k_0^2 n_1^2(z) \psi_i(z) = h_i^2 \psi_i(z)$ с соответствующими граничными условиями, а коэффициенты $b_i(r)$ удовлетворяют уравнениям $2ih_i db_i(r) / dr = -k_0^2 \sum b_j(r) V_{ij}(r) \exp[i(h_i - h_j)r]$, где $V_{ij}(r) = \int dz \psi_i(z) n_2^2(r, z) \psi_j(z)$.

Если $n_2^2(r, z) \ll n_1^2(z)$, то можно применить теорию возмущений, и тогда $b_i(r) = -k_0^2 / h_i \sum_j \int dr b_j(r) V_{ij}(r) \exp[i(h_i - h_j)r]$. В мелком море из-за поглощения в дне моды с высокими номерами быстро затухают, и сумма по j содержит не очень много членов.

Если мы воспользуемся разложением по ЭОФ $x(z) = n_2^2(z) = \sum_1^M a_n v(z)_n$ (здесь для простоты приведено разложение по ЭОФ не для скорости звука, а для квадрата показателя преломления), то получим

$$b_i(r) = -\frac{k_0^2}{h_i} \sum_j b_j(0) \sum_m u_{ij}^{(m)} \tilde{a}_i(h_i - h_j), \quad (1)$$

где $u_{ij}^{(m)} = \sum \int dz \psi_i(z) v_m(z) \psi_j(z)$, $\tilde{a}_i(h) = -\int dr a_i(r) \exp[i(h)r]$. Здесь в сумме по m , т. е. по числу учитываемых коэффициентов в разложении по ЭОФ, ограничиваемся небольшим числом членов.

Можно заранее рассчитать ЭОФ ($v_m(z)$) для исследуемого района океана, затем по среднему профилю рассчитать нормальные моды ($\psi_i(z)$) и постоянные распространения $h_m(z)$ и вычислить $\tilde{a}_i(h)$ и $u_{ij}^{(m)}$. В результате удастся избавиться от зависимости от вертикальной координаты z и работать только с горизонтальными зависимостями.

С другой стороны, систему (1) можно использовать при решении обратной задачи о восстановлении функций $a_i(r)$, определяющих неоднородности среды. Действительно, с помощью вертикальной приемной антенны можно измерять амплитуды моды b_i на сетке дистанций r_k . После дискретизации интегральное уравнение для $a_i(r)$ превратится в систему линейных алгебраических уравнений, приближенные способы решения которой известны [14].

К сожалению, для применения теории возмущений недостаточно, чтобы члены ряда теории возмущений $V_{ij}(r)$ спадали с ростом номера [13]. Для поля давления необходимым условием является малость набега фаз $(h_i - \tilde{h}_i)r$, где \tilde{h}_i рассчитано по истинному профилю, для интенсивности поля нам необходима малость $(h_i - h_j - \tilde{h}_j + \tilde{h}_i)r$ (аналогично [15]). Оценки для полярного фронта в Баренцевом море показывают, что второе условие (для интенсивности) может выполняться на расстояниях порядка ширины фронта. К сожалению, при реконструкции $b_i(r)$ по интенсивности могут возникнуть трудности [16].

Для получения ЭОФ с низкими номерами можно использовать как архивные данные, так и данные, полученные в одной экспедиции. ЭОФ, полученные по ковариационной матрице, более удобны, чем полученные по ковариационной матрице только с точки зрения точности вычислений.

Использование разложения по ЭОФ упрощает расчет поля модовыми методами и позволяет использовать новые подходы к решению обратной задачи. Однако необходимо исследовать точность решения прямой задачи и оценить потери точности восстановления параметров неоднородностей, вызванные округлением модели среды.

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проекты 01-05-64394 и 00-15-96741).

Литература

1. *Munk W., Wunsch C.* Ocean acoustic tomography: a scheme for large scale monitoring // *Deep-Sea Res.* 1979. V. 26A. P. 123–161.
2. *Гончаров В. В., Зайцев В. Ю., Куртенов В. М., Нечаев А. Г., Хилько А. И.* Акустическая томография океана. Н. Новгород: ИПФ РАН, 1997. 254 с.
3. *Munk W., Worcester P., Wunsch C.* Ocean acoustic tomography. Cambridge University Press.: Cambridge, 1995. 433 p.
4. *Howe B. M., Worcester P. F., Spindel R. C.* Ocean acoustic tomography: Mesoscale velocity // *Geophys. Res.* 1987. V. 92, № C4. P. 3785–3805.
5. *Lorenz E. N.* Empirical orthogonal functions and statistical weather prediction // *Sci. Rept.* № 1. Statistical Forecasting Project, Mass. Inst. Technology. Cambridge (Mass.). 1956. 49 p.
6. *Мещерская А. В., Руховец Л. В., Юдин М. И.* Естественные составляющие метеорологических полей. Л.: Гидрометеиздат, 1970. 199 с.
7. *Василенко В. М., Миранель А. П.* О параметризации вертикальной структуры течений в тропической Атлантике с помощью статистически ортогональных функций // *Океанология.* 1976. Т. 16, вып. 2. С. 222–228.
8. *Газарян Р. М., Дикинов Х. Ш., Шуховец Л. З.* Применение ЭОФ для описания и классификации вертикальных профилей скорости звука в океане // *Океанология.* 1983. Т. 23, № 3. С. 492–495.
9. *Фортус М. И.* Метод эмпирических ортогональных функций и его применение в метеорологии // *Метеорология и гидрология.* 1980. № 4. С. 113–119.
10. *Яглом А. М.* К работам по вероятностному описанию метеорологических полей // *Обухов А. М.* Турбулентность и динамика атмосферы. Л.: Гидрометеиздат, 1988. С. 368–378.
11. *Кацнельсон Б. Г., Петников В. Г.* Акустика мелкого моря. М.: Наука, 1997. 193 с.
12. *Voronovich A. G., Shang E. C.* Numerical simulation with horizontal-refraction-modal tomography. Part I. Adiabatic propagation // *JASA.* 1997. № 55. P. 2636–2643.
13. *Базь А. И., Зельдович Я. Б., Переломов А. М.* Рассеяние, реакции и распады в нерелятивистской квантовой механике. М.: Наука, 1971. 544 с.
14. *Наттерер Ф.* Математические аспекты компьютерной томографии. М.: Мир, 1990. 280 с.
15. *Любавин Л. Я., Нечаев А. Г.* Акустическая интерференционная томография океана // *Акуст. журн.* 1989. Т. 35, № 4. С. 703–709.
16. *Антонец М. А., Шерстнева Л. В.* Метод численного решения задачи Коши для волнового уравнения в неоднородной среде // *Тез. докл. конф. Проблемы комплексной автоматизации гидрофизических исследований Севастополь, 1989.* С. 96–98.

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ ИНТЕРФЕРЕНЦИОННОЙ СТРУКТУРЫ ШИРОКОПОЛОСНОГО НИЗКОЧАСТОТНОГО ЗВУКА В НЕОДНОРОДНОМ ПО ТРАССЕ ОКЕАНИЧЕСКОМ ВОЛНОВОДЕ

Г. А. Шаронов, Б. В. Кержаков, В. В. Кулинич, В. А. Лазарев

Институт прикладной физики РАН, Н. Новгород

Акустическое поле в океаническом волноводе определяется, как известно, целым рядом факторов, таких, как физические параметры водной толщи, структура и свойства донных осадков, волнение поверхности, наличие внутренних волн, течений, мезомасштабной изменчивости и других неоднородностей, имеющих на трассе распространения звуковых волн. Существование связи между измеряемыми параметрами акустического поля в некоторой области пространства и свойствами среды вдоль трассы распространения позволяет, в принципе, решить задачу диагностики таких сложных объектов, как океанический волновод. Восстановление изображения внутренней структуры исследуемого объекта по характеристикам зондирующего сигнала, который взаимодействовал с объектом, составляет задачу акустической томографии неоднородностей океана. В зависимости от физической природы реконструируемых неоднородностей определяются интегральные пространственно-временные характеристики принятого и зарегистрированного зондирующего сигнала (комплексная амплитуда и интенсивность поля, время распространения или относительная задержка импульсных сигналов и др.) и алгоритмы восстановления параметров неоднородностей, связанные с моделью описания процессов распространения звуковых волн и их взаимодействия с неоднородностями среды. Пространственно-временные характеристики акустического поля при распространении широкополосного звука существенно зависят от частоты. В зависимости от соотношения длины волны и размеров неоднородностей могут изменяться также и модели описания процессов распространения волн и их взаимодействия с неоднородностями. Пространственно-частотное распределение интенсивности (интерференционная структура) акустического поля широкополосного звука весьма чувствительно к гидролого-акустическим свойствам волноводов, включая характеристики пространственно-локализованных неоднородностей. В то же время наши представления о формировании интерференционной структуры существенно зависят от диапазона частот акустического поля и длины трассы. Так, при высоких частотах и больших дистанциях вследствие значительных некоррелированных

флуктуаций фаз компонентов поля (мод или лучей), распространяющихся по различным путям, интерференционная структура может вообще отсутствовать и будет иметь место некогерентное энергетическое сложение компонентов поля. С уменьшением частоты и длины трассы влияние временной изменчивости свойств океанической среды снижается, и интерферирующие моды (или лучи) становятся более когерентными. Однако очевидно, что в этом случае изменяется и модовый состав поля.

Теоретическое рассмотрение акустического поля в слоистых волноводах обычно основывается на формализме мод или лучей [1, 2], использование которых позволяет рассчитывать и прогнозировать интерференционную структуру поля в волноводе с постоянными во времени параметрами. Реальные волноводы с имеющимися на трассе неоднородностями, которые могут, вообще говоря, изменяться во времени, нельзя считать каналами с постоянными параметрами, и решение задачи прогнозирования поля невозможно без обращения к экспериментальному исследованию свойств океанических волноводов и оценке вклада флуктуационных факторов при формировании интерференционной структуры.

В данной работе приводятся результаты измерений пространственно-частотных характеристик акустического поля в неоднородном мелководном волноводе в центральной части Баренцева моря и сравнение их с данными моделирования при использовании метода связанных мод.

Описание эксперимента

При проведении экспериментов по исследованию интерференционных явлений, возникающих при распространении широкополосного звука в океаническом волноводе, обычно используется аналогия между волновыми и колебательными системами [1, 3, 4], и задача исследования интерференционных явлений в океане сводится к задаче о прохождении сигналов через линейный фильтр, которым является среда распространения звука. Передаточные функции среды в общем случае зависят от координат точек излучения и приема, стратификации, свойств дна и других параметров, которые могут изменяться во времени. В зависимости от способа возбуждения волновода (тональными, импульсными или шумовыми сигналами) могут быть измерены пространственно-частотные или импульсные передаточные функции волновода при изменении одного из параметров канала распространения, например, расстояния между источником излучения и приема [4].

Измерения интерференционной структуры широкополосного низкочастотного звука проводились в акватории центральной части Баренцева моря в районе с глубинами 230–360 м на линейных трассах длиной до 200 км.

Пневмоакустический буксируемый источник импульсного широкополосного низкочастотного звука ("пневмопушка"), опущенный с борта судна,

передавал сигналы, которые принимались ненаправленными гидрофонами нескольких донных автономных станций. Энергетический спектр излучаемого импульсного сигнала находился в диапазоне частот 5–250 Гц и имел максимум в диапазоне 10–20 Гц. Период повторения импульсов составлял 60 с. Глубина источника была равна 15 м, а скорость буксировки – 2 м/с. На данной трассе прием акустических сигналов осуществлялся на глубине $Z = 305$ м автономной донной станцией, при помощи которой в непрерывном режиме регистрировались принятые сигналы в полосе частот 5–150 Гц. В ходе эксперимента также производились измерения зависимости скорости звука от глубины, эхолотный промер дна и сейсмоакустическая съемка структуры донных осадков вдоль трассы буксировки излучателя.

Измеренный профиль скорости звука был типичен для мелкого моря и летнего периода (рис. 1, вверху). Скорость звука вблизи поверхности была 1481–1473 м/с, термоклин располагался от приповерхностных глубин до глубин около 80 м (1455 м/с) и переходил в изоскоростной слой (1450 м/с) на глубинах более 200 м. На основании данных батиметрии дна моря и сейсмических измерений структуры донных осадков исследуемый неоднородный по трассе волновод (рис. 1, внизу) может быть условно разделен на

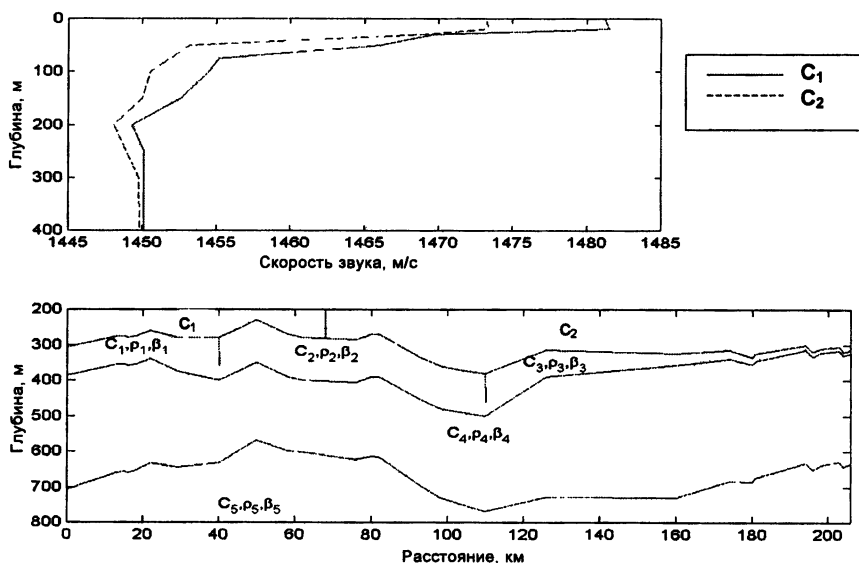


Рис. 1. Измеренные профили скорости звука, батиметрия дна и структура донных осадков модели волновода с параметрами: скорость звука $C_1 = 1450$ м/с, плотность $\rho_1 = 1,3$ г/см³, коэффициент поглощения $\beta_1 = 0,05$ дБ/м·кГц; $C_2 = 1475$ м/с, $\rho_2 = 1,4$ г/см³, $\beta_2 = 0,05$ дБ/м·кГц, $C_3 = 1525$ м/с, $\rho_3 = 1,4$ г/см³, $\beta_3 = 0,01$ дБ/м·кГц; $C_4 = 2700$ м/с, $\rho_4 = 2,1$ г/см³, $\beta_4 = 0,5$ дБ/м·кГц, $C_5 = 4500$ м/с, $\rho_5 = 2,4$ г/см³, $\beta_5 = 0,03$ дБ/м·кГц.

три части в зависимости от характера вариаций глубины моря и структуры донных осадков. В первой части, на расстояниях до 40 км, глубина моря была практически постоянна и составляла около 300 м. Толщина верхнего слоя осадков (пелиты) в этой части волновода была ~100 м, плотность – 1,4 г/см³, скорость звука – 1800 м/с. В средней части волновода, на дистанциях от 40 до 115 км, наблюдались существенные изменения глубины моря от 230 до 380 м. Верхний слой осадков (алевриты) здесь был толщиной 100–150 м, с плотностью 1,7 г/см³ и скоростью звука 1800 м/с. Менее мощный слой осадков (также пелиты) толщиной ~20 м имел место в дальней зоне трассы на расстояниях 115–200 км, где плотность осадков составляла 1,4 г/см³, а скорость звука – 1550 м/с. На глубинах более 600 м от уровня моря проходила граница фундаментальных пород (плотность > 2,4 г/см³, скорость звука – 4600 м/с). Слои между современными отложениями и коренными породами состояли из меловых отложений (плотность ~ 2,2 г/см³, скорость звука – 2600 м/с).

Измерения пространственно-частотного распределения энергии сигнала

Для получения данных об особенностях энергетических характеристик акустического поля в неоднородном по трассе волноводе был выполнен спектральный анализ принятых импульсных сигналов при движении источника широкополосного звука. Во-первых, необходимо было определить стандартную зависимость уровня сигнала и потерь от расстояния для различных частот. Для этого производилось измерение спектров выделенных импульсных сигналов и затем усреднение спектрального уровня сигналов по дистанции. Интервал усреднения составлял 1,85 км, что соответствовало 15 усредненным импульсам. Точки отсчета по дистанции следовали с интервалом 2,7 км, в результате чего в диапазоне расстояний от 25 до 200 км было получено около 30 отсчетов. Усредненная реализация спектра сигнала на дистанции 25 км с разрешением по частоте 1 Гц была выбрана в качестве опорной, с которой начинается определение ослабления уровня сигнала. На меньших дистанциях имели место искажения импульсных сигналов при их регистрации вследствие большого уровня.

Результаты обработки данных представлены на рис. 2. Из рисунка видно, что минимальные потери при распространении сигналов имели место на частотах 60–80 Гц. С точки зрения потерь эти частоты определяются как оптимальные.

Необходимо заметить, что пространственно-частотные зависимости потерь могут быть использованы для реконструкции структуры дна и создания модели стратифицированного дна в широкой полосе частот. Численное моделирование показало, что оптимальная частота распространения звука

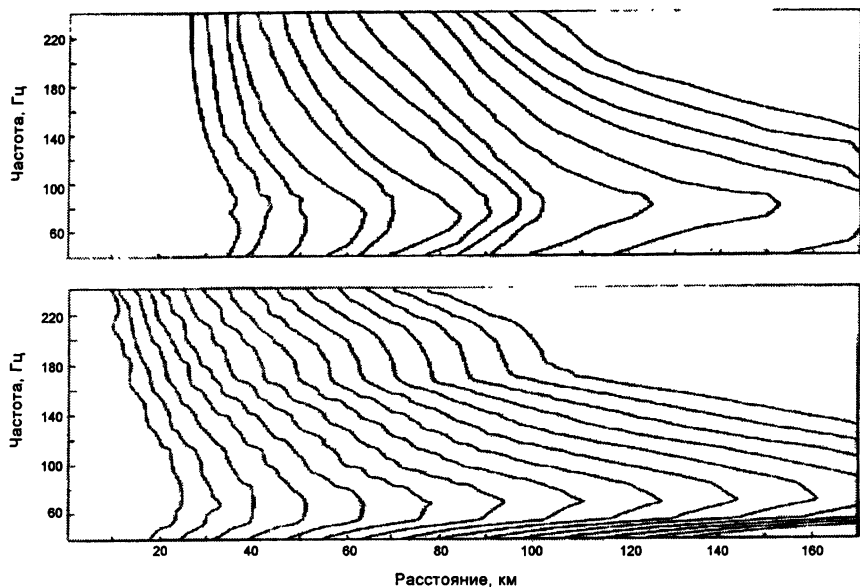


Рис. 2. Экспериментальные изолинии равного уровня сигналов, следующие с интервалом 5 дБ относительно опорного уровня спектральной плотности мощности сигнала на дистанции 25 км (вверху) и результаты моделирования (внизу).

(т. е. частота, на которой потери минимальны) в мелком море очень чувствительна к акустическим параметрам верхних слоев дна. Попытка определить эти параметры, используя зависимость оптимальной частоты на основе измеренных данных, была сделана в работах [5, 6]. Результаты численного расчета приведены на рис. 2 (внизу). По расчетным данным была выбрана модель дна, которая наиболее соответствует экспериментальным данным. В результате оптимизации получена модель дна в виде жидкого слоя (толщиной 19 м, с плотностью $1,44 \text{ г/см}^3$, скоростью продольных волн 1469 м/с и поглощением 0,015), лежащего на упругом полупространстве (с плотностью $1,8 \text{ г/см}^3$; скоростью 1616 м/с; поглощением 0,015 для продольных и скоростью 800 м/с, поглощением 0,15 для поперечных волн соответственно).

Для оценки влияния неоднородностей были получены пространственные зависимости ослабления сигналов на отдельных частотах, представляющие фактически сечения распределения на рис. 2. Зависимость спектральной плотности энергии в полосе 1 Гц принятых импульсных сигналов на частотах 10, 20, 40 и 80 Гц от дистанции приведена на рис. 3. Кривые ослабления сигналов позволяют выделить вдоль трассы три участка с различным характером изменения потерь от дистанции, которые приблизи-

тельно соответствуют упомянутому выше разбиению трассы при рассмотрении структуры донных осадков. Закон уменьшения амплитуды поля на дистанциях до 40 км близок к цилиндрическому, на интервале 40–80 км интенсивность поля спадает быстрее, чем по сферическому закону, и на расстояниях 100–200 км уровень сигналов снова снижается близко к цилиндрическому. Другой особенностью потерь при распространении в данном волноводе является выравнивание интенсивности сигнала на различных частотах на дистанциях около 105 км.

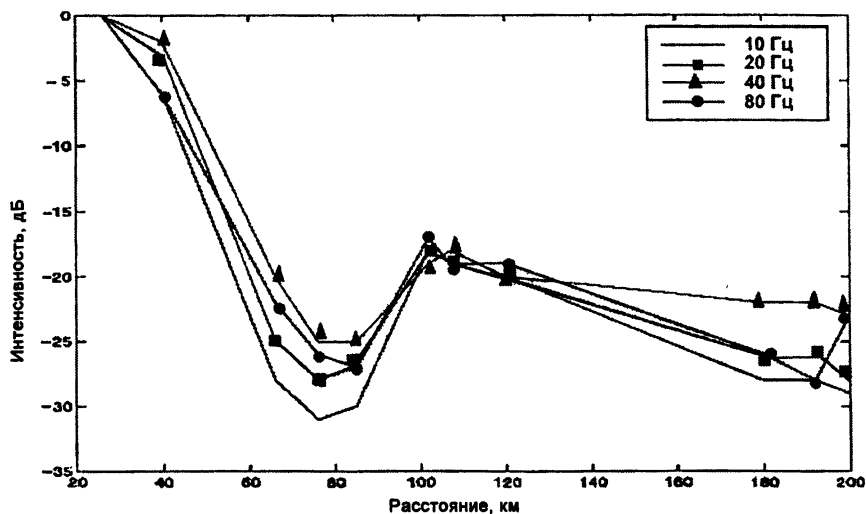


Рис. 3. Зависимость интенсивности принятых сигналов на частотах 10, 20, 40 и 80 Гц в полосе 1 Гц от дистанции.

Более детальный анализ пространственно-частотного распределения энергии сигнала без усреднения импульсов был проведен при движении источника звука вдоль трассы [7]. Рис. 4 показывает наличие тонкой интерференционной структуры широкополосного звука в неоднородном волноводе в координатах "частота – дистанция". Обычный вид структуры поля, свойственный мелководному слоистому волноводу с жидким слоем, лежащим на упругом полупространстве [8, 9], наблюдается в полосе частот 25–140 Гц на расстояниях до 80 км. При этом имеет место довольно четкая структура интерференционных линий с наклоном, медленно изменяющимся расстоянием.

На низких частотах (см. рис. 5) в диапазоне 5–25 Гц, начиная с расстояний ~20 км, параметры интерференционной структуры существенно отличаются. На частоте около 10 Гц наклон линий экстремальных значений

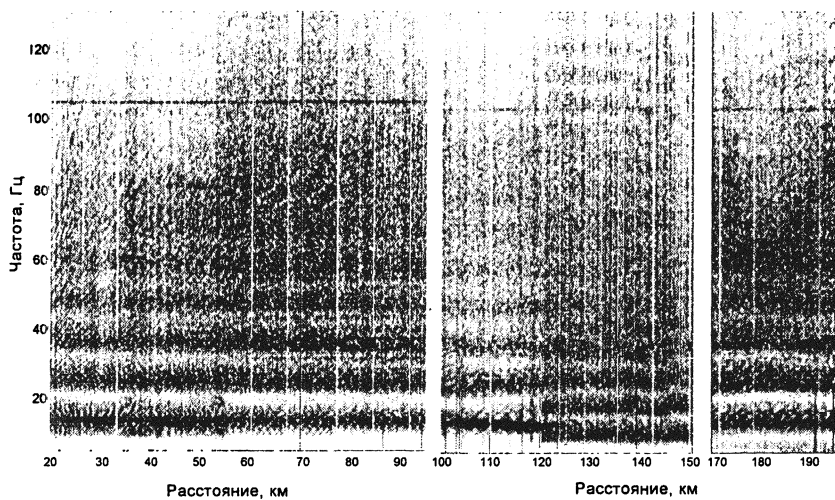


Рис. 4. Интерференционная структура принятых сигналов в полосе 5–125 Гц на дистанциях 20–195 км.

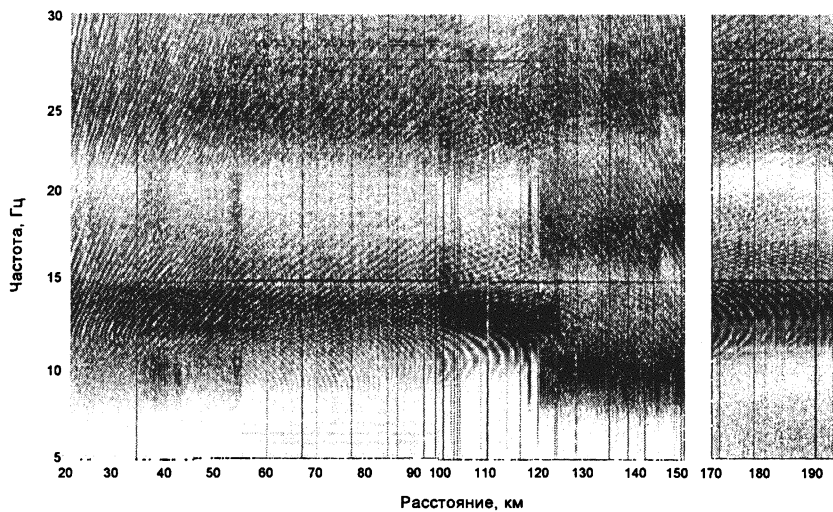


Рис. 5. Интерференционная структура принятых сигналов в полосе 5–30 Гц на дистанциях 20–195 км.

интенсивности поля изменяется в зависимости от частоты значительно быстрее, изменяя при этом даже знак. Аналогичные структуры линий наблюдались ранее [10], а также при исследовании мелководного волновода методом физического моделирования [11], и их появление объяснялось влиянием донного слоя. На дистанциях больше 80 км в полосе частот 5–20 Гц появляется дополнительная структура интерференционных кривых, которая является "зеркальным отображением" предшествующей структуры. Эта структура четко наблюдается со стабильным смещением к более высоким частотам с увеличением расстояния от 80 до 200 км.

Формирование данной структуры может быть качественно интерпретировано как эффект более глубоких слоев донных осадков, которые образуют волноводный канал распространения по аналогии с каналом в глубоком море. Возбуждение волновода, включающего как водный слой, так и ряд донных слоев, происходит на расстояниях больше 80 км. Очевидно, что это также связано с изменениями глубины моря на расстояниях 40–80 км, где существенно изменяется модовый состав акустического поля. К сожалению, при измерениях на расстояниях 120–150 км присутствовала мощная импульсная помеха, связанная с работой на значительном удалении сейсмоиков.

Полная интерпретация интерференционных эффектов требует тщательного учета данных о физических свойствах и структуре дна и численного моделирования процесса формирования акустического поля в данном волноводе. Измеренные характеристики дисперсии импульсных сигналов, принятых на различных расстояниях, рассмотренные ниже, помогают понять процессы трансформации модового состава поля в условиях неоднородного волновода.

Исследование частотно-временного распределения энергии сигнала

Информационная важность частотной зависимости времени распространения различных мод инициировала экспериментальные исследования частотно-временной структуры широкополосных импульсных акустических сигналов в океане [12–14] с использованием динамического спектрального анализа и метода обработки, основанного на преобразовании Вигнера – Вилля [15], который позволяет увеличить частотно-временную разрешающую способность.

Особое значение придается экспериментальным исследованиям дисперсии в неоднородных волноводах. В данном разделе приведены результаты экспериментальных исследований дисперсионных характеристик с использованием импульсного зондирования океанического волновода. Для сравнения на рис. 6 (вверху) приведены пространственно-временные характеристики принятых импульсных сигналов в однородном по трассе мелко-

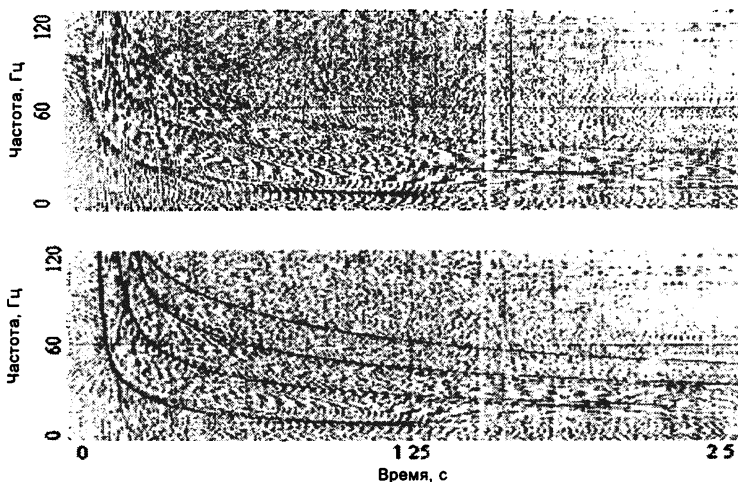


Рис. 6. Частотно-временные характеристики импульсного сигнала на дистанции 20 км, глубины источника и приемника 10 и 120 м соответственно, глубина моря 125 м (вверху), сплошные линии – результаты моделирования, нанесенные на данные эксперимента (внизу).

водном волноводе в районе Баренцева моря [3]. В данном случае глубина водного слоя составляла 100–125 м, глубина пневмоакустического источника звука – 10 м, глубина приемника – 120 м, длина трассы – 20 км. Нетрудно видеть, что сигнал содержит четыре волноводные моды низшего порядка длительностью 1–2,5 с. Приведенные данные получены с использованием частотно-временного метода обработки, основанного на преобразовании Вигнера – Вилля, который обеспечивает высокое разрешение как по времени, так и по частоте. Сравнение экспериментальных данных с расчетом для соответствующей двухслойной модели мелководного волновода (с параметрами: плотность дна – 2 г/см^3 , скорость звука в полупространстве дна – 1800 м/с, профиль скорости звука в водном слое – из данных измерений) представлено на рис. 6 (внизу). Сплошными линиями показаны рассчитанные кривые времен прихода различных мод. Соответствие между рассчитанными и измеренными данными для четырех мод очень хорошее. В данной модели волновода в диапазоне частот 5–124 Гц может быть возбуждено около 10 мод, в то же время в действительности наблюдаются только 4 моды.

Для изучения формирования акустического поля на различных расстояниях в неоднородном волноводе длиной ~200 км было проведено исследование модового состава и дисперсионных характеристик волновода путем измерения частотно-временных распределений энергии принятых

импульсных сигналов (текущего спектрального анализа сигналов). На рис. 7 представлены результаты анализа. Нетрудно видеть, что на низких частотах до 40 Гц модовый состав может быть выделен во всем диапазоне расстояний. На частотах выше 40 Гц четкая структура дисперсионных кривых разных мод отсутствует. Количество наблюдаемых мод изменяется на различных участках трассы. Необходимо отметить факт расширения спектра мод

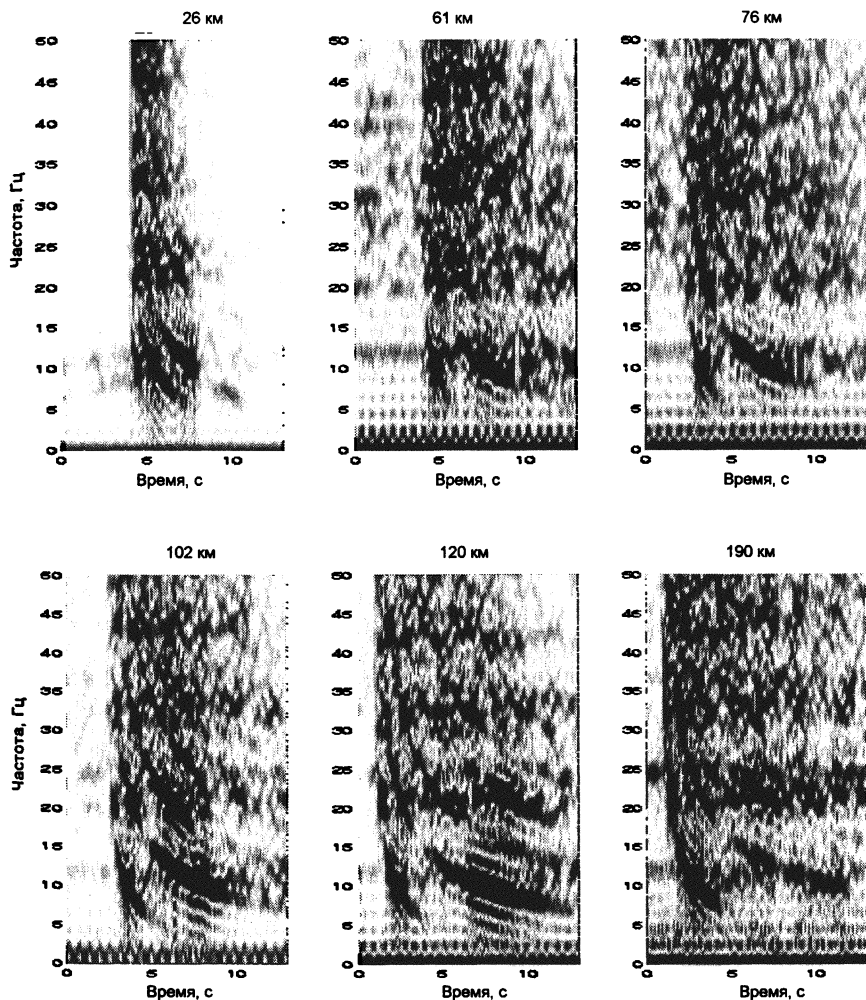


Рис. 7. Измеренные частотно-временные распределения принятых импульсных сигналов в неоднородном волноводе на различных дистанциях.

на дистанциях 76–102 км, которое было вызвано неоднородностями дна на этих расстояниях. К сожалению, отношение сигнал/шум не всегда было достаточным, чтобы можно было качественно выполнить обработку сигналов с использованием метода, основанного на преобразовании Вигнера – Вилля, на всех расстояниях. Кроме того, текущий спектр сигнала был сильно промодулирован с частотой пульсаций газового пузыря в спектре излучения источника, что затрудняет селектирование отдельных мод.

Сравнение результатов моделирования и данных эксперимента

Цель численного моделирования – выявление закономерностей формирования интерференционной структуры акустического поля и ее особенностей в условиях неоднородного волновода. Вычисление характеристик акустического поля было выполнено с использованием метода связанных мод [16–17].

Параметры структуры донных осадков и морской среды (см. рис. 1) использовались в качестве модели канала распространения. Модель представляет собой водный слой, лежащий на донном основании в виде трех слоев переменной толщины, последним из которых было жидкое полупространство. В водном слое были две области профиля скорости звука вдоль трассы (C_1 – сплошная линия, C_2 – пунктирная линия). Параметры структуры модели дна были выбраны так, чтобы обеспечить наилучшее соответствие с экспериментальными данными.

Для данной модели сначала был выполнен расчет интенсивности акустического поля точечного источника широкополосного звука с постоянной единичной спектральной плотностью мощности, расположенного на глубине 15 м, в зависимости от расстояния до точки приема (на глубине 300 м) в диапазоне до 220 км в полосе частот 5–125 Гц (рис. 8). Интерференционная

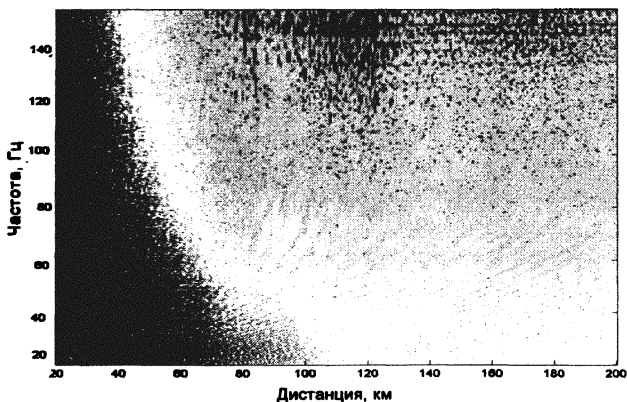


Рис. 8. Рассчитанная интерференционная структура поля в полосе частот 5–125 Гц на дистанциях до 200 км.

структура наблюдается при малых частотах или дистанциях практически на всей плоскости "частота – дистанция". Может быть отмечена аномалия на более высоких частотах на расстояниях от 50 до 90 км, где амплитуда поля спадает. Рассчитанные кривые потерь при распространении в волноводе данной модели на выбранных частотах 10, 20, 40 и 80 Гц приведены на рис. 9. Соответствие между данными моделирования и эксперимента (см. рис. 3) вполне удовлетворительное. Заметим, что эта особенность акустического поля в виде резкого спада интенсивности коррелирует с расположением области сильной неоднородности профиля дна. Тонкая интерференционная структура поля на близких расстояниях в этом масштабе не наблюдалась из-за малых пространственных периодов интерференции.

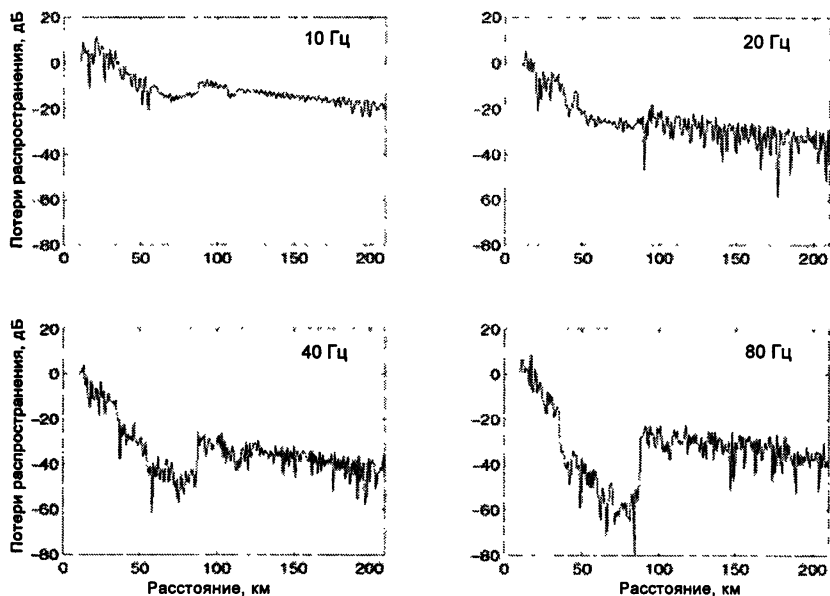


Рис. 9. Потери распространения, рассчитанные для модельного волновода на частотах 10, 20, 40 и 80 Гц.

В связи с этим были выполнены дополнительные расчеты интерференционной структуры акустического поля на низких частотах 5–35 Гц с более высоким разрешением по частоте на дистанциях 20–170 км (рис. 10) и проведено сравнение их с результатами обработки данных эксперимента (см. рис. 5). В этом случае хотя и имеется удовлетворительное соответствие данных на частотах выше 20 Гц, экспериментальная интерференционная структура существенно отличается от модельной в полосе частот 5–20 Гц.

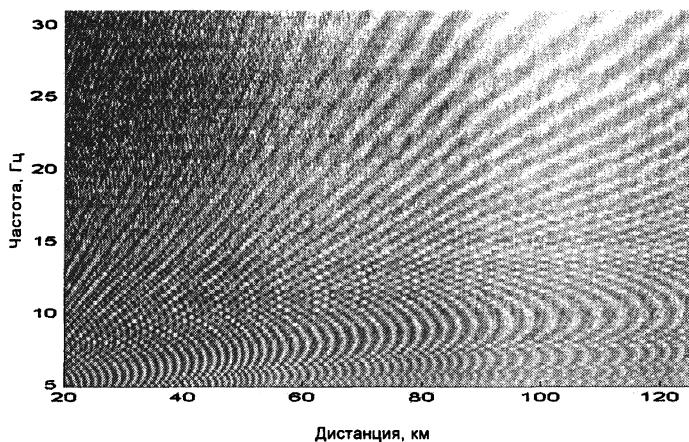


Рис. 10. Пространственно-частотное распределение интенсивности сигнала в полосе частот 5–35 Гц, рассчитанное для модельного волновода.

В эксперименте наблюдаются структуры в виде систем интерференционных экстремальных линий интенсивности в диапазоне дистанций 20–40 км на частотах около 10 Гц и на дистанциях более 80 км в полосе частот 5–15 Гц. Отсутствие аналогичных структур в результатах моделирования может быть объяснено скорее всего тем фактом, что низкочастотный звук (в полосе 5–15 Гц) проникает в более глубокие слои дна. Возможно, что наши сведения о физических свойствах этих слоев, использованных при моделировании, недостаточны. Кроме того, недостаток нашей модели может быть связан с использованием модели жидкого дна, в то время как нужно принять во внимание влияние поперечных волн в дне, особенно на низких частотах.

Для лучшего понимания процессов распространения в данном неоднородном волноводе был выполнен расчет спектра мод в зависимости от дистанции на частотах 10, 20, 40 и 80 Гц (рис. 11). На всех частотах в интервале дистанций 26–61 км имело место сильное затухание интенсивности мод высоких номеров, и спектр мод сужался. На дистанциях около 76 км ширина спектра мод снова возрастает вследствие влияния вариаций профиля дна, затем на дистанциях более 100 км происходит медленное ослабление амплитуд мод за исключением нескольких мод низких порядков, которыми определяется интерференционная структура в этой части волновода. Сравнение модового состава модельных и экспериментальных данных может быть также проведено с использованием дисперсионных характеристик импульсных сигналов на выбранных дистанциях (рис. 12 и см. рис. 7). Однако это сравнение может быть выполнено только качественно, так как достаточно

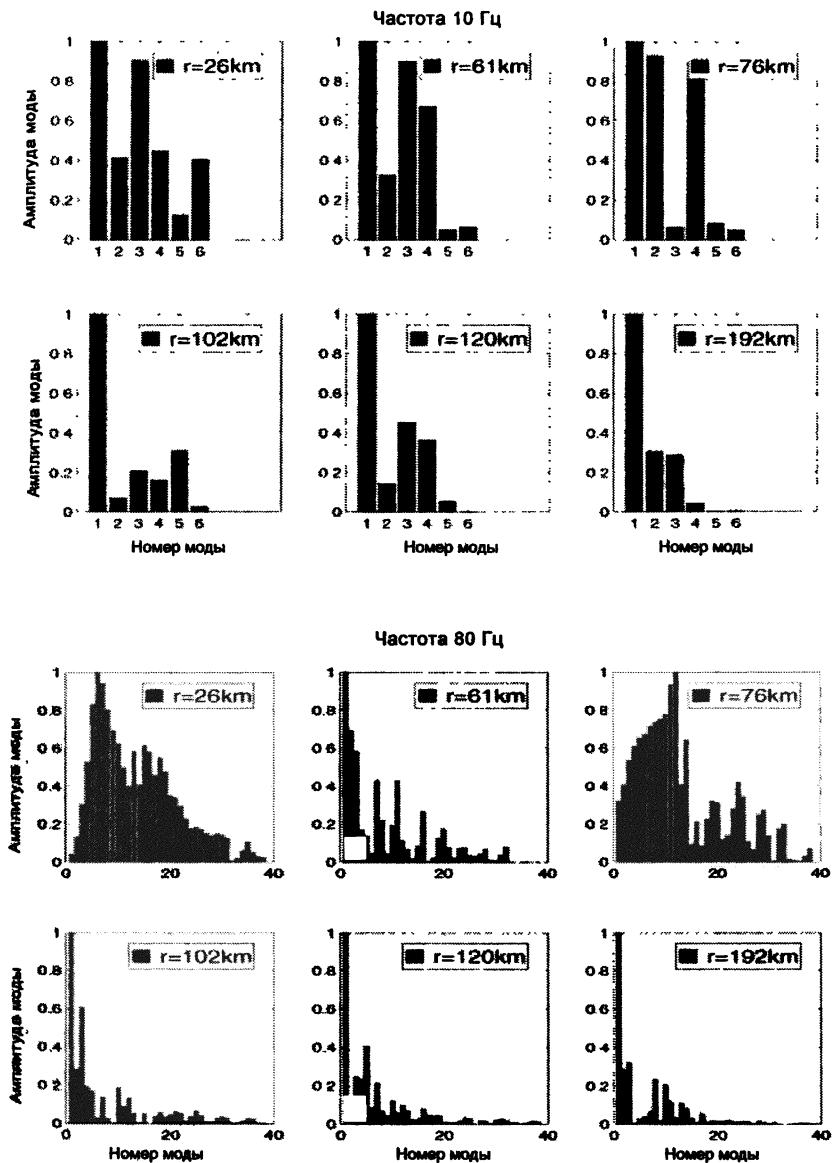


Рис. 11. Энергетический спектр мод волновода на различных дистанциях, рассчитанный на частотах 10 Гц (вверху) и 80 Гц (внизу).

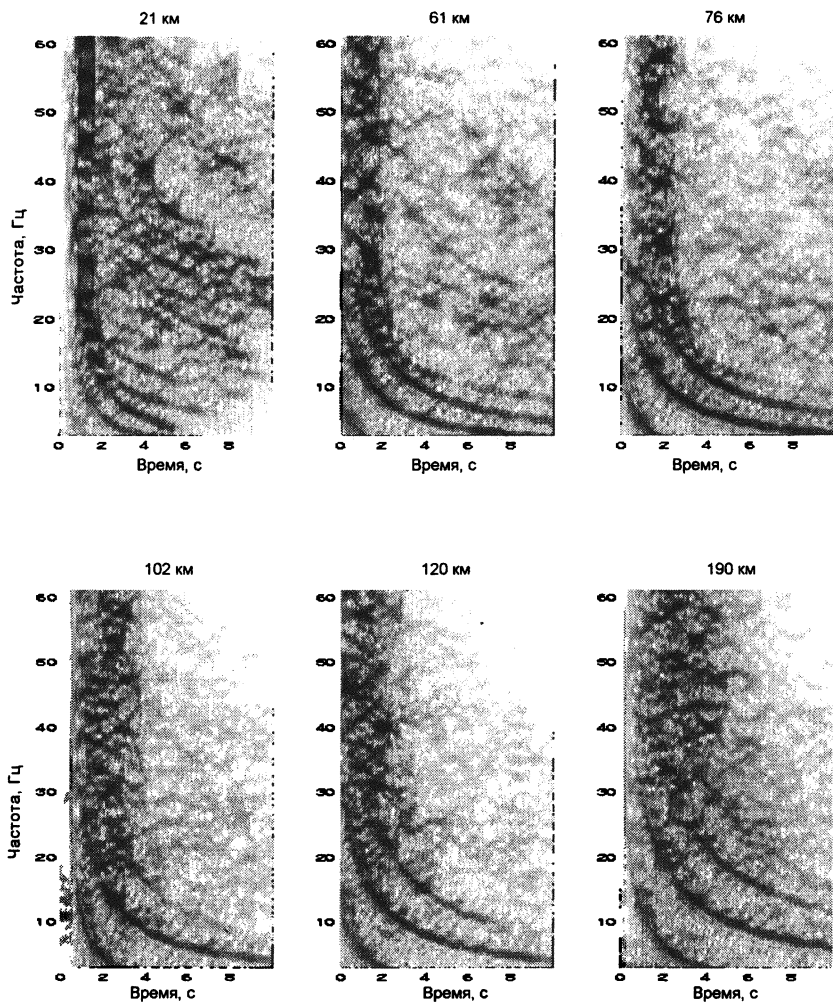


Рис. 12. Расчетные дисперсионные характеристики неоднородного по трассе волновода на дистанциях 26, 61, 76, 102, 120 и 190 км.

трудно выделить отдельные моды и определить их номера на узком интервале частот. Отношение сигнала к шуму позволяет выделить отдельную моду по всей трассе только на низких частотах.

В то же самое время мы можем сравнивать количество мод на отдельных дистанциях, которое показывает практическое соответствие данных.

Выполненные измерения показали существование особенностей характеристик акустического поля в неоднородном по трассе волноводе.

Были проанализированы пространственно-частотные распределения энергии импульсных сигналов на трассе длиной 200 км. Показаны области существенных изменений интерференционной структуры поля в волноводе и зависимости их от физических свойств дна. Специфические особенности интерференционной структуры широкополосного звука проявлялись на низких частотах 5–20 Гц. В окрестности частоты 10 Гц наклон линий экстремальных значений интенсивности быстро изменялся, меняя при этом знак. На дистанциях более 80 км в полосе частот 5–20 Гц появилась дополнительная структура интерференционных кривых, которая была "зеркальным изображением" предшествующей. Эта структура четко наблюдалась с устойчивым смещением к более высоким частотам с ростом дистанции от 80 до 200 км. Данное формирование интерференционной структуры может качественно интерпретироваться как влияние более глубоких слоев донных осадков, которые создавали волноводный канал распространения звука по аналогии с каналом в глубоком море. Полная интерпретация интерференционных эффектов требует специальных данных о физических свойствах и структуре дна.

Проведен анализ пространственно-частотной зависимости потерь распространения, полученной по данным натурных измерений. Кривые ослабления сигнала позволяют разделить трассу на три участка с различным характером зависимости потерь от расстояния, которые приблизительно соответствуют разбиению трассы, учитывающему строение дна. Ослабление амплитуды поля на расстояниях до 40 км происходило по закону, близкому к цилиндрическому, в интервале 40–80 км, интенсивность поля спадала быстрее, чем по сферическому закону, а на дистанциях 100–200 км уменьшение амплитуды поля происходило снова согласно закону, близкому к цилиндрическому. Необходимо обратить внимание на резкое повышение уровня принятых сигналов на различных частотах на дистанциях 80–100 км, где имели место значительные изменения профиля и структуры дна. Причем на дистанциях около 105 км происходило выравнивание относительных уровней сигналов на различных частотах.

Были получены также частотно-временные распределения энергии принятых сигналов при широкополосном импульсном зондировании волновода. Динамика трансформации дисперсионных характеристик и изменения спектра мод волновода в зависимости от дистанции показали, что на низких частотах до 40 Гц модовый состав может быть определен на всей трассе. На высоких частотах больше 40 Гц четкая структура дисперсионных модовых кривых не наблюдалась. Полученное расширение спектра мод волновода на расстояниях 76–102 км было, вероятно, обусловлено неоднородностями дна на этих расстояниях.

Сравнение данных эксперимента и моделирования, касающихся пространственно-частотных распределений интенсивности акустических сигналов и спектра мод широкополосных сигналов, показало, что модельное прогнозирование частотной зависимости интерференционной структуры в мелком море должно быть выполнено с учетом тонкой структуры донных осадков и упругих свойств глубоких слоев дна, в которые низкочастотный звук может проникать.

Литература

1. Толстой И., Клей К. С. Акустика океана. М.: Мир, 1969.
2. Бреховских Л. М. Распространение волн в слоистых средах. М.: Наука, 1973.
3. Орлов Е. Ф., Шаронов Г. А. Интерференция звуковых волн в океане. Владивосток: Дальнаука, 1998. 196 с.
4. Интерференция широкополосного звука в океане / Под ред. В. А. Зверева и Е. Ф. Орлова ИПФ АН СССР. Горький, 1984. 185 с.
5. Fokina M. S., Kerzhakov B. V., Sharonov G. A., Orlov E. F. Study of the frequency dependence of losses arising due to the sound propagation in shallow sea / Proc. 3rd European Conf. on Underwater Acoustics. 1996. V. 2. P. 667–672.
6. Фокин В. Н., Фокина М. С., Шаронов Г. А. Идентификация слоистого морского дна в мелком море по пространственно-частотным зависимостям потерь // Акуст. журн. 1997. Т. 43, № 5. С. 688–695.
7. Голубев В. Н., Ильичев В. И., Орлов Е. Ф., Раков И. С., Соколов А. Д., Шаронов Г. А., Шецов В. П. Экспериментальные исследования интерференционной структуры широкополосного звука в подповерхностном океаническом волноводе // Акустические волны в океане / Под ред. Л. М. Бреховских и И. Б. Андреевой. М.: Наука, 1987. С. 100–111.
8. Лазарев В. А., Орлов Е. Ф., Фокин В. Н., Шаронов Г. А. Частотная зависимость параметров интерференционной модуляции широкополосного звука в мелком море // Акуст. журн. 1989. Т. 35, № 4. С. 685–688.
9. D'Spain G. L., Kuperman W. A. Application of waveguide invariants to analysis of spectrograms from shallow water environments that vary in range and azimuth // JASA. 1999. V. 106. P. 2454–2468.
10. Sharonov G. A., Kerzhakov B. V., Kulinich V. V., Lazarev V. A., Sokolov A. D. Experimental investigation of interference patterns of broadband low frequency sound in ocean inhomogeneous waveguide // Ocean acoustic interference phenomena and signal processing / Ed. by G. L. D'Spain, W. A. Kuperman. San Francisco, California, 2001. P. 13–32.
11. Горская Н. В., Кустов Л. М., Николаев Г. Н., Салин Б. М. Об одном методе исследования модовой структуры поля в акустическом волноводе в модельных условиях // Акуст. журн. 1981. Т. 27. С. 93–97.
12. Лазарев В. А., Петухов Ю. В., Орлов Е. Ф., Шаронов Г. А. Трансформация дисперсионных характеристик слоисто-неоднородных океанических волноводов // Акуст. журн. 1986. Т. 32, № 2. С. 190–197.
13. Лебедев Ю. П., Салтыков А. А., Орлов Е. Ф., Татаринцев Л. И., Шаронов Г. А. Исследование дисперсии звука в океане // Океаническая акустика / Под ред. Л. М. Бреховских. М.: Наука, 1993. С. 97–108.
14. Акустическая интерферометрия в океане // Под ред. Е. Ф. Орлова и Г. А. Шаронова. Владивосток: Дальнаука, 1993. 152 с.
15. Cohen L. Time-frequency distributions-A review // Proc. of IEEE. 1989. V. 77. P. 941–981.
16. Evans R. V. A coupled mode solution for acoustical propagation in a waveguide with stepwise depth variation of a penetrable bottom // JASA. 1983. V. 74. P. 188–195.
17. Chiu C-S, Miller J H, Lynch J F Forward couple-mode propagation modeling for coastal acoustical tomography // JASA. 1996. V. 99. P. 793–802

ИССЛЕДОВАНИЕ ВОЗМОЖНОСТЕЙ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ ПАРАМЕТРИЧЕСКОГО ИЗЛУЧАТЕЛЯ ДЛЯ ОПРЕДЕЛЕНИЯ АКУСТИЧЕСКИХ ПАРАМЕТРОВ ДНА

С. Н. Гурбатов, С. А. Егорычев, Д. А. Захаров, В. В. Курин,
Л. М. Кустов, Н. В. Прончатов-Рубцов

Нижегородский государственный университет им. Н. И. Лобачевского

Применяемые в подводной акустике частоты составляют величину от долей герца до нескольких килогерц, а расстояния – от десятков до тысяч километров. При таких параметрах дно океана играет важную роль в распространении сигналов, которая не сводится только к поглощению акустической энергии. Дно часто является средой, передающей звук в виде продольных, сдвиговых и поверхностных волн, и тем самым непосредственно влияет на акустический сигнал, распространяющийся в водном слое [1]. В реальных условиях скорость распространения сейсмических волн, как правило, больше, чем скорость распространения звука в водном слое, и изменяется от 1540 м/с в верхних осадочных слоях до 5700 м/с в скальных основаниях [2]. Поэтому распространение упругих колебаний в грунте и их переизлучение в волноводный слой приводит к возникнове-

нию боковых волн, которые существенным образом оказывают влияние на формирование ближнего акустического поля в волноводах. На рис. 1 схематически изображены лучи, проходящие в точку приема R . Акустическое поле в волноводе формируется не только лучами, распространяющимися в водном слое (лучи 1, 2 на рисунке), но и лучами, частично проходящими в грунте (луч 3). Такое распространение звука порождает

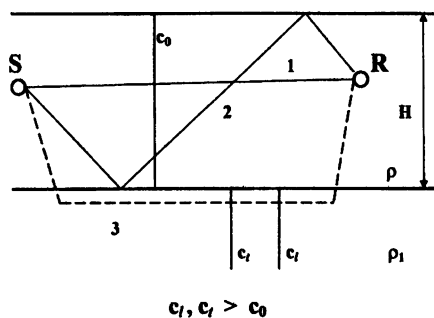


Рис. 1

боковые волны, скорость которых определяется не только скоростью продольных волн, но и скоростью сдвиговых волн вертикальной поляризации [3].

Влияние боковых волн на формирование пространственной интерференционной структуры акустического поля в мелком море достаточно подробно исследовано с использованием аналитических и численных методов [4–6]. Принципиальные результаты этих исследований сформулированы и обобщены в работах [7, 8], где, в частности, показано, что боковые волны существенно

вливают на пространственную зависимость интенсивности акустического поля на частотах излучения ниже критических частот первых нескольких мод. Однако в этих работах дно мелкого моря моделировалось однородным жидким полупространством, в то время как в реальных условиях достаточно часто возникают ситуации, когда необходимо учитывать влияние не только продольных, но и сдвиговых волн на интерференционную структуру акустического поля в волноводе [9, 10]. При исследовании характеристик боковых волн становится возможным определение геоакустических параметров океанического дна. Так, в работе [11] экспериментально исследуется возможность определения скорости звука в подстилающих слоях и коэффициентов поглощения продольных волн.

Отметим также, что до настоящего времени изучение характеристик сейсмических волн и их влияния на интерференционную структуру акустических полей в волноводах проводилось либо с использованием взрывных источников звука [4, 11], либо линейных точечных излучателей [7]. Подобные источники звука возбуждают полный спектр волноводных мод и боковых волн, что делает невозможным учет влияния боковых волн различных типов на результирующее акустическое поле в точке приема по отдельности. Для проведения корректных экспериментальных исследований влияния боковых волн на акустическое поле в маломодовых волноводах целесообразно применять высоконаправленные источники звука, которые бы позволили селективно возбудить различные типы грунтовых волн. В качестве таких источников можно использовать как фазированные антенные решетки, так и параметрические излучатели звука.

Впервые на возможность применения параметрических излучателей звука для профилирования дна и донных слоев было указано в 1968 г. [12]. Параметрический излучатель обладает всеми свойствами, необходимыми для решения данной задачи, а именно: узкой диаграммой направленности на низкой частоте и небольшими размерами, что позволяет использовать его на небольших океанографических судах. В этой же работе указана возможность применения параметрических эхолотов для археологических поисков и исследований.

В данной работе высоконаправленное излучение, полученное с помощью параметрического излучателя звука, работающего в волноводе с упругим дном, впервые использовано нами для возбуждения сейсмических волн в подстилающем грунте.

Однако существенным недостатком параметрических излучателей является их низкий КПД, не превышающий единиц процентов от подводимой мощности [13]. Поэтому применение параметрических излучателей при решении подобных экспериментальных задач требует высоких мощностей излучаемых волн накачки.

Экспериментальная установка

Были предприняты специальные меры по коренной модификации излучающего тракта уникальной экспериментальной установки, имеющейся на кафедре акустики ННГУ с целью поднятия мощности излучения до такого уровня, который позволил бы зарегистрировать боковые волны, возбуждаемые параметрическим излучателем в волноводе с упругим дном [14].

На базе коротковолнового радиопередатчика "ПЕЛЕНГ-ЮМ-2" был собран двухканальный усилитель с выходной мощностью до 250 Вт. Для повышения электрического КПД усилителя высокочастотные колебания накачки частотой $f_1 = 3$ МГц и $f_2 = 3,2$ МГц соответственно, поступающие на управляющие сетки ламп его оконечного каскада, подвергались предварительному усилению до амплитуды 120 В. Сложение высокочастотных колебаний происходило в общей анодной цепи выходного каскада. Такая схема микширования электрических колебаний обеспечила высокую линейность всего излучающего тракта лабораторной установки. Контроль линейности излучающего тракта осуществлялся анализатором спектра С4-25, при помощи которого было установлено, что в спектре выходного сигнала амплитуда частот накачки превышает амплитуду колебаний на разностной частоте не менее чем на 36 дБ. С этой же целью было проведено экспериментальное исследование распределения интенсивности волны разностной частоты в зависимости от удаления от излучателя (рис. 2).

Из рисунка видно, что на дистанциях от 0 до 12 см происходит монотонный рост интенсивности волны разностной частоты (ВРЧ), причем вблизи излучателя ее интенсивность чрезвычайно мала, что убедительно демонстрирует высокую линейность излучающего тракта. Максимум интенсивности ВРЧ находится на расстоянии порядка 14 см от излучателя, что позволяет использовать данную установку для проведения экспериментальных исследований поведения интенсивных акустических волн в моделях мелкого моря. Поскольку усилитель мощности работает на фиксированных частотах, то для согласования оконечного каскада с акустическим преобразователем использовалась простая схема выхода.

С поднятием мощности излучающей части установки возникла необходимость в замене излучателя, так как преобразователи, выполненные по технологии, разработанной на кафедре, не выдерживали подводимой мощности и вы-

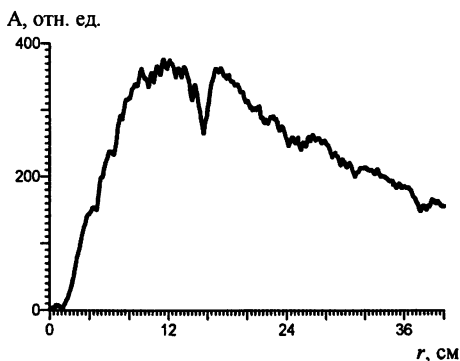


Рис. 2

С поднятием мощности излучающей части установки возникла необходимость в замене излучателя, так как преобразователи, выполненные по технологии, разработанной на кафедре, не выдерживали подводимой мощности и вы-

ходили из строя. Был изготовлен преобразователь с лучшими прочностными характеристиками, позволивший получить вполне удовлетворительные результаты.

При подготовке к эксперименту существенным изменениям была подвергнута и приемно-обрабатывающая часть экспериментальной установки. В частности, для последующей цифровой обработки принятых сигналов был установлен восьмиканальный быстродействующий АЦП *L-Card* типа *L-1211* с тактовой частотой выборки от 10 Гц до 1300 кГц, который позволил преобразовывать в цифровой код поступающие сигналы в диапазоне частот от 0 до 400 кГц включительно.

Модельные экспериментальные исследования акустических полей одно-родных волноводов проводились в заглушенной лабораторной ванне, заполненной водой, в которой на регулируемых по высоте штангах вывешивалось дно. Геометрия экспериментальной задачи, а также взаимное расположение приемника (М) и параметрического излучателя (S) представлены на рис. 3. Глубина водного слоя во всех экспериментах, описанных ниже, была постоянной и составляла $h = 12$ см. Скорость звука в водном слое равнялась $c_0 = 1475$ м/с.

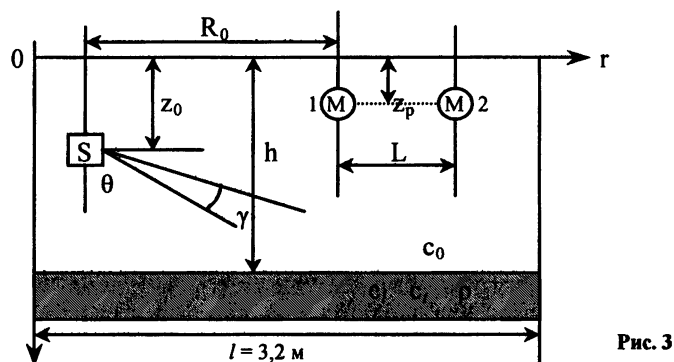


Рис. 3

Моделью дна служил лист стали толщиной 10 мм, обладающий следующими характеристиками: скорость продольных волн $c_l = 5680$ – 6100 м/с, скорость продольных волн в тонком стальном стержне $c_l^* = 4900$ – 5200 м/с, скорость поперечных волн $c_t = 2300$ – 3100 м/с и плотность $\rho_1 = 7,76$ г/см³. Основные параметры излучаемого импульсного сигнала: частоты волн накачки $f_1 = 3$ МГц и $f_2 = 3,2$ МГц (разностная частота $f_0 = 200$ кГц); ширина диаграммы направленности γ на разностной частоте составляла 2° ; в различных экспериментах длительность импульса варьировалась от $\tau_1 = 40$ мкс до $\tau_2 = 300$ мкс. Изменение длительности излучаемого импульса позволило экспериментально исследовать вклад различных типов волн в интерференционную структуру акустического поля волновода. Для наилучшего возбуждения сейсмических волн ось

излучения параметрического излучателя ориентировалась в вертикальной плоскости под углом полного внутреннего отражения, обусловленного наличием сейсмических волн различных типов в исследуемых подложках.

Метод регистрации принимаемых сигналов

В экспериментах применялся так называемый "гибридный" метод селекции нормальных волн [15–17], объединяющий методы выделения мод по групповым и фазовым скоростям. Регистрация комплексной амплитуды акустического поля осуществлялась приемником, равномерно перемещающимся со скоростью V вдоль трассы распространения звука на фиксированной глубине z_p .

Опишем этот метод подробнее. В настоящее время при проведении как натуральных, так и модельных экспериментов в гидроакустических волноводах широко применяется целый ряд различных способов селекции и измерения характеристик отдельных нормальных волн, формирующих акустическое поле в волноводах. Перечислим некоторые из них:

- пространственная фильтрация мод, основанная на ортогональности собственных функций волновода;
- выделение мод с помощью адаптивных антенных систем;
- сканирование диаграммой направленности вертикально и горизонтально расположенных линейных антенных систем;
- частотно-временные методы селекции;
- методы, основанные на селективном возбуждении отдельных нормальных волн узконаправленными низкочастотными пучками;
- временная селекция, основанная на различии групповых скоростей мод волновода;
- методы, основанные на спектральной обработке сигнала, принимаемого движущимся приемником.

В силу механизма межмодовой дисперсии различное время прохождения разными модовыми импульсами заданного расстояния позволяет разделить их по времени прихода в точку приема, если, конечно, приемник и излучатель разнесены друг от друга достаточно далеко. Выполнение условия

$$\frac{L}{U_{j, f_0 - \Delta}} + \tau_0 < \frac{L}{U_{j+1, f_0 + \Delta}}, \quad (1)$$

где L – длина трассы распространения звука, τ_0 – длительность излученного импульса, Δ – полуширина спектра излучаемого сигнала, говорит о том, что время прихода заднего фронта импульса моды с номером j меньше времени прихода переднего фронта $(j + 1)$ -й моды, т. е. моды заведомо разделяются.

Наряду с межмодовой дисперсией существует еще и внутримодовая, связанная с конечностью длительности излученного импульса и приводящая

к уширению отдельных модовых импульсов. Поэтому для уверенного разрешения мод необходимо выполнение условия

$$(U_{j,f_0+\Delta} - U_{j,f_0-\Delta}) < (U_{j,f_0-\Delta} - U_{j+1,f_0+\Delta}), \quad (2)$$

чтобы эффект "затяжки" не перекрывал эффект "разбегания" импульсов.

Данные условия накладывают ограничение сверху и снизу на выбор длительности излучаемого импульса. Из условия (1) видно, что короткие импульсы разбегутся на более коротких расстояниях между источником и приемником, но условие (2) показывает, что длительность импульса желательно выбирать как можно большую, чтобы сигнал был наиболее узкополосным и уменьшалась внутримодовая дисперсия.

Применение горизонтальных линейных антенн и равномерно перемежающихся приемников вдоль трассы распространения звука весьма успешно используется для селекции нормальных волн при линейном возбуждении волноводов. В этом случае фаза сигнала, прошедшего через исследуемую среду, непрерывно сравнивается с фазой так называемого "опорного" сигнала. Поскольку "опорный" сигнал получен с того же самого генератора, то разность фаз между ними однозначно определяется лишь расстоянием между источником и приемником звука. Записанная информация о фазе принятого сигнала позволяет определить модовый состав акустического поля. При реализации данного метода селекции для уверенного разрешения отдельных нормальных волн необходимо наличие протяженных трасс распространения звука, длина которых удовлетворяет условию

$$L \gg \frac{2\pi}{\min |\xi_m - \xi_n|}, \quad m \neq n, \quad (3)$$

где ξ_j – продольное волновое число j -й моды ($j = m, n$). Условие (3) означает, что на длине апертуры приемной антенны L должно укладываться несколько периодов биений двух разделяемых мод.

Характерная осциллограмма принимаемого сигнала изображена на рис. 4. Первыми в точку приема приходят боковые волны, групповые скорости кото-

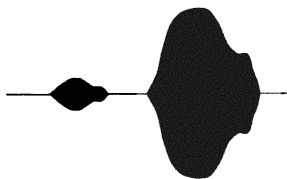


Рис. 4

рых велики (первый импульс на осциллограмме). Затем поступают волны, распространяющиеся в водном слое (второй импульс на осциллограмме). Метод обработки, основанный на возможности считывания комплексной амплитуды в различных частях принимаемого импульса, позволил "обединить" исходный модовый спектр и детально проанализировать не только модовый состав

звукового поля волноводных мод, но и оценить фазовые скорости распространяющихся боковых волн в зависимости от условий возбуждения.

Обсуждение результатов исследований

Уникальная возможность параметрического излучателя селективно возбуждать различные типы сейсмических волн за счет узкой характеристики направленности продемонстрирована на рис. 5, 6, где представлены результаты спектральной обработки принятого сигнала в волноводе со стальной подложкой в зависимости от угла наклона оси излучения параметрического источника. Длительность излученного импульса в этом эксперименте составляла 40 мкс. Большое различие в групповых скоростях сейсмических и водных волн позволило выделить в принимаемом сигнале область "предвестника" – первый импульс на рис. 4. Именно этот сигнал подвергался спектральной обработке. На рис. 5 показан спектр принимаемого сигнала при угле наклона оси излучения $\Theta_1 = 14^\circ$. В этом случае создавались наилучшие условия для возбуждения продольных сейсмических волн ($c_l = 6100$ м/с). В спектре наиболее выражена компонента, соответствующая боковой волне, порождаемой распространяющейся в грунте продольной волне со скоростью 4900 м/с (эта скорость соответствует скорости продольных волн в тонком стержне). Компонента, соответствующая скорости 6100 м/с, в спектре выражена слабо.

На рисунке 6 представлен аналогичный спектр в случае ориентации оси излучения параметрического излучателя под углом $\Theta_2 = 30^\circ$. Здесь наилучшим образом возбуждается боковая волна, скорость распространения которой 2620 м/с (продольное волновое число $\xi = 0,48$ мм⁻¹). Она, по всей видимости, порождена поверхностной сейсмической волной рэлеевского типа. Эффективность возбуждения боковой волны, порожденной распространяющейся продольной волной ($\xi = 0,25$ мм⁻¹), весьма низка.

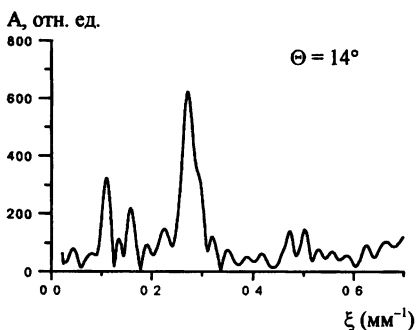


Рис. 5

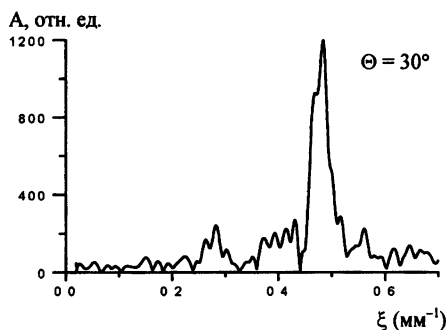


Рис. 6

Для сравнения на рис. 7 представлен пространственный спектр сигнала "предвестника" в волноводе со стальной подложкой, возбуждаемого точечным линейным источником звука. Спектр условно можно разделить на три части. Первая – область водных мод (диапазон горизонтальных волновых чисел

от $\xi_1 = 0,85 \text{ мм}^{-1}$ до $\xi_2 = 0,55 \text{ мм}^{-1}$). Вторая – в диапазоне $\xi_r \cong 0,55\text{--}0,4 \text{ мм}^{-1}$ соответствует распространяющимся в водном слое боковым волнам, порождаемым поперечными сейсмическими волнами, включая поверхностную волну рэлеевского типа ($c_r \cong 2300\text{--}3100 \text{ м/с}$). Третья – низкочастотная область в районе горизонтального волнового числа $\xi_l \cong 0,26 \text{ мм}^{-1}$, соответствующая боковой волне, возбуждаемой продольной волной, скорость распространения которой в металлическом грунте порядка $c_l \cong 4900 \text{ м/с}$. Общая ширина пространственного спектра от 0,2 до $0,85 \text{ мм}^{-1}$ определяет наиболее короткие периоды интерференции акустического поля, изображенной на рис. 12. В спектре (рис. 7) присутствуют боковые волны, возбуждаемые сейсмическими волнами всех типов: продольными волнами в грунте (диапазон горизонтальных волновых чисел $\xi_1 = 0,15\text{--}0,35 \text{ мм}^{-1}$), поперечными волнами, включая поверхностную волну рэлеевского типа (диапазон горизонтальных волновых чисел $0,55\text{--}0,4 \text{ мм}^{-1}$). Отметим, что уровень спектральных компонент, соответствующих водным модам (диапазон волновых чисел $\xi = 0,6\text{--}0,85 \text{ мм}^{-1}$), незначителен.

Также проведены исследования интерференционной структуры акустического поля в волноводе с упругим дном при различных длительностях излучаемого импульса. Информация об интерференционной структуре акустического поля считывалась в той части принимаемого импульса, которая формировалась в основном водными модами. Ось излучения параметрического источника ориентировалась для наилучшего возбуждения волноводных мод.

При излучении сигнала малой длительности ($\tau_l = 40 \text{ мкс}$) на достаточно больших расстояниях от излучателя исходный импульс "разваливался" на ряд импульсов, переносимых в среде со своей групповой скоростью, соответствующих различным типам грунтовых волн и водным модам. Поэтому в пространственном спектре слабо выражены спектральные компоненты, соответствующие боковым волнам, что хорошо видно из рис. 8, и подчеркивается вклад части спектра, соответствующий волноводным модам (диапазон продольных волновых чисел $\xi = 0,6\text{--}0,85 \text{ мм}^{-1}$).

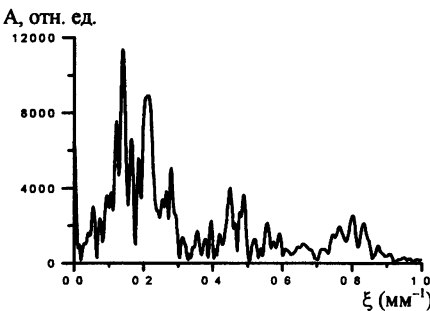


Рис. 7

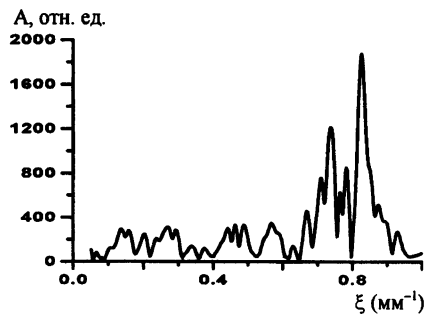


Рис. 8

При увеличении длительности излучаемого импульса до $\tau_2 = 300$ мкс пространственной апертуры анализа не хватало для разделения модовых импульсов по времени прихода. Из рис. 9 видно, что в пространственном спектре присутствуют не только компоненты, соответствующие водным модам, но и спектральные составляющие, характеризующие распространение боковых волн. В этом эксперименте хорошо просматривается спектральная компонента, обусловленная распространением продольной волны в подложке со скоростью 6100 м/с ($\xi_1 = 0,25$ мм⁻¹). Диапазон волновых чисел от 0,45 до 0,85 мм⁻¹ перекрывается боковыми волнами, порожденными поперечными грунтовыми волнами, включая поверхностные, и волноводными модами.

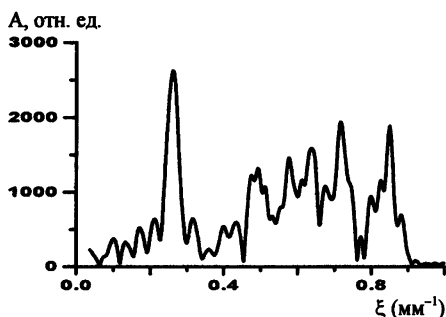


Рис. 9

Применяя полосовую фильтрацию исходного пространственного спектра и проводя процедуру обратного преобразования Фурье, оказалось возможным экспериментально определить вклад грунтовых волн различного типа в результирующее акустическое поле по отдельности. Так, на рис. 10 изображена горизонтальная структура акустического поля волновода на расстоянии до 70 см от излучателя, создаваемая исключительно боковой волной, порождаемой продольной грунтовой волной. В этом случае полосовой фильтр был настроен на пропускание спектральных компонент в диапазоне от 0,2 до 0,35 мм⁻¹. На рис. 11 показана интерференционная структура звукового поля, создаваемая боковыми волнами, порождаемыми как продольными, так и поперечными грунтовыми волнами. В этом случае полосовой фильтр был настроен на пропускание спектральных компонент в диапазоне от 0,2 до 0,55 мм⁻¹.

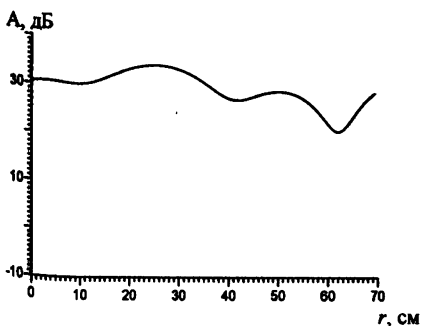


Рис. 10

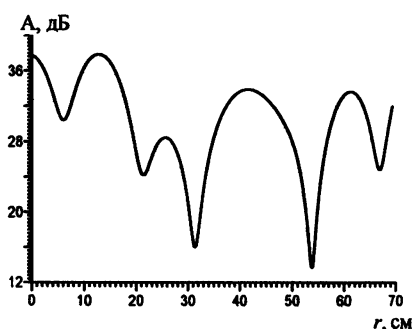


Рис. 11

Полученная интерференционная структура поля свидетельствует о наличии в этой области боковых волн, вызванных распространением как объемных, так и поверхностных поперечных волн рэлеевского типа.

Для сравнения на рис. 12 изображена результирующая горизонтальная структура акустического поля параметрического излучателя

с учетом всех типов боковых волн, а также всех распространяющихся волноводных мод, полученная при обработке исходного пространственного спектра во всем диапазоне горизонтальных волновых чисел (от 0,2 до 0,85 мм⁻¹).

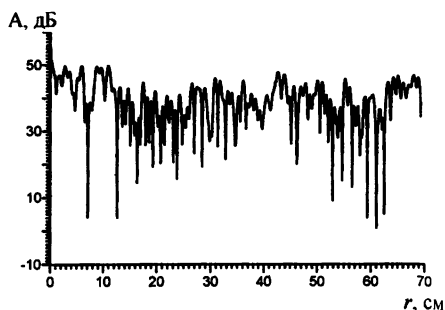


Рис. 12

* * *

В данной работе исследовано влияние боковых волн на интерференционную структуру акустических полей в волноводе. Для возбуждения грунтовых волн в исследуемых подложках впервые было применено высоконаправленное излучение, полученное при помощи мощного параметрического излучателя звука, работающего в волноводе. Изменение ориентации оси излучения параметрического излучателя позволило селективно возбудить боковые волны различных типов и учесть их вклад в интерференционную структуру акустического поля в волноводе по отдельности. Предлагаемая методика значительно расширяет возможности дистанционной диагностики параметров морского дна, особенно в мелководных районах Мирового океана.

Работа выполнена при поддержке грантов РФФИ № 00–15–96619, 02–02–17347, грантов КЦФЕ и МАС.

Литература

1. Урик Р. Дж. Распространение гидроакустических сигналов в дне океана // Акустика морских осадков. М.: Мир, 1977. С. 159–175.
2. Гамильтон Э. Л. Геоакустические модели морского дна // Акустика морских осадков. М Мир, 1977. С. 176–210.
3. Бреховских Л. М. Волны в слоистых средах. М.: Наука, 1973. 343 с.
4. Пекерис К. Теория распространения звука взрыва в мелкой воде // Распространение звука в океане / Под ред. Л. М. Бреховских. Изд-во иностр. лит., 1951. С. 48–156.
5. Amnucht E., Stickler D. C. Uniform asymptotic evaluation of the continuous spectrum contribution for the Pekeris model // JASA 1980. V. 67, № 6. P. 2018–2024.
6. Amnucht E., Stickler D. C. Uniform asymptotic evaluation of the continuous spectrum contribution for a stratified ocean // JASA 1984. V 76, № 1. P. 186–196.

7. *Крупин В. Д.* Интерференционная структура полного звукового поля точечного гармонического источника в мелком море // *Акуст. журн.* 1994. Т. 40, № 4. С. 26–632.
8. *Бородина Е. Л., Петухов Ю. В.* Влияние боковых волн на формирование интерференционной структуры широкополосного звука в мелком море: Препринт ИПФ РАН № 441. Нижний Новгород, 1997. 20 с.
9. *Borodina E. L., Petukhov Yu. V.* Restoration of the bottom characteristics by the interference structure of the wide-band sound // *Acoustics Letters.* 1996. V. 19, № 8. P. 159–162.
10. *Ellis D. D., Chapman D. M. F.* A simple shallow water propagation model including shear wave effects // *JASA.* 1985. V. 78, № 6. P. 2087–2099.
11. *Лэйдлоу М., Годин О. А., Чэпмэн Р.* Определение геоакустических параметров дна океана вблизи острова Ванкувер при помощи боковых волн // *Акустика океана. Сб. трудов школы-семинара акад. Л. М. Бреховских.* 25–28 мая 1998 г. М.: ГЕОС, 1998. С. 96–100.
12. *Мюир Т. Дж.* Нелинейная акустика и ее роль в геофизике морских осадков // *Акустика морских осадков.* М.: Мир, 1977, С. 227–273.
13. *Наугольных К. А., Островский Л. А., Сутин А. М.* // *Нелинейная акустика. Теоретические и экспериментальные исследования.* Горький: ИПФ АН СССР, 1980. С. 9.
14. *Егорычев С. А., Захаров Д. А., Курин В. В., Кустов Л. М., Лебедев О. В.* О модификации излучающего тракта лабораторной экспериментальной установки для исследования характеристик мощных акустических волн // *Труды третьей научной конференции по радиофизике* 7 мая 1999 г. Н. Новгород: ННГУ. 1999. С. 250–251.
15. *Virovlyansky A. L., Egorychev S. A., Kurin V. V., Pronchatov-Rubtsov N. V.* Experimental investigation of modal structure of field generated by a pulse-source in a laboratory hydroacoustic waveguide // *JASA.* 1997. V. 101, № 5. Pt. 2. P. 3091.
16. *Вировлянский А. Л., Егорычев С. А., Курин В. В., Прончатов-Рубцов Н. В.* Апробация модифицированного метода селекции нормальных волн в лабораторном гидроакустическом волноводе // *Сб. трудов VI сессии Российского акустического общества "Акустика на пороге XXI века".* М., 1997. С. 201–204.
17. *Gurbatov S. N., Egorychev S. A., Zakharov D. A., Kurin V. V., Kustov L. M., Pronchatov-Rubtsov N. V.* Excitation of seismic waves by parametric acoustic arrays located in isovelocity waveguides // *Nonlinear acoustics at the turn of the millennium, 15th International Symposium on Nonlinear Acoustics,* Gottingen, Germany, 1–4 September. 1999. P. 173–176.

ПРОСТРАНСТВЕННО-ВРЕМЕННАЯ ОБРАБОТКА АКУСТИЧЕСКИХ СИГНАЛОВ В МАЛОМОДОВОМ ВОЛНОВОДЕ

Б. В. Кержаков, В. В. Кулинич

Институт прикладной физики РАН, Н. Новгород

Эффективность выделения акустических сигналов на фоне шумов в океанических волноводах в значительной мере зависит от степени согласованности алгоритмов обработки с модовой структурой звукового поля сигнала и поля помех и учета их статистических пространственных и временных характеристик. Интерференционные явления, связанные с волноводным распространением, могут приводить к значительному ослаблению поля сигналов и, соответственно, снижению помехоустойчивости алгоритмов обработки. Для устранения эффектов интерференции мод прибегают к пространственной и временной селекции модовых сигналов, осуществляемой с использованием вертикальных антенн и сложных сигналов. Решение задач выделения акустических сигналов в модовых волноводах с использованием вертикальных антенн можно найти в ряде работ [см., например, 1–3]. В частности, в [1] рассмотрены вопросы оптимизации амплитудно-фазового распределения на апертуре при линейной и квадратичной пространственной обработке поля сигнала при использовании энергетического критерия – отношения сигнал/шум для выходного отклика антенны. В [2, 3] на основе модового подхода выполнен анализ и проведены количественные оценки коэффициентов усиления антенн в зависимости от степени пространственной когерентности акустических сигналов в волноводе.

В данной работе рассматривается задача пространственно-временной обработки низкочастотных импульсных акустических сигналов в маломодовом волноводе на фоне естественных шумов моря при использовании вертикальных приемных антенн в условиях априорной неопределенности относительно параметров сигнала. Задача обнаружения решается в рамках гауссовой статистики поля сигнала и помех на основе известных методов теории статистических решений [4, 5]. Вследствие априорной параметрической неопределенности рассматриваются вопросы, связанные с оценением параметров поля сигналов в условиях модового характера распространения и параметрической оптимизации обнаружения на основе метода максимального правдоподобия. Необходимо отметить, что вопросы выделения отдельных модовых сигналов и оценки их параметров могут представлять и самостоятельный интерес в связи с решением различных топографических задач в океанических волноводах [6]. Кроме того, рассмотрены также характеристики обнаружения полученных алгоритмов и выполнен анализ их помехоустойчивости при воздействии шумов и реверберационной помехи.

При гауссовой статистике структура оптимального алгоритма обработки, определяемого отношением правдоподобия, зависит только от среднестатистических и корреляционных характеристик поля сигнала и помех. Статистические характеристики сигналов в звуковых каналах определяются эффектами отражения и рассеяния волн на граничных (ветровое волнение, зыбь, неоднородности дна) и объемных (внутренние волны, турбулентность и т. д.) неоднородностях среды, а также зависят от рассеивающих и отражательных свойств локальных неоднородностей в канале. Следствием этого является затухание когерентной компоненты полного поля, уменьшение межмодовой корреляции, уширение спектра сигнала, перераспределение энергии между модами. Энергетические соотношения когерентной и флуктуационной компонент сигнала при этом зависят от гидрологических условий канала, степени и характера волнения, характеристик дна и локальных неоднородностей, частоты излучения. Таким образом, акустическое поле в раскрыве приемной антенны $X(t) = \|x_l\|_{l=1, \overline{N}}$ (N – число приемных элементов антенны) представляет аддитивную смесь статистически независимых компонент поля помех $N(t) = \|N_l(t)\|$ со средним равным нулю и функцией пространственно-временной корреляции $R_N(t, t_1) = \|R_{Nkl}(t, t_1)\|$ и поля полезного сигнала. В свою очередь, поле сигнала $Y(t) = \|Y_l(t)\|$ в общем случае может быть представлено в виде суперпозиции когерентной составляющей $\langle Y(t) \rangle = S(t)$ и флуктуационной компоненты со средним равным нулю и функцией пространственно-временной корреляции $R_s(t, t_1) = \|R_{skl}(t, t_1)\|$. Наличие флуктуационной компоненты сигнала в поле входного воздействия приводит к нелинейным процедурам обработки поля.

В настоящей статье ограничимся моделью сигнала, содержащей лишь когерентную или среднюю часть поля сигнала $S(t)$. Учитывая пространственную неоднородность реальных подводных звуковых каналов вдоль трассы распространения, представим сигнал в виде разложения по нормальным волнам волновода сравнения, соответствующего области расположения приемной антенны. В узкополосном приближении сигнал на произвольном элементе $l = \overline{1, N}$ приемной вертикальной антенны в этом случае можно записать в виде

$$S_l(t) = \sum_{m=1}^M A_m \exp(j\varphi_m) S(t - \tau_m) \psi_m(z_l) \exp(-j(\omega_0 + \Omega_m)t).$$

Здесь $S(t) = s_0(t) \exp(j\Phi(t))$ – комплексная огибающая излучаемого сигнала ($s_0(t)$ и $\Phi(t)$ – функции, описывающие соответственно его амплитудную

и фазовую модуляцию); A_m , φ_m , τ_m и Ω_m – амплитуда, фаза, временное запаздывание и доплеровский сдвиг частоты сигнала моды m в точке приема. Эти величины вследствие обменных эффектов между модами в неоднородном по трассе волноводе и взаимодействии с локализованными неоднородностями не могут быть однозначно определены, поэтому далее их будем считать неизвестными, но постоянными в течение длительности сигнала параметрами задачи. С учетом принятой модели сигнала отношение правдоподобия может быть представлено в виде

$$\Lambda = \sum_{m=1}^M a_m Q_m + \sum_{m=1}^M a_m^* Q_m^* - \sum_{m,n} a_m^* C_{mn} Q_n, \quad (1)$$

где $a_m = A_m \exp(j\varphi_m)$ – комплексная амплитуда сигнала моды m (здесь и ниже знак * означает комплексно сопряженные величины),

$$C_{mn} = \sum_{k,l=1}^N \int_{(T)} \int s_m^*(t, z_k) R_{Nkl}^{-1}(t, t_1) s_n(t_1, z_l) dt dt_1 \quad (2)$$

– обобщенная функция неопределенности, где $s_m(t, z_k) = s_m(t) \psi_m(z_k)$, а $s_m(t) = S(t - \tau_m) \exp(-j(\omega + \Omega_m)t)$. Функция неопределенности в данном случае выражает возможности частотно-пространственно-временного разрешения модовых сигналов и зависит как от типа используемых сигналов (тональные, сложные), так и от структуры и положения приемной антенны в гидроакустическом канале. Алгоритм обработки в рассматриваемом случае описывается первым членом выражения (1), содержащим поле $X(t)$, действующее на апертуре приемной антенны:

$$\Lambda = \sum_{m=1}^M \hat{a}_m Q_m + \sum_{m=1}^M \hat{a}_m^* Q_m^*, \quad (3)$$

где функционал

$$Q_m = \sum_{l=1}^N \int_{(T)} \left(\sum_{k=1}^N \int_{(T)} x_k^*(t) R_{Nkl}^{-1}(t, t_1) dt \right) s_m(t_1) \psi_m(z_l) dt_1 \quad (4)$$

определяет операции согласованной пространственно-временной корреляционной обработки (или частотно-пространственной согласованной фильтрации) сигнала моды m на фоне коррелированных помех. Поскольку комплексные амплитуды сигнала a_m неизвестны, при реализации алгоритма (3) использованы их максимально правдоподобные оценки \hat{a}_m , определяемые системой уравнений

$$\frac{\partial \Lambda}{\partial a_m} \Big|_{m=1, M} = 0$$

при фиксированных других параметрах сигнала. Исходя из этого, для оценки комплексных амплитуд модовых сигналов с учетом выражения (1) для отношения правдоподобия получим

$$\hat{a}_m = \sum_{n=1}^M C_{mn}^{-1} Q_n^*, \quad (5)$$

где C_{nm}^{-1} – элементы обратной матрицы обобщенной функции неопределенности сигнала. Вследствие линейности преобразования (5) относительно поля входного воздействия $X(t)$ оценки комплексных амплитуд являются случайными величинами, подчиняющимися нормальному закону распределения со средними значениями, совпадающими с истинными значениями амплитуд $\langle \hat{a}_m \rangle = a_m$, т. е. оценки являются несмещенными с функцией корреляции $\langle (\hat{a}_m - a_m)(\hat{a}_n - a_n)^* \rangle = C_{mn}^{-1}$.

Дисперсия оценок амплитуд определяется при этом диагональными элементами матрицы C^{-1} . Для принятой модели сигнала приведенные выше результаты остаются справедливыми безотносительно к виду корреляционных свойств помех. Ниже эти результаты используются для определения структуры алгоритмов и исследования их помехоустойчивости с привлечением конкретных моделей помех, характерных при обнаружении акустических сигналов в подводных звуковых каналах. На данном этапе мы ограничимся исследованием оптимальной структуры алгоритма пространственно-временной обработки и его помехоустойчивости при выделении полезного сигнала на фоне естественных шумов моря. Кроме того, рассмотрим помехоустойчивость синтезированного алгоритма, оптимального лишь в условиях воздействия естественных шумов, при наличии и реверберационной помехи. При этом рассмотрим две различные ситуации, связанные со степенью ортогональности модовых сигналов на апертуре приемной антенны. Первая, приводящая к достаточно простым по структуре алгоритмам обработки, соответствует случаю, когда моды ортогональны на апертуре. Реально эта ситуация может быть реализована в условиях мелкого моря или при размещении приемных антенн в мелководной части звукового канала, в частности, в шельфовых областях, когда возможно перекрытие значительной части звукового канала по глубине. Второй, более реалистичный случай соответствует конечным апертурам приемных антенн, когда условие ортогональности мод не выполняется. Дополнительная возможность ортогонализации, появляющаяся вследствие волноводной дисперсии, связана с использованием сложных сигналов, обеспечивающих разрешение модовых сигналов по времени их прихода.

Будем полагать, что шум содержит как изотропную, так и анизотропную компоненты, причем в частотной области спектр шумов равномерен в полосе сигнала. В этом случае пространственно-временную функцию корреляции шумов можно представить в виде

$$\mathbf{R}_N(t, t_1) = \delta(t - t_1) \| N_0 \delta_{jk} + R_{jk} \|, \quad (6)$$

где N_0 – спектральная плотность мощности изотропной помехи на средней частоте спектра сигнала, R_{jk} – элементы матрицы пространственной корреляции анизотропной компоненты шумов, $\delta(t)$ – дельта-функция. Для описания анизотропной помехи воспользуемся известным выражением для пространственной корреляции динамических шумов моря [7]:

$$R_{kl} = \sum_{m,n=1}^M \Psi_m(z_k) P_{mn} \delta_{mn} \Psi_n(z_l). \quad (7)$$

Рассмотрим первый случай, когда моды ортогональны на апертуре. Используя условие ортогональности мод на апертуре, из уравнения обращения матриц для обратной корреляционной функции шумов находим, что

$$R_{Nkl}^{-1}(t, t_1) = \frac{\delta(t - t_1)}{N_0} \left[\delta_{kl} - \sum_{n=1}^M \frac{\Psi_n(z_k) q_n \Psi_n(z_l)}{1 + q_n} \right],$$

где $q_n = P_{nn} / N_0$ – отношение спектральных плотностей мощности динамических шумов моря и изотропного шума. С учетом полученного выражения для обратной корреляционной функции помех функция неопределенности сигнала (2) принимает вид

$$C_{mn} = T \delta_{mn} / N_0 (1 + q_n), \quad (8)$$

а функционал (4) –

$$Q_m = \frac{\tilde{Q}_m}{N_0 (1 + q_m)}, \quad (9)$$

где

$$\tilde{Q}_m = \sum_{k=1}^M \int_{(T)} x_k^*(t) \Psi_m(z_k) s_m(t) dt. \quad (10)$$

Учитывая полученное выражение для функции неопределенности (8), выражения для функционала (10) и оценки (5) амплитуд \hat{a}_m , алгоритм пространственно-временной обработки акустического поля в случае ортогональности модовых сигналов на апертуре приемной антенны можно представить в виде

$$\Lambda = \frac{1}{T} \sum_{m=1}^M \frac{|\tilde{Q}_m|^2}{N_0 + P_{mm}} = \sum_{m=1}^M |\Lambda_m|^2. \quad (11)$$

Следует отметить, что полученное отношение правдоподобия является условно максимальным, поскольку зависит от других неизвестных параметров сигнала, а именно, временных задержек τ_m и доплеровских смещений Ω_m мод. Дальнейшая процедура обработки связана с определением безусловного максимума $\Lambda_m = \max_{\tau, \Omega} \Lambda_m(\tau, \Omega)_{\tau, \Omega}$ в области определения параметров τ_m и Ω_m , которая может быть выполнена на основе известной схемы доплеровской фильтрации. Таким образом, обработка акустического поля сводится к многоканальной согласованной пространственно-частотной фильтрации модовых сигналов с последующим некогерентным весовым накоплением результатов фильтрации. Вес при накоплении определяется суммарной мощностью изотропного и анизотропного модового шумов.

Рассмотрим помехоустойчивость рассматриваемого алгоритма. Λ_m – некоррелированные, случайные нормальные величины с дисперсией равной единице как при наличии, так и в отсутствие сигнала в поле входного воздействия. При отсутствии сигнала во входном воздействии среднестатистическое значение $\langle \Lambda_m \rangle = 0$, при этом условная плотность вероятности распределения выходного сигнала Λ алгоритма обработки (11) есть χ^2 – распределение с $2M$ степенями свободы. Вероятность ложной тревоги при этом равна $F = 1 - \frac{\Gamma(M, \Lambda_{\Pi})}{\Gamma(M)}$, где $\Gamma(M)$ и $\Gamma(M, \Lambda)$ есть гамма-функция

и неполная гамма-функция соответственно, Λ_{Π} – пороговое значение выходного сигнала алгоритма обработки, соответствующее заданному значению вероятности ложной тревоги F . При наличии сигнала во входном воздействии среднестатистическое значение Λ_m равно

$$\langle \Lambda_m \rangle = \frac{\sqrt{T} a_m}{\sqrt{N_0(1+q_m)}}, \quad (12)$$

и для вероятности правильного обнаружения сигнала D с использованием аппарата характеристических функций может быть получено выражение, определяющее величину D через обобщенные Q -функции Маркума [4]:

$$D = Q_M \left(\sqrt{\sum_{m=1}^M \langle \Lambda_m \rangle^2}, \sqrt{\Lambda_{\Pi}} \right).$$

Здесь величина $\langle \Lambda_m \rangle^2$ определяет модовое отношение сигнал/шум на выходе линейных каналов обработки, которые, как следует из (12), зависят от взаимного распределения энергии по модам как сигнала, так и модового шума. Весовое накопление при этом обеспечивает практически не только исключение "зашумленных" модовых каналов, что существенно улучшает помехоустойчивость обработки, но и решает задачу стабилизации уровня ложных тревог.

Рассмотрим далее эффективность этого алгоритма, оптимального лишь в условиях воздействия шумов, при учете реверберационной помехи. Представим пространственно-временную функцию корреляции реверберации ее разложением по собственным функциям волновода в точке расположения приемной антенны:

$$R_{pkl}(t, t_1) = \sum_{m,n=1}^M \psi_m(z_k) \gamma_{mn}(t, t_1) \psi_n(z_l), \quad (13)$$

где $\gamma_{mn}(t, t_1)$ – межмодовая функция корреляции реверберации. В рассматриваемой ситуации выходные сигналы Λ_m модовых каналов алгоритма (11) в отличие от вышерассмотренного случая являются коррелированными величинами как при наличии, так и в отсутствие сигнала в поле входного воздействия. Используя представление корреляционной функции реверберации (13), для взаимной функции корреляции $L_{mn} = \langle \Lambda_m \Lambda_n^* \rangle$ выходных сигналов Λ_m получим выражение

$$L_{mn} = \delta_{mn} + \frac{\int_{(T)} s_m^*(t) \gamma_{mn}(t, t_1) s_n(t_1) dt dt_1}{TN_0 \sqrt{(1+q_m)(1+q_n)}}. \quad (14)$$

Среднестатистические значения выходных сигналов модовых каналов Λ_m здесь, как и в случае обнаружения сигнала лишь на фоне шумов, равны нулю при отсутствии сигнала во входном воздействии и равны значениям, определяемым выражением (12), при наличии сигнала во входном воздействии.

Для оценки вероятности правильного обнаружения и ложных тревог воспользуемся известным подходом, основанным на представлении характеристических функций распределения вероятностей выходного сигнала алгоритма обработки через кумулянты распределения. При этом само распределение плотности вероятности выходного сигнала представим разложением по полиномам Лаггера. В результате, ограничиваясь лишь первыми двумя кумулянтами, получим следующие зависимости для оценки вероятностей F и D , выраженные через неполные гамма-функции:

$$F = 1 - \frac{\Gamma(\alpha_p + 1, \Lambda_{II} / \beta_p)}{\Gamma(\alpha_p + 1)}, \quad D = 1 - \frac{\Gamma(\alpha_s + 1, \Lambda_{II} / \beta_s)}{\Gamma(\alpha_s + 1)}. \quad (15)$$

Здесь параметры $\alpha = \eta_1^2 / \eta_2 - 1$ и $\beta = \eta_2 / \eta_1$ определяют число степеней свободы распределения вероятностей выходного сигнала алгоритма и, соответственно, отношение сигнал/шум, приходящееся на одну степень свободы. Величины η_1 и η_2 есть первый и второй кумулянты распределения, которые при наличии сигнала определяются зависимостями

$$\eta_1 = \sum_{m=1}^M (L_{mn} + \langle \Lambda_m \rangle^2), \quad \eta_2 = \sum_{m,n=1}^M (L_{mn} L_{nm} + 2 \langle \Lambda_m \rangle L_{mn} \langle \Lambda_n \rangle), \quad (16)$$

где величины L_{mn} и $\langle \Lambda_m \rangle$ определяются выражениями (14) и (11) соответственно. Эти кумулянты соответствуют распределению вероятностей выходного сигнала Λ алгоритма обработки в присутствии сигнала в поле входного воздействия $X(t)$ и используются при оценке параметров α_s и β_s . Для расчета параметров α_p и β_p при определении величины ложных тревог в выражениях (16) для кумулянтов необходимо полагать значения $\langle \Lambda_m \rangle$ равными нулю.

Полученные выражения вероятностных характеристик для заданной модели сигнала характеризуют помехоустойчивость алгоритмов пространственно-временной обработки акустических сигналов с вертикально развитыми приемными антеннами при условии ортогональности модовых сигналов на апертуре.

Рассмотрим далее более общий случай, когда условие ортогональности мод в пределах приемной апертуры не выполняется. Для нахождения обратной корреляционной функции шумов в этом случае представим ее в виде $R_{Nkl}^{-1} = -W_{kl} + r_{kl}^{-1}$, где r_{kl}^{-1} — элементы обратной корреляционной матрицы изотропных шумов. Представим матрицу \mathbf{W} в виде $\mathbf{W} = \mathbf{r}^{-1} \mathbf{w} \mathbf{r}^{-1}$. Используя далее уравнение обращения матриц, получим, что вновь введенная матрица \mathbf{w} должна удовлетворять следующему матричному уравнению:

$$\mathbf{R} \mathbf{r}^{-1} \mathbf{w} + \mathbf{w} = \mathbf{R}. \quad (17)$$

Решение \mathbf{w} уравнения (17) будем искать в виде функционально подобной корреляционной матрице (6) анизотропных шумов моря:

$$w_{kl} = \sum_{m,n=1}^M \psi_m(z_k) \rho_{mn} \psi_n(z_l). \quad (18)$$

При этом выражение для элементов обратной пространственной корреляционной матрицы шумов $\mathbf{R}_N = \| R_{Nkl} \|$ можно записать в виде

$$R_{Nkl}^{-1} = \frac{1}{N_0} \left[\delta_{kl} - \frac{1}{N_0} \sum_{m,n=1}^N \psi_m(z_k) \rho_{mn} \psi_n(z_l) \right],$$

а уравнение (17) с учетом определения функции корреляции \mathbf{R} анизотропных шумов (7) и выражения (18) преобразуется в систему уравнений относительно матрицы $\rho = \| \rho_{mn} \|$:

$$\sum_{v=1}^M \frac{P_{mv}}{N_0} G_{mv} \rho_{vn} + \rho_{mn} = P_{mn} \delta_{mn}, \quad (19)$$

где элементы матрицы \mathbf{G}

$$G_{mv} = \sum_{k=1}^N \psi_m(z_k) \psi_v(z_k)$$

определяют степень ортогональности мод при конечной величине апертуры приемной антенны. Исходя из уравнения (19), выражение для матрицы ρ можно представить в виде $\rho = (\mathbf{q} \mathbf{G} + \mathbf{I})^{-1} \mathbf{P}$, где $\mathbf{P} = \| P_{mn} \delta_{mn} \|$ – диагональная матрица спектральной плотности мощности анизотропного шума, а $\mathbf{q} = \| P_{mn} \delta_{mn} / N_0 \|$ – диагональная матрица отношения спектральных плотностей мощности модового анизотропного и изотропного шумов. С учетом (18) выражение функционала (4), определяющего структуру линейного канала алгоритма частотно-пространственно-временной обработки выделения модовых сигналов, можно записать в виде

$$Q_m = \frac{1}{N_0} \left\{ \sum_{k=1}^N \int_{(T)} x_k^*(t) [\Psi_m(z_k) - \sum_{\mu, \nu=1}^M \Psi_\mu(z_k) g_{\mu\nu}^{-1} B_{\nu m}] s_m(t) dt \right\}, \quad (20)$$

где $g_{\mu\nu}$ – элементы матрицы \mathbf{g} обратной матрице $(\mathbf{q} \mathbf{G} + \mathbf{I})$, а матрица $\mathbf{B} = \mathbf{q} \mathbf{G}$. Сложность алгоритма (20) связана с необходимостью подавления коррелированного модового шума при произвольных значениях отношения спектральных плотностей мощности модового и изотропного шумов, а также компенсации всех модовых сигналов $n \neq m$, которые являются мешающими в канале выделения данного модового сигнала m .

При больших значениях отношения q_m , а точнее в предположении, что элементы матрицы \mathbf{B} больше единицы для всех энергонесущих мод, алгоритм (20) существенно упрощается. Обратную матрицу $\mathbf{g}^{-1} = (\mathbf{q} \mathbf{G} + \mathbf{I})^{-1} = (\mathbf{B} + \mathbf{I})^{-1}$ в этом случае можно представить в виде сходящегося ряда:

$$(\mathbf{B} + \mathbf{I})^{-1} = (\mathbf{I} + \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \mathbf{B}^n) \mathbf{B}^{-1}.$$

Если ограничиться лишь линейными членами $(\mathbf{I} - \mathbf{B}^{-1})$ выражения в круглых скобках разложения, то функционал (20) может быть представлен в виде

$$Q_m \cong \sum_{k=1}^N \int_{(T)} x_k^*(t) \frac{\Psi_m(z_k)}{P_{mm}} s_m(t) dt, \quad (21)$$

где опорный сигнал $\Psi_m(z)$, обеспечивающий пространственную фильтрацию модовых сигналов, равен

$$\Psi_m(z_k) = \sum_{\mu=1}^M \Psi_\mu(z_k) G_{\mu m}^{-1}.$$

В рассматриваемом приближении функция неопределенности $C_{mn} \sim \delta_{mn}$ и максимально правдоподобные оценки комплексных амплитуд модовых сигналов равны $\hat{a}_m = P_{mm} Q_m^* / T$. Исходя из общего определения (3) и учитывая полученное выражение функционала (21), алгоритм обработки акустического поля может быть представлен в виде

$$\Lambda = \frac{1}{T} \sum_{m=1}^M \frac{|\tilde{Q}_m|^2}{P_{mn}}, \quad (22)$$

$$\tilde{Q}_m = \sum_{k=1}^N \int_{(T)} x_k^*(t) \Psi_m(z_k) s_m(t) dt. \quad (23)$$

Структура алгоритма обработки в данном случае отличается от структуры алгоритма (10) лишь видом опорного сигнала при пространственной обработке. Вместо умножения на значения собственных функций в точках, соответствующих положению приемных элементов антенны по глубине, здесь опорный сигнал при пространственной обработке формируется более сложным образом и связан с предварительным обращением матрицы G .

Подобный вид опорного сигнала обеспечивает подавление в канале выделения m -го модового сигнала всех других модовых сигналов, которые являются в данном канале помехой. Непосредственно можно показать, что выходной сигнал \tilde{Q}_m при такой обработке зависит только от m -го модового сигнала, т. е. опорный сигнал в данном канале является ортогональным ко всем другим модовым сигналам.

Рассмотрим далее помехоустойчивость полученного алгоритма (22). При этом сразу учтем наличие реверберационной помехи на апертуре приемной антенны. Для оценки помехоустойчивости необходимо предварительно определить статистические характеристики выходных сигналов Λ_m каналов линейной обработки как при наличии, так и в отсутствие полезного сигнала в поле входного воздействия. Непосредственно из (23) получим, что среднестатистическое значение Λ_m при наличии сигнала есть

$$\langle \Lambda_m \rangle = \langle \tilde{Q}_m \rangle / \sqrt{TP_{mn}} = a_m \sqrt{T} / \sqrt{P_{mn}}, \quad (24)$$

а взаимная функция корреляции выходных сигналов различных каналов равна

$$L_{mn} = \frac{1}{T \sqrt{P_{mn}}} \sum_{k,l=1}^N \int_{(T)} s_n^*(t) \Psi_n^*(z_l) R_{zlk}(t, t_1) \Psi_m(z_k) s_m(t) dt dt_1,$$

где $R_{zkl}(t, t_1) = R_{Nkl}(t, t_1) + R_{pkl}(t, t_1)$ — функция пространственно-временной корреляции помех, включающая наряду с шумами и реверберационную помеху. Используя представления корреляционных характеристик шумов (7) и реверберации (13) для взаимной функции корреляции L_{mn} , получим следующее выражение:

$$L_{mn} = \frac{1}{\sqrt{P_{mn} P_{nn}}} \left[\delta_{mn} P_{mn} + N_0 J_{mn} + \frac{1}{T} \int_{(T)} s_m^*(t) \gamma_{mn}(t, t_1) s_n(t_1) dt dt_1 \right], \quad (25)$$

где $J_{mn} = \frac{1}{T} \int_{(T)} s_m^*(t) G_{mn}^{-1} s_n(t) dt$ – функция неопределенности модовых сигналов в частотно-пространственно-временной области.

В отсутствие сигнала во входном воздействии среднестатистическое значение сигналов на выходе линейных каналов обработки $\langle \Lambda_m \rangle = 0$, а их взаимная корреляция L_{mn} совпадает с выражением (25), полученным выше при условии наличия сигнала.

Характеристики обнаружения здесь определяются зависимостями (15), полученными выше, в которых при определении кумулянтов (16) распределения вероятностей выходного сигнала алгоритма обработки функции взаимной корреляции L_{mn} необходимо брать в форме (25), а средние значения $\langle \Lambda_m \rangle$ брать либо в форме (2) – при гипотезе наличия сигнала во входном воздействии, либо равными нулю при его отсутствии.

Рассмотренный алгоритм реализует операции, включающие, в том числе, частотно-пространственно-временную фильтрацию модовых сигналов с последующим их некогерентным весовым накоплением. Возможности разрешения модовых сигналов в волноводе, и соответственно эффективность алгоритма обработки, ограничены лишь конечной величиной мощности источника сигналов и конечностью апертуры приемной антенны (точнее, степенью ортогональности мод на апертуре). Полученные выше вероятностные характеристики алгоритма позволяют решать важные с точки зрения приложений вопросы о выборе параметров сигналов, включая оценку требуемой мощности источника, а также апертуры вертикальных приемных антенн в волноводе в обеспечение необходимой точности оценок параметров модовых сигналов и требуемых характеристик помехоустойчивости систем обработки.

Литература

1. Малеханов А. И., Таланов В. И. Об оптимальном приеме сигналов в многомодовых волноводах // Акуст. журн. 1990. Т. 36, № 5. С. 891–897.
2. Малеханов А. И. Некогерентная пространственная фильтрация мод в случайно-неоднородном океаническом волноводе // Акуст. журн. 1992. Т. 38, № 5. С. 898–904.
3. Вдовичева Н. К., Городецкая Е. Ю., Малеханов А. И., Сазонтов А. Г. Коэффициент усиления вертикальной антенны в случайно-неоднородном океаническом волноводе // Акуст. журн. 1997. Т. 43, № 6. С. 769–776.
4. Г. Ван Трис. Теория обнаружения, оценок и модуляции. М.: Сов. радио, 1972. Т 1. 744 с
5. Ширман Я. Д., Манжос В. Н. Теория и техника обработки радиолокационной информации на фоне помех. М.: Радио и связь, 1981. 416 с.
6. Кудряшов В. М. Моделирование звукового поля в арктическом волноводе с использованием вертикальной антенны при приеме сигнала // Акуст. журн. 1997. Т. 43, № 6. С. 810–816
7. Ильичев В. И., Калужный А. Я., Красный Л. Г., Ланий В. Ю. Статистическая теория обнаружения гидроакустических сигналов. М.: Наука, 1992. 415 с.

ВОССТАНОВЛЕНИЕ СИГНАЛА ШИРОКОПОЛОСНОГО ПРОТЯЖЕННОГО ИСТОЧНИКА В ЕГО ДАЛЬНОЙ ЗОНЕ

Б. М. Салин

Институт прикладной физики РАН, Н. Новгород

Поставим следующую задачу. Представим себе хор певцов (см. рис. 1), выстроенных в одну линию (в терминологии антенной техники линейная, активная, широкополосная фазированная антенная решетка – ФАР). Имеется хормейстер, который хотел бы оценить качество звучания всего хора на открытом пространстве и на значительном удалении от него; однако прослушивать хор ему приходится в весьма ограниченной аудитории, в которой он фактически прослушивает не хор, а двух-трех ближайших к нему певцов.

На первый взгляд – неразрешимая задача, учитывая, что голоса певцов $P(x_i, t)$, находящихся в точках x_i , приходят в точку приема y искаженными передаточной характеристикой зала $h(y, x_i, \tau)$. В любой точке аудитории хормейстер будет слушать искаженный сигнал хора

$$P_{\text{искаж}}(y, t) \sim \sum_{i=0}^I P(x_i, t) \otimes h(y, x_i, \tau) \quad (1)$$

(\otimes – операция свертки) вместо истинного звучания:

$$P_{\text{истин}}(t - t_0, \alpha) \sim \sum_{i=0}^I P(x_i, t - x_i \cos \alpha / C), \quad (2)$$

зависящего только от исполнителей и направления α , с которого происходит прослушивание хора.

Аналогичные проблемы возникают в измерительных задачах при попытке определения в дальней зоне шумовых, протяженных источников их спектральных уровней, формы сигнала и характеристики направленности. Наибольшие затруднения возникают для движущегося источника, если:

а) сам источник находится в среде с границами, влияющими на характеристики сигнала в дальней зоне,

б) сигнал источника в дальней зоне не выделяется из окружающего шума.

Решение задачи по нахождению текущих значений дальнего поля широкополосных источников позволит использовать стандартные методы нормирования, например, измерение максимума текущих значений треть-октавного спектра, оценка интегральных характеристик шума источника по шкале A, C, D и др.

Измерение в ближнем поле источника при отсутствии ограничения на длину приемной системы

Покажем, что для восстановления уровня и формы сигнала линейного широкополосного источника в его дальней зоне необходимо:

а) принимать сигнал линейной цепочкой микрофонов (гидрофонов) с известной чувствительностью приемных элементов, расположенной на небольшом (для устранения отражений) расстоянии параллельно источнику; длина линейки приемников должна превышать длину цепочки излучателей;

б) при суммировании сигналов с отдельных приемников необходимо иметь возможность формировать временную задержку на каждом гидрофоне, например, пропорциональную линейной координате гидрофона.

На рис. 1 представлена типовая схема измерения характеристик сигнала движущегося протяженного источника, который условно представлен в виде совокупности локальных, монополюсных когерентно излучающих источников; $P(x_i, t)$ – текущее значение звукового давления (приведенное к 1 м) локального источника, расположенного в точке x_i по оси X ; $p(y_j, t)$ – текущее значение акустического поля, создаваемое всей совокупностью локальных источников в точке приема y_j , находящейся на оси Y .

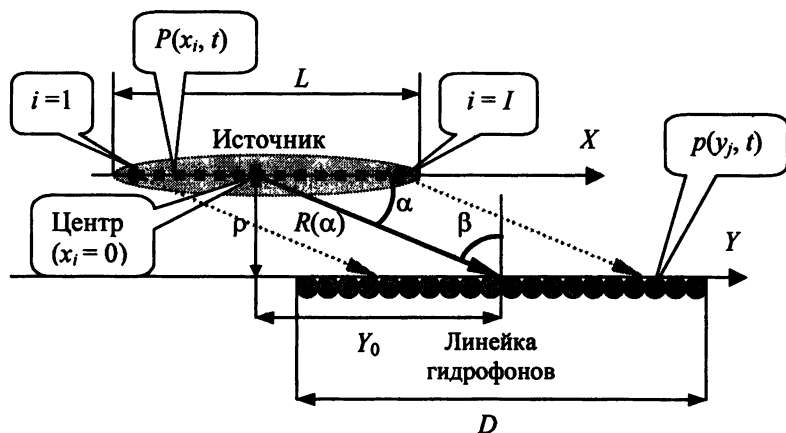


Рис. 1. Схема измерения сигнала в дальней зоне движущегося источника с использованием линейки гидрофонов, расположенной в ближнем поле источника.

Для тональных источников способ измерения амплитуды и фазы сигнала в дальней зоне источника (комплексной диаграммы направленности) с использованием ближнеполюсных измерений неоднократно описан и широко применяется, например, при измерении характеристик антенн в СВЧ-диапазоне [1, 2]. Гораздо меньшее число публикаций посвящено методам измерения широкополосных источников [3, 4]. Рассмотрим более подробно,

как работают алгоритмы восстановления сигнала в дальнем поле для широкополосных линейных источников.

Покажем, что обработка сигнала с отдельных гидрофонов $p(y_j, t)$ вида

$$\Phi(t, \alpha) = \Delta y \cdot \sum_{j=1}^J p\{y_j, t - [\Delta y \cdot (j - J/2) \cdot \cos \alpha / C]\} \quad (3)$$

приводит для каждого угла α , при D и $J \rightarrow \infty$, к получению временной зависимости $\Phi(t, \alpha)$, связанной с сигналом в дальней зоне $F_{\text{дальн}}(t, \alpha)$ следующим образом:

$$\Phi((t + t_0), \alpha) = \int_0^{\infty} F_{\text{дальн}}(t - \tau, \alpha) \cdot h_{\alpha, \rho}(\tau) d\tau. \quad (4)$$

$$\text{Здесь } h_{\alpha, \rho}(\tau) = 2 / \sqrt{\tau(\tau + 2(\rho \sin \alpha) / C)}, \quad (5)$$

$$t_0 = (\rho \cdot \sin \alpha) / C, \quad (6)$$

$$F_{\text{дальн}}(t, \alpha) = \sum_{i=1}^I P(x_i, t - x_i \cos \alpha / C). \quad (7)$$

Здесь Δy – расстояние между ближайшими элементами; $J = (D/\Delta y) + 1$ – число приемных элементов; D – линейный размер приемной апертуры; C – скорость звука; $F_{\text{дальн}}(t, \alpha)$ – поле источника в дальней зоне в направлении α , приведенное (по уровню и моменту времени) к расстоянию 1 м относительно центра источника.

Для доказательства справедливости выражения (4) перейдем от дискретной приемной антенны к непрерывной и запишем поле на элементе антенны в виде суперпозиции полей отдельных источников (условие распространения звука – свободное пространство в силу малости расстояния ρ между линиями источников и приемников относительно характерных размеров волновода, в котором располагаются источник и приемная система). Тогда выходной сигнал антенны, сфазированной на угол α , можно записать в виде

$$\Phi(t, \alpha) = \int_{-\infty}^{+\infty} \sum_{i=1}^I \frac{P(x_i, t - \frac{\sqrt{(y-x_i)^2 + \rho^2}}{C} + \frac{y}{C} \cos \alpha)}{\sqrt{(y-x_i)^2 + \rho^2}} dy. \quad (8)$$

Меняя порядок суммирования и интегрирования, произведя замену переменных

$$\sqrt{(y-x_i)^2 + \rho^2} - (y-x_i) \cos \alpha - \rho \sin \alpha = C \cdot \tau \quad (9)$$

и учитывая при этом, что $\tau \geq 0$ ($\tau = 0$ при $\operatorname{tg} \alpha = \rho/(y - x)$), получаем выражение

$$\Phi(t, \alpha) = \sum_{i=0}^l \left[2 \int_0^{\infty} \frac{P(x_i, t - \tau + \frac{x_i}{C} \cos \alpha - \frac{\rho}{C} \sin \alpha)}{\sqrt{\tau \left(\tau + 2 \frac{\rho \sin \alpha}{C} \right)}} d\tau \right]. \quad (10)$$

После обратного изменения порядка суммирования и интегрирования

$$\Phi \left[\left(t + \frac{\rho}{C} \sin \alpha \right), \alpha \right] = 2 \int_0^l \frac{\sum_{i=1}^l P(x_i, t - \tau + \frac{x_i}{C} \cos \alpha)}{\sqrt{\tau \left(\tau + 2 \frac{\rho \sin \alpha}{C} \right)}} d\tau \quad (11)$$

при учете (7) получаем выражение, связывающее выходной сигнал антенны с сигналом источника в дальней зоне и доказывающее справедливость (4):

$$\Phi \left[\left(t + \frac{\rho}{C} \sin \alpha \right), \alpha \right] = 2 \int_0^{\infty} \frac{F_{\text{дальн}}(t - \tau, \alpha)}{\sqrt{\tau \left(\tau + 2 \frac{\rho \sin \alpha}{C} \right)}} d\tau. \quad (12)$$

Таким образом, мы показали, что выходной сигнал с антенны, сфазированной на угол α , представляет собой (с точностью до временной задержки t_0) сигнал источника, принятый в направлении α в дальней зоне и пропущенный через фильтр с переходной характеристикой $h_{\alpha, \rho}(\tau)$.

Исходя из (12), величину спектра сигнала в дальней зоне (с точностью до фазового множителя) легко найти из соотношения

$$F_{\text{дальн}}(\omega, \alpha) = G_{\Phi}(\omega, \alpha) / G_{\alpha, \rho}(\omega), \quad (13)$$

где $G_{\Phi}(\omega, \alpha)$ – спектр сигнала с выхода антенны, настроенной с помощью временных задержек на угол α ; $G_{\alpha, \rho}(\omega)$ – частотная характеристика фильтра с переходной характеристикой

$$h_{\alpha, \rho}(\tau) = 2 / \sqrt{\tau(\tau + 2\rho \sin \alpha / C)},$$

$$G_{\alpha, \rho}(\omega) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{\infty} h_{\alpha, \rho}(\tau) e^{j\omega\tau} d\tau = \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} \frac{e^{j\omega\tau}}{\sqrt{\tau(\tau + 2\rho \sin \alpha / C)}} d\tau. \quad (14)$$

Общий вид модуля частотной характеристики $G_{\alpha, \rho}(\omega)$ для конкретных параметров схемы измерений будет представлен в конце раздела на рис. 4.

На рис. 2 и 3 приведены схемы, поясняющие, как антенна преобразует сигналы локальных источников $P(x_i, t)$. На рис. 2 приведена блок-схема

преобразования сигнала источников, описываемого выражением (10). Видно, что первоначально сигнал каждого источника задерживается антенной на интервал времени $T_i = x_i \cdot \cos \alpha / C - \rho \cdot \sin \alpha / C$, определяемый координатой источника x_i и углом фазирования антенны α . Затем сигнал проходит через фильтр с переходной характеристикой $h(\tau) = 2 / \sqrt{\tau + 2\rho \sin \alpha / C}$, идентичной для всех источников, и поступает на сумматор.

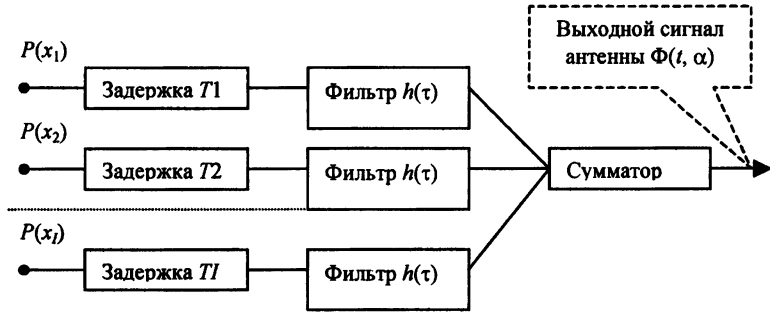


Рис. 2. Схема, поясняющая работу бесконечной линейной антенны, сфазированной задержками на определенный угол.

Представленную на рис. 2 схему из-за идентичности характеристик фильтров легко модернизировать в блок-схему на рис. 3 (выражение (11)), не изменяя при этом параметры выходного сигнала антенны.

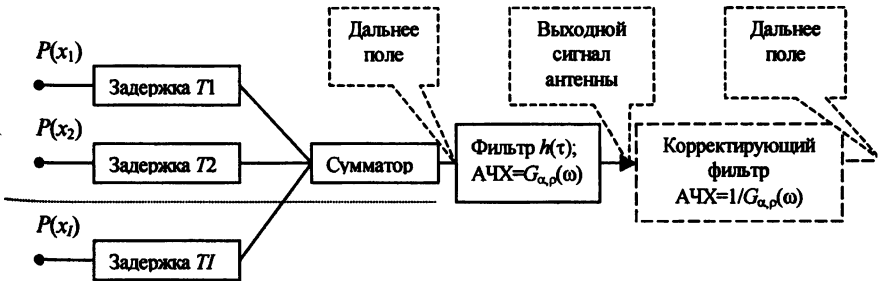


Рис. 3. Схема измерения уровней дальнего поля с использованием бесконечной антенны

Как видно из рис. 3, для восстановления сигнала, пропорционального дальнему полю, необходимо выходной сигнал антенны пропустить через корректирующий фильтр (показан пунктиром), частотная характеристика которого является обратной величиной к АЧХ антенны (14).

В акустических измерениях хорошо известны [5, 6] и используются на практике амплифазометрические методы определения диаграммы направленности $F_{\text{дальн}}(\omega, \alpha)$ через фурье-преобразование от комплексного распределения амплитуды сигнала на линейной антенне $\tilde{G}_{\alpha, \rho}(\alpha)$ (знак \sim обозначает, что фурье-преобразование выполняется по пространственной координате от комплексной амплитуды поля на элементах антенны):

$$F_{\text{дальн}}(\omega, \alpha) = \tilde{G}_{\alpha, \rho}(\alpha) / i\pi \cdot H_0^{(1)}(\omega \rho \sin \alpha / C), \quad (15)$$

где $H_0^{(1)}(\dots)$ – функция Ханкеля 1-го рода 0-го порядка.

Сравнивая выражения для расчета уровней дальних полей гармонических (15) и широкополосных (13) источников, можно найти выражение для частотной характеристики фильтра $G_{\alpha, \rho}(\omega)$ через функцию Ханкеля:

$$G_{\alpha, \rho}(\omega) = \frac{i}{2} e^{-i\omega \rho \sin \alpha / C} H_0^{(1)}(\omega \rho \sin \alpha / C), \quad (16)$$

а используя (14), получить интегральное представление для функции Ханкеля

$$H_0^{(1)}(t) = \frac{2e^{i-t}}{i\pi} \int_0^{\infty} \frac{e^{i\tau}}{\sqrt{\tau(\tau+2t)}} d\tau, \quad (17)$$

что соответствует известному [7] интегральному представлению $H_0^{(1)}$ в виде

$$H_0^{(1)}(t) = \frac{1}{i\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{it\cosh t} d\tau.$$

Для оценки точности численного расчета частотной характеристики антенны $G_{\alpha, \rho}(\omega)$ с использованием выражения (14)¹, выполним следующие оценки.

Выражение (14) имеет особенность при $\tau = 0$, поэтому область интегрирования разобьем на два отрезка $[0, \xi]$ и $[\xi, \infty]$, при этом ξ должна удовлетворять двум неравенствам:

$$\xi \ll 1/\omega, \quad \xi \ll 2\rho \sin \alpha / C. \quad (18)$$

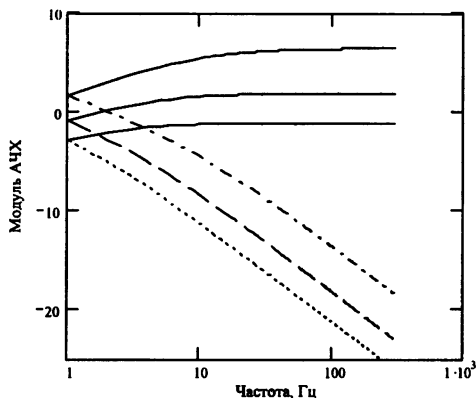
При выполнении условий (18) выражение (14) преобразуется к удобному для численных расчетов виду:

$$G_{\alpha, \rho}(\omega) = \frac{2}{\pi} \sqrt{\frac{\xi C}{2\rho \sin \alpha}} \left(1 + i \frac{2\pi}{3} f \cdot \xi \right) + \frac{1}{\pi \xi} \int_{\xi}^{\infty} \frac{e^{i\omega\tau}}{\sqrt{\tau(\tau + 2\rho \sin \alpha / C)}} d\tau. \quad (19)$$

На рис. 4 представлены результаты расчетов – модуль частотной характеристики антенны $G_{\alpha, \rho}(\omega)$, рассчитанный согласно (19) для трех значений α (90° , 30° и 10°), а также произведение $G_{\alpha, \rho}(\omega)$ на корень из частоты для значения ρ/C , равного $1/30$ секунды ($\rho = 50$ м, $C = 1500$ м/с) и $\xi = 10^{-5}$.

¹ В дальнейшем мы будем использовать выражение (14) для расчета искажений источника, возникающих из-за конечного размера апертуры измерительной антенны.

Рис. 4. Модуль частотной характеристики $G_{\alpha, \rho}(\omega)$, построенный для $\alpha = 90^\circ$, 30° и 10° – пунктирная, штриховая и штрих-пунктирная линии соответственно. Сплошными линиями изображена зависимость $\sqrt{f} \cdot |G_{\alpha, \rho}(\omega)|$.



Как видно из графика, при увеличении частоты $G_{\alpha, \rho}(\omega)$ уменьшается как $\sim 1/\sqrt{f}$, что характерно для асимптотики функции Ханкеля.

Для оценки точности числовых расчетов $G_{\alpha, \rho}(\omega)$, выполненных с использованием выражения (19), на рис. 5 построены в децибельном масштабе модуль разности $\left| G_{\alpha, \rho}(\omega) - \frac{i}{2} e^{-i\omega \rho \sin \alpha / C} H_0^{(1)}(\omega \rho \sin \alpha / C) \right|$ и модуль самого значения $G_{\alpha, \rho}(\omega)$ для угла $\alpha = 90^\circ$ ($\rho = 50$ м, $C = 1500$ м/с и $\xi = 10^{-5}$) и верхнего предела интегрирования T , равного 30, 100 и 200 с.

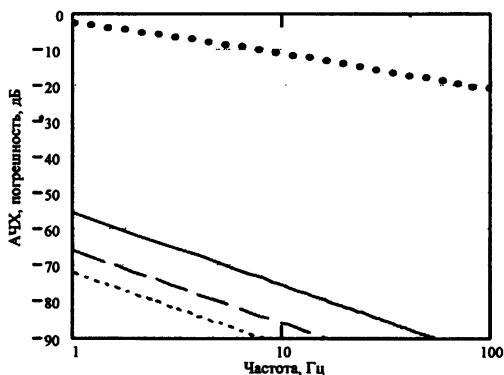


Рис. 5. Оценка модуля разности

$$\left| G_{\alpha, \rho}(\omega) - \frac{i}{2} e^{-i\omega \rho \sin \alpha / C} H_0^{(1)}(\omega \rho \sin \alpha / C) \right|$$

для $\alpha = 90^\circ$ при трех значениях времени интегрирования T .

- • • Модуль АЧХ, угол 90°
- Модуль разности АЧХ и функции Ханкеля, $T = 30$ с
- Модуль разности, $T = 100$ с
- - - - Модуль разности, $T = 200$ с

Из сопоставления видно, что для всех частот функция $-2i \cdot e^{i\alpha \rho \sin \alpha / c} \cdot G_{\alpha, \rho}(\omega)$ асимптотически приближается к функции Ханкеля при увеличении пределов интегрирования по τ (при этом относительная ошибка не превышает величины 10^{-2} – 10^{-3} и уменьшается с увеличением T). При реальных размерах приемной апертуры отличия АЧХ от функции Ханкеля будут существенны.

Таким образом, обработка сигнала с приемных гидрофонов путем введения временных задержек и последующей фильтрацией суммарного сигнала дает возможность полностью восстановить сигналы дальних полей широкополосных распределенных источников излучения.

Измерение диаграммы направленности с использованием линейной приемной системы конечной длины

Предыдущие выражения, связывающие поля в дальней зоне источника с сигналами на выходе линейной антенны, были получены в предположении о бесконечной длине приемной антенны. В данном разделе будут выполнены оценки погрешности измерения уровней дальнего поля, связанные с конечностью размера приемной апертуры.

При введении в (8) конечных пределов интегрирования по y , определяемых размером антенны D , и замене переменных (9) появляются конечные пределы интегрирования в (10) по τ .

Прежде чем переходить к расчету границ интегрирования по τ , сделаем два предположения относительно, во-первых, соотношения размера апертуры источника L и приемной системы D , во-вторых, выбора угла фазирования антенны α в зависимости от расположения приемной антенны относительно излучателя (характеризуемого параметрами Y_0 и ρ).

Считаем, что выполняются два условия:

$$L < D, \tag{20}$$

$$\operatorname{ctg} \alpha = Y_0 / \rho. \tag{21}$$

Эти условия вытекают из цели выполнения измерения. Если мы хотим получить сигнал, соответствующий дальней зоне источника, то сигналы со всех элементов распределенного источника должны суммироваться с равными амплитудами. При невыполнении условия (20) и (21) ряд элементов источника не будет попадать в прожекторную зону антенны, а их сигналы, по крайней мере в высокочастотном приближении, не будут приняты и просуммированы антенной.

При введении ограничений на приемную антенну и выполнении условий (20) и (21) выражение (10) преобразуется к виду

$$\Phi(t, \alpha) = \sum_{i=1}^I \left(\int_0^{\tau_1(x_i)} \frac{P(x_i, t - \tau + \frac{x_i}{C} \cos \alpha - \frac{\rho}{C} \sin \alpha)}{\sqrt{\tau \left(\tau + 2 \frac{\rho \sin \alpha}{C} \right)}} d\tau + \right. \\ \left. + \int_0^{\tau_2(x_i)} \frac{P(x_i, t - \tau + \frac{x_i}{C} \cos \alpha - \frac{\rho}{C} \sin \alpha)}{\sqrt{\tau \left(\tau + 2 \frac{\rho \sin \alpha}{C} \right)}} d\tau \right), \quad (22)$$

где $\tau_1(x_i, \alpha)$ и $\tau_2(x_i, \alpha)$ определяются соотношением

$$C \cdot \tau_{1(2)} = \sqrt{(Y_0 - (+) \frac{D}{2} - x_i)^2 + \rho^2} - (Y_0 - (+) \frac{D}{2} - x_i) \cos \alpha - \rho \sin \alpha \quad (23)$$

Выражения (22) и (23) определяют вид передаточной функции для сигналов локальных источников

$$h_{x_i, \alpha}(\tau) = \begin{cases} 2 / \sqrt{\tau \left(\tau + 2 \frac{\rho \sin \alpha}{C} \right)} & 0 \leq \tau \leq \min(\tau_1(x_i), \tau_2(x_i)) \\ 1 / \sqrt{\tau \left(\tau + 2 \frac{\rho \sin \alpha}{C} \right)} & \min(\tau_1(x_i), \tau_2(x_i)) < \tau \leq \max(\tau_1(x_i), \tau_2(x_i)) \\ 0 & \max(\tau_1(x_i), \tau_2(x_i)) < \tau \end{cases} \quad (24)$$

На рис. 6 показана блок-схема, иллюстрирующая преобразование сигнала антенной конечной длины (22), (23), а на рис. 7 представлен характерный вид передаточных функций $h_{x_i, \alpha}(\tau)$ и их зависимость от координаты x_i локального источника и угла α , связанного со взаимным расположением антенны и центром источника выражением (21).

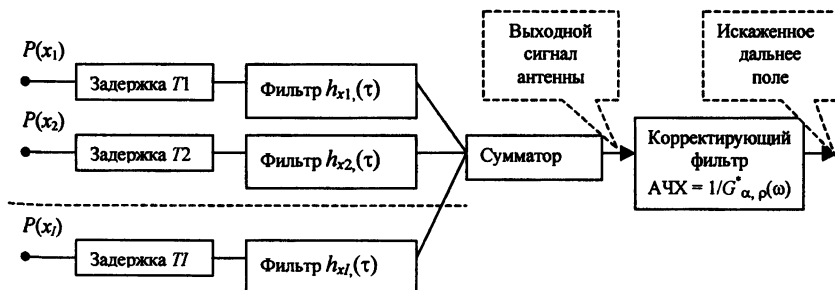


Рис. 6. Схема измерения уровня дальнего поля с использованием антенны конечной длины

Как видно из сравнения блок-схем рис. 6 и рис. 2, конечные пределы интегрирования (определяемые конечностью размеров антенны) приводят к появлению функциональной зависимости переходной характеристики фильтра $h_{xi, \alpha}(\tau)$ от координат локальных источников. Эта зависимость от x_i не позволяет окончательному корректирующему фильтру с АЧХ $1/G^*(\omega)$, подключенному к выходу антенны, полностью скомпенсировать частотные характеристики каналов преобразования сигнала локальных источников.

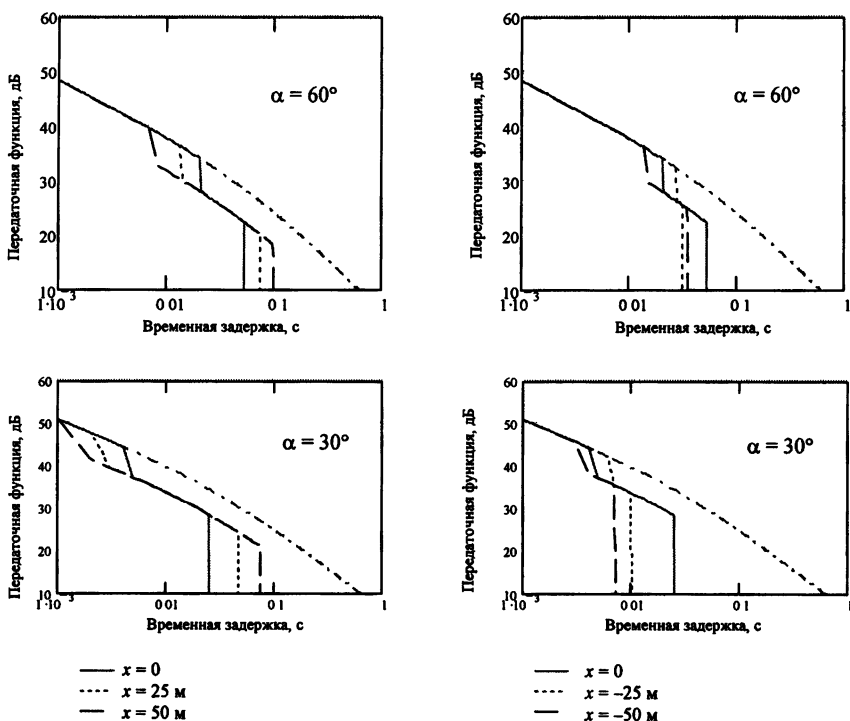


Рис. 7. Общий вид $h_{xi, \alpha}(\tau)$ при $D = 200 \text{ м}$ и $\rho = 50 \text{ м}$ (штрих-пунктиром обозначен $h(\tau)$ для бесконечной антенны).

На рис. 7 представлена зависимость переходной характеристики $h_{xi, \alpha}(\tau)$ от координат локальных источников при размере антенны $D = 200 \text{ м}$ и источника $L = 100 \text{ м}$. Как видно из рисунка, наблюдается довольно значительная зависимость переходной характеристики от местоположения источника на оси X .

Естественно, что при увеличении размера апертуры D зависимость переходной характеристики от x_i ослабевает. На рис. 8 проведено сопоставление

переходных характеристик для двух размеров антенны: $D = 200$ м и $D = 400$ м ($\rho = 50$ м). Как видно из рисунка, при увеличении размера антенны переходные характеристики существенно сближаются и одновременно приближаются к переходной характеристике бесконечной антенны.

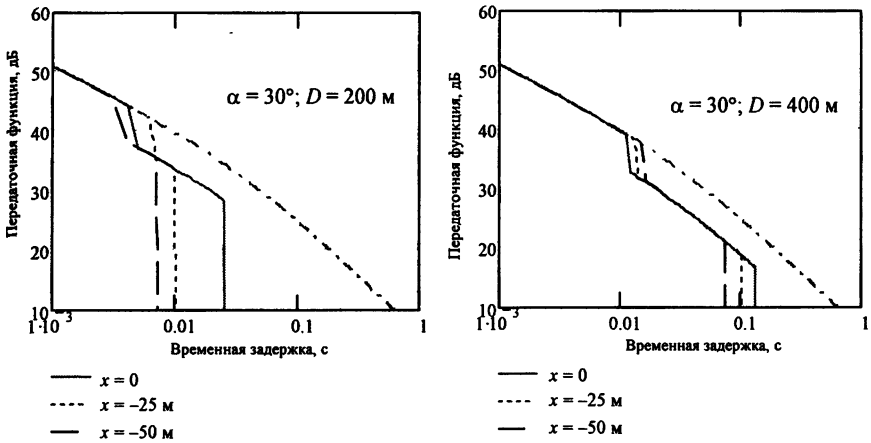


Рис. 8. Сопоставление переходных характеристик для двух размеров антенны

Выполним оценку степени искажений, которые вносятся в амплитудно-фазовое распределение источника при приеме акустического сигнала антенной конечной длины и обработкой выходного сигнала путем пропускания через фильтр с АЧХ вида $1/G^*(\omega)$, где в первом приближении зададим $G^*(\omega)$ в виде фурье-преобразования от передаточной характеристики локального источника, находящегося в центре ($x_i = 0$) распределенного источника (см. рис. 1):

$$G^*(\omega) = G_1^*(\omega) = G_{0,\alpha}(\omega) = \frac{1}{2\pi} \int_0^\infty h_{0,\alpha}(\tau) e^{j\omega\tau} d\tau = \frac{1}{2\pi} \left(\int_0^{\tau_1(0,\alpha)} \frac{e^{j\omega\tau}}{\sqrt{\tau(\tau + 2\rho \sin \alpha / C)}} d\tau + \int_0^{\tau_2(0,\alpha)} \frac{e^{j\omega\tau}}{\sqrt{\tau(\tau + 2\rho \sin \alpha / C)}} d\tau \right). \quad (25)$$

Искажения широкополосного сигнала каждого локального источника будем оценивать по степени изменения комплексного спектра сигнала. При таком подходе амплитудно-фазовые искажения спектра сигнала локального источника будем описывать величиной $K(x_j, \omega, \alpha)$, определяющей отношение восстановленного спектра поля локального источника, находящегося в точке x_j , к исходному значению. Нетрудно показать, что в нашем случае $K(x_j, \omega, \alpha)$ будет определяться отношением

$$K(x_j, \omega, \alpha) = G_{x_i, \alpha}(\omega) / G_{0, \alpha}(\omega),$$

$$\text{где } G_{x_i, \alpha}(\omega) = \frac{1}{2\pi} \left(\int_0^{\tau_1(x_j, \alpha)} \frac{e^{j\omega\tau}}{\sqrt{\tau(2\rho \sin \alpha / C)}} d\tau + \int_0^{\tau_2(x_j, \alpha)} \frac{e^{j\omega\tau}}{\sqrt{\tau(2\rho \sin \alpha / C)}} d\tau \right). \quad (26)$$

На рис. 9 в масштабе ± 5 дБ по амплитуде и $\pm 200^\circ$ по фазе представлена зависимость мультипликативных искажений $K(x_j, \omega, \alpha)$ от координаты локального источника x_j при двух значениях частоты (20 и 120 Гц) и трех значениях угла фазирования антенны α (90° , 60° и 30°), возникающих при использовании приемной антенны с апертурой $D = 200$ м, расположенной на расстоянии $\rho = 50$ м от источника.

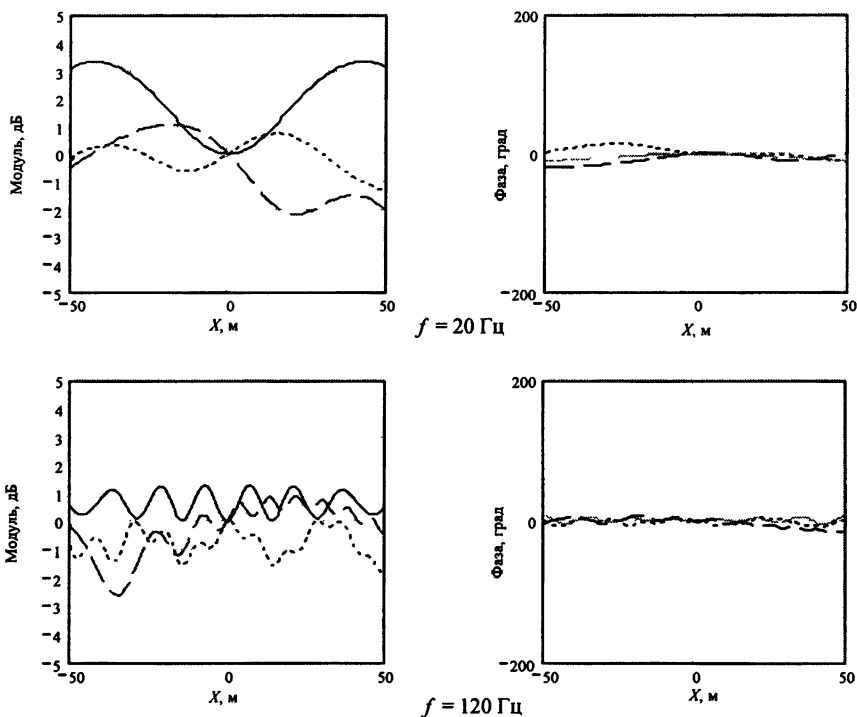


Рис. 9. Модуль и фаза мультипликативных искажений $K(x_j, \omega, \alpha)$ при измерении с использованием линейной антенны $D_{\text{ант}} = 200$ м; $\rho = 50$ м, при угле фазирования приемной антенны $\alpha = 90^\circ$ – сплошная, 60° – пунктирная и 30° – штриховая линии.

Как видно из рис. 9, максимальные значения отклонения амплитуды составили 3 дБ, фазы $\pm 15^\circ$, т. е. мультипликативные искажения в большей мере затронули амплитуду локальных источников, оставив фазу практиче-

ски без изменения. Естественно, что из-за выбора АЧХ корректирующего фильтра в виде (25) искажения локального источника, расположенного в центре, отсутствуют.

Для оценки величины суммарных искажений, обусловленных искажением и амплитуды, и фазы сигнала локального источника, вычислим относительную величину искажений $\delta P(x_i, \omega, \alpha)$, которую определим как модуль разности двух комплексных величин, искаженного значения поля локального источника $P^*(x_i, \omega, \alpha)$ и истинного значения $P(x_i, \omega)$, нормированный на истинное значение поля $P(x_i, \omega)$:

$$\delta P(x_i, \omega, \alpha) = |P^*(x_i, \omega, \alpha) - P(x_i, \omega)| / |P(x_i, \omega)|. \quad (27)$$

Легко показать, что $\delta P(x_i, \omega, \alpha)$ не что иное, как

$$\delta P(x_i, \omega, \alpha) = |K(x_j, \omega, \alpha) - 1| = |G_{xi, \alpha}(\omega) / G_{0, \alpha}(\omega) - 1|. \quad (28)$$

На рис. 10 представлена в децибельном масштабе относительная величина искажений $\delta P(x_i, \omega, \alpha)$, рассчитанная, согласно выражению (28), для условий измерения, аналогичных рис. 9.

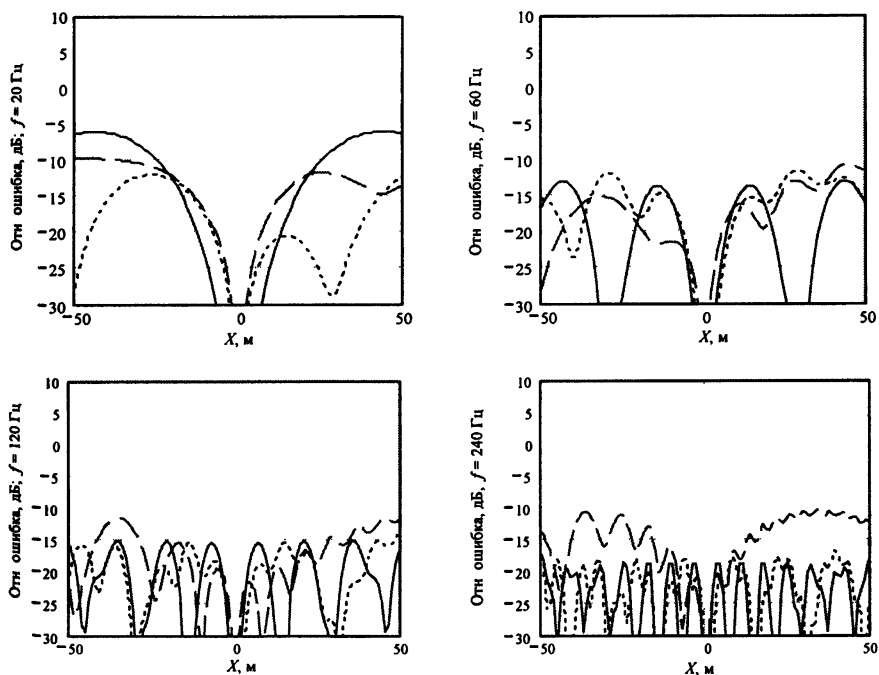


Рис. 10. Относительная ошибка $\delta P(x_i, \omega, \beta) = |(P^*(x_i, \omega, \alpha) - P(x_i, \omega)) / P(x_i, \omega)|$, вносимая в амплитудно-фазовое распределение источников $P(x_i, \omega)$ при измерении с использованием линейной антенны $D_{(ант)} = 200$ м; и $\rho = 50$ м, при угле фазирования приемной антенны $\alpha = 90^\circ$ – сплошная, 60° – пунктирная и 30° – штриховая линии.

Как видно из рис. 10, искажения на верхней частоте не превышают -12 дБ по всему источнику, на нижней -6 дБ.

Таким образом, прием сигнала распределенного широкополосного источника конечной антенной в его ближней зоне и использовании дополнительной фильтрации позволяет получить текущие значения сигнала в дальней зоне с небольшими (~ -15 дБ) искажениями сигнала отдельных составляющих распределенного источника.

Возвратимся к аналогии с хором и хормейстером. Хормейстер в результате приема сигнала системой микрофонов и последующей его фильтрации может прослушивать звучание хора с различных направлений, причем искажения частотной характеристики отдельных участников хора не будут превосходить $1-1,5$ дБ по амплитуде и $10-15^\circ$ по фазе.

Повышение точности измерения за счет оптимизации АЧХ корректирующего фильтра

Для оптимизации процесса фильтрации (правильного выбора вида АЧХ корректирующего фильтра $1/G^*(\omega)$) необходимо определить критерий, согласно которому будет производиться оптимизация.

В качестве критерия выберем получение минимума среднего квадрата относительной величины искажений сигнала локальных источников $-\min(\delta P^2)$, где

$$\overline{\delta P^2}(\omega, \alpha) = \frac{1}{I} \sum_{i=1}^I (\delta P(x_i, \omega, \alpha))^2 = \frac{1}{I} \sum_{i=1}^I \left| \frac{G_{x_i, \alpha}(\omega)}{G_{\alpha}^*(\omega)} - 1 \right|^2. \quad (29)$$

Первоначально построим частотную зависимость среднего квадрата относительной величины искажений при прежнем выборе АЧХ корректирующего фильтра в виде $1/G^*(\omega) = 1/G_{0, \alpha}(\omega)$, где $G_{0, \alpha}(\omega)$ определяется выражением (25). На рис. 11 представлена частотная зависимость среднего квадрата относительной ошибки для рассматриваемого случая.

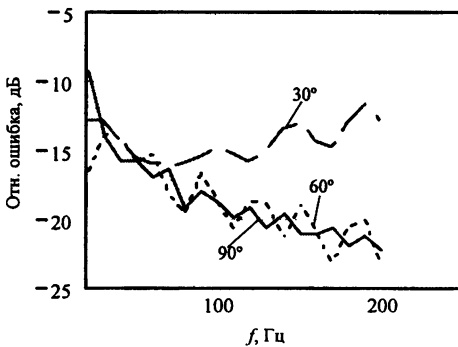


Рис. 11. Частотная зависимость (выраженная в децибельном масштабе) среднего квадрата относительной ошибки $\overline{\delta P^2}(\omega, \alpha)$, построенная в диапазоне частот $20-200$ Гц для случая $1/G^*(\omega) = 1/G_{0, \alpha}(\omega)$.

Как видно из рисунка, среднеквадратичные значения искажений на низких частотах превысили -10 дБ. В частности, для частоты 20 Гц и $\alpha = 90^\circ$ средняя относительная ошибка составила $-9,4$ дБ.

С целью оценки целесообразности выполнения работы по оптимизации параметров фильтра $G_\alpha^*(\omega)$ и достижения более низких уровней искажений сделаем следующую оценку.

Для приведенных выше значений частоты $f = 20$ Гц и $\alpha = 90^\circ$ подберем корректирующий комплексный множитель $R \cdot e^{i\varphi}$ таким образом, чтобы $G^*(\omega) = R \cdot e^{i\varphi} \cdot G_{0,\alpha}(\omega)$ обеспечило на частоте $f = 20$ Гц и $\alpha = 90^\circ$ минимальное значение среднеквадратичной ошибки $\bar{\delta p}^2(\omega, \alpha)$.

Как показали вариационные расчеты, при $R = 1,3$ и $\varphi = 5,7^\circ$ величина $\bar{\delta p}^2(\omega, \alpha)$ достигла минимального значения $-16,7$ дБ ($10 \lg \bar{\delta p}^2(\omega, \alpha) = -16,7$). Таким образом, снижение среднеквадратичной ошибки от -9 до -17 дБ показывает большой ресурс и возможности по оптимизации АЧХ корректирующего фильтра $1/G^*(\omega)$.

В качестве второго приближения зададим АЧХ корректирующего фильтра в виде $1/G_2^*(\omega)$, где $G_2^*(\omega)$ – фурье-преобразования от средней переходной характеристики источников, расположенных на апертуре L :

$$G_2^*(\omega) = \frac{1}{2\pi} \int_0^\infty \bar{h}(\tau) e^{i\omega\tau} d\tau; \quad \bar{h}(\tau) = \frac{1}{L} \sum_{i=1}^L h_{\tau_i, \alpha}(\tau). \quad (30)$$

На рис. 12 представлена усредненная переходная характеристика $\bar{h}(\tau)$, рассчитанная для длины источника 100 м и траверсного расстояния $\rho = 50$ м.

Как показывают расчеты, использование переходной характеристики в виде (30) позволило получить низкие значения среднеквадратичной относительной ошибки $\bar{\delta P}^2(\omega, \alpha)$. На рис. 13 представлена частотная зависимость $\bar{\delta P}^2(\omega, \alpha)$ для трех значений углов $\alpha = 90, 60, 30^\circ$. Видно, что на частоте 20 Гц и $\alpha = 90^\circ$ среднеквадратичное значение относительной ошибки составило ~ -16 дБ, что очень близко к значению, полученному ранее при оптимальном выборе параметра фильтра на этой частоте. Это говорит о том, что передаточная функция фильтра в виде (30) близка к оптимальной при выбранном критерии оценки АЧХ фильтра.

В заключение сделаем оценку возможного искажения уровня дальнего поля (диаграммы направленности) всего источника, исходя из полученной оценки искажения комплексного сигнала его составляющих – локальных источников.

При некогерентной модели сигнала локальных источников слабые искажения фазы каждого источника не будут оказывать влияние на общий уровень сигнала. Искажения амплитуд при некогерентном усреднении еще больше сгладятся, и суммарная погрешность будет меньше указанной на рис. 13.

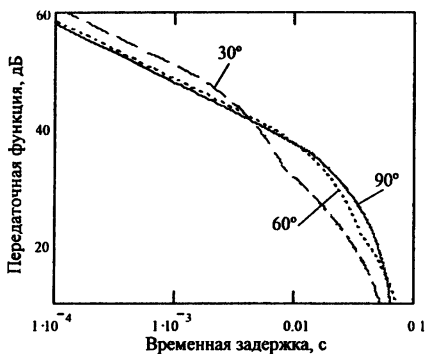


Рис. 12. Усредненная переходная характеристика $\bar{h}(\tau)$, представленная в децибелном масштабе для трех значений углов α .

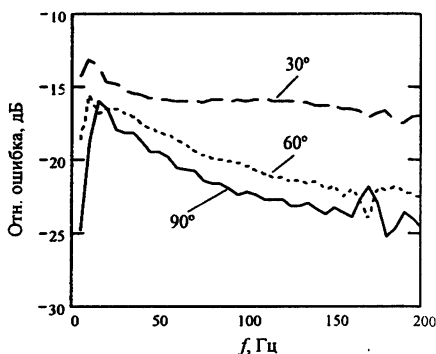


Рис. 13. Частотная зависимость среднеквадратичного значения относительной ошибки при выборе АЧХ корректирующего фильтра в виде $1/G_2^*(\omega)$.

Для полностью когерентного источника (когда сигналы локальных источников когерентны) в уровне максимума диаграммы направленности искажения не проявятся. Сигналы локальных источников складываются в фазе и небольшие изменения фазы ($10\text{--}15^\circ$) не окажут влияния на уровень. Уровень сигнала в минимуме диаграммы направленности может, напротив, претерпеть значительные изменения за счет нарушения компенсации сигнала одного локального источника другим.

Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ № 01-02-17380.

Литература

1. Бахрах Л. Д., Курочкин А. П. Голография в микроволновой технике. М.: Сов. радио, 1979
2. Измерение характеристик антенн в СВЧ-диапазоне / Под ред. Н. М. Цейлина. М.: Радио и связь, 1985.
3. Кнафель А. И., Салин Б. М. и др. Голографические методы измерения характеристик излучения акустических источников. Виброакустические поля сложных объектов и их диагностика // Сб. ИПФ АН СССР. Горький, 1989. С. 118–141.
4. Салин Б. М., Турчин В. И. Голографическое воспроизведение волновых полей с произвольной зависимостью от времени // Акуст. журн. 1992. Т. 38(1). С. 150–155.
5. Турчин В. И., Фикс И. Ш. Дистанционные измерения характеристик движущихся излучателей со сложной пространственно-временной структурой. Часть 1. Основные физические принципы и методы обработки сигналов в высокочастотном приближении // Томографические методы в физико-технических измерениях: Сб. научн. трудов ВНИИФТРИ М., 1990. С. 159–173.
6. Маслов В. К., Теверовский В. И., Цыганков С. Г. Амплифазометрический метод измерения характеристик дальнего поля движущегося линейного источника // Проблемы измерения параметров гидроакустических полей и обработки информации: Сб. научн. трудов ВНИИФТРИ. М., 1999. С. 35–47.
7. Бейтмен Г., Эрдейи А. Высшие трансцендентные функции. Функции Бесселя, функции параболического цилиндра, ортогональные многочлены. (Серия "Справочная математическая библиотека") М., 1966. С. 29.



**Акустическая
диагностика твердых тел
и земных пород**

УПРУГИЕ ВОЛНЫ В СРЕДАХ С ГИСТЕРЕЗИСНОЙ НЕЛИНЕЙНОСТЬЮ

В. Е. Назаров, А. В. Радостин, Л. А. Островский, И. А. Соустова

Институт прикладной физики РАН, Н. Новгород

Традиционно описание распространения и взаимодействия акустических волн в различных твердотельных средах проводилось, в основном, в рамках классической 5- или 9-константной теории упругости [1, 2]. Эта теория, являясь по существу математической, определяет нелинейное (соответственно, в квадратичном или кубичном приближениях) уравнение состояния однородных сред (т. е. зависимость тензора упругих напряжений σ_{ij} от компонент тензора деформаций ϵ_{ij}). Для продольных напряжений σ и деформаций ϵ уравнение состояния может быть получено формально из разложения гладкой, однозначной и дифференцируемой (т. е. аналитической) функции $\sigma = \sigma(\epsilon)$ в ряд Тейлора с точностью до квадратичных (или кубичных) слагаемых по ϵ :

$$\sigma(\epsilon) = E \left(\epsilon - (\gamma/2)\epsilon^2 + \dots \right), \quad (1)$$

где $E = \frac{\partial \sigma(\epsilon = 0)}{\partial \epsilon}$ – модуль упругости, $\gamma = -E^{-1} \frac{\partial^2 \sigma(\epsilon = 0)}{\partial \epsilon^2}$ – параметр квадратичной нелинейности, $|\gamma\epsilon| \ll 1$. Для однородных твердых тел такая нелинейность обусловлена зависимостью межмолекулярных сил от смещения молекул, при этом параметр γ достаточно мал и не превышает 10 [2]. Наиболее простым нелинейным эффектом, возникающим при распространении гармонической волны, является генерация ее высших гармоник. В таких средах (на небольших расстояниях от излучателя – задолго до образования ударного фронта) амплитуда n -й гармоники пропорциональна n -й степени амплитуды первичной волны, распространяющейся с постоянной скоростью и без затухания.

Для описания микронеоднородных сред, к которым, по-видимому, относится большинство горных пород, а также некоторые металлы и конструкционные материалы (вследствие их сложной структуры и наличия различных микродефектов – трещин, зерен, дислокаций и т. д.), подобный подход не применим. Уравнения состояния таких сред отвечают типу и количеству содержащихся в них дефектов и, как правило, являются неаналитическими (т. е. негладкими и недифференцируемыми). Так, например, наличие в твердом теле трещин может привести к его разномодульности – различию модулей упругости при сжатии и растяжении; зеренная структура материала может изменить степень нелинейности уравнения состояния, в

частности, с целого числа 2, как в пятиконстантной теории упругости, на дробное $3/2$ [3, 4]; одномерные дефекты кристаллической решетки – дислокации – приводят к гистерезисной (неоднозначной) зависимости $\sigma = \sigma(\epsilon, \dot{\epsilon})$ ($\dot{\epsilon}$ – скорость деформации) для поликристаллов [5, 6] и т. д. Обычно эффективный параметр нелинейности микронеоднородных сред на 3–4 порядка превышает соответствующий параметр однородных сред и материалов, и характер нелинейных эффектов при распространении и взаимодействии упругих волн в различных микронеоднородных средах является не только количественно, но и качественно различным, что можно использовать для их диагностики и неразрушающего контроля. Этому способствует и то, что нелинейные акустические свойства таких сред являются более чувствительными к наличию в них дефектов, чем линейные.

В последнее время в акустике (и сейсмоакустике [7]) для описания нелинейных волновых процессов в различных микронеоднородных средах все чаще применяют уравнения состояния, содержащие гистерезисную нелинейность. В работах [3, 8–14] на основе анализа экспериментально установленных амплитудных зависимостей нелинейных потерь, сдвига резонансных частот и уровней высших гармоник в резонаторах из металлов (меди, цинка, свинца) и горных пород (гранита, мрамора) были предложены гистерезисные уравнения состояния с квадратичной и кубической нелинейностью. В рамках этих уравнений методом возмущений исследовались нелинейные волновые процессы в безграничной среде и стержневом резонаторе; из сравнения аналитических расчетов с результатами проведенных экспериментов были определены значения параметров гистерезисной нелинейности этих сред. В цикле работ [15–18], основные результаты которых изложены в обзоре [19], гистерезисные зависимости были получены в результате численного моделирования поведения среды, содержащей ансамбль элементов *Priesach-Mayergoyz* [20, 21], обладающих гистерезисом "триггерного" типа. В рамках полученного таким образом гистерезиса (численно) проводилось исследование нелинейного искажения первоначально гармонической волны; из сравнения результатов численного счета с данными экспериментов были определены значения эффективных параметров нелинейности для песчаника, известняка и бетона. В статьях [22–26], на основе и в развитие работ [15, 16], предложено аналитическое (в квадратичном приближении) описание такого гистерезиса и проведено теоретическое исследование распространения и взаимодействия первоначально гармонических волн и треугольных импульсов. Однако в статьях [22, 24, 26] форма гистерезиса определялась одним параметром и была строго симметричной, что скорее соответствует поведению реальных твердых тел при сдвиговой деформации, чем при деформации сжатия и растяжения, а в [23, 25] одинаковыми полагались параметры, определяющие средний наклон гистерезисной петли и ее квадратичную нелинейность; эти довольно жесткие условия сильно ограничивают класс описываемых сред.

Гистерезисные свойства характерны для многих микронеоднородных сред, особенно для "мягких" металлов и горных пород, однако было бы неправильно полагать, что для всех таких сред существует универсальное гистерезисное уравнение состояния, отличающееся только численными значениями параметров нелинейности (подобно тому, как линейное деформирование всех однородных и изотропных сред описывается одним законом Гука [1, 2] с различными для разных сред коэффициентами упругости). Нелинейные акустические свойства микронеоднородных сред проявляют (по сравнению с однородными) большое разнообразие, поскольку даже одна и та же такая среда в разных амплитудных и частотных диапазонах может вести себя по-разному. Так, в экспериментах по изучению нелинейных эффектов амплитудно-зависимого внутреннего трения в стержневых акустических резонаторах наблюдались различные степенные зависимости сдвига резонансных частот и нелинейных потерь от амплитуды волны: для неотожженной меди показатель степени был равен 1, для отожженной — $1/2$ [3, 8, 9]; для неотожженного цинка — 1, для отожженного — 2 [13, 14]; для свинца при малых амплитудах — 2, при больших — $1/2$ [12]; для гранита и песчаника — 1 [11, 27, 28], для мрамора — 2 [11]. В обзоре [19] также отмечалась линейная зависимость сдвига резонансных частот от амплитуды возбуждения резонатора из песчаника, известняка и бетона. Проявление одинаковых зависимостей изменения скорости распространения волны и нелинейных потерь от ее амплитуды свидетельствует о том, что среда обладает гистерезисной нелинейностью. Другим проявлением такой неаналитической нелинейности является одинаковая степенная, с показателем степени гистерезисной нелинейности, зависимость уровня высших гармоник, генерируемых в среде, от амплитуды волны на основной частоте [8–10]; в работах [3, 8, 9, 11, 14] рассматривались именно такие закономерности.

В работах [3, 8–19, 22–26] использовались гистерезисы различного типа, и в настоящее время, по-видимому, не существует единого подхода при выборе гистерезисного уравнения состояния для той или иной среды, в связи с чем разработка некоторых принципов, согласно которым такой выбор можно было бы сделать, является актуальной проблемой нелинейной акустики и сейсмоакустики. Нам представляется, что определенный прогресс здесь может быть связан с изучением и сопоставлением различных нелинейных эффектов, проявляющихся в средах с разными типами гистерезисной нелинейности, поскольку характер нелинейных волновых процессов определяется, главным образом, нелинейностью среды.

В настоящей работе теоретически изучаются эффекты нелинейного распространения непрерывных и импульсных продольных акустических волн в средах, уравнение состояния которых обладает гистерезисной нелинейностью. Вначале приводится описание двух основных (в общем случае несимметричных) моделей гистерезисных уравнений состояния, а затем, в

рамках этих уравнений, исследуются эволюция и нелинейное искажение непрерывных и импульсных акустических волн в безграничной среде и кольцевом резонаторе. На основе проведенных исследований выявлены характерные отличительные признаки нелинейных волновых процессов в таких средах, способствующие сделать правильный выбор гистерезисного уравнения состояния при аналитическом описании результатов экспериментальных исследований. При описании таких процессов мы будем предполагать, что нелинейность уравнения состояния среды преобладает над кинематической нелинейностью уравнений движения и последней можно пренебречь. В этом приближении можно считать, что $\varepsilon = U_x$, $\rho = \text{const}$ (U – продольное смещение, ρ – плотность), при этом уравнения теории упругости в лагранжевой и эйлеровой формах совпадают.

Гистерезисные уравнения состояния сред с несовершенной упругостью

Существует довольно много феноменологических уравнений состояния сред с гистерезисной нелинейностью; их подробное описание приведено в работах [29–31]. Впервые аналитическое описание механического гистерезиса для объяснения амплитудно-зависимого внутреннего трения материалов с так называемой несовершенной упругостью было предложено Давиденковым в 1938 г. [32]; само внутреннее трение связывалось с микропластической деформацией материала. В 1956 г. Гранато и Люкке на основе струнной модели дислокации Келера [33] разработали физическую теорию амплитудно-зависимого внутреннего трения поликристаллов [5, 6]. В этих теориях уравнение состояния среды содержит гистерезис: площадь петли гистерезиса определяет нелинейные потери, а среднее (по периоду волны) значение производной $\sigma_\varepsilon(\varepsilon, \dot{\varepsilon})$ – дефект модуля упругости. В различных гистерезисных моделях нелинейные потери и дефект модуля различным образом зависят от амплитуды деформации волны, но часто их отношение r (при относительно малых амплитудах) является постоянной величиной, не зависящей от амплитуды [29–31]. Общей причины гистерезисного поведения различных материалов, по-видимому, не существует, однако установлено, что для поликристаллов гистерезис связан с отрывом дислокаций от примесных атомов [5, 6, 34]. (Впервые идею о дефектах кристаллической решетки как причине механического гистерезиса выдвинул Прандтль в 1913 г. [35], а в 1940 г. Рид экспериментально доказал, что пластическая деформация влияет на амплитудно-зависимое внутреннее трение металлов и объяснил это явление на основе движения дислокаций [36]). Теория Гранато – Люкке качественно (а иногда и количественно) достаточно хорошо объясняет результаты экспериментальных исследований амплитудных зависимостей нелинейных потерь и дефекта модуля упругости лишь в неко-

торых достаточно чистых поликристаллах, поэтому для описания нелинейных эффектов в других твердых телах с несовершенной упругостью используются феноменологические гистерезисные уравнения.

В настоящей работе мы будем использовать наиболее простые зависимости $\sigma = \sigma(\varepsilon, \dot{\varepsilon})$, отражающие основные и характерные особенности гистерезиса, проявляющегося в некоторых металлах и горных породах, например, неотожженных меди [3, 8, 9] и цинке [18], граните [11], песчанике [19, 27, 28] и известняке [19]:

- каждая ветвь гистерезиса является квадратичной функцией деформации;
- переход с одной ветви на другую происходит при смене знака ε и (или) $\dot{\varepsilon}$, при этом функция $\sigma = \sigma(\varepsilon, \dot{\varepsilon})$ непрерывна;
- для бесконечно малых деформаций гистерезисная нелинейность пренебрежимо мала;
- отношение r нелинейного декремента затухания к дефекту модуля упругости (при малых амплитудах деформации) является постоянной величиной.

Следует заметить, что первая из отмеченных выше особенностей не является универсальной и общей для всех твердых тел, в которых механический гистерезис проявляется, поскольку для мрамора [11], свинца [12] и отожженного цинка [13, 14] каждая ветвь гистерезиса является не квадратичной, а кубичной функцией деформации; этот случай здесь не рассматривается.

В общем случае уравнение состояния среды можно представить в виде
$$\sigma(\varepsilon, \dot{\varepsilon}) = E[\varepsilon - f(\varepsilon, \dot{\varepsilon})], \quad (2)$$

где $f(\varepsilon, \dot{\varepsilon})$ – нелинейная функция деформации и скорости деформации, $|f_{\varepsilon}(\varepsilon, \dot{\varepsilon})| \ll 1$. Отметим, что в уравнениях состояния (1), (2) необходимо учитывать и линейное диссипативное слагаемое $\eta \dot{\varepsilon}$ [1, 2], однако вследствие того, что не оно определяет характер нелинейных волновых процессов, мы, считая его достаточно малым, будем им пренебрегать, при этом полученные ниже формулы будут справедливы на расстояниях $x \ll L_0 = 2C_0^3 / \eta \omega^2$, где η – коэффициент вязкости среды, C_0 – скорость продольной волны малой амплитуды, ω – частота волны.

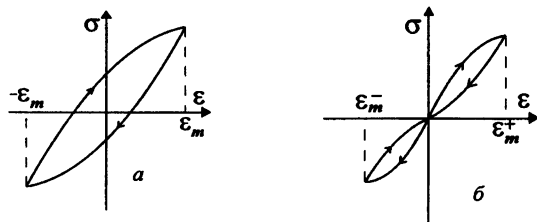


Рис. 1. Зависимость $\sigma = \sigma(\varepsilon, \dot{\varepsilon})$ для среды с неупругим (а) и упругим (б) гистерезисом.

В первой модели гистерезиса нелинейная функция имеет вид

$$f(\varepsilon, \dot{\varepsilon}) = \alpha \varepsilon_m \varepsilon + \begin{cases} \frac{\beta_1}{2} \varepsilon^2 - \frac{\beta_1 + \beta_2}{4} \varepsilon_m^2, & \dot{\varepsilon} > 0; \\ -\frac{\beta_2}{2} \varepsilon^2 + \frac{\beta_1 + \beta_2}{4} \varepsilon_m^2, & \dot{\varepsilon} < 0, \end{cases} \quad (3)$$

где $|\alpha| \varepsilon_m \ll 1$, $|\beta_{1,2}| \varepsilon_m \ll 1$, $|\beta_{1,2}| \gg 1$. В этом уравнении содержатся три независимых параметра нелинейности α и $\beta_{1,2}$, ответственных за дефект модуля упругости и нелинейные потери. Нелинейности первого и второго слагаемых в уравнении (3) могут быть также независимыми, но, чтобы отношение r (при малых амплитудах деформации) не зависело от амплитуды волны ε_m , необходимо, чтобы степень первого слагаемого была равна степени гистерезисной нелинейности, т. е. равна 2. Легко видеть, что при $\alpha = 0$ и $\beta_1 + \beta_2 = 0$ дефект модуля упругости и нелинейные потери равны нулю и уравнения (3) описывают квадратичную нелинейность, как и пятиконстантная теория упругости. Из уравнения (3) следует, что при $\beta_1 + \beta_2 \neq 0$ нулевым напряжениям (деформациям) соответствуют ненулевые деформации (напряжения). Обычно ненулевые деформации называются микропластическими, а ненулевые напряжения – остаточными. В соответствии с этой терминологией первый гистерезис (рис. 1, а) будем называть неупругим. Гистерезис такого типа был предложен Давиденковым [32]; он наблюдался в экспериментах по статическому деформированию австралийского песчаника, южно-африканского кварцита [37], кристаллов LiF и NaCl [38–41] и использовался для описания амплитудно-зависимого внутреннего трения (декремента и дефекта модуля) в этих кристаллах.

Во второй модели гистерезиса нелинейная функция имеет вид

$$f(\varepsilon, \dot{\varepsilon}) = \begin{cases} \frac{\gamma_1}{2} \varepsilon^2, & \varepsilon > 0, \dot{\varepsilon} > 0; \\ -\frac{\gamma_2}{2} \varepsilon^2 + \frac{\gamma_1 + \gamma_2}{2} \varepsilon_m^+ \varepsilon, & \varepsilon > 0, \dot{\varepsilon} < 0; \\ -\frac{\gamma_3}{2} \varepsilon^2, & \varepsilon < 0, \dot{\varepsilon} < 0; \\ \frac{\gamma_4}{2} \varepsilon^2 + \frac{\gamma_3 + \gamma_4}{2} \varepsilon_m^- \varepsilon, & \varepsilon < 0, \dot{\varepsilon} > 0, \end{cases} \quad (4)$$

где $|\gamma_{1,2} \varepsilon_m^+| \ll 1$, $|\gamma_{3,4} \varepsilon_m^-| \ll 1$, $|\gamma_{1-4}| \gg 1$, $\varepsilon_m^+ > 0$, $\varepsilon_m^- < 0$. В этой модели содержатся четыре параметра нелинейности γ_{1-4} , в зависимости от их соотношения уравнения (2), (4) описывают широкий класс сред: при $\gamma_1 = -\gamma_2 = -\gamma_3 = \gamma_4$ имеем уравнение (1); при $\gamma_{2,4} = 0$ получаем уравнение с

линейным возвратом (как и в модели Гранато – Люкке [5, 30]). Для такой среды (при малых амплитудах волны) и декремент затухания, и дефект модуля пропорциональны амплитуде волны, поэтому автоматически $r = \text{const}$ [10]. В этой модели нулевым напряжениям соответствуют нулевые деформации и наоборот, поэтому второй гистерезис (рис. 1, б) мы будем называть упругим. Такой гистерезис был предложен в работе [10] и использовался для описания результатов экспериментальных исследований нелинейных акустических эффектов в стержневых резонаторах из поликристаллических металлов и горных пород [3, 11–14].

В уравнениях (3), (4) величины ε_m и ε_m^\pm , в отличие от параметров α , $\beta_{1,2}$ и γ_{1-4} , не являются характеристиками среды, а определяются максимальной и минимальной ее деформациями. В первой модели гистерезиса его ветви зависимы, поэтому ε_m – это амплитуда волны ($\varepsilon_m > 0$). Во второй модели гистерезиса его положительные ($\varepsilon > 0$) и отрицательные ($\varepsilon < 0$) ветви задаются независимо, поэтому величины $|\varepsilon_m^\pm|$ являются различными, т. е. $\varepsilon_m^+ \neq -\varepsilon_m^-$. (Значения ε_m^+ и ε_m^- соответствуют амплитудам положительного и отрицательного полупериодов волны). Для неупругого гистерезиса нелинейная функция неаналитична в двух точках: $\varepsilon = \varepsilon_m$ и $\varepsilon = -\varepsilon_m$; а для упругого гистерезиса – в трех: $\varepsilon = \varepsilon_m^+$, $\varepsilon = \varepsilon_m^-$ и $\varepsilon = 0$. Отметим также, что в гистерезисных моделях положительным нелинейным потерям отвечает движение рабочей точки на диаграммах $\sigma = \sigma(\varepsilon, \dot{\varepsilon})$ по часовой стрелке. Это соответствует тому, что сумма параметров нелинейности должна удовлетворять неравенствам: $\beta_1 + \beta_2 > 0$ и $\gamma_{1,3} + \gamma_{2,4} > 0$. Кроме этих неравенств, мы пока не будем накладывать никаких других условий на параметры α , $\beta_{1,2}$, γ_{1-4} и будем считать их различными, что отражает асимметрию диаграммы деформирования твердого тела при его сжатии и растяжении. Наличие такой асимметрии подтверждается, в частности, результатами экспериментальных исследований амплитудно-зависимого внутреннего трения в некоторых металлах и горных породах. Так, например, для поликристаллической меди (в зависимости от ее зеренной структуры, изменяющейся при отжиге) значения параметров $\gamma_1 + \gamma_3$ и $\gamma_2 + \gamma_4$ изменялись, соответственно, от $6,6 \cdot 10^2$ и $1,8 \cdot 10^3$ до $1,9 \cdot 10^4$ и $1,5 \cdot 10^5$ [3]; для неотожженного поликристаллического цинка те же параметры составляли $6,3 \cdot 10^3$ и $2,6 \cdot 10^4$ [14], а для гранита – $9,2 \cdot 10^3$ и $7 \cdot 10^3$ [11]. Столь сильные (в несколько раз) отличия параметров $\gamma_1 + \gamma_3$ и $\gamma_2 + \gamma_4$ свидетельствуют и о значительном различии параметров γ_{1-4} . Далее, несмотря на то что в обеих моделях гистерезисов содержатся лишь линейные и квадратичные по деформации слагаемые, не-

линейная функция $f = f(\epsilon, \dot{\epsilon})$ является функцией общего вида, т. е. содержит как четную, так и нечетную составляющие, одинаково (в данном случае квадратично) зависящие от деформации. Это приводит к тому, что (на малых расстояниях от излучателя, где нелинейное затухание первичной волны еще не существенно) амплитуды всех ее высших гармоник (как четных, так и нечетных) пропорциональны квадрату амплитуды деформации первичной гармонической волны [10]. (Для сред с кубической гистерезисной нелинейностью амплитуды высших гармоник (на таких же расстояниях) пропорциональны кубу амплитуды деформации первичной волны. Этот отличительный признак позволяет легко определить показатель степени нелинейности гистерезисного уравнения состояния [3, 11–14]).

Приведенные гистерезисные уравнения существенно отличаются друг от друга: второе уравнение нельзя получить из первого, а первое – из второго, и, кроме того, первое уравнение в отличие от второго не является эволюционным. Это, в частности, проявляется в том, что в неупругом гистерезисе обе его ветви зависят от амплитуды деформации ϵ_m , чего не должно быть, поскольку при этом остаточное напряжение определяется амплитудой ϵ_m волны, а это нарушает принцип причинности: до воздействия на среду "она уже знает", какова будет амплитуда деформации и с какой скоростью в ней будет распространяться волна. Поэтому первое гистерезисное уравнение можно применять лишь для описания установившихся периодических волн, а для описания переходных процессов и распространения однополярных импульсов (или возмущений) оно не пригодно. Тем не менее, здесь мы, помня об ограниченной применимости первого уравнения, исследуем распространение как непрерывных волн, так и импульсных возмущений в рамках обоих гистерезисных уравнений, а затем с целью выявления качественных закономерностей и отличий нелинейных акустических эффектов в таких средах проведем сравнительный анализ полученных результатов.

Упругие волны в безграничной среде

Гистерезисные уравнения состояния (2) – (4) совместно с уравнением движения [42–44]

$$\rho \frac{\partial^2 U}{\partial t^2} = \frac{\partial \sigma(\epsilon, \dot{\epsilon})}{\partial x} \quad (5)$$

позволяют исследовать нелинейные волновые процессы в средах с несовершенной упругостью. При решении этих уравнений мы будем пользоваться методом сращивания (или "сшивания") простых волн, отвечающих каждой ветви гистерезиса; такой метод был предложен в [45] и затем развит в работах [22–26]. Подставляя (2) – (4) в (5) и переходя к переменным

$\tau = t - x/C_0$, $x = x$, получим уравнение для волн, бегущих в положительном направлении оси x [42–44]:

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial x} = -\frac{1}{2C_0} \frac{\partial f(\varepsilon, \dot{\varepsilon})}{\partial \tau}, \quad (6)$$

где $C_0 = (E/\rho)^{1/2}$. Это уравнение описывает простые волны деформации для каждой ветви гистерезиса; для первоначально гармонической волны $\varepsilon(x=0, t) = \varepsilon_0 \sin \omega t$ его решение (для первой и второй моделей гистерезиса) имеет вид

$$\varepsilon(x, \theta) = \varepsilon_0 \cdot \begin{cases} \sin\left(\theta - \frac{\beta_1}{2} \varepsilon k x - \frac{\alpha}{2} k \int_0^x \varepsilon_m(x') dx'\right), & \dot{\varepsilon} > 0; \\ \sin\left(\theta + \frac{\beta_2}{2} \varepsilon k x - \frac{\alpha}{2} k \int_0^x \varepsilon_m(x') dx'\right), & \dot{\varepsilon} < 0; \end{cases} \quad (7)$$

$$\varepsilon(x, \theta) = \varepsilon_0 \cdot \begin{cases} \sin\left(\theta - \frac{\gamma_1}{2} \varepsilon k x\right), & \varepsilon > 0, \dot{\varepsilon} > 0; \\ \sin\left(\theta + \frac{\gamma_2}{2} \varepsilon k x - \frac{\gamma_1 + \gamma_2}{2} k \int_0^x \varepsilon_m^+(x') dx'\right), & \varepsilon > 0, \dot{\varepsilon} < 0; \\ \sin\left(\theta + \frac{\gamma_3}{2} \varepsilon k x\right), & \varepsilon < 0, \dot{\varepsilon} < 0; \\ \sin\left(\theta - \frac{\gamma_4}{2} \varepsilon k x - \frac{\gamma_3 + \gamma_4}{2} k \int_0^x \varepsilon_m^-(x') dx'\right), & \varepsilon < 0, \dot{\varepsilon} > 0; \end{cases} \quad (8)$$

где $\theta = \omega \tau$, $k = \omega/C_0$.

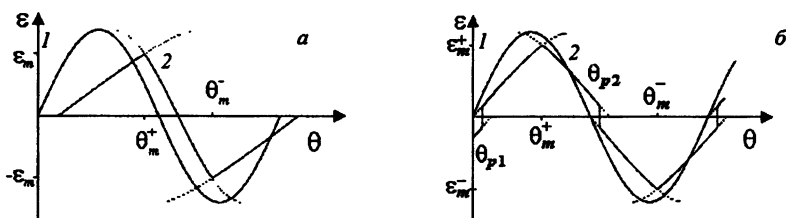


Рис. 2. Эволюция первоначально гармонической волны в среде с неупругим (а) и упругим (б) гистерезисом ($1 - x = 0$, $2 - x > 0$).

На рис. 2 изображены профили простых волн, которые описываются в уравнениях (7), (8), на некотором расстоянии x от излучателя. Из этих рисунков видно, что на каждом периоде в волне образуются неоднозначности

(вследствие неаналитичности нелинейных функций (3), (4)) вблизи точек $\varepsilon = \pm \varepsilon_m$ для первой модели гистерезиса и $\varepsilon = \varepsilon_m^\pm$, $\varepsilon = 0$ – для второй). Для второй модели существуют два вида неоднозначностей: первый – вблизи точек $\varepsilon = \varepsilon_m^\pm$, где так же, как и в первой модели (при $\varepsilon = \pm \varepsilon_m$), простые волны пересекаются, и второй – вблизи точек $\varepsilon = 0$, где происходит наложение простых волн. Устранение неоднозначностей, связанных с наложением простых волн, осуществляется введением в профиль волны разрывов, определяемых из закона сохранения импульса [42–44]. Поскольку в среде, описываемой уравнением (1), разрывы в профиле волны при $\gamma > 0$ образуются на "заднем" фронте ($\dot{\varepsilon} > 0$), а при $\gamma < 0$ – на "переднем" ($\dot{\varepsilon} < 0$), то для первой модели гистерезиса в случае $\beta_{1,2} \geq 0$ (который в основном мы и будем рассматривать) разрывов в волне не образуется вообще, а неоднозначности вблизи точек пересечения простых волн устраняются их "сшиванием" в этих точках. Из уравнения (7) нетрудно определить значения амплитуды волны $\varepsilon_m(x)$ и фаз $\theta_m^\pm(x)$, соответствующих точкам пересечения простых волн (см. рис. 2, а):

$$\begin{aligned} \varepsilon_m(x) &= \varepsilon_0 \cos \left[\frac{(\beta_1 + \beta_2) \varepsilon_m(x) k x}{4} \right], \\ \theta_m^+(x) &= \frac{\pi}{2} + \frac{\beta_1 - \beta_2}{4} \varepsilon_m k x + \frac{\alpha}{2} k \int_0^x \varepsilon_m(x') dx', \\ \theta_m^-(x) &= \frac{3\pi}{2} - \frac{\beta_1 - \beta_2}{4} \varepsilon_m k x + \frac{\alpha}{2} k \int_0^x \varepsilon_m(x') dx'. \end{aligned} \quad (9)$$

Рассмотрим асимптотический профиль волны (7) на малых и больших расстояниях от излучателя. Из уравнений (7), (9) следует, что при $x \ll x_0 = 4/(\beta_1 + \beta_2)\varepsilon_0 k$ форма волны близка к исходной и $\varepsilon_m \cong \varepsilon_0$, а при $x \geq x_0$ профиль волны становится треугольным:

$$\varepsilon(x, \theta) = \varepsilon_0 \cdot \begin{cases} \frac{\theta - \frac{\pi\alpha}{\beta_1 + \beta_2} \ln \left(1 + \frac{\beta_1 + \beta_2}{4} \varepsilon_0 k x \right)}{1 + \beta_1 \varepsilon_0 k x / 2}, & \theta_m^- - 2\pi \leq \theta < \theta_m^+, \\ \frac{\pi - \theta + \frac{\pi\alpha}{\beta_1 + \beta_2} \ln \left(1 + \frac{\beta_1 + \beta_2}{4} \varepsilon_0 k x \right)}{1 + \beta_2 \varepsilon_0 k x / 2}, & \theta_m^+ \leq \theta < \theta_m^-. \end{cases} \quad (10)$$

Амплитуда и скорость распространения такой волны определяются выражениями

$$\varepsilon_m(x) = \frac{2\pi\varepsilon_0}{4 + (\beta_1 + \beta_2)\varepsilon_0 k x} \ll \varepsilon_0, \quad C(x) = \frac{C_0}{1 + \alpha\varepsilon_m(x)/2}. \quad (11)$$

Таким образом, на больших расстояниях от излучателя ($x \gg x_0$) первоначально гармоническая волна в среде с неупругим гистерезисом трансформируется в волну треугольного профиля с амплитудой ϵ_m , не зависящей от начальной амплитуды и убывающей по закону $\epsilon_m(x) \sim x^{-1}$.

Интересно проследить за эволюцией спектра волны. На малых расстояниях

$$\epsilon(x, \theta) = \left(1 - \frac{\beta_1 + \beta_2}{3\pi} \epsilon_0 kx \right) \left[\epsilon_0 \sin \left(\theta - \frac{\alpha}{2} \epsilon_0 kx \right) - \frac{\beta_1 - \beta_2}{8} \epsilon_0^2 kx \sin 2 \left(\theta - \frac{\alpha}{2} \epsilon_0 kx \right) + \frac{\beta_1 + \beta_2}{\pi} \epsilon_0^2 kx \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(2n-1)(2n-3)} \sin(2n+1) \left(\theta - \frac{\alpha}{2} \epsilon_0 kx \right) \right], \quad (12)$$

при этом декремент затухания δ и относительное изменение скорости волны $\Delta C/C_0$ определяются выражениями

$$\delta = \frac{2(\beta_1 + \beta_2)}{3} \epsilon_0, \quad \frac{\Delta C}{C_0} = \frac{\alpha}{2} \epsilon_0. \quad (13)$$

На больших расстояниях ($x \gg x_0$)

$$\epsilon(x, \theta) = \frac{4(\beta_1 + \beta_2)}{\pi \beta_1 \beta_2 kx} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} \sin \left(\frac{\pi n \beta_1}{\beta_1 + \beta_2} \right) \sin n \left(\theta - \frac{\pi \alpha}{(\beta_1 + \beta_2) kx} \right), \quad (14)$$

$$\delta = (\beta_1 + \beta_2) \epsilon_m, \quad \Delta C/C_0 = (\alpha/2) \epsilon_m. \quad (15)$$

Из уравнения (14) следует, что относительный уровень ζ первой гармоники в треугольной волне определяется выражением

$$\zeta = \frac{\epsilon_1}{\epsilon_m} = \frac{2(1 + \beta_1/\beta_2)^2}{\pi^2} \cdot \cos \left(\frac{\pi}{2} \cdot \frac{1 - \beta_2/\beta_1}{1 + \beta_2/\beta_1} \right). \quad (16)$$

Отметим, что при $\beta_1 < 0$ (или $\beta_2 < 0$), но $\beta_1 + \beta_2 \geq 0$ в волне образуется разрыв на переднем (или заднем) фронте, соответственно в точке $\epsilon = 0$ на расстоянии $x^* = 2/|\beta_{1,2}| \epsilon_0 k$. В этом случае выражения (9) будут справедливы до координаты $x_1 = x^*(\eta/\sin \eta) > x^*$, $\eta = \pi |\beta_{1,2}| / (|\beta_{1,2}| + |\beta_{2,1}|)$ – на этом расстоянии амплитуда разрыва становится равной амплитуде волны. На больших расстояниях волна будет содержать разрывы, амплитуда которых определяется выражением $\epsilon_m(x) = 2\pi/|\beta_{2,1}| kx$.

Определим теперь форму волны и ее параметры в среде с упругим гистерезисом, при этом для упрощения расчетов мы будем полагать, что $\gamma_{1-4} > 0$. Здесь первый вид неоднозначностей также устраняется "сшиванием" простых волн в точках их пересечения. Из уравнения (8) получаем

$$\pi \mp 2 \arcsin \left(\frac{\varepsilon_m^\pm}{\varepsilon_0} \right) \mp \frac{\gamma_{1,3} + \gamma_{2,4}}{2} \varepsilon_m^\pm kx \pm \frac{\gamma_{1,3} + \gamma_{2,4}}{4} k \int_0^x \varepsilon_m^\pm(x') dx' = 0,$$

а отсюда

$$\left| \varepsilon_m^\pm(x) \right| = \sqrt{\frac{\sqrt{1 + 4\mu_\pm^2 \varepsilon_0^2} - 1}{2\mu_\pm^2}}, \quad \theta_m^\pm(x) = \arcsin \left(\frac{\varepsilon_m^\pm}{\varepsilon_0} \right) + \frac{\gamma_1}{2} \varepsilon_m^\pm kx,$$

$$\theta_m^-(x) = \pi + \arcsin |\varepsilon_m^- / \varepsilon_0| + (\gamma_3 / 2) |\varepsilon_m^-| kx, \quad (17)$$

где $\mu_\pm = (\gamma_{1,3} + \gamma_{2,4})kx / 8$. Из первого уравнения (17) следует, что, так же как и в среде с неупругим гистерезисом, на малых расстояниях от излучателя ($x \ll x_0 = \min[4/(\gamma_1 + \gamma_2)\varepsilon_0 k; 4/(\gamma_3 + \gamma_4)\varepsilon_0 k]$) выполняется соотношение $|\varepsilon_m^\pm(x)| \cong \varepsilon_0$, однако на больших ($x \gg x_0$) – амплитуда волны уменьшается иначе: $|\varepsilon_m^\pm(x)| = (\varepsilon_0 / \mu_\pm)^{1/2} \sim (\varepsilon_0 / x)^{1/2}$.

Неоднозначности второго вида устраним введением в профиль волны разрывов, определяемых из условия равенства отсекаемых этим разрывом площадей под кривой $\varepsilon = \varepsilon(x, \theta)$ при $\varepsilon > 0$ и $\varepsilon < 0$ (рис. 2, б) [42–44]. Поскольку (при $\gamma_{1-4} > 0$) на малых и больших расстояниях от излучателя выполняются соотношения $|\varepsilon_{p1,2}^\pm(x)| \ll \varepsilon_0$, то для нахождения амплитуд $\varepsilon_{p1,2}^\pm(x)$ и фаз $\theta_{p1,2}(x)$ разрывов воспользуемся приближенным выражением для $\varepsilon = \varepsilon(x, \theta)$, следующим из уравнения (8) и справедливым вблизи разрывов на любых расстояниях и вне их – на больших расстояниях:

$$\varepsilon(x, \theta) = \varepsilon_0 \cdot \begin{cases} \frac{\theta}{1 + \frac{\gamma_1}{2} \varepsilon_0 kx}, & \theta_{p1} \leq \theta < \theta_m^+; \\ \frac{\pi - \theta + \theta_+^*}{1 + \frac{\gamma_2}{2} \varepsilon_0 kx}, & \theta_m^+ \leq \theta < \theta_{p2}; \\ \frac{\pi - \theta}{1 + \frac{\gamma_3}{2} \varepsilon_0 kx}, & \theta_{p2} \leq \theta < \theta_m^-; \\ \frac{\theta - 2\pi - \theta_-^*}{1 + \frac{\gamma_4}{2} \varepsilon_0 kx}, & \theta_m^- \leq \theta < 2\pi + \theta_{p1}; \end{cases} \quad (18)$$

где $\theta_\pm^*(x) = 4\mu_\pm |\varepsilon_m^\pm(x)| + 2 \arcsin |\varepsilon_m^\pm(x) / \varepsilon_0| - \pi$.

Из условия равенства площадей, отсекаемых разрывами под кривой $\varepsilon = \varepsilon(x, \theta)$ в точках разрывов $\theta_{p1,2}(x)$, находим:

$$\varepsilon_{p1}^+(x) = \frac{\varepsilon_0 \theta_-^*(x)}{(1 + \mu_1) \left(1 + \frac{\gamma_1}{2} \varepsilon_0 kx \right)}, \quad \varepsilon_{p1}^-(x) = \frac{-\mu_1 \varepsilon_0 \theta_-^*(x)}{(1 + \mu_1) \left(1 + \frac{\gamma_4}{2} \varepsilon_0 kx \right)},$$

$$\theta_{p1}(x) = \frac{\theta_-^*(x)}{1 + \mu_1}, \quad \theta_{p2}(x) = \pi + \frac{\theta_+^*(x)}{1 + \mu_2},$$

$$\varepsilon_{p2}^+(x) = \frac{\mu_2 \varepsilon_0 \theta_+^*(x)}{(1 + \mu_2) \left(1 + \frac{\gamma_2}{2} \varepsilon_0 kx \right)}, \quad \varepsilon_{p2}^-(x) = \frac{-\varepsilon_0 \theta_+^*(x)}{(1 + \mu_2) \left(1 + \frac{\gamma_3}{2} \varepsilon_0 kx \right)}, \quad (19)$$

$$\text{где } \mu_{1,2} = \sqrt{(1 + \gamma_{4,2} \varepsilon_0 kx / 2) / (1 + \gamma_{1,3} \varepsilon_0 kx / 2)}.$$

Таким образом, на больших расстояниях в среде с упругим гистерезисом положительный и отрицательный полупериоды первоначально гармонической волны приобретают форму "пятиугольников" с амплитудами, убывающими по закону $|\varepsilon_n^\pm(x)| \sim (\varepsilon_0/x)^{1/2}$.

Рассмотрим спектральный состав волны. На малых расстояниях, аналогично (12), имеем

$$\varepsilon(x, \theta) = \left(1 - \frac{a_1 \varepsilon_0 kx}{2\pi} \right) \left[\varepsilon_0 \sin(\theta - b_1 \varepsilon_0 kx) + \varepsilon_0^2 kx \sum_{n=2}^{\infty} n \sqrt{a_n^2 + b_n^2} \sin \left[n(\theta - b_1 \varepsilon_0 kx) + \Psi_n \right] \right], \quad (20)$$

$$\delta = a_1 \varepsilon_0, \quad \Delta C / C_0 = b_1 \varepsilon_0, \quad (21)$$

$$\text{где } a_1 = \frac{\gamma_1 + \gamma_2 + \gamma_3 + \gamma_4}{12}, \quad b_1 = \frac{1}{6\pi} \left\{ \gamma_1 - \gamma_2 + \gamma_3 - \gamma_4 + \frac{3\pi}{8} (\gamma_1 + \gamma_2 + \gamma_3 + \gamma_4) \right\},$$

$$a_2 = \frac{1}{12\pi} \left\{ \gamma_1 + \gamma_2 - \gamma_3 - \gamma_4 + \frac{3\pi}{8} (\gamma_1 - \gamma_2 - \gamma_3 + \gamma_4) \right\}, \quad b_2 = \frac{\gamma_1 + \gamma_2 - \gamma_3 - \gamma_4}{24\pi},$$

$$a_n = \frac{\gamma_1 + \gamma_2 - (-1)^n (\gamma_3 + \gamma_4)}{4\pi} \left\{ \frac{(n^2 - 2) \sin \frac{\pi n}{2}}{(n^2 - 4)n} - \frac{(-1)^n + n \sin \frac{\pi n}{2}}{n^2 - 1} \right\},$$

$$b_n = \frac{2(n^2 - 1) [\gamma_1 + (-1)^n (\gamma_2 - \gamma_3) - \gamma_4] + [\gamma_1 + \gamma_2 - (-1)^n (\gamma_3 + \gamma_4)] \cos \frac{\pi n}{2}}{4\pi n (n^2 - 1) (n^2 - 4)},$$

$$\text{tg } \Psi_n = a_n / b_n, \quad n > 2.$$

На больших расстояниях (при $\gamma_1 = \gamma_4$, $\gamma_2 = \gamma_3$, когда $\mu_+ = \mu_-$ и $\varepsilon_m^+ = |\varepsilon_m^-| = \varepsilon_m$) получаем

$$\varepsilon(x, \theta) = \frac{2}{\pi \gamma_1 \gamma_2} \sqrt{\frac{2(\gamma_1 + \gamma_2) \varepsilon_0}{kx}} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\gamma_2 - (-1)^n \gamma_1}{n} \sin n[\theta - \mu_+ \varepsilon_m(x)], \quad (22)$$

$$\delta = \frac{\pi(\gamma_1 + \gamma_2)}{2} \frac{\varepsilon_m^2}{\varepsilon_0}, \quad \frac{\Delta C}{C_0} = \frac{\gamma_1 + \gamma_2}{8} \varepsilon_m. \quad (23)$$

Из уравнения (22) следует, что относительный уровень первой гармоники в такой волне определяется простым выражением:

$$\zeta = \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_m} = \frac{1}{\pi} \frac{(\gamma_1 + \gamma_2)^2}{\gamma_1 \gamma_2}. \quad (24)$$

Выражения (16), (24) потребуются во второй части работы для нахождения амплитуды установившейся волны в кольцевом резонаторе.

Из сравнения выражений (12), (13) и (20), (21) видно, что на малых расстояниях декремент затухания, изменение скорости волны и амплитуда второй гармоники для обеих моделей гистерезисов определяются похожими выражениями и, следовательно, на основании измерения этих характеристик можно сделать вывод только о том, что среда обладает (или не обладает) гистерезисной нелинейностью, но однозначно указать вид гистерезиса (без привлечения каких-либо других физических соображений) нельзя. Тем не менее, небольшие отличия здесь все же существуют, они проявляются в профилях волн: в среде с неупругим гистерезисом в волне разрывов нет, а в среде с упругим гистерезисом на периоде волны есть два разрыва. Эти отличия приводят к различному спектральному составу волны: в среде с неупругим гистерезисом отсутствуют четные гармоники выше второй, а в среде с упругим гистерезисом они имеются.

Из уравнений (12), (13) следует, что для определения трех независимых параметров нелинейности α и $\beta_{1,2}$ неупругого гистерезиса необходимо провести измерения, по крайней мере, трех независимых характеристик волны — декремента затухания, относительного изменения скорости и амплитуды второй гармоники, при этом амплитуды более высоких гармоник будут однозначно определяться этими величинами. С другой стороны, по измеренной в эксперименте амплитуде одной из этих высших гармоник (например, третьей) можно также независимо определить значение параметра $\beta_1 + \beta_2$, уже найденного ранее из измерения декремента затухания. Из сравнения значений $\beta_1 + \beta_2$, полученных в результате этих двух независимых измерений, можно сделать вывод о пригодности (если они получились близкими) или непригодности (если их значения различны) неупругого гистерезиса для описания исследуемой среды.

Из уравнений (20), (21) следует, что для определения четырех независимых параметров нелинейности γ_{1-4} упругого гистерезиса необходимо провести измерения не менее четырех независимых характеристик волны на заданном расстоянии x – декремента затухания, относительного изменения скорости, амплитуды четной (например, второй) гармоники и ее фазы Ψ_2 (относительно второй гармоники для волны основной частоты, принятой на этом же расстоянии x), при этом амплитуды более высоких гармоник и их фазы Ψ_n (относительно фазы n -й гармоники для волны основной частоты на том же расстоянии) будут однозначно определяться этими величинами. (Фазу второй гармоники в среде следует определять относительно фазы второй гармоники для принятой волны на основной частоте. Для этого принятую волну основной частоты следует возвести в квадрат и выделить в нем вторую "аппаратурную" гармонику, после чего фазу волны на второй гармонике в среде сравнивать с фазой этой "аппаратурной" второй гармоники).

По измеренным в эксперименте амплитудам и фазам высших гармоник можно независимо определить значения параметров a_n и b_n , а по ним – значения параметров a_1 и b_1 . Из сравнения значений a_1 и b_1 , полученных в результате двух пар независимых измерений, можно также сделать вывод о пригодности (или непригодности) упругого гистерезиса для описания среды. Подобная процедура уже применялась при аналитическом описании нелинейных акустических эффектов в стержневых резонаторах из металлов и горных пород [3, 8, 9, 11, 14], уравнение состояния которых определялось упругим гистерезисом. В этих работах значения параметров нелинейности, определенные по сдвигу резонансных частот, нелинейным потерям и уровню высших гармоник, находились в хорошем соответствии друг с другом.

Как следует из выражений (14), (15) и (22), (23), качественные отличия, по которым можно указать, каким гистерезисом следует описывать среду, проявляются в волне на больших расстояниях $x \ll x_0 \sim (\gamma_0 k \varepsilon_0)^{-1}$, γ_0 – эффективный параметр гистерезисной нелинейности. Эти отличия проявляются в форме волны, в различной зависимости декремента затухания от ее амплитуды и в различной зависимости амплитуды волны от начальной амплитуды и расстояния. Следует, однако, заметить, что не во всех средах с гистерезисной нелинейностью может реализоваться сильнонелинейный волновой режим. Это связано с тем, что полученные выражения справедливы на расстояниях $x \ll L_0 = 2C_0^3 / \eta \omega^2$, а значительные нелинейные искажения волны имеют место на расстояниях $x \geq x_0$, поэтому, строго говоря, для реализации такого режима необходимо выполнение условия $x_0 \ll L_0$, или $\varepsilon_0 \gg \vartheta / 2\pi\gamma_0$, где $\vartheta = \pi\eta\omega / C_0^2$ – декремент затухания. Оценки показывают, что, например, для отожженной меди и гранита при $\vartheta \cong 10^2$ и

$\gamma_0 \cong 10^4$ [3, 11, 46] амплитуда ε_0 должна быть больше величины $2 \cdot 10^7$. Тем не менее, предложенную процедуру определения вида гистерезисного уравнения состояния можно применять и при меньших деформациях и для других твердых тел, у которых декремент затухания \mathfrak{D} больше, а эффективный параметр нелинейности γ меньше указанных величин, так как характер нелинейных волновых процессов (амплитудные зависимости нелинейных потерь, изменения скорости волны и уровней высших гармоник) определяется не вязкостью η (или декрементом \mathfrak{D}) твердого тела, а его нелинейностью.

Распространение однополярных импульсов деформации

Рассмотрим распространение и эволюцию в средах с гистерезисной нелинейностью однополярных (для определенности положительных) возмущений, задаваемых на границе $x = 0$ выражением $\varepsilon(x = 0, \theta) = \varepsilon_0 \sin \theta$, $0 \leq \theta \leq \pi$. Как следует из уравнений (7), (8), распространение таких возмущений характеризуется двумя параметрами: амплитудой и длительностью $\theta_+^*(x)$. Интегрируя уравнение (6) от 0 до θ_+^* по θ , получаем для первой и второй моделей гистерезиса

$$\frac{\partial}{\partial x} \int_0^{\theta_+^*} \varepsilon(x, \theta) d\theta = -\frac{\beta_1 + \beta_2}{4} \varepsilon_m^2 < 0, \quad (25)$$

$$\frac{\partial}{\partial x} \int_0^{\theta_+^*} \varepsilon(x, \theta) d\theta = 0. \quad (26)$$

Из уравнения (25) следует, что в первой модели гистерезиса площадь $S(x)$ под кривой $\varepsilon = \varepsilon(x, \theta)$ уменьшается при увеличении координаты x и, следовательно, импульс однополярного возмущения не сохраняется. Это также видно из уравнения (7): точки на профиле возмущения, соответствующие $\varepsilon = 0$, движутся с одинаковой скоростью, поэтому длительность возмущения остается постоянной, а его амплитуда, вследствие гистерезисных потерь, уменьшается, т. е. уменьшается и площадь под кривой $\varepsilon = \varepsilon(\theta)$. Таким образом, неупругий гистерезис не пригоден для описания распространения однополярных возмущений.

Для второй модели гистерезиса из уравнения (26) получим $S(x) = 2\varepsilon_0 = \text{const}$, т. е. импульс однополярного возмущения сохраняется. Длительность $\theta_+^*(x)$ возмущения (при $\gamma_{1,2} \geq 0$) определяется из уравнения (8): $\theta_+^*(x) = 4\mu_+ \varepsilon_m^+ + 2 \arcsin(\varepsilon_m^+ / \varepsilon_0)$, а его амплитуда $\varepsilon_m^+(x)$ – из уравнения (17). На больших расстояниях от излучателя однополярный импульс становится треугольным (рис. 3); его амплитуда и длительность равны

$$\varepsilon_m^+(x) \approx \sqrt{\varepsilon_0 / \mu_+} \sim (\varepsilon_0 / x)^{1/2}, \quad \theta_+^*(x) \approx 4\sqrt{\varepsilon_0 \mu_+} \sim (\varepsilon_0 x)^{1/2}.$$

При $\gamma_2 < 0$, но $\gamma_1 + \gamma_2 \geq 0$ (аналогично можно рассмотреть случай $\gamma_1 < 0$), в импульсе образуется разрыв на заднем фронте в точке $\varepsilon = 0$ на расстоянии $x_p = 2 / |\gamma_2| \varepsilon_0 k$; амплитуда $\varepsilon_p^+(x)$ и фаза $\theta_p^+(x)$ разрыва определяются выражениями

$$\varepsilon_p^+(x) = \sqrt{8 |\gamma_2| \varepsilon_0 k x - 16} / (|\gamma_2| k x),$$

$$\theta_p^+(x) = 4\mu_+ \varepsilon_m^+ + 2 \arcsin(\varepsilon_m^+ / \varepsilon_0) - \arcsin(\varepsilon_p^+ / \varepsilon_0) - (\gamma_2 / 2) \varepsilon_p^+ k x.$$

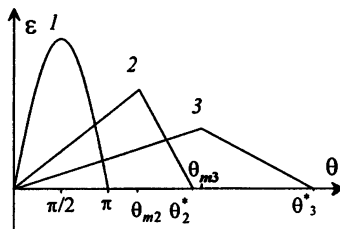


Рис. 3. Эволюция однополярного возмущения в среде с упругим гистерезисом (1 - $x = 0$; 2 - $x_1 > 0$, 3 - $x_2 > x_1$).

На расстоянии $x_2 = x_p(1 + |\gamma_2 / \gamma_1|) > x_p$ фаза $\theta_m(x)$ "догонит" фазу разрыва $\theta_p^+(x)$ и в дальнейшем амплитуда возмущения будет уменьшаться по закону $\varepsilon_m^+(x) = \sqrt{8\gamma_1 \varepsilon_0 k x - 16} / (\gamma_1 k x)$.

На больших расстояниях ($x \gg 2 / \gamma_1 \varepsilon_0 k$) амплитуда и длительность возмущения определяются выражениями $\varepsilon_m^+(x) = \sqrt{8\varepsilon_0 / \gamma_1 k x}$, $\theta_+^*(x) = \sqrt{2\gamma_1 \varepsilon_0 k x}$.

Самодетектирование высокочастотных импульсов

При распространении амплитудно-модулированной высокочастотной (ВЧ) акустической волны в среде с четной нелинейностью происходит ее детектирование (или демодуляция), в результате чего в среде генерируется и распространяется низкочастотная (НЧ) волна. На этом принципе основана работа параметрических излучающих антенн [2, 42, 43]. Измерение характеристик такой волны также можно использовать для определения нелинейных акустических свойств среды с целью ее диагностики. Здесь мы исследуем процесс детектирования ВЧ акустических импульсов в средах с гистерезисной нелинейностью.

Зададим граничное условие на излучателе в следующем виде: $\varepsilon(x = 0, t) = \varepsilon_0 A(t) \sin \omega t$, где $A(t)$ – огибающая ВЧ-импульса длительно-

стью T , $\omega T \gg 1$. Возникающий при детектировании распространяющегося ВЧ-импульса $\varepsilon_1 = \varepsilon_1(x, \tau)$ НЧ-импульс $\varepsilon_2 = \varepsilon_2(x, \tau)$ будем искать методом возмущений. Полагая в (6) $\varepsilon(x, \tau) = \varepsilon_1(x, \tau) + \varepsilon_2(x, \tau)$, $|\varepsilon_2(x, \tau)| \ll |\varepsilon_1(x, \tau)|$, получим уравнение для НЧ-импульса:

$$\frac{\partial \varepsilon_2}{\partial x} = -\frac{1}{2C_0} \frac{\partial \langle f(\varepsilon_1, \dot{\varepsilon}_1) \rangle}{\partial \tau}, \quad (27)$$

где $\langle f(\varepsilon_1, \dot{\varepsilon}_1) \rangle = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} f(\varepsilon_1, \dot{\varepsilon}_1) d\theta$. Из (7), (8) (при $x \ll x_0$) получаем

$$\langle f(\varepsilon_1, \dot{\varepsilon}_1) \rangle = a_0 \varepsilon_0^2 A^2(\tau) \left(1 - \frac{d}{a_0} \varepsilon_0 A(\tau) kx \right), \quad (28)$$

где $a_0 = (\beta_1 - \beta_2)/8$, $d = [4(\beta_1^2 - \beta_2^2)]/3\pi$ – для первой модели гистерезиса и

$$a_0 = \frac{1}{16} \left[\gamma_1 - \gamma_2 - \gamma_3 + \gamma_4 + \frac{4}{\pi} (\gamma_1 + \gamma_2 - \gamma_3 - \gamma_4) \right],$$

$$d = -\frac{1}{24\pi} \left[\gamma_1^2 + 11\gamma_2^2 - \gamma_3^2 - 11\gamma_4^2 + 12\gamma_1\gamma_2 - 12\gamma_3\gamma_4 \right] \text{ – для второй.}$$

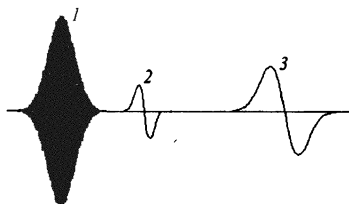
Из уравнений (27), (28) находим

$$\varepsilon_2(x, \tau) = -\frac{a_0 \varepsilon_0^2 x}{2C_0} \frac{\partial}{\partial \tau} \left(A^2(\tau) \left[1 - \frac{d}{2a_0} \varepsilon_0 A(\tau) kx \right] \right). \quad (29)$$

Из этого выражения следует, что при $a_0 \neq 0$, практически независимо от вида гистерезиса, форма продетектированного импульса близка к первой производной по времени от квадрата огибающей, при этом вначале его амплитуда линейно растет с расстоянием, а затем, вследствие гистерезисных потерь ВЧ-импульса, рост НЧ-импульса замедляется, а его длительность увеличивается (рис. 4). Измеряя амплитуду и длительность продетектированного импульса на двух различных расстояниях x от излучателя (или при двух различных амплитудах ε_0), можно определить параметры нелинейности среды (a_0 и d). Здесь имеется одно небольшое отличие процессов детектирования в средах с неупругим и упругим гистерезисами, заключающееся в том, что при $a_0 = 0$ в первой модели гистерезиса детектирования нет [24], а во второй есть (если $d \neq 0$); в этом случае форма НЧ-импульса совпадает с первой производной от куба огибающей, а его амплитуда пропорциональна $\varepsilon_0^3 x^2$. Последнее связано с несимметричным искажением ВЧ-волны, проявляющимся как в изменении профилей положительного и отрицательного полупериодов волны, так и их длительностей (см. (17), (19)). (Такое детектирование, однако, является существенно более слабым по

сравнению со случаем $a_0 \neq 0$). Заметим, что в средах, уравнения состояния которых описываются симметричными гистерезисами ($\beta_1 = \beta_2$) [24] и $\gamma_1 = \gamma_2 = \gamma_3 = \gamma_4$), процесс детектирования ВЧ-импульсов вида $A(t)\sin\omega t$ не идет, так как эффективные параметры квадратичной нелинейности также равны нулю ($a_0 = 0, d = 0$). В таких средах, как следует из уравнений (12), (14) и (20), (22), четные гармоники также не возникают.

Рис. 4. Эволюция протектированного импульса: 1 – ВЧ-импульс ($x = 0$); 2, 3 – протектированные импульсы на различных расстояниях от излучателя при $a_0 > 0$.



Интересно отметить, что если несущая модулированной ВЧ-волны будет ангармоничной и имеющей различные длительности фаз нагрузки ($\dot{\epsilon} > 0$) и разгрузки ($\dot{\epsilon} < 0$), то при ее распространении в среде с симметричными гистерезисами возникнет НЧ-волна модуляции [24].

Бегущие волны в кольцевом резонаторе

Более сильно (по сравнению с безграничной средой) нелинейные эффекты проявляются в резонаторах, где за счет их высокой добротности интенсивность акустических волн может быть значительно выше. При возбуждении стержневого резонатора в нем устанавливается стоячая волна, являющаяся суммой двух волн, бегущих навстречу друг другу, которые могут взаимодействовать из-за нечетной нелинейности среды. Однако в резонаторе с четной нелинейностью встречные волны не взаимодействуют, поэтому и задача о нелинейных колебаниях в таком резонаторе особых трудностей не представляет [43]. Поскольку (в общем случае) гистерезисная нелинейность содержит как четную, так и нечетную составляющие, то в резонаторах с гистерезисной нелинейностью встречные волны взаимодействуют, и задача о колебаниях в стержневых резонаторах усложняется. Здесь мы рассмотрим нелинейные колебания в кольцевом резонаторе (рис. 5), в котором волна бежит в одну сторону [47]. (Осуществить режим бегущей волны в кольцевом резонаторе можно, используя, например, два несимметрично расположенных излучателя, возбуждаемых синусоидальными колебаниями, сдвинутыми по фазе. Подбирая сдвиг фазы между этими колебаниями, можно эффективно возбуждать волну, бегущую по часовой стрелке, и подавлять волну, бегущую против часовой стрелки, или наоборот.)

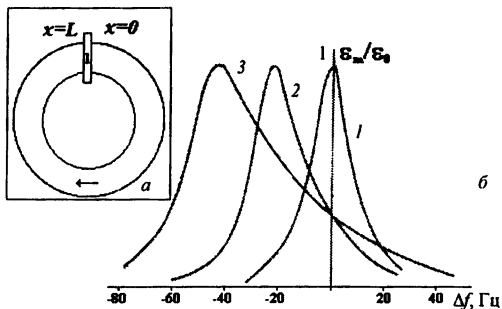


Рис. 5. Схема кольцевого резонатора (а), где l – излучатель, и резонансные кривые при различных амплитудах возбуждения стержневого резонатора из поликристаллической меди [9] (б): 1 – $\varepsilon_0 = 4 \cdot 10^{-8}$; 2 – $\varepsilon_0 = 8,5 \cdot 10^{-7}$; 3 – $\varepsilon_0 = 7 \cdot 10^{-6}$.

Определим резонансную кривую, амплитуду установившейся волны и добротность такого кольцевого резонатора в двух режимах: квазигармоническом (или слабонелинейном) и сильнонелинейном, когда в резонаторе сформировалась волна с треугольным профилем – для первой модели гистерезиса и пятиугольным – для второй (при $\gamma_1 = \gamma_4$, $\gamma_2 = \gamma_3$, когда $\mu_+ = \mu_-$ и $\varepsilon_+^* = |\varepsilon_m^-| = \varepsilon_m$ – амплитуда волны). Граничное условие для деформации на излучателе зададим в виде $\varepsilon(x=0, t) = \varepsilon_0 \sin \omega t$. Очевидно, что в установившемся режиме в резонаторе будет выполняться условие:

$$\varepsilon_1(L) = \varepsilon_1(L) \exp\{-ik_p L[1 + \Delta_p + \Delta_h(\varepsilon_m) - i\delta(\varepsilon_m)]\} + \varepsilon_0, \quad (30)$$

где $k_p = \omega_p / C_0$, $\omega_p = 2\pi p C_0 / L$, L – длина резонатора, p – номер моды, $\Delta\omega_p = \omega - \omega_p$, $\Delta_p = \Delta\omega_p / \omega_p$, $\Delta_h(\varepsilon_m) = \Delta C(\varepsilon_m) / C_0$, а параметры $\delta(\varepsilon_m)$ и $\Delta C(\varepsilon_m) / C_0$ определяются выражениями (13), (15) – для первой модели гистерезиса, и (21), (23) – для второй. Из уравнения (30) получаем выражение для резонансной кривой:

$$\varepsilon_m = \frac{\varepsilon_0}{2\pi p \zeta \sqrt{\delta^2(\varepsilon_m) + [\Delta_p + \Delta_h(\varepsilon_m)]^2}}, \quad (31)$$

где $\zeta = \varepsilon_1 / \varepsilon_m$; в квазигармоническом режиме $\zeta = 1$, а в сильнонелинейном определяется выражениями (16) и (24) соответственно. Отметим, что структура (т. е. формула (31)) резонансной кривой для кольцевого резонатора совпадает со структурой резонансной кривой для стержневых резонаторов [3, 8, 9, 11–14]. Как следует из (31), при увеличении амплитуды ε_0 излучаемой волны резонансные кривые для таких резонаторов сдвигаются и несимметрично расширяются, при этом, в отличие от систем с кубичной упругой нелинейностью [48, 49], где имеет место гистерезис резонансной кривой, здесь такой ситуации может не быть. Это связано с ростом нелинейных потерь и расширением резонансной кривой, предотвращающим ее

перегиб. Именно такое поведение резонансных кривых для стержневых резонаторов из различных материалов наблюдалось экспериментально в работах [9, 19, 50] (см. рис. 5).

Определим добротность $Q_p(\varepsilon_m)$ резонатора как отношение частоты ω_p к ширине резонансной кривой по уровню $1/\sqrt{2}$: $Q_p(\varepsilon_m) \cong 0,4/\delta(\varepsilon_m)$. Интересно проследить за поведением добротности $Q_p(\varepsilon_m)$ при увеличении амплитуды ε_0 . В квазигармоническом режиме мощность волны пропорциональна ε_0^2 , а потери, определяемые площадью петли гистерезиса, пропорциональны ε_0^3 , поэтому $Q_p(\varepsilon_0) \propto \varepsilon_0^{-1}$. В сильнонелинейном режиме мощность волны на частоте ω_p пропорциональна ε_m^2 , а потери, связанные в основном с генерацией высших гармоник, также пропорциональны ε_m^2 , поэтому $Q_p(\varepsilon_0) \cong \text{const}$.

Нелинейный сдвиг резонансной частоты определяется выражением $\Delta\omega_{p,h}(\varepsilon_m) = -\omega_p \Delta_h(\varepsilon_m) \sim \varepsilon_m$, при этом зависимости $\Delta\omega_{p,h} = \Delta\omega_{p,h}(\varepsilon_0)$ для резонатора с неупругим и упругим гистерезисами оказываются различными, так как ε_m по-разному зависит от ε_0 . Из уравнения (31) следует, что в резонансе, когда $\Delta_p + \Delta_h(\varepsilon_m) = 0$, для резонатора с неупругим и упругим гистерезисом можно получить следующие зависимости $\varepsilon_m = \varepsilon_m(\varepsilon_0)$:

$$\varepsilon_m = \frac{3}{2\rho(\beta_1 + \beta_2)}, \quad \varepsilon_m = \frac{12}{\rho(\gamma_1 + \gamma_2 + \gamma_3 + \gamma_4)} \quad \text{— в квазисинусоидальном}$$

режиме и

$$\varepsilon_m = \left(\frac{\varepsilon_0}{\rho\zeta(\beta_1 + \beta_2)} \right)^{1/2}, \quad \varepsilon_m = \left(\frac{2\varepsilon_0^2}{\pi\rho\zeta(\gamma_1 + \gamma_2)} \right)^{1/3} \quad \text{— в сильнонелинейном.}$$

Независимость амплитуды ε_m от начальной амплитуды ε_0 в квазисинусоидальном режиме связана с пренебрежением линейным диссипативным слагаемым в уравнении состояния (2); при его учете мы, естественно, получим $\varepsilon_m \sim \varepsilon_0$ [3, 8, 9, 11–14], однако зависимости $\varepsilon_m = \varepsilon_m(\varepsilon_0)$ для сильнонелинейного режима не изменятся.

Определим, наконец, параметр r , равный отношению декремента δ затухания к относительному изменению скорости волны $\Delta C/C_0$ и являющийся важной характеристикой амплитудно-зависимого внутреннего трения [5, 6, 29–31]. Для резонатора с неупругим и упругим гистерезисом получим соответственно:

$$r_1 = \frac{4}{3} \frac{\beta_1 + \beta_2}{\alpha}, \quad r_2 = \frac{4}{3} \left(1 + \frac{8}{3\pi} \frac{\gamma_1 - \gamma_2 + \gamma_3 - \gamma_4}{\gamma_1 + \gamma_2 + \gamma_3 + \gamma_4} \right)^{-1} \quad \text{— в квазисинусоидальном}$$

режиме и

$$r_1 = \frac{2(\beta_1 + \beta_2)}{\alpha}, \quad r_2 = \frac{4\pi\epsilon_m}{\epsilon_0} = \left(\frac{32\pi}{p(\gamma_1 + \gamma_2)\epsilon_1} \right)^{1/2} \quad - \text{ в сильнонелинейном.}$$

Из этих выражений видно, что параметр r является постоянной величиной только в квазисинусоидальном режиме, а при переходе к сильнонелинейному он становится амплитудно-зависимым. Кроме того, в сильнонелинейном режиме для неупругого гистерезиса параметр r не зависит от моды возбуждения резонатора, а для упругого – $r \sim p^{1/2}$. Следует, по-видимому, ожидать, что аналогичные зависимости r от ϵ_1 и p будут наблюдаться и для стержневых резонаторов, в которых структура волны стоячая.

Заключение

В настоящей работе приведены описание и сравнение двух основных феноменологических моделей гистерезисных уравнений состояния для сред с несовершенной упругостью: первая модель (неупругий гистерезис) состоит из двух ветвей, а вторая (упругий гистерезис) – из четырех, при этом все ветви каждого гистерезиса аппроксимируются квадратичными функциями деформации. В рамках этих гистерезисных уравнений проведено исследование нелинейных эффектов, возникающих при распространении непрерывных и импульсных продольных акустических волн в безграничной среде и кольцевом резонаторе: определены профили волн и их спектры, а также резонансная кривая резонатора и его добротность. Решение нелинейных волновых уравнений проводилось методом "сшивания" простых волн, отвечающих каждой ветви гистерезиса в точках пересечения и наложения этих волн. Показано, что при распространении первоначально гармонической волны в среде с упругим гистерезисом вследствие нелинейных потерь и образования разрывов, обусловленных неаналитичностью уравнения состояния при нулевых напряжениях и деформациях, асимптотический профиль каждого полупериода волны становится пятиугольным, а в среде с неупругим гистерезисом, где такой неаналитичности нет, образуется волна треугольного профиля. Проведенные исследования показали, что распространение упругих волн в средах с различными гистерезисными уравнениями состояния сопровождается нелинейными эффектами, характер которых зависит от вида гистерезиса и может быть различным. Для одних эффектов (изменение скорости волны, генерация высших гармоник, детектирование высокочастотных импульсов) это отличие является количественным, а для других (форма волны, зависимость ее амплитуды от расстояния и от начальной амплитуды, отношение декремента затухания к относительному изменению скорости волны) – качественным. Последнее отличие наиболее ярко проявляется в резонаторах при их возбуждении в сильнонелинейном режиме, когда уровень высших гармоник в волне сравним с уровнем волны основной частоты. Поиск и выявление подобных отличий при проведении экспериментальных исследований нелинейных аку-

стических эффектов позволит сделать правильный выбор гистерезисного уравнения состояния среды с несовершенной упругостью. В свою очередь, выбранное таким образом гистерезисное уравнение состояния и определенные (из сравнения аналитических расчетов нелинейных волновых процессов с экспериментальными результатами) параметры гистерезиса могут являться качественной и количественной основой для диагностики типа и количества (т. е. объемной концентрации) дефектов, определяющих акустическую (в широком смысле) нелинейность микронеоднородной среды. Для решения таких диагностических задач необходимо выявление физических механизмов нелинейности различных сред, создание моделей различных нелинейных дефектов (дислокаций, трещин, контактов, зерен и т. д.) и уравнений состояния (причем не обязательно только гистерезисных), описывающих поведение этих дефектов в поле упругой волны. Такой "микроскопический" подход получения уравнения состояния требует знания дефектной структуры среды и, как правило, является более сложным по сравнению с феноменологическим подходом, в котором уравнение состояния, по существу, постулируется или реконструируется на основе экспериментально установленных амплитудных и частотных зависимостей различных нелинейных эффектов. Практика, однако, показывает, что оба эти подхода могут успешно (а часто и независимо) применяться и взаимно дополнять друг друга при исследовании нелинейных волновых процессов. В заключение отметим, что нелинейные акустические методы диагностики различных сред и материалов могут быть довольно разнообразными и основанными не только на описанных здесь, но и на других нелинейных эффектах; в зависимости от конкретных условий эти методы могут быть более простыми или более эффективными. Среди таких эффектов, по-видимому, могут быть модуляция звука звуком, затухание звука на звуке, генерация волн комбинационных частот (суммарной или разностной), самофокусировка, самопросветление и т. д. В средах с различными видами акустической нелинейности все эти эффекты будут проявляться по-разному, и эти отличия могут быть использованы для определения нелинейного уравнения состояния среды с целью ее диагностики.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (гранты № 01-05-64417, 00-05-64252, 00-15-96741, 02-02-08021 ИННО).

Литература

1. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Теория упругости. М.: Наука, 1987.
2. Зарембо Л. К., Красильников В. А. Введение в нелинейную акустику. М: Наука, 1966.
3. Назаров В. Е. Влияние структуры меди на ее акустическую нелинейность // ФММ. 1991. Т. 37, № 1. С. 150–156.
4. Зайцев В. Ю., Колпаков А. Б., Назаров В. Е. Детектирование акустических импульсов в речном песке. Эксперимент // Акуст. журн. 1999. Т. 45, № 2. С. 235–241.
5. Granato A., Lucke K Theory of mechanical damping due to dislocations // J. Appl Phys. 1956. V. 27, № 5. P. 583–593.

6. Ультразвуковые методы исследования дислокаций // Сб. статей под ред. Л. Г. Меркулова. М.: ИЛ, 1963.
7. *Pavlenko O. V.* Nonlinear seismic effects in soils: Numerical simulation and study // *Bull. of the Seismol. Soc. of Amer.* 2001. V. 91, № 2. P. 381–396.
8. *Nazarov V. E., Ostrovsky L. A., Soustova I. A., Sutin A. M.* Nonlinear acoustics of micro-inhomogeneous media // *Physics of the Earth and Planetary Interiors.* 1988. V. 50, № 1. P. 65–73
9. *Назаров В. Е., Островский Л. А., Соустова И. А., Сутин А. М.* Аномальная акустическая нелинейность в металлах // *Акуст. журн.* 1988. Т. 34, № 3. С. 491–499.
10. *Назаров В. Е., Сутин А. М.* Генерация гармоник при распространении упругих волн в твердых нелинейных средах // *Акуст. журн.* 1989. Т. 35, № 4. С. 711–716.
11. *Зименков С. В., Назаров В. Е.* Нелинейные акустические эффекты в образцах горных пород // *Физика Земли.* 1993, № 1. С. 13–18.
12. *Назаров В.Е.* Амплитудно-зависимое внутреннее трение свинца // *ФММ.* 1999. Т. 88, № 4. С. 82–90.
13. *Назаров В. Е.* Об амплитудной зависимости внутреннего трения цинка // *Акуст. журн.* 2000. Т. 46, № 2. С. 542–546.
14. *Nazarov V. E., Kolpakov A. B.* Experimental investigations of nonlinear acoustic phenomena in polycrystalline zinc // *J. Acoust. Soc. Amer.* 2000. V. 107, № 4. P. 1915–1921.
15. *McCall K. R., Guyer R. A.* Equation of state and wave propagation in hysteretic nonlinear elastic materials // *J. Geophys. Res.* 1994. V. 99. P. 23887–23897.
16. *McCall K. R., Guyer R. A.* A new theoretical paradigm to describe hysteretic, discrete memory and nonlinear elastic wave propagation in rock // *Nonlinear Processes in Geophysics.* 1996. V. 3. P. 89–101.
17. *TenCate J. A., Van Den Abeele K. E-A., Shanklad T. J., Johnson P. A.* Laboratory study of linear and nonlinear elastic pulse propagation in sandstone // *J. Acoust. Soc. Amer.* 1996. V. 100, № 3. P. 1383–1391.
18. *Van Den Abeele K. E-A., Johnson P. A., Guyer R. A., McCall K. R.* On the quasi-analytic treatment of hysteresis nonlinear response in elastic wave propagation // *J. Acoust. Soc. Amer* 1997. V. 101, № 4. P. 1885–1898.
19. *Guyer R. A., Johnson P. A.* Nonlinear mesoscopic elasticity: evidence for a new class materials // *Physics Today.* 1999, № 4. P. 30–36.
20. *Priesach F.* Uber die magnetische nachwirkung // *Z. Phys.* 1935. V. 94. P. 277–302.
21. *Mayergoys I. D.* Hysteresis models from the mathematical and control theory point of view // *J. Appl. Phys.* 1985. V. 57, № 1. P. 3803–3805.
22. *Gusev V., Glorieux C., Lauriks W., Thoen J.* Nonlinear bulk and surface shear acoustic waves in materials with hysteretic and endpoint memory // *Phys. Lett. A.* 1997. V. 232. P. 77–86.
23. *Gusev V., Lauriks W., Thoen J.* Dispersion of nonlinearity, nonlinear dispersion, and absorption of sound in micro-inhomogeneous materials // *J. Acoust. Soc. Amer.* 1998. V. 103, № 6 P. 3216–3226.
24. *Gusev V.* Parametric acoustic source in a media with hysteretic quadratic nonlinearity // *Acoust Lett.* 1998. V. 22, № 2. P. 30–34.
25. *Gusev V., Bailliet H., Lotton P., Bruneau M.* Interaction of the counter-propagating acoustic waves in the media with nonlinear dissipation and in the hysteretic media // *Wave Motion* 1999. V. 29. P. 211–221.
26. *Gusev V.* Propagation of acoustic pulses in material with hysteretic nonlinearity // *J. Acoust Soc. Amer.* 2000. V. 107, № 6. P. 3047–3058.
27. *Назаров В. Е., Радостин А. В., Соустова И. А.* Экспериментальное исследование взаимодействия упругих волн в акустическом резонаторе // *Труды 3-й научной конференции по радиофизике / Под ред. А. В. Якимова. Н Новгород: ННГУ, 1999. С. 246–247*

28. Назаров В. Е., Радостин А. В., Соустова И. А. Экспериментальное исследование влияния мощной звуковой волны на акустические характеристики резонатора из песчаника // Акуст. журн. 2002. Т. 48, № 1. С. 85–90.
29. Писаренко Г. С. Колебания механических систем с учетом несовершенной упругости материала. Киев. Наук. Думка, 1970.
30. Asano S. Theory of nonlinear damping due to dislocation hysteresis // J. Phys. Soc. Jap. 1970. V. 29, № 4. P. 952–963.
31. Лебедев А. Б. Амплитудно-зависимый дефект модуля упругости в основных моделях дислокационного гистерезиса // ФТТ. 1999. Т. 41, № 7. С. 1214–1221.
32. Давиденков Н. Н. О рассеянии энергии при вибрациях // ЖТФ. 1938. Т. 8, № 6. С. 483–499.
33. Koehler J. S. Imperfections in Nearly Perfect Crystal. New York. 1952.
34. Физическая акустика // Под ред. У. Мезона. Т. 4, Ч. А. Применения физической акустики в квантовой физике и физике твердого тела. М.: Мир, 1969.
35. Физическая акустика // Под ред. У. Мезона. Т. 3, Ч. А. Влияние дефектов на свойства твердых тел. М.: Мир, 1969.
36. Read T. A. The internal friction on single metal crystals // Phys. Rev. 1940. V. 58. P. 371–380.
37. Cook N. G. W., Hodson K. Some detailed stress-strain curves for rock // J. Geophys. Res. 1965. V. 70, № 12. P. 2883–2888.
38. Кустов С. Б., Голядин С. Н., Кардашев Б. К. Неупругая деформация и амплитудно-зависимое внутреннее трение в кристаллах LiF и NaCl при низких частотах нагружения // ФТТ. 1998. Т. 30, № 7. С. 2167–2176.
39. Кустов С. Б., Голядин С. Н., Никифоров А. В., Кардашев Б. К. Исследование частотной зависимости амплитудно-зависимого внутреннего трения в кристаллах LiF и NaCl // ФТТ. 1989. Т. 31, № 2. С. 260–263.
40. Голядин С. Н., Кустов С. Б. Модель амплитудно-зависимой неупругости и амплитудно-частотный спектр внутреннего трения щелочно-галогидных кристаллов // ФТТ. 1992. Т. 34, № 12. С. 3763–3778.
41. Голядин С. Н., Кустов С. Б. Термически активируемая и силовая микропластическая деформация и амплитудно-частотные спектры внутреннего трения в кристаллах // ФТТ. 1995. Т. 37, № 11. С. 3248–3261.
42. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Гидродинамика. М.: Наука, 1986.
43. Наугольных К. А., Островский Л. А. Нелинейные волновые процессы в акустике. М.: Наука, 1990.
44. Руденко О. В., Солуян С. И. Теоретические основы нелинейной акустики. М.: Наука, 1975.
45. Назаров В. Е. Распространение однополярного импульса в среде с гистерезисной нелинейностью // Акуст. журн. 1997. Т. 43, № 2. С. 81–85.
46. Физическая акустика // Под ред. У. Мезона. Т. 3, Ч. Б. Динамика решетки. М.: Мир, 1968.
47. Nazarov V. E., Ostrovsky L. A., Soustova I. A., Radostin A. V. Finite – amplitude acoustic waves in materials with hysteresis in stress-strain relation // Nonlinear Acoustics at the turn of the Millennium, ISNA 15, Gottingen 1999. / Ed. by W. Lauterborn and T. Kurtz (Amer. Inst. of Physics, Melville, N.Y.). 2000. P. 299–302.
48. Боголюбов Н. Н., Митропольский Ю. А. Асимптотические методы в теории нелинейных колебаний. М.: Наука, 1974.
49. Рабинович М. И., Трубецков Д. И. Введение в теорию колебаний и волн. М.: Наука, 1984.
50. TenCate J. A., Shanklad T. J. Slow dynamics in the nonlinear elastic response of Berea sandstone // Geophys. Res. Lett. 1996. V. 23, № 21. P. 3019–3022.

НЕЛИНЕЙНЫЕ ВОЛНОВЫЕ ПРОЦЕССЫ В МИКРОНЕОДНОРОДНЫХ УПРУГИХ СРЕДАХ С РЕЛАКСАЦИЕЙ

В. Ю. Зайцев, В. Е. Назаров, И. Ю. Беляева

Институт прикладной физики РАН, Н. Новгород

1. Введение

Широкий класс так называемых микронеоднородных сред [1–3] (в англоязычной литературе называемых также мезоскопическими [4]) интенсивно изучается в последние годы в акустике и сейсмике – это многие природные и искусственные упругие среды и материалы, содержащие такие дефекты, как, например, трещины, межзеренные контакты, скопления дислокаций и подобные дефекты с характерным размером, большим атомарного, но меньшим длины волны упругих возмущений. Известно, что среды с такой микроструктурой (в частности, практически все горные породы) характеризуются акустическими свойствами, существенно отличающимися их от монокристаллов и однородных аморфных тел [1–6]. Например, давно установлено, что для многих горных пород в широком частотном диапазоне характерны почти постоянная добротность и соответствующая ей логарифмическая дисперсия скорости упругих волн [5, 6]. В последние годы были получены многочисленные экспериментальные данные, свидетельствующие о том, что для того же класса микронеоднородных сред характерен аномально высокий уровень нелинейности в отличие от сред с однородной структурой и слабой решеточной (атомарной) нелинейностью [2–4, 7–9]. Эти различия носят не только количественный, но и качественный характер, в частности, имеются экспериментальные данные по сильной частотной зависимости нелинейных свойств микронеоднородных сред [10–12]. Для того чтобы адекватно описывать эти свойства, уравнение состояния таких сред, зачастую являющееся неаналитическим [13], должно соответствовать типу и количеству дефектов в материале.

До последнего времени отмеченные выше линейные и нелинейные проявления микроструктуры среды рассматривались независимо в большинстве публикаций, относящихся к этим вопросам. В теории соответствующие модели развивались в основном на феноменологическом уровне [14–21], что не позволяло связать особенности структуры материала с его макроскопическими линейными и нелинейными акустическими свойствами. В серии недавних публикаций [22–26] авторы данной работы рассматривали отмеченную совокупность линейных и нелинейных свойств микронеоднородных сред на основе реологической модели среды в виде цепочки упругих элементов, содержащей относительно небольшое количество высокосжимаемых вязко- и нелинейно-упругих включений (дефектов). Благо-

даря высокой сжимаемости дефектов их деформация и ее скорость сильно повышены по сравнению с деформацией и ее скоростью окружающего более жесткого однородного материала. В результате как диссипация упругой энергии, так и отклонения от линейного закона Гука оказываются локализованными на этих мягких дефектах. Такая выраженная локализация позволяет рассматривать основную однородную часть материала как идеально упругую и линейную, в то время как релаксация и нелинейность проявляются только на этих мягких включениях. Этот подход был использован в работах [27, 28] для получения динамического нелинейного уравнения состояния, которое учитывает как структурно обусловленные линейные диссипацию и дисперсию, так и частотную зависимость нелинейности материала. Как было показано в [27, 28], последнее свойство является существенной особенностью нелинейности микронеоднородных сред и тесно связано с частотной зависимостью линейной диссипации и соответствующей дисперсией скорости упругих волн.

В данной работе на основе полученного в [27, 28] нелинейного динамического уравнения состояния выводится волновое уравнение, которое используется для анализа ряда нелинейных эффектов. Рассмотрены отличительные особенности полученного волнового уравнения по сравнению с традиционно используемыми в нелинейной акустике модельными волновыми уравнениями. В работе продемонстрировано, что частотная зависимость нелинейности, характерная для микронеоднородных сред, существенно влияет на характер нелинейного взаимодействия и преобразования волн в таких материалах. Показано, в частности, что частотные зависимости и сам смысл эффективных нелинейных параметров определяются конкретным нелинейным процессом (например, существенно, идет ли данный процесс с преобразованием частоты вверх либо вниз). В настоящей работе получено волновое уравнение для достаточно общего вида нелинейности дефектов, а затем на примере квадратичной упругой нелинейности подробно рассматриваются проявления дисперсии эффективных нелинейных параметров для ряда основных нелинейных эффектов.

2. Нелинейное волновое уравнение

Реологическая модель, отражающая отмеченные во Введении свойства микронеоднородных сред, показана на рис. 1 и состоит из неоднородной цепочки последовательно соединенных масс m , линейных упругих и нелинейных вязко-упругих звеньев. В этой модели однородные участки цепочки, состоящие из жестких упругих звеньев (с коэффициентами упругости κ), соответствуют областям бездефектной идеально-упругой среды, а части цепочки, состоящие

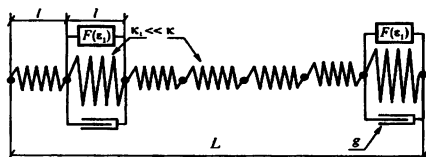


Рис. 1. Реологическая модель микронеоднородной среды

из нелинейных вязко-упругих звеньев (с коэффициентами упругости $\kappa_i \ll \kappa$), соответствуют мягким дефектам. Уравнения состояния идеально-упругих звеньев и вязко-упругих нелинейных дефектов соответственно, имеют вид

$$\sigma = E\varepsilon_0, \quad (1)$$

$$\sigma = \zeta \cdot E[\varepsilon_1 - F(\varepsilon_1)] + g\dot{\varepsilon}_1, \quad (2)$$

где $E = \kappa l$ – упругий модуль; ε_0 и ε_1 – деформации упругих элементов и мягких включений соответственно; g – коэффициент эффективной вязкости; $\dot{\varepsilon}_1 \equiv d\varepsilon_1 / dt$ – скорость деформации дефектов; ζ – безразмерный коэффициент, характеризующий относительную упругость дефектов ($\zeta_1 = E_1 / E \ll \ll 1$); $F(\varepsilon_1)$ – малая упругая нелинейная поправка ($|F(\varepsilon_1)| \ll |\varepsilon_1|$). Отметим, что функция $F(\varepsilon_1)$ может иметь неаналитическое представление [13]. Считая, что линейная (на единицу длины цепочки) концентрация дефектов равна ν , для деформации среды ε можно записать следующее выражение:

$$\varepsilon = (1 - \nu)\varepsilon_0 + \nu\varepsilon_1. \quad (3)$$

Используя метод последовательных приближений, из уравнений (1) – (3) можно получить уравнение состояния среды [27, 28]:

$$\begin{aligned} \varepsilon(\sigma) = & \frac{1}{E} \left[(1 - \nu)\sigma + \nu\Omega \int_{-\infty}^t \sigma(t_1) e^{-\Omega(t-t_1)} dt_1 \right] + \\ & + \nu\Omega\zeta \int_{-\infty}^t e^{-\Omega(t-t_1)} \cdot F\left(\frac{\Omega}{E} \int_{-\infty}^{t_1} \sigma(t_2) e^{-\Omega(t_1-t_2)} dt_2\right) dt_1, \end{aligned} \quad (4)$$

где введено обозначение $\Omega = E/g$, так что и величина $\Omega\zeta$ соответствует релаксационной частоте дефекта.

Это уравнение справедливо во всем диапазоне концентрации дефектов ($0 \leq \nu \leq 1$), при этом концентрациям $\nu = 0$ и $\nu = 1$ (при $\zeta_i = \text{const}$) соответствуют модели однородных сред: при $\nu = 0$ имеем идеально-упругую линейную среду, а при $\nu = 1$ и $\zeta_i = \text{const}$ – нелинейную упругую среду с диссипацией, соответствующей диссипации в жидкостях, газах и однородных твердых телах.

При малой концентрации дефектов $\nu \ll 1$ уравнение (4) может быть приведено к “каноническому” виду $\sigma = \sigma(\varepsilon)$:

$$\begin{aligned} \sigma(\varepsilon) = & E \left[\varepsilon - \nu\Omega \int_{-\infty}^t \varepsilon(t) e^{-\zeta_i\Omega(t-t_1)} dt_1 + \right. \\ & \left. + \nu\Omega\zeta \int_{-\infty}^t e^{-\zeta_i\Omega(t-t_1)} F\left(\Omega \int_{-\infty}^{t_1} \varepsilon(t_2) e^{-\zeta_i\Omega(t_1-t_2)} dt_2\right) dt_1 \right]. \end{aligned} \quad (5)$$

Подчеркнем, что выражения (4), (5) записаны для случая одинаковых дефектов. В реальных микронеоднородных средах дефекты не идентичны и характеризуются некоторой функцией распределения по своим параметрам $v(\zeta, \Omega)$, поэтому учет их влияния должен быть проведен с помощью суммирования вклада дефектов по такой функции распределения. Введем для удобства дальнейших преобразований релаксационный оператор $R[.]$ и интегральные операторы $I[.]$ и $J[.]$, соответствующие учету общего вклада различных дефектов:

$$R[...]=\Omega \int_{-\infty}^{+\infty} [...] H(t-t_1) e^{-\zeta \Omega(t-t_1)} dt_1, \quad (6)$$

$$I[...]=\iint [...] v(\Omega, \zeta) d\Omega d\zeta, \quad (7)$$

$$J[...]=\iint [...] v(\Omega, \zeta) \zeta d\Omega d\zeta, \quad (8)$$

где $H(t)$ – функция Хевисайда. Ниже мы ограничимся, в основном, рассмотрением случая распределения дефектов только по упругости, что соответствует учету зависимости $v = v(\zeta)$. Во введенных обозначениях (6) – (8) уравнение состояния (5) может быть записано в следующей компактной форме:

$$\sigma(\varepsilon) = E \left\{ \varepsilon - I[R(\varepsilon)] - J[R(F[R(\varepsilon)])] \right\}. \quad (9)$$

Подставляя (9) в уравнение движения ($\rho U_{tt} = \sigma_x$, $\varepsilon = U_x$, где ρ – плотность среды), получим волновое уравнение для смещения $U(x, t)$:

$$U_{tt} - C^2 U_{xx} = -C^2 \left\{ I[R(U_{xx})] + J[R(F_x[R(U_{xx})])] \right\}, \quad (10)$$

где $C = (E/\rho)^{1/2}$ имеет смысл скорости волны в бездефектной цепочке, что соответствует высокочастотному пределу скорости в среде с дефектами. Заметим, что при получении уравнения (10) "геометрической" нелинейностью пренебрегалось по сравнению с материальной нелинейностью в уравнении состояния (9), обусловленной присутствием дефектов. В этом приближении $\rho = \text{const}$, $\varepsilon = U_x$.

Далее, при переходе к медленным переменным $\tau = t - x/C$, $x' = x$ и использовании метода медленно меняющихся амплитуд, уравнение (10) может быть преобразовано в следующее уравнение для медленно меняющейся скорости $V = U_\tau$:

$$V_x + (2C)^{-1} I[R(V_\tau)] - (2C)^{-1} J \left\{ R[F_\tau(-R(V)/C)] \right\} = 0. \quad (11)$$

Уравнения (10), (11), полученные для микронеоднородной среды с релаксацией, учитывают как линейные затухания и дисперсию, так и структурно обусловленную нелинейность и ее частотную зависимость из-за релаксаци-

онных свойств дефектов. Заметим, что хотя параметры дефектов были введены в их уравнение состояния (2) феноменологически, дальнейшее получение волновых уравнений (10), (11) не требовало каких-либо других дополнительных допущений. Из этих уравнений следует, что в нелинейном отклике среды релаксация дефектов проявляет себя двояким образом. Во-первых, релаксация влияет на линейный отклик среды, являющийся аргументом нелинейной функции $F(\cdot)$ – это утверждение не зависит от типа нелинейного процесса и конкретного вида функции $F(\cdot)$. Во-вторых, релаксация влияет на “выход” функции нелинейности, см. релаксационный оператор снаружи функции $F(\cdot)$ в (10) и (11). Результат влияния релаксации на этом этапе существенно определяется типом конкретного нелинейного процесса. Как будет продемонстрировано ниже, имеется, например, значительная разница между процессами, идущими с повышением или понижением частоты, так что результирующие частотные зависимости оказываются существенно различными, и отклик материала в этих случаях не может быть охарактеризован одним и тем же нелинейным параметром в отличие от однородных сред без релаксации. Таким образом, полученное эволюционное уравнение (11) последовательно учитывает проявление релаксационных свойств дефектов как в линейных, так и нелинейных свойствах и является для микронеоднородных материалов аналогом и обобщением уравнения Кортевега – де Вриза – Бюргерса, используемого в нелинейной акустике однородных сред [29].

В частном случае квадратичной нелинейности дефектов ($F(\varepsilon) = \gamma\varepsilon^2$) уравнение (11) принимает вид

$$V_x + (1/2C)I[R(V_x)] + (\gamma/C^2)J\{R[R(V)]R(V_x)\} = 0. \quad (12)$$

В случае, когда релаксация в нелинейном члене не учитывается и дефекты считаются одинаковыми, уравнение (12) переходит в известное уравнение с линейной релаксацией и постоянным (частотно-независимым) параметром квадратичной нелинейности [29]. Полученные уравнения (10) – (12) позволяют, в частности, описать процесс распространения волны в микронеоднородной среде с почти постоянной добротностью (за счет широкого релаксационного спектра) и соответствующей ей логарифмической дисперсией, что в деталях обсуждалось в работе [26] в линейном приближении. Примеры проявления нелинейно-дисперсионных свойств таких сред – процессы генерации второй гармоники и разностной частоты, а также самодетектирования высокочастотных импульсов – будут рассмотрены в следующих разделах.

3. Генерация второй гармоники

Рассмотрим на основе полученного эволюционного уравнения (12) процесс нелинейного распространения упругой гармонической волны в рамках метода возмущений:

$$V(x, \tau) = V_1(x, \tau) + V_2(x, \tau). \quad (13)$$

Здесь $V_1(x, \tau)$ соответствует первичной волне, $V_2(x, \tau)$ описывает нелинейно порожденные компоненты, $|V_2(x, \tau)| \ll |V_1(x, \tau)|$. В первом приближении уравнения (12) и (13) приводят к следующему виду для первичной волны:

$$V_{1x} + (1/2C)I[R(V_{1\tau})] = 0. \quad (14)$$

Представив решение уравнения (14) в форме $V_1(x, \tau) = 0,5A_1(x)e^{i\omega\tau} + \text{с.с.}$, получим для амплитуды A_1 основной гармоники следующее уравнение:

$$A_{1x} + iK_1A_1 = 0, \quad (15)$$

где дисперсионная поправка K_1 соответствует разности между значением волнового числа $k = k(\omega)$ на частоте волны ω и величины ω/C , соответствующей высокочастотному пределу C фазовой скорости волны в релаксирующей среде:

$$K_1 = k(\omega) - \frac{\omega}{C} = \frac{1}{2C}I\left(\frac{\omega\Omega}{i\omega + \zeta\Omega}\right). \quad (16)$$

В полной форме через интеграл по распределению $v = v(\zeta)$ по параметру мягкости дефектов уравнение (16) имеет вид

$$K_1 = \frac{\omega}{2C} \int_0^1 \left[\frac{\zeta}{\zeta^2 + (\omega/\Omega)^2} - i \frac{\omega/\Omega}{\zeta^2 + (\omega/\Omega)^2} \right] v(\zeta) d\zeta. \quad (17)$$

Отметим, что в случае широкого и плавного распределения дефектов по упругости $v = v(\zeta)$ из уравнения (17) следует, что микронеоднородная среда в широком частотном диапазоне характеризуется почти постоянной добротностью и соответствующей таким потерям слабой дисперсией логарифмического типа [25, 26].

Для граничного условия $V(x=0, t) = (A_0/2)\exp(i\omega t) + \text{с.с.}$ уравнение первого приближения (15) имеет решение $A_1(x) = A_0 \exp[-iK_1x]$. Во втором приближении из (12) следует неоднородное волновое уравнение для нелинейной поправки $V_2(x, t)$:

$$V_{2xx} + (1/2C)I[R[V_{2\tau}]] = -(\gamma/C^2)J\{R[V_1]R[V_{1\tau}]\}. \quad (18)$$

Решение уравнения (18) для второй гармоники можно искать в виде $V_2(x, \tau) = 0,5A_2(x)e^{2i\omega\tau} + \text{с.с.}$ и получить следующее уравнение для комплексной амплитуды второй гармоники $A_2(x)$:

$$A_{2x} + \frac{i}{2C}I\left(\frac{2\omega\Omega}{\zeta\Omega + 2i\omega}\right)A_2 = -\frac{\gamma}{2C^2}J\left(\frac{i\omega\Omega^3}{(\zeta\Omega + 2i\omega)(\zeta\Omega + i\omega)^2}A_0^2\right)e^{-2K_1x}. \quad (19)$$

Из уравнения (19) получаем

$$A_2(x) = -\frac{\gamma A_0^2}{2C^2} J \left[\frac{i\omega\Omega^3}{(\zeta\Omega + 2i\omega)(\zeta\Omega + i\omega)^2} \right] \left\{ \frac{1 - e^{i(K_2 - 2K_1)x}}{K_2 - 2K_1} \right\} e^{-iK_2x}, \quad (20)$$

где $K_2 = k(2\omega) - 2\omega/C$ – дисперсионная поправка к волновому числу второй гармоники $K_2 = \text{Im}[i2\omega\Omega/(\zeta\Omega + 2i\omega)]/(2C)$, или в полной форме:

$$K_2 = \frac{\omega}{C} \int_0^1 \left[\frac{\zeta}{\zeta^2 + (2\omega/\Omega)^2} - i \frac{2\omega/\Omega}{\zeta^2 + (2\omega/\Omega)^2} \right] v(\zeta) d\zeta. \quad (21)$$

Используя (16) и (21), можно получить условие

$$\text{Re}(K_2 - 2K_1)/2\text{Im}(K_1) \ll \pi, \quad (22)$$

где $1/2\text{Im}(K_1)$ имеет смысл эффективной длины взаимодействия, а $\text{Re}(K_2 - 2K_1)$ – дисперсионная расстройка между волновыми числами взаимодействующих основной и второй гармоник. Условие (22) означает, что в пределах эффективной длины взаимодействия $L \approx 1/2\text{Im}(K_1)$ накопившаяся фазовая расстройка между взаимодействующими гармониками не превышает π и, следовательно, не влияет существенно на результирующую амплитуду второй гармоники, так что уравнение (20) может быть упрощено:

$$A_2(x) \approx \frac{\gamma A_0^2}{2C^2} i\omega J \left[\frac{\Omega^3}{(\zeta\Omega + 2i\omega)(\zeta\Omega + i\omega)^2} \right] x e^{-iK_2x}. \quad (23)$$

Отметим, что в уравнении (23) частотная зависимость упругой нелинейности из-за влияния релаксации отражается на аргументе оператора $J[..]$, в то время как внешний пространственный фактор $x \exp(-iK_2x)$ имеет такую же форму, как и в "обычной" среде без дисперсии ее нелинейных характеристик. Структура знаменателя в аргументе $J[..]$ в (20), (23) демонстрирует отмеченный выше двойной характер влияния релаксации дефектов как через первичную волну на частоте ω , так и через нелинейно-порожденную вторую гармонику 2ω . Обсудим подробнее частотную зависимость эффективного параметра нелинейности. Начнем со случая одинаковых дефектов с параметром сжимаемости ζ и концентрацией v . Рассмотрим случай малой дистанции ($\exp[-\text{Im} K_1 x] \approx 1$), когда для амплитуды и фазы второй гармоники A_2 из уравнения (23) получаются следующие выражения:

$$|A_2(x)| \approx \frac{\gamma \gamma A_0^2}{C^2} \cdot \frac{\omega x \exp(-\text{Im} K_2 x)}{2\zeta^2 [1 + (\omega/\zeta\Omega)^2] [1 + (2\omega/\zeta\Omega)^2]^{1/2}}, \quad (24)$$

$$\varphi_2 = \arctg \left(\frac{\text{Re} A_2}{\text{Im} A_2} \right) = \arctg \left(\frac{2(\omega/\zeta\Omega)[(\omega/\zeta\Omega)^2 - 2]}{5(\omega/\zeta\Omega)^2 - 1} \right). \quad (25)$$

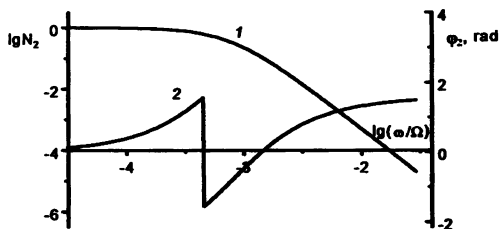
В уравнении (24) для амплитуды второй гармоники можно выделить частотно-зависимый амплитудный множитель

$$N_2 = \{[1 + (\omega / \zeta\Omega)^2][1 + (2\omega / \zeta\Omega)^2]^{1/2}\}^{-1}, \quad (26)$$

который сводится к единице при $(\omega / \zeta\Omega) \ll 1$, когда релаксация не влияет на нелинейный член в правой части (18).

Фактор $N_2 \leq 1$ характеризует отношение величины нелинейного параметра в среде с релаксацией к величине этого параметра $\nu\gamma / \zeta^2$ в отсутствие релаксации. Отметим, что в силу высокой сжимаемости дефектов ($\zeta \ll 1$) величина параметра нелинейности $\nu\gamma / \zeta^2$ в микронеоднородном материале может быть много больше собственного параметра нелинейности γ в уравнении состояния отдельного дефекта [22–24]. В структуре релаксированного, частотно-зависимого параметра нелинейности N_2 наличие множителя $[1 + (2\omega / \zeta\Omega)^2]^{-1/2}$ соответствует релаксационному отклику среды на второй гармонике, генерируемой нелинейными источниками, в то время как множитель $[1 + (\omega / \zeta\Omega)^2]^{-1}$ связан с самим нелинейным источником (в рассматриваемом случае – квадратом релаксированной деформации среды на частоте основной гармоники). Частотные зависимости N_2 и φ_2 показаны на рис. 2.

Рис. 2. Частотные зависимости нормированного параметра нелинейности N_2 (кривая 1, ось Y – слева) и фазы φ_2 (кривая 2, ось Y – справа) при генерации второй гармоники в среде с одинаковыми дефектами.



Из графика видно быстрое уменьшение величины нормированного нелинейного параметра $N_2 \sim \omega^{-3}$ (когда частота ω превышает частоту релаксации дефектов $\zeta\Omega$), а также быстрое изменение фазы на π при $\omega = \zeta\Omega / \sqrt{5}$. Такое быстрое изменение фазы второй гармоники приводит к возможности немонотонной частотной зависимости нелинейного параметра микронеоднородной среды. Действительно, при наличии в среде дефектов с существенно разными релаксационными частотами вклады от этих дефектов в результирующее поле на второй гармонике могут складываться либо синфазно, либо почти противофазно, в зависимости от частоты возбуждения. В результате частотный ход величины нелинейного параметра N_2 может быть немонотонным. Пример такой зависимости приведен на рис. 3 для

случая двух типов дефектов с равными концентрациями и отношением параметров сжимаемости $\zeta_2/\zeta_1 = 20$.

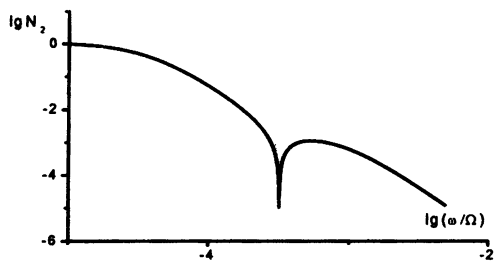


Рис. 3. Немонотонная частотная зависимость нормированного параметра нелинейности N_2 при генерации второй гармоники в среде с двумя типами дефектов ($\zeta_1 = 10^{-1}$, $\zeta_1/\zeta_2 = 20$).

Для реальных сред (например, земных пород) скорее типично широкое распределение параметров дефектов, чем наличие двух или нескольких дискретных фракций. Если аппроксимировать такое широкое распределение, например, широкой П-образной функцией

$$v(\zeta) = v_0 \text{ при } \zeta \in [a, b] \text{ и } v(\zeta) = 0 \text{ при } \zeta \notin [a, b], \quad a \ll b, \quad (27)$$

то уравнение (23) для комплексной амплитуды A_2 второй гармоники принимает вид

$$A_2(x) \approx \frac{\gamma \omega A_0^2}{2C^2} \left[\left\{ \frac{2\Omega}{\omega} [\text{arctg}(\zeta\Omega/2\omega) - \text{actg}(\zeta\Omega/\omega)] + \frac{1}{\zeta[1+(\omega/\zeta\Omega)^2]} \right\} \right]_{\zeta=a}^{\zeta=b} + i \left\{ \frac{\Omega}{\omega} \ln \left[\frac{1+(\omega/\zeta\Omega)^2}{1+(2\omega/\zeta\Omega)^2} \right] + \frac{\omega/\zeta\Omega}{\zeta[1+(\omega/\zeta\Omega)^2]} \right\} \Big|_{\zeta=a}^{\zeta=b} x e^{-iK_2 x}. \quad (28)$$

В этом выражении частотная зависимость параметра нелинейности описывается множителем в больших квадратных скобках. Соответствующие частотные зависимости нормированного нелинейного параметра N_2 и фазы для второй гармоники $\varphi_2 = \text{arctg}(\text{Re } A_2 / \text{Im } A_2)$ показаны на рис. 4.

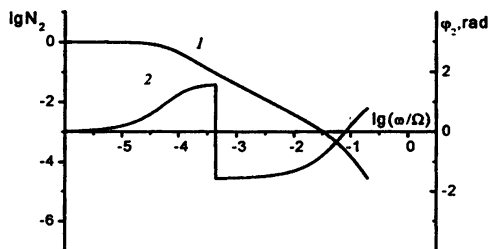


Рис. 4. Частотные зависимости нормированного параметра нелинейности N_2 (кривая 1, ось Y – слева) и фазы φ_2 (кривая 2, ось Y – справа) при генерации второй гармоники в среде с дефектами, характеризующимися широким распределением по упругости ζ (границы распределения $a = 10^{-4}$, $b = 10^{-1}$).

Из графиков видно, что на низких частотах, когда $\omega < a\Omega$, параметр $N_2 = 1$; далее в диапазоне $a\Omega < \omega < b\Omega$ нелинейный параметр спадает как $N_2 \sim \omega^{-1}$, а при еще более высоких частотах $\omega > b\Omega$ уменьшение идет быстрее, $N_2 \sim \omega^{-3}$, как и в случае одинаковых дефектов при $\omega > \zeta\Omega$.

4. Генерация гармоники на разностной частоте в микронеоднородной среде

Рассмотрим теперь генерацию гармоники на разностной частоте при бигармоническом возбуждении среды на частотах ω_1 и ω_2 с амплитудами A_1 и A_2 . Решение уравнения (18) запишем в форме $V_d(x, \tau) = 0,5A_d(x)\exp(i\omega\tau) + \text{с.с.}$, где $\omega_d = \omega_1 - \omega_2$. В случае среды с одинаковыми дефектами решение для комплексной амплитуды A_d при нулевом граничном условии $A_d(x=0) = 0$ имеет вид

$$A_d(x) = -\frac{\gamma A_1 A_2 \omega_d}{2C^2} J \left[\frac{i\Omega^3}{(\zeta\Omega + i\omega_d)(\zeta\Omega + i\omega_1)(\zeta\Omega - i\omega_2)} \right] \times \left\{ \left[1 - e^{i(K_d + K_2 - K_1)x} \right] / (K_d + K_2 - K_1) \right\} e^{-iK_d x}, \quad (29)$$

где дисперсионные поправки для волновых чисел K_1 и K_2 на частотах первичных волн и K_d на разностной частоте даются выражениями, аналогичными (16), (17), в которых частота ω должна быть заменена на $\omega_{1,2}$ и ω_d соответственно. В отличие от генерации второй гармоники расстояние на оси частот между первичными волнами и разностной компонентой не фиксировано. В результате и при достаточно большом разнесении частот ($\omega_d \ll \zeta\Omega$, $\omega_{1,2} \gg \zeta\Omega$) фазовая расстройка $\text{Re}(K_d + K_2 - K_1)x$ в пределах области взаимодействия $1/\text{Im}(2K_{1,2})$ может значительно превосходить π , так что ею пренебрегать нельзя. Однако на небольших расстояниях (когда $|K_1 - K_2 - K_d| x \ll 1$) множитель в фигурных скобках в (29) может быть упрощен, так что амплитуду и фазу гармоники на разностной частоте можно выразить как

$$|A_d(x)| \approx \frac{v_0 \gamma \omega_d A_1 A_2 x}{2C^2 \zeta^2 \left[\left(1 + (\omega_1 / \zeta\Omega)^2\right) \left(1 + (\omega_2 / \zeta\Omega)^2\right) \left(1 + (\omega_d / \zeta\Omega)^2\right) \right]^{1/2}}, \quad (30)$$

$$\varphi_d = \arctg(\text{Re } A_d / \text{Im } A_d) = \arctg \left(\frac{(\omega_d / \zeta\Omega) [2 + \omega_1 \omega_2 / (\zeta\Omega)^2]}{1 + (\omega_1 \omega_2 - \omega_d^2) / (\zeta\Omega)^2} \right). \quad (31)$$

Аналогично уравнению (24) для амплитуды второй гармоники частотная зависимость знаменателя в уравнении (30) определяется оператором $\mathcal{L}[\dots]$ в (29) и характеризует частотное поведение эффективного параметра нелинейности в процессе генерации гармоники разностной частоты. Отметим, что в нерелаксированном пределе ($\Omega \rightarrow \infty$) нелинейный параметр для разностной гармоники в уравнении (30) совпадает с низкочастотным значением $v\gamma/\zeta^2$ нелинейного параметра для второй гармоники (см. обсуждение уравнения (24)). Однако в отличие от совпадения низкочастотных значений, частотные зависимости нелинейных параметров для разностной и второй гармоник оказываются существенно различными. По аналогии с уравнением (26) удобно ввести нормированный параметр нелинейности для разностной гармоники:

$$N_d = \left[\left(1 + (\omega_1/\zeta\Omega)^2\right) \left(1 + (\omega_2/\zeta\Omega)^2\right) \left(1 + (\omega_d/\zeta\Omega)^2\right) \right]^{-1/2}. \quad (32)$$

В низкочастотном пределе $\omega_1, \omega_2, \omega_d \ll \zeta\Omega$ параметр $N_d \rightarrow 1$, что соответствует среде без релаксации. В высокочастотном пределе ($\omega_1, \omega_2, \omega_d \gg \zeta\Omega$) нормированный параметр N_d спадает по закону $N_d \propto (\omega_1\omega_2\omega_d)^{-1}$. В случае близких первичных частот $\omega_1 \approx \omega_2 = \omega$ и низкой разностной $\omega_d \ll \zeta\Omega$ частотный ход параметра $N_d(\omega)$ показан на рис. 5 (кривая 1). Относительно фазы φ_d отметим, что в отличие от второй гармоники (см. уравнение (25)) она не имеет резких скачков. Из уравнения (31) следует, что влияние релаксации приводит лишь к плавному изменению фазы φ_d от нулевых значений в квазистатическом пределе ($\omega_1, \omega_2, \omega_d \ll \zeta\Omega$) до $\pi/2$ в высокочастотном пределе ($\omega_1, \omega_2, \omega_d \gg \zeta\Omega$). Действительно, фаза разностной гармоники определяется разностью фаз первичных волн, в то время как при генерации второй гармоники начальная фаза первичной волны удваивалась. Таким образом, в отличие от второй, для разностной гармоники деструктивная интерференция вкладов различных дефектов невозможна, и соответственно немонотонное поведение нелинейного параметра (подобное показанному на рис. 3 для второй гармоники) тоже невозможно.

В случае широкого распределения дефектов (27) по параметру сжимаемости ζ , т. е. в среде с широким спектром релаксаций, комплексная амплитуда A_d может быть записана в следующем виде (здесь мы вновь полагаем, что $\omega_1 \approx \omega_2 = \omega$ и $\omega_d \ll \omega$):

$$\operatorname{Re} A_d(x) \approx -\frac{v_0 \gamma A_1 A_2 \omega_d}{2C} \left(\frac{\Omega}{\omega}\right)^2 x \left[\frac{\omega_d}{\Omega} \operatorname{arctg} \left(\frac{\zeta\Omega}{\omega_d}\right) - \frac{\omega}{\Omega} \operatorname{arctg} \left(\frac{\zeta\Omega}{\omega}\right) \right] \Bigg|_{\zeta=a}^{\zeta=b},$$

$$\operatorname{Im} A_d(x) \approx -\frac{v_0 \gamma A_1 A_2 \omega_d^2 \Omega}{2C \omega^2} x \ln \left[\frac{1 + (\omega / \zeta \Omega)^2}{1 + (\omega_d / \zeta \Omega)^2} \right] \Bigg|_{\zeta=a}^{\zeta=b}. \quad (33)$$

В этих выражениях также прослеживается влияние релаксации на нелинейное преобразование как через релаксированное поле первичных волн на высоких частотах ($\omega_1 \approx \omega_2 = \omega$), так и через релаксированный отклик нелинейного источника на разностной частоте ω_d . Для низкой разностной частоты $\omega_d \ll a\Omega$ зависимость параметра $N_d(\omega)$ показана на рис. 5 (кривая 2). Частотный ход зависимости определяется шириной спектра релаксаций $[a\Omega, b\Omega]$: в низкочастотном пределе $\omega < a\Omega$ параметр $N_d = \text{const}$, далее в промежуточном случае при $a\Omega < \omega < b\Omega$ нелинейный параметр спадает приблизительно как $N_d \sim \omega^{-1}$, и при $\omega > b\Omega$ скорость спадания увеличивается и становится $N_d \sim \omega^{-2}$, как в среде с одинаковыми дефектами при $\omega > \zeta\Omega$.

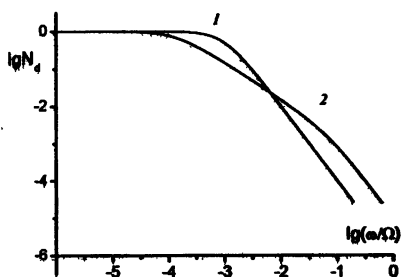


Рис. 5. Частотное поведение нормированного параметра нелинейности N_d при генерации разностной частоты в зависимости от высокой частоты $\omega \approx \omega_{1,2}$ при разностной $\omega_d = 10^{-5}\Omega$:

1 - среда с одинаковыми дефектами ($\zeta = 10^{-3}$);
2 - среда с дефектами, характеризующимися широким распределением по упругости ζ (границы распределения $a = 10^{-4}$, $b = 10^{-1}$).

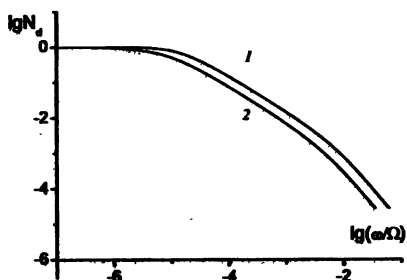


Рис. 6. Частотное поведение нормированного параметра нелинейности N_d при генерации разностной частоты в зависимости от высокой частоты ω в среде с дефектами, характеризующимися распределением по параметрам упругости ζ (границы распределения $a = 10^{-4}$, $b = 10^{-1}$) и вязкости: 1 - $\Omega_2 / \Omega_1 = 10$,
2 - $\Omega_2 / \Omega_1 = 10^4$; $\Omega = (\Omega_1 \Omega_2)^{1/2}$.

Заметим, что рассмотренные примеры относились к случаю распределения дефектов только по их параметру сжимаемости, $v = v(\zeta)$, в то время как более реалистичным является распределение как по упругим, так и по вязкостным свойствам дефектов, т. е. $v = v(\zeta, \Omega)$. На рис. 6 показан пример частотной зависимости нормированного параметра нелинейности N_d в случае распределения дефектов только по упругим свойствам, т. е. пара-

метру ζ , а также в случае широкого П-образного распределения как по ζ , так и по Ω . Из сравнения кривых видно, что влияние дополнительного распределения по Ω при широком распределении по упругим свойствам уже не меняет существенно отклика среды даже при разнице граничных значений характерных частот на четыре порядка $\Omega_b / \Omega_a = 10^4$ (см. также обсуждение влияния распределения по Ω в работах [26, 28]).

5. Самодетектирование импульсов с высокочастотной несущей

Рассмотрим теперь проявление частотной зависимости нелинейных свойств микронеоднородных сред на примере процесса самодетектирования импульсов с высокочастотной несущей, которое хорошо известно в нелинейной гидроакустике [30] и эффективно реализуется в высоконелинейных микронеоднородных средах [31]. В отличие от случая частотно-независимой нелинейности в однородных жидкостях, рассмотренный ниже пример показывает, что релаксационные свойства дефектов в упругой среде влияют не только на амплитуду нелинейно-порожденного сигнала, но и видоизменяют функциональную зависимость между формами огибающей первичной волны и демодулированного импульса. Для описания нелинейного преобразования воспользуемся уравнениями (14) и (18), соответственно для первичной волны и продетектированного сигнала. В данном разделе рассмотрим среду с широким релаксационным спектром вида (27), который в линейном приближении обуславливает приблизительно постоянную добротность, типичную, например, для многих горных пород. Для первичной волны с синусоидальной несущей и медленной импульсной модуляцией граничное условие может быть записано в виде

$$V(x=0, \tau) = V_0 \Phi(\tau/T) \sin \omega_0 \tau, \quad \omega_0 T \gg 1. \quad (34)$$

Будем полагать, что спектры как высокочастотной первичной волны, так и низкочастотного сигнала попадают в частотный диапазон $a\Omega < \omega < b\Omega$ приблизительно постоянной добротности, так что фазовая скорость волн проявляет слабую логарифмическую дисперсию, а коэффициент поглощения в этом диапазоне линейно зависит от частоты. В этом случае из уравнений (17), (27) получим следующее выражение для дисперсионной поправки к комплексному волновому числу:

$$K(\omega) = \frac{v_0 \omega}{4C} \left\{ \ln \left[\frac{b^2 + (\omega/\Omega)^2}{a^2 + (\omega/\Omega)^2} \right] + i2 \operatorname{atan} \left[\frac{(b-a)\Omega/\omega}{1 + ab\Omega/\omega} \right] \right\}. \quad (35)$$

Таким образом, в пределах обсуждаемого частотного диапазона $a\Omega < \omega < b\Omega$ получаем

$$\operatorname{Re} K(\omega) \approx \frac{v_0 \omega}{2C} \ln \left[\frac{b}{(\omega/\Omega)} \right], \quad (36)$$

$$\operatorname{Im} K(\omega) \approx \frac{\pi v_0 \omega}{4C}. \quad (37)$$

Для уравнений (35) – (37), по аналогии с (22), сделаем вывод, что для взаимодействующих спектральных компонент, принадлежащих диапазону $a\Omega < \omega < b\Omega$, в пределах эффективной длины взаимодействия, т. е. длины затухания первичных волн $1/\operatorname{Im} K(\omega_0)$, фазовой расстройкой можно пренебречь. В результате в пределах области взаимодействия мы пренебрегаем дисперсией скорости распространения волн, и тогда поле узкополосной первичной волны можно аппроксимировать следующим выражением:

$$V_1(x, \tau) = (V_0/2)\Phi(\tau/T)\exp(-\chi\omega_0 x + i\omega_0 \tau) + \text{с.с.}, \quad (38)$$

где в соответствии с (37) коэффициент $\chi \approx \pi v_0 / 4C$. Чтобы найти продетектированный импульс, нелинейный источник в правой части уравнения второго приближения (18) должен быть усреднен по временному масштабу, большому периоду несущей $2\pi/\omega_0$ и меньшему характерной длительности T импульсной модулирующей функции $\Phi(\tau/T)$. В результате, структура низкочастотного нелинейного источника может быть записана в виде

$$Q(x, \tau) = -\frac{\gamma}{2C^2} \frac{\partial}{\partial \tau} J \left\{ R \left[\langle R^2(V_1) \rangle \right] \right\}, \quad (39)$$

где скобки $\langle \dots \rangle$ означают усреднение по времени. При определении влияния релаксационных операторов в выражении (39) из-за большой разницы частот первичной волны и модулирующего сигнала можно считать, что релаксационный оператор $R(V_1)$ действует на квазисинусоидальную волну с частотой ω_0 . При этом квадратичный нелинейный член $\langle R^2(V_1) \rangle$ в (39) может быть приблизительно представлен в следующей форме:

$$\langle R^2(V_1) \rangle = \frac{\Omega^2 V_0^2 \Phi^2(\tau/T)}{2(\omega_0^2 + \zeta^2 \Omega^2)} \exp(-2\chi\omega_0 x). \quad (40)$$

Релаксационный оператор снаружи усредняющих скобок $\langle \dots \rangle$ в источнике (39) действует на низкочастотное выражение (40). Далее, для демодулированного импульса линеаризованное уравнение (18) с нелинейным низкочастотным источником, определяемым выражениями (39), (40), можно преобразовать по Фурье и решить относительно спектральных гармоник демодулированного импульса, как это делалось выше для нахождения второй или разностной гармоник сигнала. При этом принятое предположение, что $a\Omega < 2\pi/T < \omega_0 < b\Omega$, упрощает задачу, поскольку в пределах длины затухания $L \sim (2\chi\omega_0)^{-1}$ виртуального источника можно пренебречь фазовой

расстройкой между взаимодействующими спектральными компонентами. Затем, выполняя обратное преобразование Фурье, можно получить временную форму протектированного импульса:

$$V_2(x, \tau) = -\frac{\gamma}{4C} F^{-1} \otimes J \left[\frac{i\omega \Omega^3 F \otimes \Phi^2(\tau/T)}{(\omega_0^2 + \zeta^2 \Omega^2)(i\omega + \zeta \Omega)} \times \right. \\ \left. \times \frac{1 - \exp[-\chi(2\omega_0 - \omega)x]}{\chi(2\omega_0 - \omega)} \exp(-\chi\omega x) \right], \quad (41)$$

здесь фурье-оператор F определяется как $F \otimes f(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} f(\tau) \exp(-i\omega \tau) d\tau$.

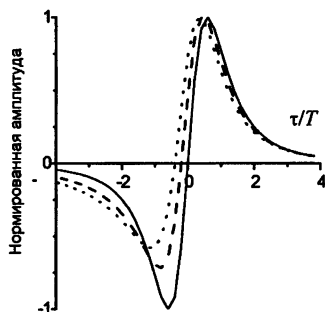
Выражение (41) может быть упрощено при $x \ll (2\chi\omega_0)^{-1}$ и $x \gg (2\chi\omega_0)^{-1}$. На малых расстояниях $x \ll (2\chi\omega_0)^{-1}$ фактор $\{1 - \exp[-\chi(2\omega_0 - \omega)x]\} \times [\chi(2\omega_0 - \omega)]^{-1}$ сводится к x , так что первоначально $V_2(x, \tau)$ линейно растет с расстоянием. На больших дистанциях $x \gg (2\chi\omega_0)^{-1}$ вне области взаимодействия множитель сводится к константе $\{1 - \exp[-\chi(2\omega_0 - \omega)x]\} \times [\chi(2\omega_0 - \omega)]^{-1} \approx 1/\chi(2\omega_0 - \omega)$.

В качестве показательного примера, который может быть исследован в основном аналитически, рассмотрим случай модулирующей функции лоренцева вида, $\Phi^2(\tau/T) = 1/[1 + (\tau/T)^2]$, с фурье-трансформантой $F \otimes \Phi^2(\tau/T) = \pi T \exp(-\omega T)$. В этом случае аргумент оператора F^{-1} в уравнении (41) может быть аналитически найден через функции Эйлера, после чего обратное преобразование F^{-1} легко выполняется численно. Отметим, что влияние экспоненциального фактора $\exp(-\chi\omega x)$ в выражении (41) приводит к автомодельному уширению спектра: $\exp(\omega T) \rightarrow \exp[(T + x\chi)\omega]$. Примеры вычисленных форм демодулированных импульсов в среде с широким распределением (27) дефектов по их упругим свойствам вместе с опорным импульсом, соответствующим однородной среде с обычным "мгновенным" нелинейным откликом, показаны на рис. 7. В последнем случае "мгновенной" нелинейности форма импульса может быть найдена из выражения (41) в пределе $\omega \ll \zeta \Omega$. При этом на малых расстояниях, где линейное поглощение низкочастотных спектральных компонент еще не сказывается существенно, форма импульса пропорциональна производной от квадрата функции модуляции первичной волны (симметричная сплошная кривая на рис. 7):

$$V_2^{\text{hom}}(x, \tau) \propto -\frac{\partial}{\partial \tau} \Phi^2(\tau/T). \quad (42)$$

Из рис. 7 видно, что в среде с релаксацией форма импульса асимметрично искажается (асимметричные штриховая и пунктирная кривые), причем степень искажения зависит от положения спектра демодулированного импульса в пределах спектральной полосы приблизительно постоянной добротности. Происхождение этих асимметричных искажений нетрудно понять из структуры выражения (41). В самом деле, в среде с широким спектром релаксаций результирующая форма импульса формируется двумя существенно различными фракциями дефектов. Одну фракцию составляют дефекты с "мгновенной" реакцией, для которых релаксационные частоты $\zeta\Omega$ лежат выше спектральных компонент импульса, $\zeta\Omega \gg \omega$. Вклад этой фракции в форму импульса пропорционален производной $\partial/\partial\tau\Phi^2(\tau/T)$, как в однородной среде с "мгновенным" нелинейным откликом. Другая фракция состоит из дефектов с низкой частотой релаксации $\zeta\Omega \ll \omega$.

Рис. 7. Временные формы демодулированных импульсов в релаксирующей среде с частотно-зависимой нелинейностью (штриховая и пунктирная линии) и опорного симметричного импульса в среде с частотно-независимой квадратичной нелинейностью (сплошная линия). Штриховая $a = 10^{-5}$, $b = 10^{-1}$ и пунктирная $a = 10^{-4}$, $b = 10^{-2}$ линии соответствуют различным положениям спектра демодулированного импульса относительно спектра релаксации $[\alpha\Omega, b\Omega]$ дефектов. Начальная обратная длительность импульса $1/T = 10^{-3}\Omega$ в обоих случаях.



Для этих дефектов фактор $\zeta\Omega \gg i\omega$ в уравнении (41) можно аппроксимировать как $1/i\omega$, что соответствует спектральному представлению интегрирования по времени τ . Соответственно эта фракция дает в результирующий импульс вклад, пропорциональный функции $\Phi^2(\tau/T)$, а не ее производной $\partial/\partial\tau\Phi^2(\tau/T)$. Суперпозиция этих вкладов с производной и без производной от функции модуляции дает в результате асимметричную форму импульса, как показано штриховой и пунктирной линиями на рис. 7. Отметим, что в случае $\zeta\Omega \gg \omega$ почти для всех дефектов второй вклад (без производной) может стать доминирующим, так что форма демодулированного импульса может оказаться близкой к $\Phi^2(\tau/T)$. Однако, так как замена $1/(i\omega + \zeta\Omega) \approx 1/i\omega$ является только аппроксимацией, импульс (41) имеет длинный малоамплитудный хвост, так что условие сохранения площади импульса для эволюционных уравнений (11), (12) будет удовлетворено (аналогично случаю обычного уравнения Кортевега – де Вриза – Бюргерса).

6. Обсуждение

Результаты, представленные в данной работе, показывают, что микро неоднородные (или мезоскопические – по англоязычной терминологии) среды с релаксацией могут проявлять существенные отличия в характере нелинейных волновых процессов по сравнению с однородными средами, обладающими обычной “мгновенной” решеточной нелинейностью. Проведенный анализ показал, что релаксационные свойства дефектов определяют не только линейные диссипативно-дисперсионные характеристики материала, но и приводят к частотной зависимости нелинейных параметров, которая проявляется в том же частотном диапазоне, как и линейные релаксационные эффекты. Полученные в работе волновые уравнения (10) – (12) последовательно учитывают отмеченные линейные и нелинейные характеристики материала. Таким образом, для класса микро неоднородных сред выведенные эволюционные уравнения (11), (12) являются аналогом и обобщением уравнения Кортевега – де Вриза – Бюргерса, традиционно используемого в нелинейной акустике однородных сред.

В линейном приближении, в частности, уравнения (10) – (12) позволяют описывать распространение волн в средах с почти постоянной добротностью и сопутствующей логарифмической дисперсией, обусловленными широким релаксационным спектром дефектов. Из экспериментов известно, что именно такого рода линейные свойства, сопровождаемые повышенным уровнем нелинейности, типичны для широкого класса микро неоднородных сред, например, для горных пород, содержащих трещины, межзеренные контакты и другие подобные дефекты. В настоящее время стало общепринятым мнение, что такая микроструктура существенно определяет акустический отклик материала, но теоретические модели, связывающие отмеченные акустические макроскопические свойства с микроструктурой материала, развиты недостаточно. В настоящей работе авторы стремились восполнить этот дефицит, выходя при этом за рамки чисто феноменологического подхода к теоретическому моделированию структурно обусловленной нелинейности.

Среди различных микроструктурно обусловленных свойств дисперсия нелинейных характеристик, по-видимому, наименее изучена. В том диапазоне, где существенна линейная релаксация, дисперсия нелинейных свойств также существенна, и пренебрежение ею неправомерно. Касаясь ее отличительных особенностей, заметим: нелинейные слагаемые в уравнениях (10) – (12) показывают, что во влиянии релаксации материала на его нелинейность можно выделить две стороны, которые ранее не отмечались. Во-первых, релаксация проявляется обычным образом в линейном отклике среды, который является аргументом нелинейной составляющей уравнения состояния дефектов, функции $F(..)$. Такое проявление релаксации имеет

универсальный характер независимо от типа нелинейного процесса и при произвольном виде нелинейности $F(\cdot)$. Во-вторых, "выход" нелинейного источника $F(\cdot)$ также подвергается воздействию релаксации, см. релаксационный оператор снаружи функции $F(\cdot)$ в уравнениях (10), (11). В связи с этим результирующий эффект оказывается существенно зависящим от конкретного типа нелинейного процесса и даже при одной и той же функции $F(\cdot)$ может сильно различаться (например, в зависимости от того, идет процесс с преобразованием частоты вверх или вниз). Это означает, что в случае частотно-зависимой нелинейности нелинейный отклик среды не может быть охарактеризован универсальным одним (или несколькими) нелинейным параметром, в отличие от случая однородных материалов с решеточной нелинейностью без релаксации.

В качестве примера можно отметить, что из-за такой частотной зависимости отношение амплитуды A_2 второй гармоники к амплитуде A_d разностной гармоники в однородной и микронеоднородной средах может оказаться существенно различным. Уравнения (24) и (30) (при $\omega_{1,2} \approx \omega \gg \omega_d$) дают для этого отношения следующее выражение:

$$\left| \frac{A_d(x)}{A_2(x)} \right| = \frac{\omega_d}{2\omega} \left[\frac{(\zeta\Omega)^2 + (2\omega)^2}{(\zeta\Omega)^2 + \omega_d^2} \right]^{1/2}. \quad (43)$$

В случае однородной среды с частотно-независимой нелинейностью, что соответствует пределу $\omega_d < \omega \ll \zeta\Omega$ в выражении (43), получаем известное малое значение для этого отношения: $|A_d(x)/A_2(x)| = (\omega_d/2\omega) \ll 1$. Напротив, в среде с релаксацией из-за более быстрого спадания нелинейного параметра для второй гармоники это отношение (при $\omega \gg \zeta\Omega$ и $\omega_d \gg \zeta\Omega$) близко к единице. Выше было показано, что, кроме такого количественного различия, в среде с различными параметрами релаксации дефектов эффективный параметр нелинейности для второй гармоники может иметь немонотонную зависимость от частоты, в то время как для разностной гармоники в той же среде такой немонотонности наблюдаться не будет. В качестве другого примера качественного отличия результата нелинейного преобразования в микронеоднородной среде было рассмотрено изменение формы демодулированного сигнала из-за проявления частотно-зависимой нелинейности.

Таким образом, проведенный анализ и рассмотренные примеры показали, что в дополнение к обычно учитываемому изменению линейных диссипативно-дисперсионных свойств релаксация дефектов приводит и к появлению частотно-зависимой нелинейности, существенно влияющей как на количественные соотношения, так и на сам характер нелинейных процессов.

В данной работе детальное обсуждение примеров было ограничено случаем квадратичной упругой нелинейности среды, однако сами волновые уравнения (10), (11) были получены для более общего вида нелинейной функции. В частности, в уравнениях состояния микронеоднородных сред нелинейная составляющая часто является гистерезисной функцией [2–4]. Известно, что в силу свойства памяти, присущей гистерезисным материалам, гистерезисная нелинейность не всегда может быть описана в виде однозначной функции текущих значений деформации и скорости деформации среды. Такое описание возможно, например, для (квази)периодических процессов с единственным максимумом и минимумом на периоде. В таких случаях соответствующее гистерезисное уравнение состояния может быть аппроксимировано, например, кусочно-степенной функцией [2, 3, 4, 11–13, 18–21] или, вообще говоря, иной неаналитической функцией. В случае, когда функция нелинейности $F(\cdot)$ является гистерезисной, уравнения (4) – (11) обеспечивают описание микронеоднородной среды, проявляющей как релаксационные, так и гистерезисные свойства. Развитая теория может быть применена к интерпретации экспериментов [10–12], демонстрирующих существенную частотную зависимость нелинейности гистерезисных материалов.

Заметим, наконец, что структурно обусловленные количественные и качественные отличия нелинейного преобразования волн в микронеоднородных средах, по сравнению со случаем однородных сред, открывают многообещающие перспективы их применения для акустической диагностики микроструктуры материалов.

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (гранты № 01-05-64417, 02-02-16237 и 00-15-96741, 02-0208021 ИННО).

Литература

1. *Исакович М. А.* Общая акустика. М.: Наука, 1973.
2. *Nazarov V. E., Ostrovsky L. A., Soustova I. A., Sutin A. M.* Nonlinear acoustics of microinhomogeneous media // *Physics of the Earth and Planetary Interiors.* **50(1)**. 1988. P. 65–73.
3. *Зарембо Л. К., Красильников В. А.* Введение в нелинейную акустику. М.: Наука, 1966.
4. *Guyot R. and Johnson P.* Nonlinear Mesoscopic Elasticity: Evidence for a New Class of Materials // *Phys. Today.* **52**. April, 1999. P. 30–36.
5. *Bourbié T., Coussy O., Zinszner B.* Acoustique des milieux poreux, publications de l'institut française du pétrole. Paris: Éditions Technip. 1986.
6. *Aki K., Richards P. G.* Quantitative seismology / W. H. Freeman and Company. San Francisco 1980. V. 1.
7. Проблемы нелинейной сейсмологии / Под ред. А. В. Николаева и И. Н. Галкиной. М.: Наука, 1987
8. *Beresnev I. A., Nikolaev V. A.* Experimental investigations of nonlinear seismic effects // *Phys of the Earth and Planetary Interiors.* **50**. 1988. P. 83–87.
9. *Johnson P. A., Rasolofosaon P. N. J.* Manifestation of nonlinear elasticity in rock: convincing evidence over large frequency and strain intervals from laboratory studies // *Nonlinear Processes in Geophysics.* 1996, № 3. P. 77–88.

10. *Na J. K. and Breazeale M.* Ultrasonic nonlinear properties of lead zirconate-titanate ceramics // *Acoust. Soc. Am.* 1994. V. 101. P. 1885–1898.
11. *Назаров В. Е.* Амплитудно-зависимое внутреннее трение свинца // *Физика металлов и металловедение.* 1999. 88(4). P. 82–90.
12. *Назаров В. Е.* Амплитудно-зависимое внутреннее трение цинка // *Акуст. журн.* 2000. 46(2). P. 233–238.
13. *Nazarov V. E.* Acoustic nonlinearity of cracks partially filled with liquid: Cubic approximation // *JASA.* 2001. 109(6). P. 2642–2648.
14. *Гуревич Г. И.* Основные черты распространения и затухания сейсмических волн // *Аспекты динамической теории распространения сейсмических волн.* М., 1962, вып. VI; 1964, вып. VII.
15. *Коган С. Я.* Краткий обзор теорий поглощения сейсмических волн // *Физика Земли.* 1966, № 11. P. 3–22.
16. *Liu H. P., Anderson D. L., Kanamori H.* Velocity dispersion due to unelasticity: implications for seismology and mantle composition // *Geophys. J. Roy. Astron. Soc.* 1976. V. 47. P. 41–58.
17. *Buckingham M.* Theory of compressional and transverse wave propagation in consolidated porous media // *J. Acoust. Soc. Amer.* 1999. V. 106, № 2. P. 575–581.
18. *Guyet R. A., MacCall K. P., and Boinott G. N.* Hysteresis, discrete memory, and nonlinear wave propagation in rock: A new paradigm // *Phys. Rev. Lett.* 1997. V. 74. P. 3491–3494.
19. *Van Den Abeele K. E.-A., Johnson P. A., Guyer R. A., McCall K. R.* On the quasi-analytic treatment of hysteretic nonlinear response in elastic wave propagation // *J. Acoust. Soc. Am.* 1997. V. 101, № 4. P. 1885–1898.
20. *Gusev V., Glorieux C., Lauriks W., Thoen J.* Nonlinear bulk and surface shear acoustic waves in materials with hysteretic and endpoint memory // *Phys. Lett.* 1997. A. 232. P. 77–86.
21. *Gusev V. E., Lauriks W., Thoen E.* Dispersion of nonlinearity, nonlinear dispersion and absorption of sound in micro-inhomogeneous materials // *J. Acoust. Soc. Amer.* 1998. V. 103, № 6. P. 3216–3226.
22. *Zaitsev V. Yu.* A model of anomalous acoustic nonlinearity of micro-inhomogeneous Media // *Acoustics Letters.* 1996. V. 19, № 9. P. 171–176.
23. *Беляева И. Ю., Зайцев В. Ю.* Нелинейные упругие свойства микронеоднородных сред с иерархической структурой // *Акуст. журн.* 1997. Т. 43, № 5. P. 594–599.
24. *Беляева И. Ю., Зайцев В. Ю.* О предельной величине параметра упругой нелинейности структурно-неоднородных сред // *Акуст. журн.* 1998. Т. 44, № 6. P. 731–737.
25. *Zaitsev V. Yu., Nazarov V. E.* On the Frequency-Independent Acoustic Q-factor of Microinhomogeneous Solids // *Acoustics Letters.* 1999. V. 21, № 1. P. 11–15.
26. *Зайцев В. Ю., Назаров В. Е., Шульга А. Е.* О дисперсионных и диссипативных свойствах микронеоднородных сред // *Акуст. журн.* 2000. Т. 46. С. 348–355.
27. *Nazarov V. E., Zaitsev V. Yu., Belyaeva I. Yu.* The equation of state of micro-inhomogeneous media and the frequency dependence of their elastic nonlinearity // *Acoustics Letters.* 1999. V. 22, № 12. P. 236–241.
28. *Зайцев В. Ю., Назаров В. Е., Беляева И. Ю.* Уравнение состояния микронеоднородных сред и частотная зависимость их упругой нелинейности // *Акуст. журн.* 2001. Т. 47, № 2. С. 220–226.
29. *Руденко О. В., Солуян С. И.* Теоретические основы нелинейной акустики. М.: Наука, 1975.
30. *Новиков Б. К., Руденко О. В., Тимошенко В. И.* Нелинейная гидроакустика. Л.: Судостроение, 1980.
31. *Зайцев В. Ю., Колпаков А. В., Назаров В. Е.* Детектирование акустических импульсов в речном песке: Эксперимент // *Акуст. журн.* 1999. Т. 45, № 2. С. 235–241.

ИДЕНТИФИКАЦИЯ ПАРАМЕТРОВ ДВУМЕРНОЙ АНИЗОТРОПНОЙ СРЕДЫ ПО ХАРАКТЕРИСТИКАМ АКУСТИЧЕСКИХ ВОЛН

А. И. Потапов, И. С. Павлов

Институт машиноведения им. А. А. Благонравова (ИМАШ),
Нижегородский филиал

Для диагностики материала можно использовать акустические волны, способность которых проникать в толщу сред, непрозрачных для оптических и электромагнитных волн, делает их весьма ценными, а иногда и незаменимыми при тестировании материалов. Высокая чувствительность акустических методов и сравнительно малые амплитуды деформации дают возможность исследовать отклонения от линейного закона Гука и другие характеристики твердых тел еще в упругой области деформации без разрушения материала. Использование упругих волн ультразвукового и гиперзвукового диапазонов позволяет с высокой точностью выявлять мелкие дефекты и неоднородности в среде [1, 2].

Методы акустической диагностики и идентификации материалов опираются на построение физических и математических моделей сред, на исследования законов распространения и взаимодействия нелинейных акустических волн и на установление взаимосвязи между параметрами структуры материала и характеристиками упругих волн.

Существует достаточно широкий класс слоистых кристаллов, у которых взаимодействие частиц одного слоя (базисной плоскости) намного сильнее (на 1–2 порядка), чем взаимодействие между частицами, лежащими в разных плоскостях (рис. 1, *а*). Примерами таких сред могут служить, в частности, кристаллы графита и поваренной соли. В первом приближении, когда взаимодействия между соседними слоями пренебрежимо малы, можно рассматривать колебания двумерной решетки, состоящей из частиц, лежащих в базисной плоскости.

Дискретная модель

Рассматривается двумерная квадратная решетка, состоящая из точечных частиц массы m . В исходном состоянии ($t = 0$) они сосредоточены в узлах решетки, каждый из которых расположен на расстоянии a от ближайших соседей вдоль прямых, параллельных координатным осям x и y (см. рис. 1, *б*). При движении в плоскости каждая частица имеет две степени свободы. Смещение произвольно выбранной частицы с номером $N = (n, j)$ из положения равновесия характеризуется вектором $U(N) = (u(N), v(N)) \equiv (u_{n,j}, v_{n,j})$

[3, 4]. В текущий момент времени t частица занимает положение $X_{n,j} = x_{n,j} + u_{n,j}$, $Y_{n,j} = y_{n,j} + v_{n,j}$, где координаты $x_{n,j}$ и $y_{n,j}$ определяют ее положение равновесия.

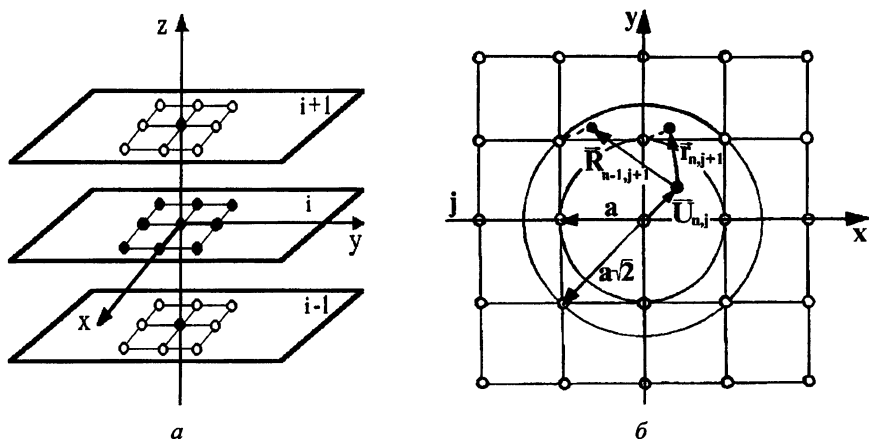


Рис. 1. Пространственная структура слоистого кристалла (а) и схема взаимодействия частиц в слое (б).

Кинетическая энергия решетки равна сумме энергий отдельных частиц:

$$T = \sum_n \sum_j \frac{m}{2} \left[\left(\frac{du_{n,j}}{dt} \right)^2 + \left(\frac{dv_{n,j}}{dt} \right)^2 \right]. \quad (1)$$

Считается, что частица $N = (n, j)$ взаимодействует лишь с 8 ближайшими соседями по решетке, 4 из которых лежат на горизонтальной и вертикальной прямых, а другие 4 – на диагоналях (рис. 1, б). Первые 4 частицы расположены на окружности радиуса a , в дальнейшем будем называть их частицами первой координационной сферы, а остальные 4 – на окружности радиуса $a\sqrt{2}$ (частицы второй координационной сферы), причем центры обеих окружностей совпадают с частицей N .

Предполагается, что на каждую частицу со стороны соседней действует упругая сила, условно моделируемая с помощью пружинок, соединяющих частицы [4]. Будем считать, что "горизонтальные" и "вертикальные" пружины, соединяющие частицу N с частицами первой сферы, имеют начальное растяжение δ_1 , а начальное растяжение "диагональных" пружин равно δ_2 . Введенные таким образом предварительные деформации пружин учитывают внутренние напряжения в среде.

Считается, что смещения частиц в решетке малы по отношению к ее периоду и их взаимодействие описывается кубическим потенциалом, зависящим от удлинений пружин.

При сделанных предположениях потенциальная энергия взаимодействия частицы N с соседями равна

$$\Pi_{n,j} = \sum_{i=1}^4 \left[\frac{1}{2} (k_1 \Delta_{1i}^2 + k_2 \Delta_{2i}^2) + \frac{1}{3} (k'_1 \Delta_{1i}^3 + k'_2 \Delta_{2i}^3) \right]. \quad (2)$$

Здесь Δ_{1i} и Δ_{2i} – относительные удлинения пружин первой и второй координационных сфер, а k_p и k'_p ($p=1, 2$) – соответственно линейные и нелинейные константы упругости пружин p -й сферы (константы "микроупругости"). Выразив Δ_{1i} и Δ_{2i} через горизонтальные u_{nj} и вертикальные v_{nj} смещения частиц, получим выражение для потенциальной энергии решетки:

$$\begin{aligned} \Pi = & \sum_j \sum_n \left\{ b_1 \left[(\Delta u_{n-1,j})^2 + (\Delta v_{n,j-1})^2 \right] + b_2 \left[(\Delta u_{n,j-1})^2 + (\Delta v_{n-1,j})^2 \right] + \right. \\ & + b_3 (\Delta u_{n-1,j} \Delta v_{n,j-1} + \Delta u_{n,j-1} \Delta v_{n-1,j}) + \\ & + \gamma_1 \left[(\Delta u_{n-1,j})^3 + (\Delta v_{n,j-1})^3 \right] + \gamma_2 \left[\Delta u_{n-1,j} (\Delta v_{n-1,j})^2 + (\Delta u_{n,j-1})^2 \Delta v_{n,j-1} \right] + \\ & + \gamma_3 \left[\Delta u_{n-1,j} (\Delta u_{n,j-1})^2 + \Delta v_{n,j-1} (\Delta v_{n-1,j})^2 \right] + \\ & + \gamma_4 \left[\Delta u_{n-1,j} (\Delta v_{n,j-1})^2 + \Delta v_{n,j-1} (\Delta u_{n-1,j})^2 \right] + \\ & \left. + \gamma_5 \Delta u_{n,j-1} \Delta v_{n-1,j} (\Delta u_{n-1,j} + \Delta v_{n,j-1}) \right\}. \quad (3) \end{aligned}$$

Здесь введены обозначения:

$$\Delta u_{n-1,j} = (u_{n,j} - u_{n-1,j})/a, \quad \Delta u_{n,j-1} = (u_{n,j} - u_{n,j-1})/a,$$

$$\Delta v_{n-1,j} = (v_{n,j} - v_{n-1,j})/a, \quad \Delta v_{n,j-1} = (v_{n,j} - v_{n,j-1})/a.$$

Они представляют собой относительные смещения частиц и по предположению являются малыми величинами, пропорциональными $\epsilon \ll 1$, а коэффициенты b_i ($i=1 \div 3$) и γ_j ($j=1 \div 5$) обозначают следующие комбинации из констант "микроупругости":

$$b_1 = k_1 + \frac{1}{2} k_2 (1 + \delta'_2) + 2k'_1 \delta'_1 + k'_2 \delta'_2, \quad b_2 = k_1 \delta'_1 + \frac{1}{2} k_2 (1 + \delta'_2) + k'_2 \delta'_2,$$

$$b_3 = k_2(1 - \delta'_2) + 2k'_2\delta'_2, \quad (4a)$$

$$\gamma_1 = \frac{1}{4}k_2 + \frac{2}{3}k'_1 + \frac{1}{6}k'_2(1 + 3\delta'_2), \quad \gamma_2 = k_1 - \frac{1}{4}k_2 + 2k'_1\delta'_1 + \frac{1}{2}k'_2(1 - \delta'_2),$$

$$\gamma_3 = \frac{3}{4}k_2 + \frac{1}{2}k'_2(1 + 3\delta'_2), \quad \gamma_4 = -\frac{1}{4}k_2 + \frac{1}{2}k'_2(1 - \delta'_2),$$

$$\gamma_5 = -\frac{1}{4}k_2 + k'_2(1 - \delta'_2), \quad (4b)$$

где $\delta'_1 = \delta_1/a$ и $\delta'_2 = \delta_2/a\sqrt{2}$ – относительные удлинения пружин, характеризующие начальные внутренние напряжения в среде. В выражении (3) сохранены лишь слагаемые, имеющие порядок малости не выше ϵ^3 .

Конкретный вид дифференциально-разностных уравнений динамики решетки находится из уравнений Лагранжа второго рода [5].

Квазиконтинуальное приближение

Так как в акустическом приближении характерная длина волны λ обычно много больше периода решетки ($\lambda \gg a$), то можно перейти от дискретных переменных n и j к непрерывным $x = an$ и $y = aj$. Если в них ограничиться учетом лишь первых трех слагаемых, то можно составить поверхностную плотность функции Лагранжа $L = T - \Pi$ в квазиконтинуальном приближении [4], по которой из вариационного принципа Гамильтона – Остроградского выводится система дифференциальных уравнений, описывающая нелинейную динамику двумерной анизотропной среды:

$$\begin{aligned} u_{tt} - c_1^2 u_{xx} - c_2^2 u_{yy} - s^2 v_{xy} + \frac{a^2}{4} (c_1^2 u_{xxxx} + c_2^2 u_{yyyy} + s^2 v_{xyyy}) = \\ = \frac{\partial}{\partial x} (\alpha_1 u_x^2 + \alpha_2 v_x^2 + \alpha_3 u_y^2 + \alpha_4 (v_y^2 + 2u_x v_y) + \alpha_5 u_y v_x) + \\ + \frac{\partial}{\partial y} (2\alpha_2 u_y v_y + 2\alpha_3 u_x u_y + \alpha_5 (u_x + v_y) v_x), \quad (5) \\ v_{tt} - c_2^2 v_{xx} - c_1^2 v_{yy} - s^2 u_{xy} + \frac{a^2}{4} (c_2^2 v_{xxxx} + c_1^2 v_{yyyy} + s^2 u_{xyyy}) = \\ = \frac{\partial}{\partial x} (2\alpha_2 u_x v_x + 2\alpha_3 v_x v_y + \alpha_5 (u_x + v_y) u_y) + \\ + \frac{\partial}{\partial y} (\alpha_1 v_y^2 + \alpha_2 u_y^2 + \alpha_3 v_x^2 + \alpha_4 (u_x^2 + 2u_x v_y) + \alpha_5 u_y v_x). \end{aligned}$$

Здесь c_1 и c_2 – скорости соответственно продольных и поперечных волн, s – константа линейной связи между продольными и сдвиговыми волнами (деформациями), а α_j ($j = 1-5$) – коэффициенты нелинейной связи между ними:

$$c_{1,2}^2 = \frac{2b_{1,2}}{m}, \quad s^2 = \frac{2b_3}{m}, \quad \alpha_1 = \frac{3\gamma_1}{m}, \quad \alpha_j = \frac{\gamma_j}{m} \quad (j = 2 \div 5), \quad (6)$$

В отличие от уравнений классического упругого континуума данные уравнения содержат четвертые производные по координатам. Заметим, что в коэффициенты перед этими производными явным образом входит параметр решетки, т. е. они учитывают дискретный характер среды [6]. В длинноволновом континуальном приближении, когда можно пренебречь четвертыми производными, линейные части уравнений (5) совпадают с уравнениями Ламе для кристаллов с кубической симметрией. При этом скорости распространения волн $c_{1,2}$ и константа s выражаются через упругие постоянные второго порядка C_{11} , C_{12} и C_{44} [7]:

$$c_1^2 = \frac{C_{11}}{\rho}, \quad c_2^2 = \frac{C_{44}}{\rho}, \quad s^2 = \frac{C_{12} + C_{44}}{\rho}, \quad (7)$$

где $\rho = m/a^2$ – поверхностная плотность среды.

Из (4а) и (6) следует, что в линейном приближении ($k'_1 = k'_2 = 0$) скорости волн следующим образом зависят от параметров микромодели (рис. 2):

$$c_1^2 = (2k_1 + k_2 + \delta'_2 k_2) / \rho a^2, \quad c_2^2 = (k_2 + 2\delta'_1 k_1 + \delta'_2 k_2) / \rho a^2, \\ s^2 = 2k_2(1 - \delta'_2) / \rho a^2. \quad (8)$$

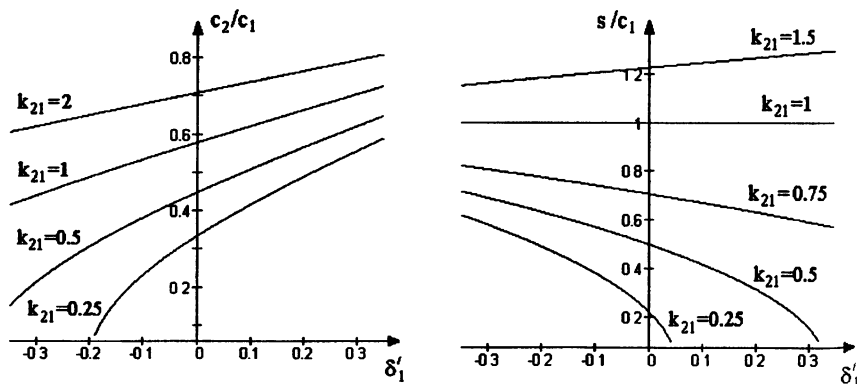


Рис. 2. Зависимость акустических характеристик среды от параметров микроструктуры, $k_{21} = k_2/k_1$.

Из равенств (7) и (8) можно найти связь между константами упругости и параметрами микроструктуры среды (см. (9)–(13)). В частности, при отсутствии начальных напряжений в материале ($\delta_1 = \delta_2 = 0$) из соотношений (8) следует, что $s^2 = 2c_2^2$, т. е. для рассматриваемой задачи справедливы соотношения Коши, которые для кристаллов кубической симметрии сводятся к равенству $C_{12} = C_{44}$ [7].

Достаточно хорошее выполнение соотношения Коши наблюдается для щелочно-галогидных кристаллов (KCl, NaBr, LiF). Для металлов такие соотношения выполняются плохо, так как силы взаимодействия между атомами в металлах не являются центральными [8]. Это указывает на необходимость уточнения уравнений (5), связанного с учетом моментных взаимодействий между частицами [9–10].

Для анализа упругих свойств анизотропной среды часто используют средние упругие константы Ламе λ и μ . Так, усреднение Фойхта для кубических кристаллов [11] приводит к следующим выражениям упругих констант λ и μ :

$$\lambda = C_{12} - \frac{1}{5}H = \frac{1}{5}[(2 - 12\delta'_1)k_1 + (3 - 13\delta'_2)k_2], \quad (9)$$

$$\mu = C_{44} - \frac{1}{5}H = \frac{1}{5}[(2 + 8\delta'_1)k_1 + (3 + 7\delta'_2)k_2],$$

где

$$H = 2C_{44} + C_{12} - C_{11} = 2(k_2 - k_1) + 2(\delta'_1 k_1 - \delta'_2 k_2) \quad (10)$$

– фактор анизотропии [11].

Если воспользоваться условием отсутствия нормальных напряжений на свободной поверхности решетки, приводящим к связи между начальными деформациями пружин

$$\delta'_2 = -\frac{3k_1}{4k_2}\delta'_1, \quad (11)$$

то из (4) можно получить взаимно однозначное соответствие между параметрами микромоделей и константами упругости среды:

$$k_1 = \frac{1}{2}(C_{44} + C_{11} - 2C_{12}), \quad k_2 = \frac{1}{4}(5C_{12} - C_{44}),$$

$$\delta'_1 = \frac{2(C_{44} - C_{12})}{C_{44} + C_{11} - 2C_{12}}, \quad \delta'_2 = \frac{3(C_{12} - C_{44})}{5C_{12} - C_{44}}. \quad (12)$$

Для ряда кристаллов в таблице приведены константы упругости [11] и параметры микромоделей, вычисленные по формулам (12). Из нее видно, что значения коэффициента Пуассона $\nu = \lambda / 2(\lambda + \mu)$ близки к 1/4. Но из физики твердого тела известно [8], что для сред, моделируемых двумерными

решетками без учета начальных растяжений пружин, коэффициент Пуассона ν строго равен 1/4. Введение же начальных растяжений пружин приводит к следующему выражению для коэффициента Пуассона:

$$\nu = \frac{1}{4} - \frac{35\delta'_1 k_1}{16(1-\delta'_1)k_1 + 6(4k_2 + 3\delta'_1 k_1)}. \quad (13)$$

Следовательно, учет начальных растяжений пружин (т. е. внутренних напряжений в материале) позволяет добиться более точного соответствия между свойствами модели и реального материала. Заметим, что зависимость коэффициента Пуассона от начальных растяжений в интервале $|\delta'_1| < 0,1$ носит практически линейный характер.

Связь между константами упругости ряда кристаллов и параметрами их микромоделей

Параметры		Кристалл			
		NaCl	KCl	Th	PbS
Параметры микромоделей	k_1	1,825	1,683	1,265	4,610
	k_2	1,235	0,619	4,918	3,105
	δ'_1	0,011	0,003	-0,083	-0,108
	δ'_2	-0,012	-0,006	0,017	0,121
Константы упругости кристалла	C_{11}	4,87	3,98	7,53	12,70
	C_{12}	1,24	0,62	4,89	2,98
	C_{44}	1,260	0,625	4,780	2,480
	H	-1,11	-2,11	6,92	-3,76
	ν	0,248	0,250	0,254	0,269
Параметр дифракции	γ	0,307	0,843	2,575	0,258

Примечание: Параметры $k_{1,2}$ и C_{11} , C_{12} , C_{44} даны в единицах 10^{11} дин/см².

В изотропном твердом теле фактор (10) обращается в нуль, и количество упругих постоянных уменьшается до двух: $\lambda = C_{12}$, $\mu = (C_{11} - C_{12})/2 = C_{44}$. Отсюда следует, что рассматриваемая модель эквивалентна изотропной среде при выполнении условия

$$k_1(1-\delta'_1) = k_2(1-\delta'_2). \quad (14)$$

Если к тому же считать равными нулю нормальные напряжения на свободной поверхности решетки, т. е. воспользоваться условием (11), то начальные деформации пружин будут определяться через константы силового взаимодействия k_1 и k_2 следующим образом:

$$\delta'_1 = \frac{4}{7} \left(1 - \frac{k_2}{k_1} \right), \quad \delta'_2 = \frac{3}{7} \left(1 - \frac{k_1}{k_2} \right). \quad (15)$$

Таким образом, для моделирования изотропной среды с внутренними напряжениями необходимо взять константы k_1 и k_2 , мало отличающиеся друг от друга. При этом внутренние напряжения будут вычисляться по формулам (15). Простейшей же моделью изотропной среды является модель с нулевыми внутренними напряжениями и одинаковыми константами упругого взаимодействия: $\delta'_1 = \delta'_2 = 0$ и $k_1 = k_2$.

Нелинейные квазиплоские волны. Эволюционные уравнения

В общем виде нелинейные уравнения двумерной анизотропной среды (5) являются весьма сложными, поэтому целесообразно их дальнейшее упрощение. В области коротких длин волн эффективным оказывается параксиальное приближение теории дифракции [12, 13]. Данный подход позволяет существенно упростить нелинейные уравнения двумерной упругой среды (5) и получить модельное уравнение, описывающее распространение квазиплоских волн.

Плоская волна является некоторым приближением к реальным условиям, так как из-за ограниченности размера излучателя возмущение распространяется в виде волнового пучка, в котором поле сосредоточено главным образом в окрестности некоторой линии, называемой осью пучка (рис. 3). При рассмотрении такого процесса можно выделить три зоны. В первой зоне (I), расположенной перед излучателем, эффектами дифракции пренебрегается, и волну можно считать плоской. Здесь применимо приближение одномерной геометрической оптики. Во второй зоне (область квазиоптического приближения – II) влияние дифракции становится сравнимым с эффектами нелинейности и дисперсии. При этом фронт волны искривляется,

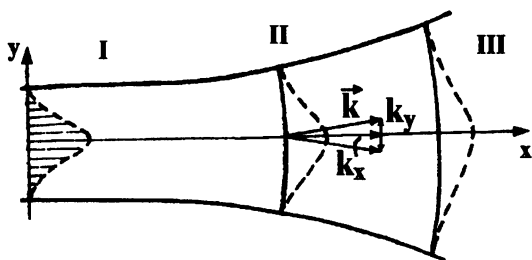


Рис. 3. Распространение пучка квазиплоских волн в областях геометрической акустики – I, квазиоптики (параксиальное приближение теории дифракции) – II, сильной дифракции (второе приближение теории дифракции) – III.

и происходит изменение амплитуды волнового поля в поперечном направлении к оси пучка. В третьей зоне (III) эффекты дифракции преобладают над нелинейностью и дисперсией. С точки зрения волновой динамики наиболее интересной является область II, где эффекты нелинейности, дисперсии и дифракции могут компенсировать друг друга и приводить к образованию двумерных локализованных волн (двумерные солитоны) [14].

Пусть нелинейная квазипродольная волна распространяется вдоль оси x (рис. 3). В такой волне поперечные смещения возникают за счет дифракционного искривления фронта, и их амплитуда является величиной более высокого порядка малости по сравнению с амплитудой продольных смещений ($v_x \approx \sqrt{\epsilon} u_x$) [14, 15]. Решение исходной системы уравнений (5) ищем в виде следующих степенных разложений:

$$u = \epsilon u_0 + \epsilon^2 u_1 + \dots, \quad v = \epsilon^{3/2} v_1 + \epsilon^{5/2} v_2 + \dots, \quad (16)$$

где $\epsilon \ll 1$ – параметр, характеризующий малость деформации.

Введем безразмерные лучевые переменные, отражающие разные масштабы изменения параметров пучка вдоль осей x и y :

$$\xi = x' - ct', \quad \eta = \sqrt{\delta} y', \quad \chi = \epsilon x'. \quad (17)$$

Здесь $x' = x/\lambda$, $y' = y/y_0$, $t' = ct/\lambda$ – безразмерные координаты и время, λ – характерная длина волны, y_0 – ширина пучка, $\delta = (\lambda/y_0)^2$ – коэффициент, характеризующий дифракционную расходимость, c – пока неопределенная безразмерная скорость распространения волны. Такой выбор переменных ξ , η и χ связан с тем, что возмущение, распространяясь со скоростью c вдоль оси x , медленно эволюционирует в продольном и поперечном направлениях из-за нелинейности, дисперсии и дифракционной расходимости. Рассмотрим случай, когда влияние нелинейности, дифракции и дисперсии ($\beta = (a/2\lambda)^2$) сравнимо и даже может взаимно компенсироваться, т. е. $\epsilon \approx \delta \approx \beta$.

Подставим разложения (16) в уравнения (5) и перейдем в них к лучевым переменным (17). Приравнявая к нулю слагаемые, пропорциональные ϵ , из первого уравнения (5) получим

$$(c^2 - 1) u_{0,\xi\xi} = 0.$$

Отсюда следует, что $c = 1$, т. е. основные возмущения в квазиплоской волне переносятся со скоростью распространения продольной волны c_1 .

Во втором уравнении (5) максимальные слагаемые пропорциональны $\epsilon^{3/2}$. Приравнивание их к нулю дает связь между производными от продольных $u_{0,\eta}$ и поперечных $v_{1,\xi}$ смещений в квазипродольной волне:

$$(c_1^2 - c_2^2) v_{1,\xi} = s^2 u_{0,\eta}. \quad (18)$$

Далее, удерживая в первом уравнении (5) слагаемые, пропорциональные ε^2 , с учетом связи (18) приходим к дифференциальному уравнению четвертого порядка для переменной u_0 :

$$2c_1^2 u_{0,\xi\xi} - \frac{a^2}{2\lambda^2} c_1^2 u_{0,\xi\xi\xi\xi} + (c_2^2 + \frac{s^4}{c_1^2 - c_2^2}) u_{0,\eta\eta} = -\frac{\partial}{\partial \xi} (\alpha_1 u_{0,\xi}^2). \quad (19)$$

После дифференцирования (19) по ξ и введения новой переменной $\Psi = u_{0,\xi}$ оно примет вид

$$\frac{\partial}{\partial \xi} (\Psi_x + \alpha \Psi \Psi_\xi - \beta \Psi_{\xi\xi\xi}) = -\gamma \Psi_{\eta\eta}, \quad (20)$$

где $\alpha = \alpha_1 / c_1^2$ – коэффициент нелинейности, $\beta = a^2 / 4\lambda^2$ – параметр дисперсии,

$$\gamma = \frac{s^4}{2c_1^2(c_1^2 - c_2^2)} + \frac{c_2^2}{2c_1^2} = \frac{(C_{11} - C_{44} + H)^2}{2C_{11}(C_{11} - C_{44})} + \frac{C_{44}}{2C_{11}} \quad (21)$$

– параметр дифракции.

Уравнение (20) описывает изменение величины продольной деформации $\psi = u_{0,\xi}$ в квазиплоской волне и совпадает с известным уравнением Кадомцева – Петвиашвили [14–16]. В рассматриваемой модели двумерной решетки, учитывающей лишь локальные взаимодействия частиц, параметры дисперсии β и дифракции γ являются положительными величинами (значения параметра γ для различных кристаллов, вычисленные по формуле (21), см. в таблице). При этом типичная картина волнового поля представляет собой движущиеся под произвольными углами плоские солитоны. Учет нелокальности взаимодействия частиц [3] может привести к изменению знака параметра дисперсии на отдельных участках спектра. В этом случае плоские солитоны оказываются неустойчивыми, и в среде могут сформироваться двумерные солитоны. Их полярность определяется знаком коэффициента нелинейности α [17]. Так, например, для меди, вольфрама и некоторых видов сталей $\alpha < 0$ [18] и солитоны имеют положительную полярность; а для оргстекла, плавленого кварца $\alpha > 0$ и полярность солитонов противоположная.

* * *

Рассмотрена двумерная модель анизотропной слоистой среды, когда взаимодействие между частицами, лежащими в одной плоскости, значительно сильнее взаимодействия между частицами из разных плоскостей. Анализ дискретной модели позволил установить связь между константами упругости анизотропной среды и параметрами ее микромоделей. Эта связь

дает возможность, с одной стороны, вычислить параметры микромоделли по известным константам упругости или скоростям акустических волн, а с другой – предсказать характер изменения коэффициентов упругости при изменении структуры материала.

Следует отметить, что рассмотренная двумерная модель может быть полезна не только для слоистых сред, но также и для исследования квазиплоских волн в других материалах. В параксиальном приближении теории дифракции выведено эволюционное уравнение Кадомцева – Петвиашвили, описывающее распространение нелинейной квазиплоской волны в двумерной среде.

Работа выполнена при частичной финансовой поддержке ведущих научных школ Российской Федерации (грант № 00-15-96741) и РФФИ (гранты № 00-02-16582 и 01-01-00386). И. С. Павлов также благодарит Фонд содействия отечественной науке.

Литература

1. *Беляева И. Ю., Зайцев В. Ю., Островский Л. А.* Нелинейные акустоупругие свойства зернистых сред // Акуст. журн. 1993. Т. 39, № 1. С. 25–32.
2. *Беляева И. Ю., Зайцев В. Ю.* Упругие нелинейные свойства зернистых микронеоднородных сред с иерархической структурой // Акуст. журн. 1997. Т. 43, № 5. С. 594–599.
3. *Pouget J.* Lattice dynamics and stability of modulated-strain structures for elastic phase transitions in alloys // Phys. Rev. B. 48. 1993, № 2. P. 864–875.
4. *Ротапов А. И., Павлов И. С., Горшков К. А., Маугин Г. А.* Nonlinear interactions of solitary waves in a 2D lattice // Wave Motion. 2001. V. 34, № 1. P. 83–95.
5. *Mechanics of Micropolar Media / Eds. O. Brulin and R.K.T. Hsieh.* World-Scientific, Singapore, 1982.
6. *Косевич А. М.* Теория кристаллической решетки (физическая механика кристаллов). Харьков: Вища школа, 1988.
7. *Павлов П. В., Хохлов А. Ф.* Физика твердого тела. Н. Новгород: Изд-во Нижегородского ун-та, 1993.
8. *Фейнман Р., Лейтон Р., Сэндс М.* Фейнмановские лекции по физике. Физика сплошных сред. М.: Мир, 1977. Т. 7.
9. *Драгунов Т. Н., Павлов И. С., Ротапов А. И.* Ангармонические взаимодействия упругих и ориентационных волн в одномерных кристаллах // Физика твердого тела. 1997. Т. 39, № 1. С. 137–144.
10. *Ротапов А. И., Павлов И. С., and Maugin G. A.* Nonlinear wave interactions in 1D crystals with complex lattice // Wave Motion. 1999. V. 29. P. 297–312.
11. *Хирт Дж., Лоте И.* Теория дислокаций / Перев. с англ. Под ред. Э. М. Надгорного и Ю. А. Осипьяна. М.: Атомиздат, 1972.
12. *Бахвалов Н. С., Жилейкин Я. М., Заболотская Е. А.* Нелинейная теория звуковых пучков. М.: Наука, 1982.
13. *Руденко О. В., Соляж С. И.* Теоретические основы нелинейной акустики. М.: Наука, 1975.
14. *Энгельбрехт Ю. К., Нугул У. К.* Нелинейные волны деформации. М.: Наука, 1981.
15. *Ротапов А. И., Солдатов И. Н.* Квазиплоский пучок продольных волн в нелинейной пластине // Акуст. журн. 1984. Т. 30, № 6. С. 819–822.
16. *Кадомцев Б. Б., Петвиашвили В. И.* Об устойчивости уединенных волн в среде со слабой дисперсией // ДАН СССР. 1970. Т. 192. С. 753–756.
17. *Теория солитонов. Метод обратной задачи / Под ред. С. П. Новикова.* М.: Наука, 1980.
18. *Зарембо Л. К., Красильников В. А.* Введение в нелинейную акустику. М.: Наука, 1966.

РАДИАЦИОННЫЕ НАПРЯЖЕНИЯ В УПРУГИХ ТЕЛАХ. ЛАГРАНЖЕВО ОПИСАНИЕ

С. А. Лусина, А. И. Потапов

Институт машиноведения им. А. А. Благодного (ИМАШ),
Нижегородский филиал

Настоящая работа является продолжением статьи [1], в которой рассматривались радиационные напряжения в твердом теле, вызванные распространяющейся в нем акустической волной, и связанное с этим понятие "волнового импульса".

В механике сплошной среды традиционно существуют два способа описания движения среды: в эйлеровых переменных x_j ($j = 1, 2, 3$), связанных с системой отсчета наблюдателя (лабораторной системой отсчета), и в лагранжевых переменных a_j , жестко связанных с частицами среды в начальный момент времени. Для адекватной физической интерпретации теоретических результатов существенным является вопрос о том, в каких переменных вычисляются кинематические и динамические характеристики движения среды. В переменных Эйлера эти характеристики вычисляются для среды, заключенной в некотором фиксированном объеме пространства, неподвижном относительно наблюдателя [2]. В переменных Лагранжа вычисляются характеристики для объема среды, состоящего из одних и тех же частиц, а поэтому относительно наблюдателя этот объем все время изменяется, причем закон движения его поверхности определяется движением частиц среды. Интересующие нас величины радиационного напряжения и волнового импульса имеют второй порядок по амплитуде волны, поэтому при их вычислении необходимо учитывать отличия в эйлеровом и лагранжевом описании волновых движений. Необходимость этих различий при вычислении акустических величин второго порядка малости отмечалась еще Н. Н. Андреевым [3].

Основные уравнения и соотношения

В лагранжевых переменных $\{a, t\}$ одномерные продольные волны в стержне описываются уравнением движения

$$\rho_0 \frac{\partial^2 x}{\partial t^2} = \frac{\partial \sigma_L}{\partial a} \quad (1)$$

и законом сохранения массы

$$\rho_0 = \rho \frac{\partial x}{\partial a}. \quad (2)$$

К ним необходимо добавить уравнение состояния среды, связывающее между собой напряжение σ_L и деформацию ϵ_L :

$$\sigma_L = E\varepsilon_L + \alpha\varepsilon_L^2, \quad (3)$$

$$\varepsilon_L = \frac{1}{2} \left[\left(\frac{\partial x}{\partial a} \right)^2 - 1 \right] = \frac{\partial u}{\partial a} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u}{\partial a} \right)^2, \quad (4)$$

где $u(a, t) = x(a, t) - a$ – смещение.

Вычислим импульс материального элемента стержня, состоящего из одних и тех же частиц.

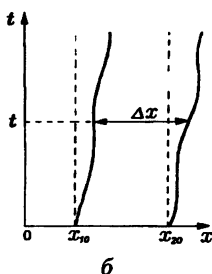
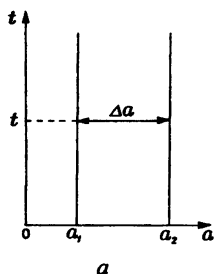
В лагранжевых переменных элемент заключен между координатами a_1 и a_2 (рисунок а) и его импульс Q_L по определению равен

$$Q_L = \int_{a_1}^{a_2} q_L da = \int_{a_1}^{a_2} \rho_0 \left(\frac{\partial u}{\partial t} \right)_{a=\text{const}} da. \quad (5)$$

Для наблюдателя, находящегося в лабораторной системе отсчета (эйлеровы координаты), рассматриваемый элемент занимает в пространстве участок переменной длины $\Delta x(t) = x_2(t) - x_1(t)$ (рисунок б), поэтому для него импульс будет вычисляться через интеграл с переменными пределами:

$$Q_L = \int_{x_1(a,t)}^{x_2(a,t)} \rho_0 \left(\frac{\partial u}{\partial t} \right)_{a=\text{const}} da = \int_{x_1(t)}^{x_2(t)} \rho v dx, \quad (6)$$

где учтено, что $(\partial u / \partial t)_{a=\text{const}}$ – скорость частиц среды, а $\rho_0 da = \rho dx$ в силу закона сохранения массы (2).



Определение импульса элемента стержня в переменных Лагранжа (а) и Эйлера (б).

Таким образом, для наблюдателя импульс Q_L , определенный в лагранжевых переменных (5), отличается от импульса Q , определенного в эйлеровых переменных [1]. Это связано с тем, что импульсы Q_L и Q определены для различных физических ситуаций. Импульс Q_L определен для элемента стержня, состоящего из постоянного числа одних и тех же частиц среды, его масса неизменна, а объем и плотность в системе отсчета наблюдателя $\{x, t\}$ изменяются с течением времени. Импульс Q определен для среды, заключен-

ной в неподвижном объеме $\Delta x = x_{20} - x_{10}$, но число частиц в нем переменное, так как они могут пересекать его границы (см. рисунок б). Это различие в определениях импульсов Q_L и Q приводит к различным значениям их производных по времени:

$$\frac{dQ_L}{dt} = \frac{dQ}{dt} + [\rho v^2]_{x_1(t)}^{x_2(t)}. \quad (7)$$

Конечная разность в правой части (7) появилась из-за дифференцирования интеграла (6) с переменными пределами интегрирования.

В соответствии со вторым законом Ньютона скорость изменения импульса равна внешней силе, действующей на элемент стержня, $dQ_L/dt = F_L$. Следовательно, из соотношения (7) вытекает, что сила F_L , действующая на "лагранжев" элемент стержня ($\Delta a = a_2 - a_1$), отличается от силы $F = dQ/dt$, действующей на фиксированный в пространстве ("эйлеров") элемент стержня ($\Delta x = x_{20} - x_{10}$):

$$F_L = F + [\rho v^2]_{x_1(t)}^{x_2(t)}. \quad (8)$$

Так как из уравнения (1) следует, что $F_L = [\sigma]_{a_1}^{a_2}$, а в эйлеровых переменных

$F = [\sigma - \rho v^2]_{x_1}^{x_2}$ (см. (2.7) в [1]), то из (8) получаем равенство

$$[\sigma_L]_{a_1}^{a_2} = [\sigma]_{x_1(t)}^{x_2(t)}. \quad (9)$$

То есть упругие напряжения, вычисленные в лагранжевых (σ_L) и эйлеровых (σ) переменных, но действующие на один и тот же элемент стержня, совпадают между собой. Это и естественно, так как данное равенство является следствием эквивалентности лагранжева и эйлерова описания процесса деформации твердого тела.

Определение радиационных напряжений

Радиационным напряжением в твердом теле в переменных Лагранжа (т. е. силой волнового давления), так же как и при эйлеровом описании, будем называть постоянную составляющую по времени от силы F_L [1, 2]:

$$P_L = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T F_L dt = [\sigma_L]_{a_1}^{a_2}. \quad (10)$$

Она отличается от силы волнового давления P , определенной в эйлеровой системе координат:

$$P_L = P + \langle \rho v^2 \rangle_{x_2(t)} - \langle \rho v^2 \rangle_{x_1(t)}, \quad (11)$$

и это отличие начинает проявляться при учете величин второго порядка малости. Из соотношений (6), (7) и (10), (11) видны различия в определении физически содержательных характеристик волновых процессов в эйлеровых и лагранжевых переменных. В лагранжевых переменных изменение импульса среды $q_L = \rho_0 (\partial u / \partial t)_{a=\text{const}}$ однозначно связано с переносом массы, а сила P_L , действующая на "материальный" элемент стержня Δa , определяется разностью упругих напряжений σ_L на его границах a_1 и a_2 .

Запишем приведенные выше соотношения в первом и втором приближениях теории возмущений. В первом приближении волновой процесс описывается линейным уравнением для $u'(a, t)$:

$$\rho_0 u''_t - E u''_{aa} = 0, \quad (12)$$

а возмущения остальных переменных выражаются через ее производные

$$\rho' = -\rho_0 u'_a, \quad \varepsilon'_L = u'_a, \quad \sigma'_L = E u'_a. \quad (13)$$

Погонная плотность импульса q'_L и сила волнового давления P'_L в этом приближении имеют вид

$$q'_L = \rho_0 u'_t, \quad (14)$$

$$P'_L = [E u'_a]_{a_1}^{a_2}. \quad (15)$$

Заметим, что в выражении для "лагранжева" импульса q'_L отсутствует квадратичная добавка, которая присутствует в "эйлеровом" импульсе q' (см. (2.14) в [1]), называемая "волновым импульсом".

Во втором приближении волновой процесс описывается следующим уравнением [2]:

$$\rho_0 u''_t - E u''_{aa} = \left(\alpha + \frac{E}{2} \right) \frac{\partial}{\partial a} (u_a'^2), \quad (16)$$

а остальные переменные выражаются через производные от u' и u'' :

$$\rho'' = -\rho_0 u''_a + \rho_0 u_a'^2, \quad (17)$$

$$\varepsilon''_L = u''_a + \frac{1}{2} u_a'^2, \quad (18)$$

$$\sigma''_L = E u''_a + \left(\alpha + \frac{E}{2} \right) u_a'^2. \quad (19)$$

Заметим, что в этом приближении соотношения (17)–(19) отличаются от соответствующих соотношений в эйлеровых координатах. Плотность импульса и сила волнового давления во втором приближении описываются выражениями:

$$q_L = \rho_0 u'_i + \rho_0 u''_i, \quad (20)$$

$$P_L = \left[E \langle u''_a \rangle + \left(\alpha + \frac{E}{2} \right) \langle u'^2_a \rangle \right]_{-a_1}^{a_2}. \quad (21)$$

Плотность "лагранжева" импульса q_L описывается таким же выражением, как и плотность импульса q в эйлеровых переменных [1], а сила волнового давления P_L , так же как и в первом приближении, равна разности напряжений $\langle \sigma''_L \rangle$ на границах элемента стержня Δa .

Чтобы выяснить сходство и различие в вычислениях физических характеристик волновых процессов в переменных Лагранжа и Эйлера, необходимо сопоставить результаты, получаемые этими методами на одних и тех же задачах. С этой целью обсудим примеры, рассмотренные в работе [1], но воспользуемся переменными Лагранжа.

Примеры вычисления радиационных напряжений

Пример 1. Продольные колебания в стержне с одним закрепленным концом ($a = 0$) и кинетическим возбуждением на другом ($a = l$) в первом приближении теории возмущений описываются следующей задачей:

$$\rho_0 u''_{tt} - E u'_{aa} = 0, \quad 0 \leq x \leq l, \\ u'|_{a=0} = 0, \quad u'|_{a=l} = U(t), \quad t \geq 0, \quad u'|_{t=0} = u''|_{t=0} = 0. \quad (22)$$

Она эквивалентна задаче (3.1) в эйлеровых переменных из работы [1]. Ее решение имеет вид (3.2), где следует заменить координату x на a .

Однако нужно иметь в виду, что в отличие от эйлера описания в переменных Лагранжа определение "волнового" импульса g отсутствует, а среднее значение потока импульса $\langle \Pi \rangle = E \langle u'_a \rangle$ равно нулю как для бегущих, так и для стоячих волн. Определение же волнового импульса по формуле $g_L = -\rho_0 u'_a u'_t$ (см. (2.15) из [1]) с точки зрения математического формализма вполне разумно, но не имеет под собой физического содержания. По-видимому, здесь сказывается "эффект тождественности" линейных задач в эйлеровых и лагранжевых переменных, что подталкивает к неправомерному переносу (на основании математической аналогии) понятий и определений из одной области в другую, где они оказываются лишены физического смысла.

Заметим, что при вычислении линейных величин противоречий не возникает. Они появляются при вычислении квадратичных величин, когда необходимо учитывать слагаемые, получающиеся во втором приближении теории возмущений. К таким величинам относится, в частности, импульс

и его поток, переносимый упругой волной. В данном случае неправильно примененная математическая аналогия приводит к терминологической путанице, которая отчасти способствует живучести дискуссий и споров о волновом импульсе [5, 7].

К чему же приводит учет величин второго приближения? Из общих физических соображений, без решения соответствующей задачи ясно, что в стержне должны равняться нулю средние по времени значения скорости частиц и напряжения:

$$\langle u'_i \rangle = \langle u''_i \rangle = 0, \quad \langle \sigma'_L \rangle = \langle \sigma''_L \rangle = 0. \quad (23)$$

Это дает связь между средними значениями величин первого и второго приближений:

$$\langle u'_a \rangle = 0, \quad \langle u''_a \rangle = -(\alpha + E/2)E^{-1} \langle u'^2_a \rangle. \quad (24)$$

Еще раз отметим, что линейные величины совпадают с соответствующим выражением в эйлеровом представлении, а величины второго приближения $\langle u'_i \rangle$ и $\langle u''_a \rangle$ отличаются. Из (20) и (21) следует, что средняя по времени плотность импульса $\langle q_L \rangle$ равна нулю, т. е. отсутствует перенос массы, а также равна нулю и сила волнового давления P_L . Это и понятно, так как в эйлеровых переменных ненулевой вклад в $\langle q \rangle$ и P давали конвективные слагаемые уравнений движения, которые отсутствуют в выражениях для $\langle q_L \rangle$ и P_L . В этом приближении в стержне появляется постоянная составляющая деформации

$$\langle \varepsilon'_L \rangle = -\frac{\alpha}{E} \langle u'^2_a \rangle, \quad (25)$$

которая описывается такой же формулой, как и в эйлеровых переменных.

Пример 2. Продольные колебания стержня, зажатого на концах. В этом случае равны нулю средние скорости и деформации:

$$\langle u'_i \rangle = \langle u''_i \rangle = 0, \quad \langle \varepsilon'_L \rangle = \langle \varepsilon''_L \rangle = 0, \quad (26)$$

что приводит к соотношениям

$$\langle u'_a \rangle = 0, \quad \langle u''_a \rangle = -\frac{1}{2} \langle u'^2_a \rangle. \quad (27)$$

Тогда из (20) и (21) получаем

$$\langle q_L \rangle = 0, \quad P_L = \left[\alpha \langle u'^2_a \rangle \right]_{a_1}^{a_2}, \quad (28)$$

т. е., как и в предыдущей задаче, отсутствует перенос массы, а сила волнового давления P_L отлична от нуля. В этом случае отличны от нуля и средние напряжения в стержне

$$\langle \sigma_L^* \rangle = \alpha \langle u_a'^2 \rangle, \quad (29)$$

которые совпадают с выражением для эйлеровых напряжений $\langle \sigma^n \rangle$. Такой же результат получается и при более строгом анализе нелинейных продольных волн в стержне конечной длины [8].

Пример 3. В случае продольных колебаний свободного стержня отсутствуют средние по времени напряжения $\langle \sigma' \rangle = \langle \sigma^n \rangle = 0$, а о средних значениях скоростей частиц ничего определенного сказать нельзя, и необходимо решать уравнения второго приближения (16) с соответствующими краевыми условиями. При этом колеблющийся стержень претерпевает в среднем по времени растяжение (или сжатие, в зависимости от знака нелинейности) по закону (25).

* * *

Физическая интерпретация теоретических расчетов зависит от конкретной постановки задачи. Различия в расчетах по Эйлеру и Лагранжу являются величинами второго порядка малости по амплитуде волны и связаны с тем, что первые вычисляются для фиксированного в пространстве объема среды, а вторые – для индивидуального массового объема. Величины, вычисленные в лагранжевых переменных, могут быть по определенным правилам пересчитаны в соответствующие выражения в эйлеровых переменных, которые и будут истинными для наблюдателя.

Учет ангармонизма приводит к появлению в упругой среде отличных от нуля, средних по времени деформаций или напряжений, вызванных волновым полем. Эти эффекты проявляются только при наличии физической нелинейности у материала. Во втором приближении они описываются одинаковыми выражениями как в эйлеровых, так и в лагранжевых переменных.

Литература

1. *Потапов А. И., Можен Ж. А.* Волновой импульс и радиационные напряжения в упругих телах // Вестник ННГУ. Сер. Механика. 2001. Вып. 3. С. 96–108.
2. *Зарембо Л. К., Красильников В. А.* Введение в нелинейную акустику. М.: Наука, 1966.
3. *Андреев Н. Н.* О некоторых величинах второго порядка в акустике // Акуст. журн. 1995. Т. 41, № 5. С. 684–689.
4. *Денисов Г. Г.* О волновом импульсе и усилиях, возникающих на границе одномерной упругой системы // Изв. АН. Механика твердого тела. 1994. Т. 1. С. 42–51.
5. *Денисов Г. Г.* К вопросу об импульсе волны, радиационном давлении и других величинах в случае плоских движений идеального газа // ПММ. 1999. Т. 63. Вып. 3. С. 390–402.
6. *Ostrovsky L. A., Potaпов A. I.* Modulated Waves. Theory and Applications. Johns Hopkins University Press. Baltimore and London. 1999.
7. *Мак-Интайр М.* Миф о "волновом импульсе" // Современная гидродинамика. Успехи и проблемы / Пер. с англ. М.: Мир, 1984. С. 454–477.
8. *Милосердова И. В., Потапов А. И.* Нелинейные стоячие волны в стержне конечной длины // Акуст. журн. 1983. Т. 29, № 4. С. 515–520.

МОДУЛЯЦИОННО-МОДОВЫЙ МЕТОД ОБНАРУЖЕНИЯ ТРЕЩИН В КОНСТРУКЦИЯХ И ОПРЕДЕЛЕНИЯ ИХ МЕСТОПОЛОЖЕНИЯ

И. Н. Диденкулов, Н. В. Курочкин, А. А. Стромков, В. В. Чернов

Институт прикладной физики РАН, Н. Новгород

Акустические методы неразрушающего контроля широко применяются в различных областях техники [1, 2, 3]. В последние годы интенсивно развиваются методы нелинейной акустической диагностики, так как нелинейные акустические свойства более чувствительны к наличию дефектов и изменению структуры среды, чем линейные [3, 4].

В работе представлены результаты исследования возможностей акустического модуляционного метода для диагностики бетонных конструкций с целью обнаружения в них трещин.

Кроме того, на основе модуляционного принципа предложен новый модуляционно-модовый метод определения местоположения трещин в конструкциях. Этот метод экспериментально проверен на физической модели – металлической струне с трещиной.

Акустический модуляционный метод неразрушающей диагностики

Метод основан на модуляции высокочастотных упругих волн низкочастотными вибрациями исследуемого образца. Трещина обладает выраженными нелинейными акустическими свойствами, поэтому низкочастотная волна меняет условия распространения высокочастотной волны через трещину, что приводит к эффекту модуляции. Подобный эффект применялся для контроля усталости металлов и обнаружения трещин в металлических и бетонных образцах [4–7]. При этом использовались различные типы волн в образцах: продольные, изгибные, крутильные.

В данной работе с использованием этого метода были проведены испытания бетонных балок метровой длины с различными дефектами: с трещиной, с арматурой, со сферической полостью, а также с контрольной бездефектной балкой. Продольные волны в балках возбуждались на частоте 16 кГц с помощью пьезокерамического излучателя, приклеиваемого к одному из торцов. Изгибные колебания балок на резонансных частотах одной из мод возбуждались с помощью вибратора. Основное внимание в экспериментах уделялось измерению распределения амплитуды модуляционных компонент вдоль балок и его связи с распределением амплитуд низкочастотных вибраций и высокочастотных акустических волн вдоль балок. Регистрация колебаний в различных точках балки осуществлялась с помощью акселерометра.

В экспериментах было показано, что наличие трещины приводит к существенному (примерно на порядок) возрастанию коэффициента модуляции по сравнению с бездефектной балкой, а также дефектами в виде арматуры и сферической полости. При этом оказалось, что распределение амплитуды модуляционных компонент вдоль балки зависит от местоположения трещины и номера возбужденной моды изгибных колебаний, что показано на рис. 1.

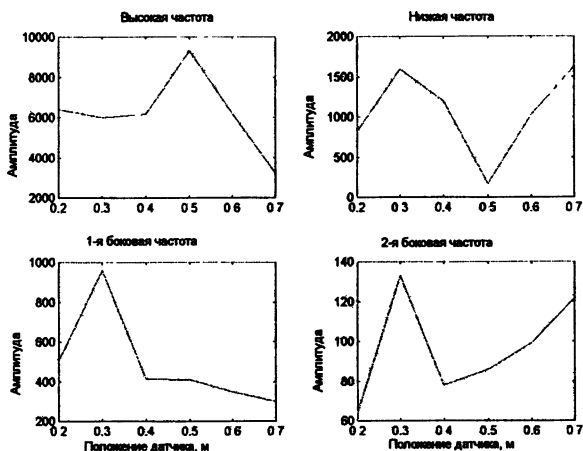


Рис. 1. Распределение вдоль балки с трещиной амплитуд низкочастотных изгибных и высокочастотных продольных колебаний (вверху), а также амплитуд первой и второй модуляционных гармоник.

Гистограмма индексов модуляции, найденных путем усреднения данных, полученных в разных точках балок и нормированных на индекс модуляции бездефектной балки, приведена на рис. 2.

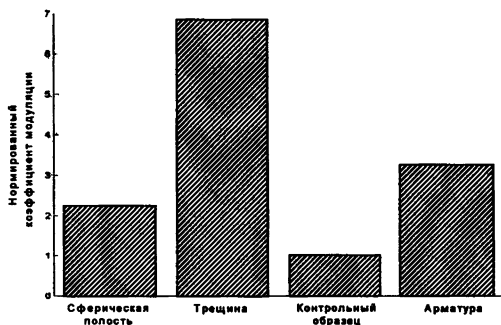


Рис. 2. Нормированные значения индекса модуляции для разных бетонных балок

Проведенные эксперименты показали, что индекс модуляции может быть использован в качестве диагностического параметра для определения дефектности бетонных конструкций. Другой важный вывод состоит в том, что поскольку амплитуды модуляционных компонент зависят от положения трещины и распределения амплитуды вибраций вдоль балки, то на основе этого факта может быть разработан модуляционно-модовый метод определения местоположения трещины. Этот метод описывается в следующем разделе.

Определение местоположения трещины. Спектрально-модовый модуляционный метод

Простые нелинейные методы не могут давать информацию о местоположении трещины, они лишь определяют дефектность образца в целом. Поэтому в развитии и внедрении нелинейных акустических методов неразрушающего контроля важным элементом является разработка методики определения местоположения трещин. К настоящему времени известен метод нелинейной акустической эхолокации трещин, основанный на использовании эффекта модуляции высокочастотного акустического эхо-импульса [8] или последовательности эхо-импульсов от трещины [9] низкочастотными вибрациями образца. Этот метод может быть применен не во всех случаях. Поэтому представляет интерес создание новых методов нелинейной акустической локации трещин. Такой метод может быть основан, в частности, на модовом подходе и вытекает из наблюдения, сделанного при экспериментах с бетонными балками, описанными в предыдущем разделе.

Сущность такого метода состоит в том, что при возбуждении в балке низкочастотных колебаний на разных резонансных частотах (соответствующих разным модам) индекс модуляции распространяющихся в балке высокочастотных акустических волн будет зависеть от положения трещины по отношению к форме собственных изгибных колебаний балки. В зависимости от положения трещины по отношению к узлам и пучностям возбужденной моды колебания образца будут по-разному влиять на прохождение высокочастотных акустических волн через трещину. Анализируя индекс модуляции для разных мод, можно построить алгоритм определения местоположения трещины. Рассмотрим этот метод подробнее на примере струны.

Предположим, что поперечные колебания струны возбуждаются последовательно на резонансных частотах разных мод. В этом случае распределение амплитуд поперечных колебаний струны для каждой моды имеет вид

$$u_n(z, t) = A_n \cdot \sin \frac{\pi n}{l} \cdot \cos \Omega_n t, \quad (1)$$

где $A_n = f_n / (j2\delta\Omega_n)$ – амплитуда колебаний; $f_n = (2/l) \int f(\zeta) \sin(\pi n/l)\zeta d\zeta$ – коэффициент возбуждения n -й моды; $f(\zeta)$ – распределение возбуждающей силы вдоль струны; $\Omega_n = (\pi n/l)(T/\rho)^{1/2}$ – резонансная частота n -й моды; δ – коэффициент потерь, T – сила натяжения струны, l – ее длина; ρ – ее погонная плотность.

Пусть в струне распространяется также высокочастотная продольная волна (мы считаем, что струна обладает собственной упругостью и в этом смысле отличается от понятия идеальной струны). Частоту ω этой волны будем полагать много большей собственных частот Ω_n поперечных колебаний струны: $\omega \gg \Omega_n$. Естественно считать, что в ограниченной по длине струне высокочастотная волна является стоячей. Примем, однако, во внимание, что для очень высоких частот длина волны становится весьма малой и даже при небольшом относительном изменении частоты происходит существенное изменение положений узлов и пучностей стоячей продольной волны. Поэтому при использовании нескольких частот $\omega \pm \Delta\omega$ в пределах ширины полосы $\Delta\omega = \pi/l$ и последующем усреднении результата измерений стоячая структура высокочастотного поля в проволоке не будет сказываться на результатах измерений, и можно считать, что продольная волна в струне является бегущей.

При отсутствии трещины в струне продольные и поперечные волны в струне не взаимодействуют друг с другом. Этот идеальный случай, конечно же, на практике не выполняется, так как любое вещество даже в отсутствие трещин обладает собственной упругой нелинейностью. Однако, так как появление трещин увеличивает нелинейные эффекты во много раз, такое приближение является оправданным.

При наличии трещины обе волны будут взаимодействовать друг с другом. Результатом этого взаимодействия является модуляция высокочастотной волны низкочастотной. В простейшем приближении квадратичной нелинейности величину этого эффекта можно описать в следующем виде

$$\tilde{u}_n = \alpha \cdot u_n(z_0)u_\omega,$$

где \tilde{u}_n – амплитуда продольной волны на комбинационных частотах $\omega \pm \Omega_n$, u_ω – амплитуда исходной высокочастотной волны, α – параметр взаимодействия. Таким образом, коэффициент модуляции $M_n = \tilde{u}_n / u_\omega = \alpha u_n(z_0)$, где z_0 – координата трещины вдоль струны, оказывается зависящим от положения трещины и номера моды поперечных колебаний.

Основываясь на этом факте, можно предложить алгоритм определения местоположения трещины. Введем в рассмотрение эффективный параметр модуляции M :

$$M = \sum_n M_n = \sum_n A_n [\sin k_n z + \sin k_n (l - z)]; \quad k_n = \pi n / l. \quad (2)$$

Результаты расчета этой величины для изложенной модели струны с трещиной показаны на рис. 4. По оси абсцисс отложена координата вдоль струны, а по оси ординат – величина нелинейного параметра. Максимальная величина нелинейного параметра находится в месте расположения трещины. Один из максимумов истинный, а второй мнимый из-за симметрии формы изгибных колебаний. Точность этого метода зависит от количества возбуждаемых мод изгибных колебаний.



Рис. 4. Результат численного моделирования

Для экспериментального подтверждения предложенной модели была проведена серия измерений. Схема экспериментальной установки показана на рис. 5.

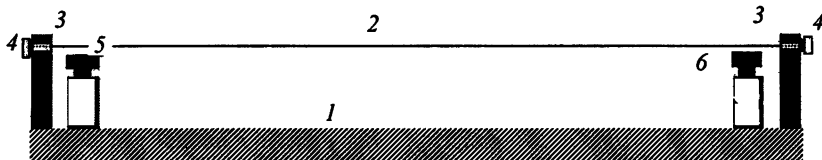


Рис. 5. Экспериментальная установка для исследования спектрально-модового модуляционного метода определения местоположения трещины.

Вся конструкция собрана на жестко закрепленной оптической скамье 1, струна 2 натянута между упорами 3, зафиксированными на оптической скамье при помощи рейтеров. Для излучения и приёма продольной высокочастотной акустической волны в струне использовались идентичные пьезокерамические преобразователи 4. Возбуждение поперечных волн осуществляется с помощью динамической головки 5, а для контроля амплитуды поперечных колебаний используется вторая динамическая головка 6. Струна имела длину 2 м. Акустические волны в ней возбуждались на частоте около 200 кГц пьезокерамическим преобразователем, прикрепленным к торцу

струны. Сигнал снимался с противоположного торца пьезокерамическим акселерометром. Сначала эксперимент проводился со струной без дефектов. Затем серия измерений повторялась в той же струне, после того как в ней делался небольшой трещиноподобный дефект.

Трещина прорезалась в маленькой капле твердого припоя, нанесенного на струну на расстоянии около 50 см от одного из ее концов. Бездефектная струна также имела каплю припоя, но не прорезанную. В ходе экспериментов последовательно возбуждались различные моды поперечных колебаний струны на их резонансных частотах и измерялся коэффициент модуляции высокочастотного сигнала низкочастотными колебаниями струны. Поскольку возбуждение различных мод колебаний струны на их резонансных частотах происходило с разной амплитудой, то измеренный коэффициент модуляции нормировался на коэффициент возбуждения соответствующей моды. С этой целью проводились измерения амплитуды поперечных колебаний струны с помощью электромагнитного датчика, размещенного вблизи определенной точки струны (в эксперименте эта точка находилась симметрично по отношению к электромагнитному возбудителю колебаний).

На рис. 6 показаны гистограммы амплитуд модуляционных гармоник для бездефектной струны и струны с трещиной при одинаковых амплитудах возбуждения колебаний струны. Нелинейные свойства струны с трещиной существенно выше по сравнению со струной бездефектной, а кроме того, наличие трещины приводит к разному проявлению эффекта модуляции на различных модах, что подтверждает правильность предположений, лежащих в основе предлагаемого метода.

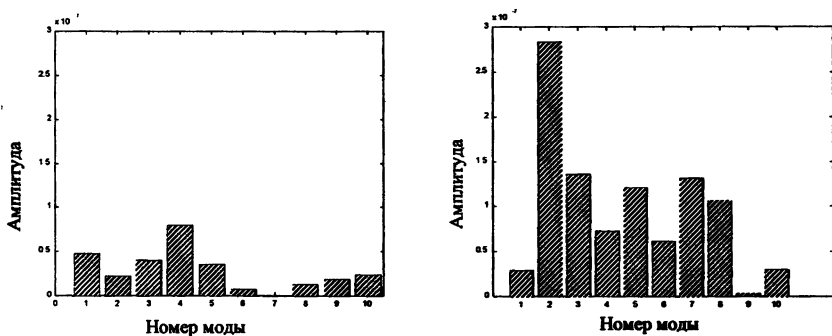


Рис. 6. Гистограммы амплитуд модуляционных гармоник для струны без дефекта (слева) и с трещиной (справа).

Окончательный результат обработки этих данных в соответствии с предложенным алгоритмом (2) представлен на рис. 7. Показано распределение величины параметра M вдоль струны. Первый максимум указывает на

измеренное местоположение трещины на струне. Наличие второго, мнимого максимума, связано с симметрией мод колебаний струны. Результаты измерений показывают, что найденное положение трещины близко к истинному. Максимальное значение параметр M принимает на расстоянии 43 см от края струны, а дефект расположен на расстоянии 51 см от края.



Рис. 7. Распределение параметра M вдоль струны

Пространственная разрешающая способность нахождения местоположения трещины спектрально-модовым модуляционным методом, очевидно, определяется пространственным масштабом высшей возбужденной моды, что в наших условиях составляет около 10 см. Таким образом, результаты измерений подтверждают возможности спектрально-модового модуляционного метода определения местоположения трещин.

* * *

Экспериментальные исследования модуляционного метода неразрушающей диагностики бетонных конструкций показали, что индекс модуляции может использоваться в качестве диагностического параметра для определения дефектности бетонных конструкций. Наибольший коэффициент модуляции наблюдается в балках с трещинами, что обусловлено нелинейностью контактирующих поверхностей в трещине. Однако измерения одного индекса модуляции не могут дать ответ на вопрос о местоположении трещины в конструкции. В работе рассмотрен спектрально-модовый модуляционный метод определения местоположения трещины, основанный на измерении индекса модуляции для различных мод колебаний тестируемого образца. Предложен алгоритм реконструкции положения трещины, проведено его численное моделирование и экспериментальная проверка на струне. Результаты работы показывают, что предложенный алгоритм нелинейно-акустической реконструкции положения трещины может быть использован для дефектоскопии конструкций.

Литература

1. Акустические методы и средства контроля // Приборы для неразрушающего контроля материалов и изделий. Справочник. Т. 2. М.: Машиностроение, 1986. С. 189.
2. *Ермолов И. Н.* Теория и практика ультразвукового контроля. М.: Машиностроение, 1981. 240 с.
3. *Джонс Р., Фокозару.* Неразрушающие методы испытания бетонов. М.: Стройиздат, 1974. 278 с.
4. *Коротков А. С., Славинский М. М., Сутин А. М.* // Акуст. журн. 1994. Т. 40, № 1. С. 84.
5. *Руденко О. В., Чин Ан Ву.* Нелинейные акустические свойства контакта неровных поверхностей и акустическая диагностика распределения высоты неровностей // Акуст. журн. 1994. Т. 40, № 4. С. 593–600.
6. *Диденкулов И. Н., Екимов А. Э., Казаков В. В., Сутин А. М.* Нелинейные акустические свойства железобетонных конструкций с трещинами // Нелинейная акустика твердого тела. Сб. трудов 8-й сессии РАО / Под ред. В. И. Ерофеева. Н. Новгород: Интелсервис. 1998. С. 265–268.
7. *Диденкулов И. Н., Екимов А. Э., Казаков В. В.* Нелинейное взаимодействие крутильных и изгибных волн в стержне с трещиноподобным дефектом // Акуст. журн. 1998. Т. 43, № 5. С. 462–468.
8. *Kim J. P., Kim E. J., Yoon S. W., Sutin A. M.* // JASA. 1997. V. 101. P. 3029–3030.
9. *Didenkulov I. N., Sutin A. M., Kazakov V. V., Ekimov A. E., Yoon S. W.* Nonlinear acoustic technique of crack location // Nonlinear Acoustics at the turn of the Millenium / Eds. W. Lauterborn, T. Kurz. Melville, New York, 2000. P. 329–332.

ВЛИЯНИЕ ПОЛЯРИЗАЦИИ ИСТОЧНИКА НА ЧАСТОТНУЮ ХАРАКТЕРИСТИКУ СИСТЕМЫ "ИСТОЧНИК – ГРУНТ"

С. П. Вдовиченко, В. В. Гуцин, В. А. Кудрявцев

Научно-исследовательский радиофизический институт, Н. Новгород

Известно, что в процессе распространения сейсмических волн спектр сигнала меняется под действием нескольких факторов: интерференции отдельных мод, частотно-зависимого затухания, рассеяния на неоднородностях среды. Так же как в электродинамике и гидроакустике, для описания частотных свойств сейсмических каналов распространения может использоваться понятие амплитудно-частотной характеристики среды (АЧХ). Более полную информацию с точки зрения практических приложений дает АЧХ системы "источник – грунт", так как изменения в спектре сигнала при распространении определяются не только свойствами грунта, но и параметрами самого источника (например, поляризацией и пространственным спектром силового воздействия) [1]. Экспериментальные данные по АЧХ, полученные в диапазоне расстояний до 300 м, были систематизированы в работе [2]. Установлено, что основное влияние на форму АЧХ оказывает интерференция сейсмических мод, причем полученные результаты вполне удовлетворительно объясняются с помощью классической модели плоскослоистой среды. Необходимо подчеркнуть, что выводы работы [2] были основаны на анализе сигналов от вертикальных силовых источников, зарегистрированных вертикальными же сейсмоприемниками. Авторы вполне сознательно не включили в статью имевшиеся материалы по АЧХ для других сочетаний поляризаций источника и приемника, поскольку даже предварительное изучение этих материалов показало, что они никак не могут быть интерпретированы в рамках той же теоретической модели. После проведения дополнительных полевых исследований и более тщательного анализа результатов многолетних экспериментов мы сочли возможным вернуться к данной теме.

Несоответствие широко используемых теоретических моделей плоскослоистой среды реальным грунтам хорошо известно исследователям. На практике это несоответствие часто принимается во внимание при разработке различных сейсмических систем. До сих пор не было проведено систематического описания реальной ситуации, пытаемся заполнить этот пробел.

Для начала напомним основные положения теории возбуждения и распространения сейсмических волн в грунте, образованном горизонтальными плоскими слоями (более подробно этот материал можно найти, например, в [3]). Предположим, что точечный силовой источник имеет линейную поляризацию и воздействует на поверхность грунта (рис. 1). Если сила направлена

вертикально, то в точке приема A будут регистрироваться волны с эллиптической поляризацией (поверхностные волны или волны Рэлея), вектор колебательной скорости грунта будет иметь как вертикальную компоненту, так и горизонтальную, направленную вдоль волнового вектора. Такой источник имеет круговую диаграмму направленности в азимутальной плоскости.

Если же возбуждающая сила направлена строго горизонтально, то также генерируются волны Рэлея с косинусоидальной диаграммой направленности, причем максимумы излучения лежат на линии действия силы. Кроме того, излучаются и волны Лява, которые имеют линейную горизонтальную поляризацию. Колебания грунта в волне Лява происходят перпендикулярно направлению распространения. Азимутальная диаграмма направленности в этом случае также косинусоидальная, но развернута на 90° по отношению к диаграмме направленности волн Рэлея. Таким образом, если горизонтальная сила направлена вдоль оси x (см. рис. 1), то в точке A должны приниматься только волны Рэлея. Если же сила направлена вдоль оси y , то регистрироваться, в соответствии с теорией, могут лишь волны Лява.

В общем случае силовой источник может возбуждать несколько мод каждого типа. Для отдельной моды АЧХ имеет единственный максимум [5]. Поскольку дисперсионные кривые различных мод не совпадают, при сложении мод суммарная АЧХ становится изрезанной. В простейшем случае двух мод, не имеющих дисперсии, в АЧХ появляются экстремумы,

частоты которых определяются из выражения [2]
$$\omega_i \left(\frac{c_1 \pm c_2}{c_1 c_2} \right) = \frac{\pi(2i+1)}{r},$$

где r – расстояние между источником и приемником, c_1 и c_2 – фазовые скорости мод. Из этого соотношения следует, что период изрезанности с увеличением дистанции уменьшается. При увеличении числа мод форма АЧХ усложняется, но изрезанность сохраняется, и связь периода изрезанности с расстоянием между источником и приемником не претерпевает качественных изменений. Именно такая картина и наблюдалась в наших экспериментах с вертикальным источником и приемником, описанных в [1]. Для исследования влияния поляризации на АЧХ был проведен цикл полевых работ на нескольких полигонах Нижегородской области, а также в Московской, Челябинской, Курской областях и Республике Калмыкия. Во всех случаях имело место качественное совпадение результатов. В экспериментах использовался импульсный источник, энергия которого была в основном сосредоточена в диапазоне 10–50 Гц. Сейсмическое поле регистрировалось в нескольких точках, расположенных вдоль прямой линии,

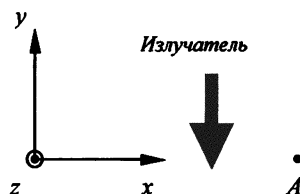


Рис. 1. Схема эксперимента

проходящей через источник (на расстояниях 20, 40, 60 и 80 м от источника). В каждой точке устанавливались вертикальный сейсмоприемник СВ-10Ц и два горизонтальных приемника СГ-10. Ось максимальной чувствительности одного из горизонтальных приемников была направлена на источник (ось x на рис. 1), ось второго перпендикулярна направлению на источник. Источник последовательно возбуждал серии импульсов (от 10 до 40) в вертикальном направлении, затем в двух горизонтальных направлениях (параллельно линии приема и перпендикулярно). Сейсмические сигналы вводились в персональный компьютер, а затем обрабатывались с помощью пакета *Spectrolab*.

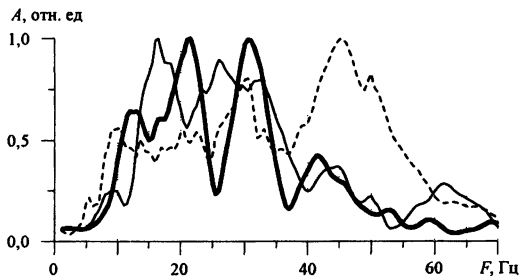
Первые несоответствия с теоретическими оценками проявились уже при работе с вертикальным источником. Было установлено, что в сейсмическом сигнале присутствуют обе горизонтальные компоненты, хотя модель плоскостной среды предсказывает в этом случае отсутствие колебаний в горизонтальном направлении, перпендикулярном действию силы (вдоль оси y). Разумеется, мы не могли гарантировать абсолютную точность ориентации как возбуждающей силы, так и горизонтальных сейсмоприемников, но амплитуды разных поляризаций оказались вполне сопоставимыми, особенно в ближней точке на расстоянии 20 м от излучателя. Но и на больших расстояниях максимальное значение уровня y -компоненты поля составляло 20–40 % от уровней двух других компонент. При возбуждении сигнала горизонтальным источником, ориентированным вдоль оси x , также была зафиксирована y -компонента поля, причем во всем исследованном диапазоне расстояний ее уровень был близок к уровню x -компоненты и в ряде случаев превосходил уровень z -компоненты. Лишь в экспериментах с горизонтальным источником, работающим в направлении, перпендикулярном трассе, соотношение уровней различных составляющих сигнала близко к теоретически предсказанному: доминирует y -компонента поля, а уровни прочих составляющих заметно ниже. Таким образом, в эксперименте действительно была выявлена косинусоидальная диаграмма направленности волн Рэлея, но не волн Лява.

Перейдем далее к описанию собственно АЧХ. Типичные АЧХ для случая вертикального возбуждения представлены на рис. 2. Нетрудно видеть, что изрезанная форма АЧХ имеет место не только для вертикальной, но и для обеих горизонтальных компонент сигнала. Впрочем, вряд ли этот факт можно назвать неожиданным. Наши исследования пространственного спектра излучения с помощью сейсмической антенны показали, что в большинстве ситуаций распространяются не менее двух мод с амплитудами одного порядка. А наличие многомодовости неизбежно ведет к появлению локальных экстремумов АЧХ. Однако качественное сходство АЧХ не исключает и различий в АЧХ разных компонент сигнала. Из рис. 2 видно, в частности, что формы АЧХ для x - и z -компонент сигнала совершенно не похожи друг на друга. Напомним, что при вертикальном возбуждении обе

эти компоненты должны формироваться за счет одних и тех же мод (волн Рэлея), соответственно, можно ожидать, что экстремумы АЧХ для них будут находиться на одних и тех же частотах. На малых дистанциях (до 20–30 м) для вертикальной составляющей сигнала наиболее благоприятные условия распространения наблюдаются в окрестностях частоты 20 Гц, в то время как спектр x -компоненты имеет максимум примерно на 60 Гц. При увеличении расстояния полосы максимальной прозрачности для z - и x -компонент становятся близкими, хотя экстремумы АЧХ этих компонент все же не совпадают. Не совпадают они и с экстремумами АЧХ y -компоненты.

Рис. 2. Амплитудно-частотная характеристика при вертикальной поляризации источника для дистанции 40 м:

— z -компонента,
 — x -компонента,
 - - - y -компонента сигнала



Еще более неожиданными оказались экспериментальные результаты, полученные при горизонтальном возбуждении сигналов (рис. 3). Обнаружено, что при генерации волн силой, горизонтально направленной и по оси x , и по оси y , формы АЧХ z -компоненты очень близки (с большой точностью совпадают почти все экстремумы), т. е. изменение направления силы почти ничего не меняет в форме АЧХ, если эта сила действует в горизонтальной плоскости. Такая же ситуация и для x -компоненты сигнала. А вот для излучения, регистрируемого сейсмоприемником, ориентированным вдоль оси y , изменение направления силы полностью меняет форму АЧХ.

Сравним далее АЧХ z - и x -компонент сигнала, возбуждаемых силами, направленными вдоль этих же двух осей. В рамках модели горизонтально-слоистого грунта можно было ожидать, что в обоих случаях (когда сила направлена вдоль оси x и вдоль оси z) мы должны принимать одни и те же моды (волны Рэлея), поэтому и форма АЧХ для этих случаев у z - и x -составляющих сигнала должна быть близкой. В действительности же говорить о каком-то систематическом совпадении экстремумов АЧХ не приходится. Что касается сигнала, поляризованного вдоль оси y , то его АЧХ для всех трех типов возбуждения не имеют никакого сходства между собой.

По нашему мнению, объяснить приведенные выше экспериментальные факты можно за счет трансформации волн Рэлея в волны Лява при рассеянии как на локальных неоднородностях, так и на наклонных границах раздела внутри среды. Похоже, что эффективность этого рассеяния весьма высока, так как уровни лявовской компоненты сигнала при вертикальном возбуждении (когда волны Лява вообще не должны генерироваться источником) и при x -поляризации возбуждающей силы (когда точка приема

находится в минимуме диаграммы направленности волн Лява) сравнимы с уровнями двух других составляющих сигнала. Из общефизических соображений ясно, что эффективность такого рассеяния должна зависеть от частоты, поэтому АЧХ y -компоненты поля отличается от АЧХ прочих поляризаций в этих двух случаях.

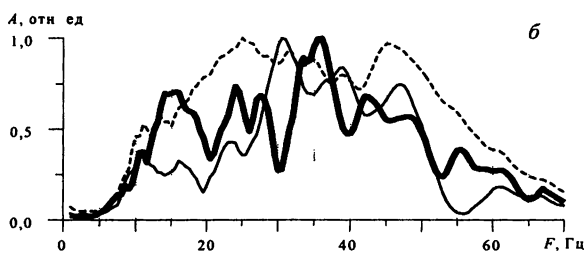
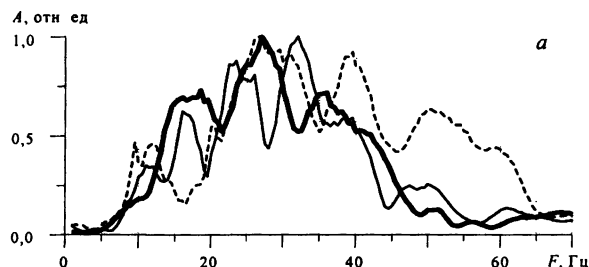


Рис. 3. Амплитудно-частотная характеристика при горизонтальной x - (*a*) и y -поляризации (*б*) источника для дистанции 40 м:

— z -компонента,
— x -компонента,
- - - y -компонента сигнала.

Несколько смущает высокая эффективность рассеяния. Следует помнить, однако, что реальные грунты являются крайне неоднородными. Мы не беремся корректно оценить эффективность рассеяния, ограничимся примером из области оптики. Известно, что даже в оптических материалах, при изготовлении которых предпринимаются специальные меры по недопущению возникновения локальных неоднородностей и внутренних напряжений, рассеяние одной поляризационной компоненты в другую наблюдается повсеместно. Даже в лучших магнитооптических стеклах, для которых такое рассеяние является крайне нежелательным эффектом, амплитуда поля в рассеянной компоненте редко составляет менее 1 % от исходной [6]. В прочих же оптических материалах эта величина может быть на порядок выше. Таким образом, есть основания полагать, что в такой мутной среде с многочисленными границами, которой являются реальные грунты, эффективность рассеяния может быть высокой. В работе [7] также отмечается, что "...в отличие от жидкости и газа твердая среда обладает свойством существенного рассеяния сейсмических волн включениями даже очень малых размеров".

В то же время похоже, что эффективность рассеяния волн Лява в волны Рэлея гораздо ниже, потому что при y -поляризованном источнике (когда излучатель изначально генерирует только волны Лява) уровни сигналов в z - и x -поляризациях низки. Есть основания полагать, что наличие этих двух

последних компонент поля связано с неточной ориентацией осей источника и/или приемника. Тогда становится ясным, почему АЧХ похожи и для z - и x -составляющих поля, и для y - и x -поляризованных сил. В действительности в обоих случаях мы, видимо, принимаем волны Рэлея, возбужденные силой, направленной вдоль оси x . Точнее, при возбуждении поля силой, направленной приблизительно параллельно оси y , есть небольшая x -составляющая силы, которая и генерирует волны Рэлея.

К сожалению, нам не удалось найти приемлемого объяснения причин, по которым АЧХ волн Рэлея (более точно, волн, поляризованных вдоль осей z и x) отличаются для возбуждающих сил, направленных по осям z и x . Поскольку выше мы показали, что эффективность рассеяния волн Лява в волны Рэлея невелика, данные компоненты поля в обоих случаях должны формироваться модами рэлеевского типа. Набор мод один и тот же, хотя соотношение их амплитуд может меняться в зависимости от направления возбуждающей силы. Однако дисперсия рэлеевских мод сохраняется, а именно она определяет положение экстремумов в АЧХ. Поэтому можно было ожидать, что в рассматриваемых случаях хотя бы частоты максимумов АЧХ будут одинаковыми. Возможна ситуация, когда доля энергии, приходящейся на одну из мод, сильно меняется при изменении поляризации источника. Это может произойти за счет снижения эффективности возбуждения данной моды при перемене направления силы, причем АЧХ будет формироваться за счет интерференции меньшего числа мод, что приведет к смещению максимумов АЧХ. Это предположение не подтверждено теоретическими оценками, поэтому вопрос остается дискуссионным.

* * *

Экспериментально установлено, что форма амплитудно-частотной характеристики системы "источник – грунт" существенно зависит от поляризаций источника и приемника. Форма АЧХ не может быть объяснена с помощью модели плоскостойкого грунта. Отклонения экспериментальных результатов от теоретических оценок могут быть в основном объяснены деполяризацией излучения при рассеянии на неоднородностях грунта.

Работа проведена при поддержке грантов РФФИ 00-05-64429 и ФЦП "Интеграция", проект № Б0106.

Литература

1. *Гуцин В. В., Заславский Ю. М., Конохова И. Д.* О распределении мощности между различными типами излучаемых волн в полубезграничной упругой среде // Исследование Земли невзрывными сейсмическими источниками. М.: Наука, 1981. С. 265–271.
2. *Вдовиченко С. П., Гуцин В. В., Кудрявцев В. А.* Экспериментальное исследование амплитудно-частотных характеристик системы источник–грунт // Физика Земли. 1995. № 4. С. 27–31.
3. *Уайт Дж.* Возбуждение и распространение сейсмических волн. М.: Недра, 1986. 261 с.
4. *Вдовиченко С. П.* Доплеровское расщепление линии излучения осциллятора, движущегося по ледяному покрову // Акуст. журн. 1996. Т. 42, № 3. С. 359–364.
5. *Левшин А. Н.* Поверхностные и каналовые сейсмические волны. М.: Наука, 1973. 176 с.
6. *Malshakov A. N., Pasmnik G. A., Potemkin A. K.* Comparative characteristics of magneto-optical materials // Applied Optics-OT. 1997. V. 36, № 25. P. 6403–6410.
7. *Гук Л. Д.* Аномальные эффекты при распространении сейсмических волн в пористых и трещиноватых средах // Физическая мезомеханика. 1998. Т. 1, № 2. С. 101–107.

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ГЕНЕРАЦИИ СУБГАРМОНИЧЕСКИХ СОСТАВЛЯЮЩИХ ВЫСОКОЧАСТОТНОГО ИМПУЛЬСА, РАСПРОСТРАНЯЮЩЕГОСЯ В ГРУНТЕ

В. В. Гуцин, В. А. Кудрявцев, С. Н. Рубцов

Научно-исследовательский радиофизический институт, Н. Новгород

При исследовании влияния различных факторов на формирование амплитудно-частотной характеристики (АЧХ) системы "источник сигнала – грунт-приемник" обычно учитывают частотно-зависимое затухание колебаний в грунте и многомодовый характер распространения колебаний, приводящий к изрезанности АЧХ. Влияние же низкочастотных составляющих, которые возникают из-за нелинейного преобразования сигнала грунтом, не учитывают ввиду его малости. Однако при распространении высокочастотных (2–3 кГц) колебаний в грунте [1] происходит значительная перекачка энергии высокочастотного колебания в область низких частот, не объяснимая обычным нелинейным преобразованием сигнала. По-видимому, этот эффект связан с тем, что при высокочастотных воздействиях грунт нельзя считать сплошной средой и его динамическое поведение при больших скоростях деформации не может быть объяснено в рамках классической механики деформируемого твердого тела.

В гранулированных средах, к которым можно отнести грунт, для более полного описания процессов, происходящих под воздействием колебаний, необходимо учитывать действие на элемент объема не только напряжений, но и моментных напряжений. Такое предположение приводит к несимметричным тензорам напряжений и моментных напряжений и, как показано в [2], возможности возникновения волн кручения, связанных с микроповоротами элементов структуры (в настоящее время их чаще называют ротационными волнами [3, 4], и в дальнейшем мы будем пользоваться этим термином). Эти волны, согласно теории, возникают в среде только при частоте воздействия, превышающей некоторую $\omega_{\text{крит.}}$ и распространяются со скоростями, отличными от скоростей объемных волн. В последние годы были предложены новые модели гранулированной среды, учитывающие упругие связи между ее фрагментами [3, 4]. Среди работ, посвященных влиянию микроповоротов элементов среды на параметры распространяющихся в ней колебаний, выделяется статья О. Ю. Динариева и В. Н. Николаевского [5], в которой предложена нелинейная математическая модель генерации низких частот в спектре колебания при распространении его в гранулированной среде. Согласно этой модели ротационные колебания могут иметь частоты, связанные с частотой основного колебания соотношением $F_{\text{рот}} = nF_{\text{изд}} / m$,

где n и m – целые числа. Однако в работе не предложена физическая модель, поясняющая данное явление. Кроме того, из теоретических выкладок, приводимых авторами, не следует, что трансформация спектра сигнала вызвана именно микроповоротами, а не является следствием его нелинейного преобразования в упруговязкой среде, которое также допускает при определенных условиях возникновение субгармоник излучаемого колебания [6].

На основании проведенных в [7, 8] исследований можно утверждать, что субгармоники излучаемого колебания стабильно наблюдаются в экспериментах по распространению высокочастотных сигналов в реальном грунте. Их частота и интенсивность зависят от структуры грунта. Увеличение размера фрагментов и их связанность приводят к уменьшению уровня субгармоник и понижению их частоты. Уровень субгармоник на порядок превышает уровень комбинационных составляющих. Однако эти работы оставили открытым вопрос – продуктом чего являются субгармоники: следствием микроповоротов гранул или нелинейности передаточной характеристики грунта? Для выяснения этого в настоящей работе проведен анализ поведения спектральных составляющих высокочастотного (несущая частота ~ 3 кГц) импульса, в спектре которого, при его распространении в верхнем слое грунта, возникают составляющие на $1/3$ частоты заполнения импульса.

Были проведены измерения затухания субгармонических составляющих, определение скорости их распространения, временных флуктуаций амплитуды. Источником колебаний являлся стержневой пьезокерамический вибратор, возбуждаемый коротким высокочастотным импульсом (два периода резонансной частоты вибратора). Прием колебаний осуществлялся акселерометрами, размещенными в грунте геобассейна на разных глубинах.

Осциллограммы импульсного колебания, принятого непосредственно под мембраной вибратора и на глубине 30 см, представлены на рис. 1, а, б.

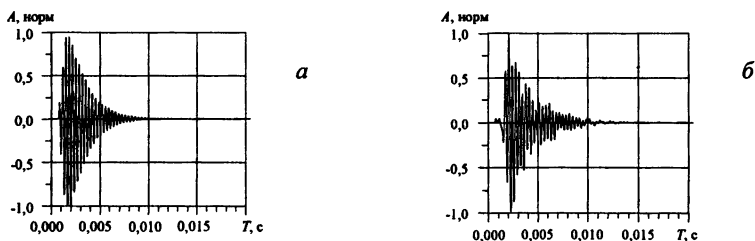


Рис. 1. Форма импульсного колебания, принятого под вибратором (а) и на глубине 30 см (б).

Кривые на рисунке нормированы на максимальное значение.

На рис. 2 приведены нормированные на максимальное значение спектрограммы колебаний, представленных на рис. 1. Спектр процесса, зарегистрированного под вибратором, показан кривой 1, а колебания, принятого на глубине 0,3 м, – кривой 2.

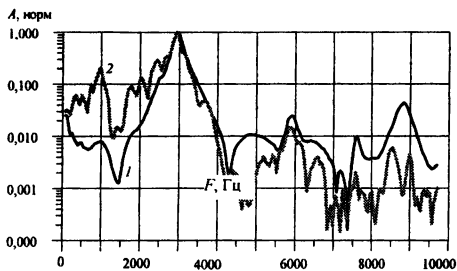


Рис. 2. Нормированные на максимальное значение спектры колебаний: 1 – спектр процесса, зарегистрированного под вибратором; 2 – спектр колебания, принятого на глубине 0,3 м.

Спектр колебания под вибратором в основном состоит из спектральной линии с центром на частоте заполнения импульса (2900 Гц), ее второй и третьей гармоник и небольшого подъема в области нулевых частот.

В спектре колебания, принятого на глубине 30 см (кривая 2), наряду с вышеупомянутыми составляющими присутствует составляющая с частотой, приблизительно равной 1 кГц, – субгармоника излученного колебания.

Необходимо отметить, что ширина линии на частоте 1 кГц приблизительно в три раза уже спектральных линий на несущей частоте и ее гармониках, что согласуется с выводами работы [5].

Для выявления особенности затухания колебания на частоте субгармоники был определен логарифмический декремент затухания для нескольких спектральных составляющих импульса с шириной полосы 100 Гц. Измерение проводилось для интервала глубин 30–60 см. Результаты приведены на рис. 3.

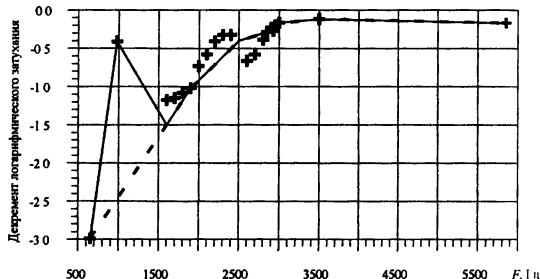


Рис. 3. Логарифмический декремент затухания различных спектральных составляющих импульса.

Из графика видно, что с уменьшением центральной частоты сигнала затухание плавно возрастает, что связано с расширением диаграммы направленности источника, а в районе килогерцовых частот резко падает. Такой эффект возможен, если спектральные составляющие на частоте субгармоники (1 кГц) образованы не *P*-волнами, а волнами другого типа.

Это же подтверждают измерения скорости составляющих спектра импульса, которые дали заметное отличие скорости распространения третьей субгармоники от остальных его спектральных составляющих [9]. Один из результатов измерения фазовых скоростей спектральных составляющих высокочастотного импульса приведен на рис. 4. Измерения, проведенные на грунтах с различной плотностью, показали, что разность в скорости распространения колебания на частоте субгармоники и несущей частоте импульса существенно зависит от структуры грунта.

Применение к спектральным составляющим на субгармонике метода фильтрации нелинейных составляющих [10] также подтверждает, что субгармоника не образована нелинейным преобразованием P -волн.

На рис. 5 приведены нормированные на максимальное значение спектральной составляющей низкочастотные участки спектров колебания, принятого на глубине 0,3 м (кривая 1), и синтезированного процесса (кривая 2) – результата суммирования двух колебаний, излученных с разной поляризованностью. Точка приема та же, что и для кривой 1. Очевидно, что при такой операции все линейные члены и составляющие, порожденные нелинейным преобразованием нечетных степеней, должны зануляться (с точностью, определяемой стабильностью среды), а порожденные нелинейностью четных степеней – удваиваться.

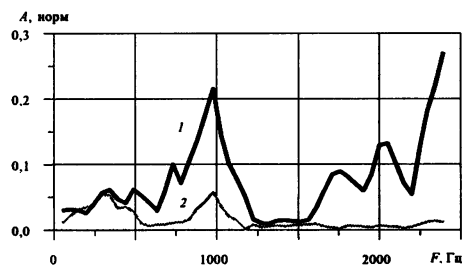


Рис. 5. Сравнение низкочастотных участков спектров импульсного колебания, принятого на глубине 0,3 м (1) и синтезированного процесса, полученного суммированием в той же точке двух колебаний, излученных с разной поляризованностью (2).

Более подробное рассмотрение поведения колебания на частоте субгармоники показало, что она так же меняет знак при смене поляризации излучения, как и колебание на несущей частоте, но при этом между колебанием на несущей частоте и на частоте субгармоники возникает временная задержка Δt , величина которой зависит от свойств грунта и может меняться при проведении последовательных измерений. Появление фазового сдвига при смене поляризации излучения невозможно для колебаний, порожденных нелинейностью, но в то же время не объясняется и известными нам моделями гранулированной среды.

Приведем еще одно отличие субгармоники от несущей частоты импульса и ее гармоник. В работе [8] отмечается, что интервал когерентности суб-

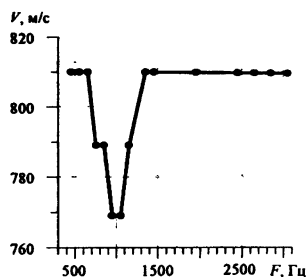


Рис. 4. Зависимость скорости распространения различных спектральных компонент импульса от их частоты.

сая. Из рисунка видно, что спектральные составляющие в спектре второго процесса в диапазоне высших частот резко уменьшились, уровень в диапазоне комбинационных составляющих (200 – 400 Гц) сохранился (масштаб кривой 2 уменьшен в два раза), а амплитуда составляющих на частоте 1 кГц уменьшилась в четыре раза, что не соответствует ни одному из упомянутых выше случаев.

гармоники меньше, чем несущей частоты импульса. Дополнительные эксперименты в геобассейне с тональными сигналами показали, что при постоянном уровне излучаемого сигнала и его гармоник амплитуда субгармоник постоянно флуктуирует, причем частота и амплитуда флуктуаций возрастает с глубиной. Этот факт, с одной стороны, говорит о возможном различии природы колебаний на субгармонике и основной частоте; но, с другой стороны, также не объясняется известными моделями гранулированной среды.

Все приведенные выше факты говорят о том, что наблюдаемая волна на частоте субгармоники относится не к продольной волне, а к другому типу волн, наиболее вероятным из которых является волна микроповоротов.

Вернемся к вопросу необходимости учета этих спектральных составляющих при формировании АЧХ грунта. Согласно теории [2, 3] ротационные волны возбуждаются в грунте только при высокочастотном воздействии, а при низкочастотном (десятки герц), традиционном для сейсмологии, они возникать не должны. Однако при широкополосных источниках сигнала, особенно взрывных, ротационные волны могут перекачивать высокочастотную энергию широкополосного сигнала в низкочастотную область. Меньшее затухание ротационных волн по сравнению с объемными при этом должно создавать подъем в низкочастотной области АЧХ грунта.

Работа проведена при поддержке гранта РФФИ 00-05-64429 и ФЦП "Интеграция".

Литература

1. *Гущин В. В., Заславский Ю. М., Рубцов С. Н.* Трансформация спектра высокочастотного импульса при распространении в поверхностном слое грунта // Изв. вузов. Радиофизика. 1996. Т. 39, № 7. С. 910–915.
2. *Новацкий Н.* Теория упругости. М.: Мир, 1975. 872 с.
3. *Лисина С. А., Потапов А. И., Нестеренко В. Ф.* Нелинейная гранулированная среда с вращением частиц. Одномерная модель // Акуст. журн, 2001. Т. 47, № 5. С. 685–693.
4. *Лисина С. А.* Одномерная модель гранулированной среды // Физические технологии в машиноведении: Сб. научн. статей. Н. Новгород. 2000. С. 21–28.
5. *Димариев О. Ю., Николаевский В. Н.* Нелинейная математическая модель генерации низких частот в спектре сейсмического сигнала // Докл. РАН. 1997. Т. 352, № 5. С. 676–679.
6. *Магнус К.* Колебания. М.: Мир, 1982. 303 с.
7. *Гущин В. В., Рубцов С. Н.* О механизме генерации низких частот в спектре сейсмического сигнала // Физические технологии в машиноведении: Сб. научн. статей. Н. Новгород 2000. С. 35–40.
8. *Гущин В. В., Кудрявцев В. А., Рубцов С. Н.* Экспериментальные исследования одного из механизмов нелинейной генерации низких частот в спектре сейсмического сигнала // Физика Земли. 2001, № 10. С. 56–62.
9. *Гущин В. В., Потапов А. И., Рубцов С. Н.* О природе субгармонических составляющих в спектре высокочастотного импульса, распространяющегося в рыхлом грунте (в печати)
10. *Бубнов Е. Я., Гущин В. В., Кудрявцев В. А., Рубцов С. Н.* Использование синтезированных сигналов при изучении нелинейных явлений в среде // Физика Земли. 2001, № 5. С. 92–96

МОБИЛЬНЫЙ ПРИЕМНО-ИЗЛУЧАЮЩИЙ КОМПЛЕКС ДЛЯ МАЛОГЛУБИННОЙ СЕЙСМОДИАГНОСТИКИ

*В. С. Авербах, В. В. Артельный, Б. Н. Боголюбов,
А. П. Марышев, Ю. К. Постоечко, В. И. Таланов*

Институт прикладной физики РАН, Н. Новгород

В ИПФ РАН создан приемно-излучающий комплекс для расшифровки геофизического рельефа и определения месторасположения подземных неоднородностей с высоким разрешением в диапазоне частот 100–800 Гц. Кратко опишем аппаратуру, используемую при проведении работ, и приведем результаты, полученные в ходе обработки массива данных полевых измерений.

Мобильный приемно-излучающий комплекс располагается в автомобиле УАЗ 2206-014. Излучающая часть комплекса состоит из ЭВМ *Explorer M* типа *Note-Book* с цифро-аналоговым преобразователем модуля *DAQCard-1200* (ЦАП) и фильтра НЧ (ФНЧ), усилителя мощности (УМ), излучателя (И) с трактом калибровки (рис. 1), а также программного обеспечения формирования всех режимов излучения.

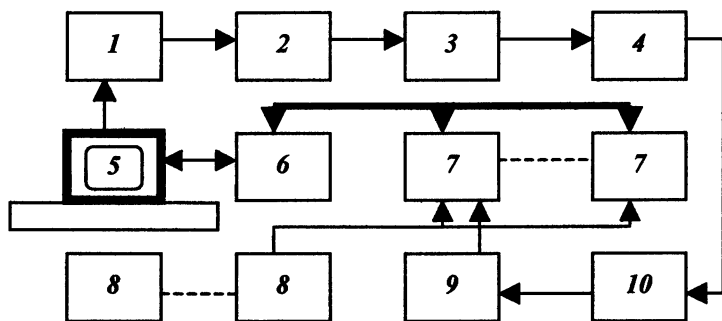


Рис. 1. Блок-схема приемно-излучающего комплекса:

1 – цифро-аналоговый преобразователь, 2 – фильтр нижних частот, 3 – усилитель мощности, 4 – излучатель, 5 – ЭВМ, 6 – кейт-контроллер, 7 – аналого-цифровой преобразователь, 8 – сейсмоприемники, 9 – усилитель 2635 *V&K*, 10 – акселерометр ДГ-1.

Сигнал, сформированный в ЭВМ, поступает на цифро-аналоговый преобразователь, затем через фильтр нижних частот на усилитель мощности и излучатель. ЦАП имеет разрешение 12 бит, два буфера по 1024 слова. Скорость считывания данных задается внутренним таймером с разрешением 16 бит. Стабильность считывания определяется внутренним кварцевым генератором.

Разработанный в ИПФ переносной вибрационный излучатель электродинамического типа развивает силу 20 кГ. Благодаря полностью электронной системе управления сейсмический сигнал является чисто когерентным, что дает возможность складывать по амплитуде большое число последовательных посылок (проверено экспериментально 512), а также благодаря сохранению абсолютной фазы сигналов проходить трассы, последовательно переставляя группы приемников меньшей длины.

Основной частью приемного комплекса является та же ЭВМ *Explorer M*, а также крейт *LTC-36* с модулями АЦП *LC-202*, крейт-контроллером *LC-014* и приемная сейсмическая антенна.

Модуль *LC-202* является четырехканальным прецизионным модулем АЦП с широким динамическим диапазоном и частотным диапазоном от 0 до 25,5 кГц. Каждый измерительный канал включает 16-битный сигма-дельта АЦП, антиалайзинговый фильтр и инструментальный усилитель. Сигнальный процессор модуля типа *ADSP-2186* фирмы *Analog Device* обеспечивает управление аналоговой частью модуля, цифровую фильтрацию, а также протокол сбора данных и передачу их в ЭВМ через крейт-контроллер и принтерный порт. Синхронизация с излучающей частью комплекса осуществляется при помощи импульса, поступающего со второго канала ЦАП на внешний запуск АЦП модуля *LC-202*. Приемная антенна состоит из сейсмоприемников акселерометров типа *СПАН-4* и согласующего устройства; программное обеспечение комплекса состоит из программ формирования и излучения сейсмоакустических сигналов, программ сбора, предварительной обработки, отображения и регистрации принятых сигналов.

Сначала приведем результаты обследования площадки для размещения газораспределительной станции в Судогодском районе Владимирской области в ходе работ 2000 г. [1].

Эксперименты проводились на площадке с известной геологической структурой до глубины 4,3 м, определенной предварительно путем бурения пяти скважин: четыре скважины были пробурены по углам площадки размером $(50 \times 50) \text{ м}^2$, одна скважина – в центре площадки. Структура в местах бурения скважин оказалась одинаковой с точностью ± 10 см. Верхний песчаный слой имел толщину в среднем 3,2 м, далее следовал слой доломитовой муки толщиной 0,8 м, который на глубине 4 м граничил с доломитом.

Для обнаружения отраженных сигналов от границ слоев при вертикальном зондировании были пройдены два коротких профиля на удалениях от излучателя 0,3–2,1 м (профиль ПрК1) и 1,5–4 м (профиль ПрК2). Шаг расстановки сейсмодатчиков на первом из них составлял 7,5 см, на втором – 15 см. Схема расположения профилей и мест постановки излучателя приведена на рис. 2.

Для обнаружения отраженных сигналов от возможных границ с большей глубиной залегания и для обнаружения преломленных волн были пройдены два длинных профиля: один на удалениях от излучателя 2,5–30 м

(профиль Пр1М1), а второй – с расположением излучателя в другом месте на удалениях 2,5–23 м (профиль Пр2М2). Шаг расстановки сейсмоприемников на длинных профилях составлял 0,5 м.

На коротком профиле ПрК1 использовались тонально-импульсные сигналы с несущими частотами 200, 300, 400, 500 и 600 Гц, длительностью 2, 3 и 4 периода несущей частоты и взвешенные амплитудным окном, а также ЛЧМ-сигналы с перестройкой частоты в пределах 200–400, 200–600, 300–600 и 300–900 Гц длительностью 19 и 38 с и взвешенные тем же амплитудным окном. На профиле ПрК2 использовались тонально-импульсные сигналы с частотами 400 и 600 Гц, длительностью 3 периода и с амплитудным окном, а также компенсированные сигналы ЛЧМ с амплитудным окном, с перестройкой частоты в пределах 200–600 и 300–900 Гц и длительностью 19 с.

На длинных профилях использовались тонально-импульсные сигналы с частотами 200 и 400 Гц, длительностью 4 периода и с амплитудным окном, а также сигналы ЛЧМ с амплитудным окном, с перестройкой частоты в пределах 200–400 и 300–600 Гц и длительностью 19 и 38 с. Отметим, что при зондировании вдоль всех профилей производилось когерентное накопление тонально-импульсных сигналов, излучаемых посылками общей длительностью 32 с, включающими 64 сигнала с интервалом следования 0,5 с.

Для исследования возможностей метода фокусировки была выполнена регистрация сейсмических откликов вдоль двух пересекающихся профилей при возбуждении грунта двумя излучателями. Использовались четыре варианта расположения источников с выносом вдоль и поперек приемной косы (профили Пр1М1, Пр1М2, Пр2М2, Пр2М1). В первом случае удаление сейсмодатчиков в косе от излучателя менялось от 2,5 до 23 м. Точка пересечения профилей находилась в 14 метрах от мест установки излучателя, угол между профилями составлял 78,5 градуса.

Для определения частотной зависимости максимальной глубины зондирования толщи грунта, сравнения предельных возможностей (по глубине и разрешению) при зондировании сигналами двух типов (тонально-импульсными и с линейной частотной модуляцией), а также для исследования корреляционных шумов сложных сигналов были использованы данные, зарегистрированные как на длинных, так и на коротких профилях.

Рассмотрим результаты обработки экспериментальных данных.

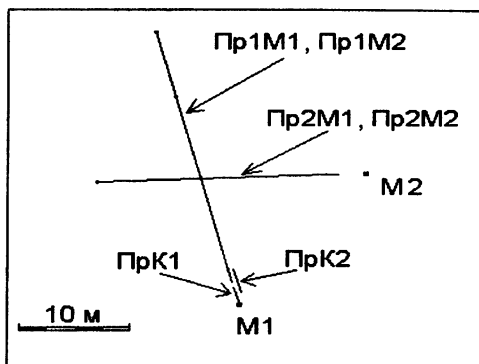


Рис. 2. Схема расположения профилей и мест постановки излучателя (М1 и М2).

Наиболее простым способом определения скоростей продольных и сдвиговых волн в верхнем слое является непосредственное наблюдение годографов этих волн в зарегистрированном сигнале. Однако в связи с относительно большим затуханием волн в верхнем слое, слабым возбуждением продольной волны вдоль поверхности, а также из-за относительно сильного возбуждения волны Рэлея и звуковой волны в воздухе не всегда удается наблюдать приходы, соответствующие прямым продольной и сдвиговой волнам.

Такая ситуация наблюдается в данном эксперименте. На рис. 3 приведено распределение по антенне на профиле ПрК2 огибающей импульсного сигнала на частоте 600 Гц (три периода несущей с амплитудным окном). Верхняя строка соответствует датчику, установленному на излучателе, и иллюстрирует задержку сигналов (12 мс), обусловленную фильтрацией в приемном тракте. Наиболее яркий по интенсивности годограф (начинающийся в районе 24 мс и заканчивающийся в районе 39 мс) соответствует волне Рэлея со скоростью примерно 170 м/с. Другой годограф (от 18 до 25 м) соответствует звуковой волне в воздухе, имеющей скорость 330 м/с. Следующий годограф соответствует еще более быстрой волне со скоростью около 880 м/с, которая, по-видимому, представляет собой одну из волн в промерзшем слое грунта толщиной около 10 см. Следует отметить наличие нескольких отрезков годографов отраженных волн различных типов с временами прихода, большими или равными времени прихода волны Рэлея. Ожидаемых годографов прямых продольной и сдвиговой волн со скоростями в диапазоне 250–500 м/с наблюдать не удастся из-за мешающего действия звуковой волны в воздухе.

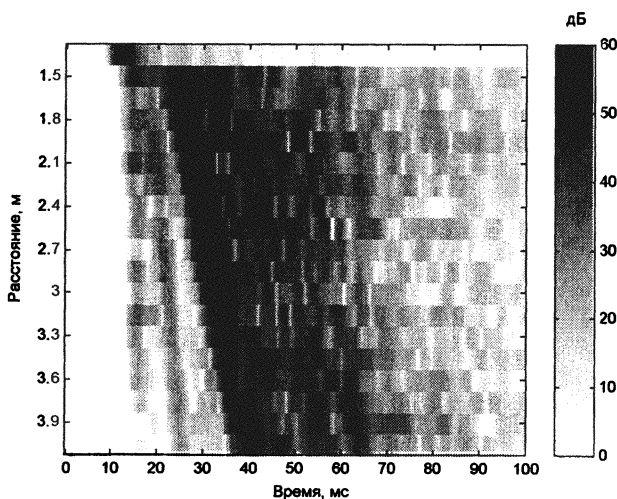


Рис. 3. Распределение по антенне на профиле ПрК2 огибающей импульсного сигнала

Скорости волн в верхнем слое можно попытаться определить по задержкам отраженных сигналов, соответствующих волнам разных типов: продольной и сдвиговой. При известной глубине ближайшей сильно отражающей границы достаточно знать задержку одной из отраженных волн. Скорость волны другого типа оценивается из отношения скоростей продольной и сдвиговой волн, что составляет величину близкую к $3^{1/2}$. При неизвестной глубине границы необходимо располагать двумя задержками отраженных волн разных типов: продольной (P), сдвиговой (S) или обменной (P - S , S - P) волн.

На рис. 4 приведено распределение по антенне на профиле ПрК1 модуля сигнала при когерентном сложении сигналов с четырех соседних датчиков. Излученный сигнал представлял собой три периода несущей частоты 600 Гц с амплитудным окном. На верхней строчке приведен модуль сигнала с датчика на излучателе. Дистанция по вертикальной оси соответствует ближайшему к излучателю датчику из каждой четверки. Усреднение по четырем датчикам существенно ослабило волну Рэлея и подчеркнуло наблюдаемый почти на всей антенне годограф отраженной продольной волны (в районе 27 мс) с задержкой около $\delta t_p = 14$ мс. При глубине отражающей границы 3,2 м получим оценку скорости P -волны в верхнем слое $C_0 = 460$ м/с, оценка для скорости S -волны $C_1 = 265$ м/с.

Кроме годографа отраженной P -волны, на рис. 4 видны отрезки других годографов, например, в районе 29–35 мс на удалении 1,2–1,7 м и в районе 34–39 мс на удалении 1,6–2 м. Определить, какому из этих годографов соответствует отраженная S -волна, весьма непросто. Для определения задержки отраженной S -волны и оценки ее скорости в верхнем слое воспользуемся сигналами, зарегистрированными на длинных профилях.

На рис. 5 приведено распределение по антенне на профиле Пр1М1 огибающей импульсного сигнала с несущей частотой 400 Гц (четыре периода несущей с амплитудным окном) в широкой полосе. Кроме годографов волны Рэлея и других медленных волн, отчетливо виден соответствующий первому вступлению годограф звуковой волны и идущий параллельно ему с

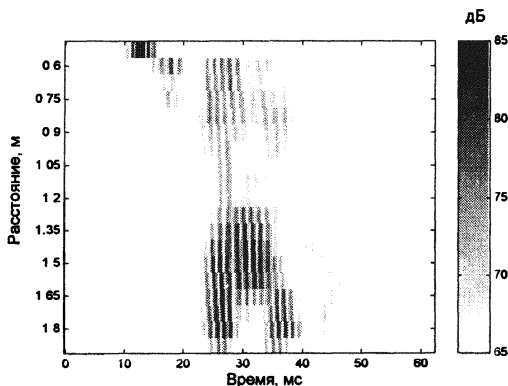


Рис. 4. Распределение по антенне на профиле ПрК1 модуля сигнала при когерентном сложении сигналов с четырех соседних датчиков.

задержкой 12 мс годограф другой волны. Это годограф отраженной от нижней границы верхнего слоя песка плоской S -волны, возбуждаемой в грунте звуковой волной, бегущей в воздухе вдоль поверхности грунта.

По задержке этой отраженной S -волны δt_S можно оценить скорость сдвиговых волн в верхнем слое C_1 по формуле

$$C_1 = \frac{C}{\sqrt{1 + \left(\frac{C \cdot \delta t_S}{2 \cdot H}\right)^2}},$$

где C – скорость звука в воздухе, H – толщина верхнего слоя. Измеренная в данном эксперименте задержка составляет величину $\delta t_S = 12$ мс и при $H = 3,2$ м $C_1 = 280$ м/с. При этом оценка для скорости продольных волн в верхнем слое дает $C_0 = 3^{1/2}C_1 = 486$ м/с. Как видим, эти оценки отличаются от предыдущих на 5 %.

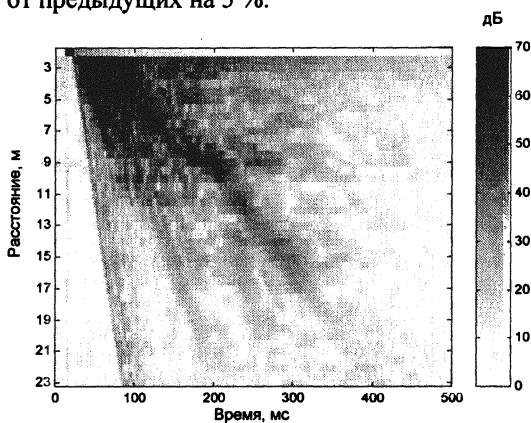


Рис. 5. Распределение по антенне на профиле Пр1М1 огибающей импульсного сигнала в широкой полосе.

В том случае, если толщина верхнего слоя неизвестна, она может быть оценена по задержкам отраженных P - и S -волн с учетом соотношения $C_0 = 3^{1/2}C_1$. Оценки для скоростей C_0 , C_1 и толщины H при этом можно привести по формулам

$$C_0 = C \sqrt{3 - \left(\frac{\delta t_S}{\delta t_P}\right)^2}; \quad C_1 = C \sqrt{1 - \frac{1}{3} \left(\frac{\delta t_S}{\delta t_P}\right)^2}; \quad H = \frac{C}{2} \sqrt{3 \left(\delta t_P\right)^2 - \left(\delta t_S\right)^2},$$

что дает следующие значения: $C_0 = 497$ м/с, $C_1 = 287$ м/с, $H = 3,5$ м. При задержках $\delta t_P = 13,5$ мс и $\delta t_S = 12$ мс получим $C_0 = 473$ м/с, $C_1 = 273$ м/с, $H = 3,3$ м. Как видим, даже простейшие предварительные оценки параметров верхнего слоя дают хорошие результаты, показывающие перспектив-

ность комплексного подхода при сейсмоакустическом зондировании приповерхностного слоя.

Теперь приведем результаты, полученные в ходе предварительной обработки массива данных полевых измерений, сделанных во время экспедиций 2001 г. в различных районах Нижегородской области.

В ходе экспедиции в г. Дзержинск проведена инженерная сейсморазведка площадки под строительство склада пропана. Для обнаружения сигналов отраженных и преломленных волн были пройдены два линейных профиля: длинный (профиль 3) и короткий (профиль 4), схема расположения профилей показана на рис. 6.

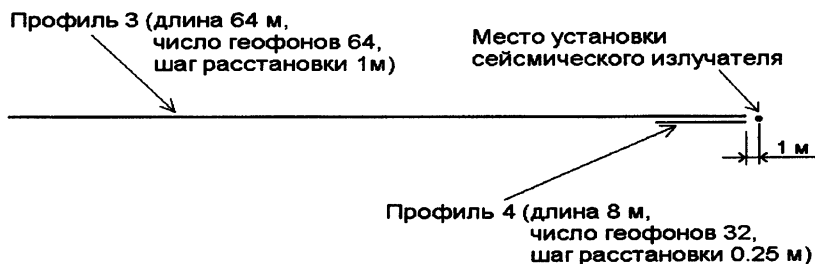


Рис. 6. Схема расположения профилей

Используемый при зондировании сигнал представлял собой последовательность из 32 импульсов, следующих с интервалом 0,5 с. Длительность каждого импульса составляла три периода несущей частоты, форма огибающей – амплитудное окно Хэннинга, так что фактическая длительность импульса составляла примерно полтора периода несущей частоты. Шаг расстановки геофонов на длинном профиле 3 составлял 1 м, длина профиля 64 м, несущие частоты сигналов 50, 80, 125 и 200 Гц. На коротком профиле 4 шаг расстановки геофонов 0,25 м, длина профиля 8 м, несущие частоты сигналов 200, 400 и 625 Гц.

На рис. 7 представлен модуль распределения ускорений на длинном профиле 3 одного из описанных выше импульсных сигналов, а именно с несущей частотой 125 Гц. При обработке сигнала было произведено временное накопление (усреднение) по 32 импульсам, а также пространственное усреднение скользящим окном по трем геофонам. На рисунке хорошо видны сигналы, соответствующие прямым, отраженным и преломленным волнам. Отметим сразу, что время середины излучаемого импульса соответствует задержке 27 мс, именно от этого значения на временной шкале надо отсчитывать задержки всех сигналов. Первые вступления на удаленных 1–18 м от излучателя соответствуют прямым и преломленным волнам, распространяющимся со скоростями до 370 м/с в самых верхних слоях

грунта. Первое вступление на удалениях 20–55 м от излучателя соответствует преломленной волне, распространяющейся со скоростью 1250 м/с вдоль одной из достаточно контрастных границ раздела грунтов. Однократно отраженная от этой границы волна хорошо видна на удалении 20–40 м и во временной области 90–130 мс (задержка от момента излучения 63–103 мс), фазовая скорость этой волны по мере удаления от излучателя стремится к некоторой средней скорости волны в слое над этой границей 530 м/с. Хорошо видна также и двукратно отраженная от этой границы волна в области рисунка на удалении 40–65 м и во временном интервале 165–210 мс (задержки 138–183 мс). В области рисунка на удалении 40–60 м и во временном интервале 125–150 мс можно наблюдать приход еще одной преломленной волны, распространяющейся со скоростью 2400 м/с под следующей контрастной границей раздела грунтов на еще большей глубине.

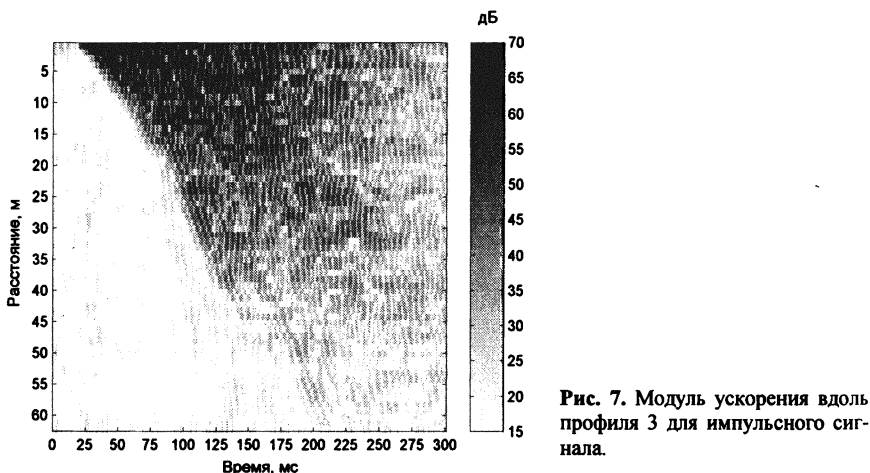
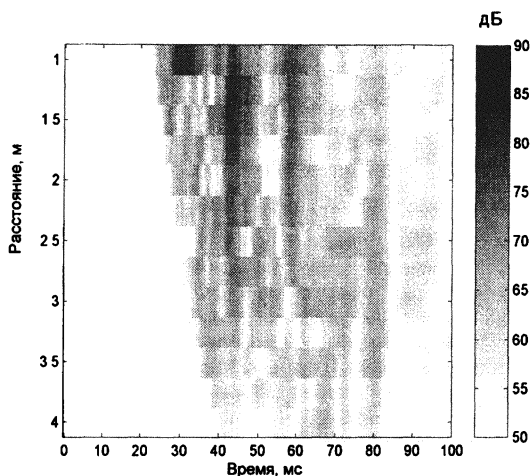


Рис. 7. Модуль ускорения вдоль профиля 3 для импульсного сигнала.

Для определения глубин контрастных границ и толщин слоев грунта необходимо кроме вычисляемых по преломленным волнам скоростей волн в слоях знать еще и временные задержки отраженных волн. Их можно определять при вертикальном зондировании (метод отраженных волн) с использованием коротких профилей с более частой расстановкой геофонов. На рис. 8 представлена огибающая поля ускорений на коротком профиле 4 импульсного сигнала с несущей частотой 200 Гц. Для подавления прямых, в том числе поверхностных волн, и для лучшего выделения сигналов, соответствующих распространяющимся почти вертикально отраженным волнам, проведено пространственное усреднение волнового поля скользящим окном по группе из 12 геофонов. На рисунке хорошо просматриваются три прихода сигнала на временах 43, 58 и 81 мс. Середина излученного сигнала

Рис. 8. Модуль ускорения импульсного сигнала вдоль профиля 4.

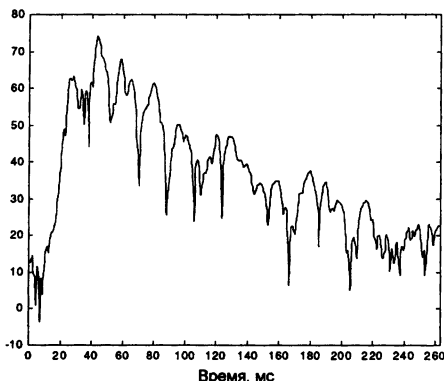


соответствует времени 24 мс, так что эти три прихода имеют задержки соответственно 19, 34 и 57 мс. Сопоставляя эти задержки со структурой волнового поля на длинном профиле 4 (см. рис. 7), можно предположить, что приход с задержкой 57 мс соответствует волне, отраженной от первой из контрастных границ, обсуждавшихся выше. Если мысленно продолжить годограф преломленной волны, скорость которой 1250 м/с, в область малых удалений от источника, то его пересечение с линией, соответствующей ближайшему к излучателю геофону, придется на временной интервал 80–90 мс, что соответствует задержке относительно излученного сигнала 53–63 мс. Именно в этот диапазон попадает и одна из задержек, наблюдаемых на коротком профиле.

Итак, предварительный анализ структуры волновых полей на длинном и коротком профилях, проведенный методами отраженных и преломленных волн, позволяет построить первое приближение модели слоистой структуры грунта, которая включает в себя четыре слоя, лежащих на полупространстве. Скорость сейсмической волны в полупространстве 2400 м/с; в трех слоях над ним соответственно 1250, 530 и 370 м/с; скорость волн в самом верхнем приповерхностном слое грунта 150–250 м/с (для грунта такого же типа, на котором и проводилось данное исследование). Задержки волн, отраженных от нижних границ первых трех слоев, составляют соответственно 19, 34 и 57 мс. Задержку отраженной волны от самой глубокой четвертой границы можно оценить следующим образом. Нужно мысленно продолжить годограф второй преломленной волны, скорость которой 2400 м/с, в область малых удалений от источника. Разность времен, соответствующих пересечениям продолжений годографов двух преломленных волн (со скоростями 1250 и 2400 м/с) с линией, соответствующей ближайшему к излучателю геофону, составляет

величину около 50 мс. Эта разность времен близка к удвоенному времени пробега волны в слое между контрастными границами при вертикальном зондировании. Отметим, что приход сигнала с задержкой 95–105 мс, соответствующего, по-видимому, отраженной от четвертой границы волне, также достаточно хорошо наблюдается на распределении огибающей волнового поля во временном интервале 120–130 мс (рис. 9).

Рис. 9. Временная структура огибающей на коротком профиле при зондировании импульсным сигналом с несущей частотой 200 Гц при длительности импульса три периода с амплитудным окном Хэннинга. Хорошо видны максимумы на временах 43, 58, 81 и 120–130 мс, соответствующие приходам отраженных волн от четырех границ.



Время пробега волны при вертикальном зондировании через каждый слой равно половине разности задержек волн, отраженных от нижней и верхней границы этого слоя, и составляет для каждого из слоев (отсчитывая слой сверху вниз) величину 9,5, 7,5,

11,5 и 25 мс. Зная скорость волны в каждом слое, для толщины слоев получаем следующие оценки: ~2, ~2,5, ~6 и ~30 м; для глубины залегания границ соответственно ~2, ~4,5, ~10 и ~40 м. На рис. 10 представлено первое приближение модели слоистой структуры грунта с указанием глубины границ и скоростей волн в слоях. Заметим, что модель слоистой структуры приповерхностной части грунта (а именно, число слоев, их толщина и скорости волн в них) может уточняться при анализе структуры волнового поля при вертикальном зондировании сигналами

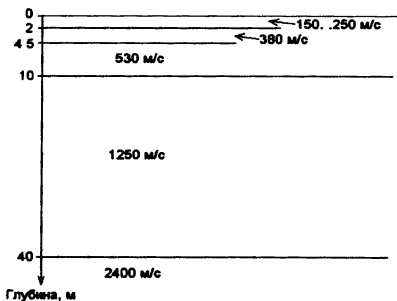


Рис. 10. Первое приближение модели слоистой структуры грунта, указаны глубины границ и скорости волн в слоях.

с более высокой несущей частотой, обеспечивающей лучшие разрешение и точность.

В ходе экспедиции в г. Саров (2001 г.) были проведены эксперименты по обнаружению месторасположения искусственной неоднородности: отрезка трубы магистрального газопровода диаметром 0,5 м и длиной 2 м,

закопанной на глубину 1,5 м. Расстановка сейсмоприемников и излучателей показана на рис. 11. Обработка массива данных проводилась методом когерентной фокусировки, подробно описанной в [2], число элементов разрешения по x , y , z – 30, 20, 30 соответственно. После проведения эксперимента при расположении приемной антенны над неоднородностью подобные же измерения проводились при переносе приемно-излучающей системы на 10 м вдоль оси x для контрольного эксперимента на участке без неоднородности.

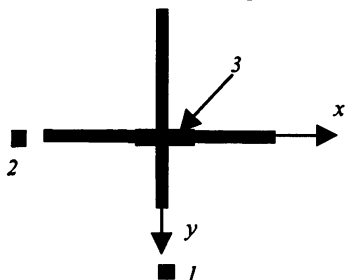


Рис. 11. Схема эксперимента: 1, 2 – излучатели (продольный вынос 1,5 м); 3 – проекция искусственной неоднородности; жирная линия – крестообразная приемная антенна (расстояние между геофонами 0,5 м, количество геофонов 16).

Результаты обоих экспериментов в виде полутоновых проекций по трем координатам показаны на рис. 12. Левые рисунки относятся к расположению

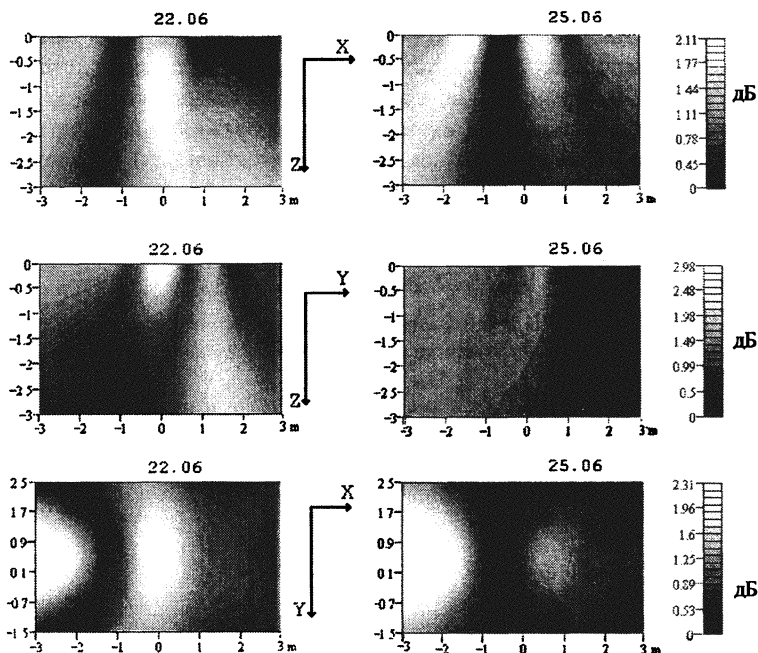


Рис. 12. Результаты экспериментов по визуализации неоднородности

приемно-излучающей системы над неоднородностью, правые – к контрольному эксперименту. Сечение x, z дано для $y = 0$; сечение y, z – для $x = 0$; горизонтальному сечению x, y соответствует глубина 1,5 м. На последнем рисунке слева центральное светлое пятно соответствует неоднородности, отличающейся по контрасту от среднего фона на 2 дБ. Уровень значимости, определяемый шумами среднего фона, составляет 0,5 дБ, что позволяет уверенно констатировать наличие неоднородности.

Светлые блики, конкурирующие по контрасту с изображением неоднородности, – изображения источников с известными координатами. Изображения источников могут быть подавлены путем дополнительной обработки.

* * *

Выше представлены примеры успешного применения разработанного в ИПФ РАН мобильного приемно-излучающего комплекса малоглубинной сейсмомонодиагностики.

Высокая когерентность излучаемых сейсмических сигналов дает возможность синтезировать протяженные приемные апертуры путем последовательного перемещения малого числа геофонов с сохранением абсолютных значений фаз сигналов.

Совместное использование метода отраженных волн и метода преломленных волн позволяет получать оценки как толщин отдельных слоев, так и скоростей сейсмических волн в них. Оригинальная методика фокусировки, также основанная на высокой когерентности излучаемых сигналов, обеспечивает определение координат и построение изображений неоднородностей грунта (естественного происхождения или искусственных) с высокой точностью.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (грант 02-02-17089).

Литература

1. *Авербах В. С., Артельный В. В., Боголюбов Б. Н. и др.* Сейсмическое зондирование приповерхностного слоя в диапазоне частот 200–800 Гц: Препринт № 551. Н. Новгород ИПФ РАН, 2000. С. 21.
2. *Авербах В. С., Артельный В. В., Боголюбов Б. Н. и др.* Сейсмоакустическое зондирование искусственных неоднородностей в грунте // Акуст. журн. 2001. Т. 47, № 4. С. 437–441.



**Акустическая
диагностика жидких
и газообразных сред**

ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ ЗВУКА С ЧАСТИЦАМИ НЕЙТРАЛЬНОЙ ПЛАВУЧЕСТИ

*И. Н. Диденкулов, А. Б. Езерский, С. И. Муякишин,
Д. А. Селивановский, П. А. Стунжас**

Институт прикладной физики РАН, Н. Новгород

*Институт океанологии РАН, Москва

При рассмотрении взаимодействия акустического поля со взвешенными в жидкости частицами обычно учитываются лишь дипольные колебания в продольном направлении. Однако, если у частицы центр масс не совпадает с точкой приложения архимедовой силы, то в акустическом поле на нее начинает действовать также переменный момент сил, который вызывает ее вращательные колебания. При этом возникают дополнительные потери энергии звукового поля, связанные с работой против сил вязкого трения при вращении частицы в жидкости. Такой вращательно-колебательный характер движения в той или иной степени должен быть свойствен всем телам и частицам, так как совпадение центра масс и точки приложения силы Архимеда в общем случае вряд ли имеет место. Такие колебания возможны, если распределение плотности внутри частицы неоднородно, при этом угловая амплитуда колебаний тем больше, чем сильнее разнесены центр масс и точка приложения архимедовой силы. Нам не известны работы, где бы этот эффект рассматривался, и настоящая работа посвящена рассмотрению этого явления. Проанализируем его роль в процессе затухания звука в суспензиях, в частности в суспензиях фитопланктона, и рассмотрим также возможность использования вращательных колебаний водными организмами, воспринимающими относительные движения жидкости с помощью волосковых клеток как механизм рецепции акустических волн.

Суспензии фитопланктона

Клетки фитопланктона в водной среде поддерживают нейтральную плавучесть (впрочем, клетки могут и управлять своей плавучестью), которая обеспечивается наличием на их телах газовых полостей [1–3]. Сами тела одноклеточных водорослей плотнее воды на 5–10 %, а газовая полость находится вблизи поверхности тела клетки (кроме сине-зеленых водорослей, в которых газовые вакуоли расположены, как правило, вблизи центра массы клетки), т. е. одноклеточные водоросли являются объектами, появление которых в акустическом поле должно приводить к добавочным акустическим потерям из-за вращательных колебаний клеток. Газовыми полостями снабжены, как оказалось, и колонии клеток [4]. Такие полости в виде отдельных газовых пузырьков также располагаются на внешней поверхности колоний,

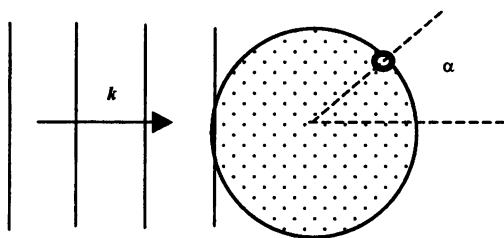
функция которых, как принадлежности коллективов клеток, состоит в компенсации дефицита плавучести колоний из-за существования у них массивных оболочек, материал их плотнее окружающей жидкости. Каждая клетка в колонии снабжена собственным уравнивающим объемом газа.

Сведения об измерениях влияния фитопланктона на затухание звука и на изменения его скорости немногочисленны, так как априори казалось, что влияние таких объектов, как фитопланктон, на акустические поля должно быть незначительным. Так и оказалось в первых по времени измерениях затухания звука и дисперсии скорости звука в суспензиях фитопланктона в 60-х годах XX века (J. D. Watson, R. Meister [5]). Эти измерения делались на сравнительно высоких ультразвуковых частотах (от 125 кГц до 55 мГц) в лабораторных условиях. Результат показался исследователям тривиальным, так как хорошо согласовывался с представлениями того времени о фитопланктонных клетках как объектах несколько более плотных, чем вода, и имеющих сжимаемость, мало отличающуюся от воды. Однако некоторое время спустя, когда подобные измерения были проведены с использованием уже звуковых частот в диапазоне 1–10 кГц (P. G. Hansen, E. G. Barham [6], В. Н. Глотов и О. Э. Кобленц-Мишке [7]), было обнаружено аномально сильное затухание звука в природных сгущениях фитопланктона. Так, добавочное затухание звука для природной суспензии клеток динафлагеллятов *Gonyaulax polyedra* (эти клетки имеют форму, близкую к сферической с диаметром 50 мкм) при объемном содержании клеток до 10^{-2} и на частоте звука 8 кГц составляло, например, 15–30 дБ/км. В опытах же на частоте звука 2,7 кГц и при том объемном содержании этого вида динафлагеллятов добавочное затухание составляло 20–40 дБ/км. Эти результаты до последнего времени так и не нашли удовлетворительного объяснения.

Математическая модель

На рис. 1 изображена клетка фитопланктона с расположенной на ее краю газовой полостью в плоской акустической волне. Если считать, что форма клетки сферическая, то без уменьшения общности задачу можно рассматривать как двухмерную. В отсутствие поля ориентацию клетки по углу α между радиус-вектором из центра клетки в направлении газовой полости и направлением падения акустической волны полагаем случайной. На рисунке газовая полость представлена как малая сфера, хотя имеются достаточные свидетельства [1–3], что эти полости могут иметь довольно замысловатые конфигурации (газовые прослойки в складках на поверхности клеток, заполненные газом устьица на поверхности клеток и т. п.). Предположим далее, что выполнено условие нейтральной плавучести, т. е. средняя плотность клетки равна плотности окружающей жидкости, а "отрицательная" масса полости ($-\Delta m$) по модулю много меньше полной массы частицы m : $|\Delta m| \ll m$.

Рис. 1. Модель частицы с неоднородным распределением плотности.



При этих предположениях уравнение вращательно-колебательных движений такой частицы под действием акустического поля запишем в виде

$$\begin{aligned} J\ddot{\alpha} &= M_{in} + M_{fr}, \\ M_{fr} &= -\frac{8}{3}\nu\rho R^3\dot{\alpha}\frac{3+6b+6b^2+2b^3-2ib^2(1+b)}{1+2b+2b^2}, \\ M_{in} &= -i\frac{k(-\Delta m)R\sin\alpha p(t)}{\rho}, \quad b = \frac{R}{\delta(\omega)}, \end{aligned} \quad (1)$$

где M_{in} – момент сил инерции, действующий в звуковом поле на сферическую частицу с массой m и моментом инерции $J = (2/5)mR^2$ из-за присутствия на ее поверхности газовой полости с "отрицательной" массой $(-\Delta m)$; $p(t)$ – амплитуда давления в звуковой волне; k – волновое число; ρ – плотность жидкости; $\delta(\omega) = \sqrt{2\nu/\omega}$ – толщина осциллирующего пограничного слоя; ν – кинематическая вязкость жидкости; M_{fr} – момент сил вязкого трения при вращательных колебаниях шара [8].

Решая уравнение (1) для гармонического поля с частотой ω , получим следующее выражение для мощности вязких потерь при вращательных колебаниях частицы в акустическом поле:

$$\begin{aligned} W &= -\frac{\omega\rho^2\sin^2\alpha}{2\rho C^2}V\left(\frac{\Delta\rho}{\rho}\right)^2 b^2\frac{\gamma}{\gamma^2+\chi^2}, \\ \gamma &= \frac{3+6b+6b^2+2b^3}{1+2b+2b^2}; \quad \chi = 2b^2\frac{4+3b-2b^2}{1+2b+2b^2}, \end{aligned} \quad (2)$$

где V – объем частицы, $\Delta\rho$ – избыток плотности вещества клетки над ее средней плотностью, C – скорость звука.

Если концентрация частиц в среде n , то полная мощность потерь связана с интенсивностью поля I и коэффициентом затухания звука соотношением $Wn = -\varepsilon I = -\varepsilon\rho^2/2\rho C$. Если ориентации частиц равномерно распределены по всем направлениям, для коэффициента потерь получим выражение

$$\varepsilon = \frac{\omega}{2C}nV\left(\frac{\Delta\rho}{\rho}\right)^2 G(R, \omega), \quad G(R, \omega) = b^2\frac{\gamma}{\gamma^2+\chi^2}. \quad (3)$$

Выражение $G(R, \omega)$ описывает размерно-резонансную эффективность развития таких вращательных движений частиц в акустическом поле данной частоты. Зависимость G от безразмерного отношения $R/\delta(\omega)$, пропорционального частоте в степени $1/2$, показана на рис. 2.

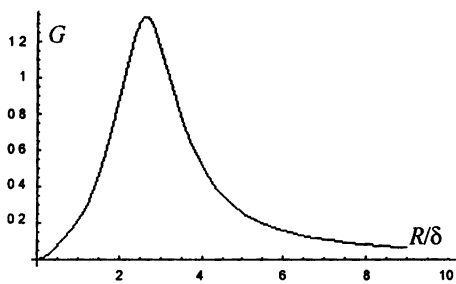


Рис. 2. Зависимость параметра G от отношения R/δ

Затухание звука и другие эффекты

Рассмотрим добавочное затухание звука из-за возникновения в среде с фитопланктоном вращательно-колебательных движений, считая, что, как это и было при условиях опытов Р. Г. Hansen и Е. Г. Barham [6], частицы имеют радиус $R = 25$ мкм и их объемное содержание в среде 10^{-2} . В таком случае на частоте $f = 8$ кГц получим добавочное затухание $\alpha = 10$ дБ/км и на частоте $f = 2,8$ кГц — добавочное затухание $\alpha = 3$ дБ/км. По сравнению с чистой водой (для $f = 8$ кГц $\alpha = 0,4$ дБ/км и для $f = 2,8$ кГц $\alpha = 0,1$ дБ/км) это довольно значительный эффект, но все же во много раз меньше значений затухания, измеренных в опытах. Думается, что добавочное затухание в опытах Р. Г. Hansen'a и Е. Г. Barham'a получалось из-за слабого контроля со стороны экспериментаторов за присутствием газовых пузырьков в среде. Мы знаем по собственному опыту измерений параметров сред с живым фитопланктоном, что это обстоятельство всегда необходимо иметь в виду: живущий фитопланктон непрерывно генерирует избыточный кислород, который при перенасыщении выделяется из среды в газовую фазу, способствуя появлению газовых пузырьков.

В то же время полученное решение позволяет объяснить отрицательные результаты опытов J. D. Watson'a и R. Meister'a [5]. Они проводили опыты с одноклеточными водорослями с размерами клеток 25–35 мкм, и используемое ими высокочастотное акустическое поле (>150 кГц) не могло приводить к развитию заметных вращательных колебаний клеток, для которых наибольшее проявление эффекта должно иметь место на частотах 30–50 кГц.

Эффект вращения клеток фитопланктона в звуковом поле занимает вполне определенный диапазон частот, зависящий от размеров клеток. Самые малые клетки фитопланктона (это, как правило, одноклеточные диатомовые водоросли), имеющие размер $R \approx 2$ мкм, будут иметь максимум эффекта вблизи частоты около 1 мГц. Основная масса фитопланктона, клетки которого имеют размеры $R \approx (5-50)$ мкм, будут испытывать вращательные колебания в полосе

частот 5–100 кГц. Наконец, колонии клеток, имеющие характерные размеры $R \approx (0,5-1)$ мм наиболее эффективно будут колебаться в полосе частот звука в десятки и сотни герц. Заметим, что эта область частот активно используется в эхолотах и рыбопоисковых гидролокаторах.

Возможный механизм восприятия звука некоторыми гидробионтами

Известно несколько механизмов восприятия колебательных движений жидкости водными организмами [11]. Простейшим является рецепция с помощью чувствительных волосковых клеток. Считается, что этот механизм свойствен ракообразным. В диапазоне частот 10–300 Гц их чувствительность к колебательной скорости составляет 20–100 мкм/с, что соответствует звуковым давлениям 30–150 Па [12]. (Для сравнения: у рыб с плавательным пузырем чувствительность в диапазоне частот 100–3000 Гц доходит до 0,1 Па). Экспериментальные исследования показывают, что характеристики механорецептивной системы (включая обработку информации) хорошо согласованы с гидродинамическими возмущениями по частотным свойствам [13]. Нервная система даже таких "простых" организмов, по-видимому, способна выделять возмущения, вызванные внешним воздействием, на фоне тех, которые связаны с собственным движением [14], а также производить идентификацию такого воздействия по его характерным пространственно-временным признакам. Кроме того, механорецептивная система обладает ярко выраженной дифференциальной чувствительностью: хорошо воспринимаются воздействия, пространственный масштаб которых соизмерим с размером тела животного [13].

Последнее свойство, казалось бы, делает невозможным обнаружение звуковых волн посредством чувствительных волосков (сенсилл). Действительно, в диапазоне частот максимальной чувствительности механорецептивной системы ракообразных 10–300 Гц звуковые волны намного длиннее их тел. Если плавучесть организма близка к нейтральной, он движется поступательно вместе с окружающей жидкостью, относительное движение частиц воды незначительно и восприятие звука с помощью сенсилл исключено. Учет вращательных колебаний может кардинально изменить ситуацию. Круговое движение жидкости приведет к различному отклонению сенсилл на разных участках тела, и акустические колебания могут быть восприняты.

Для качественного исследования предлагаемого механизма рассмотрим сильно упрощенную модель тела организма. Будем считать его сферой с плотностью, несколько меньшей плотности воды, нагруженной точечной массой Δm , находящейся на ее поверхности. Среднюю плотность примем равной плотности воды (условие нейтральной плавучести) и будем считать выполненным неравенство $\Delta m/m \ll 1$ (m – полная масса тела). Чтобы исследовать

довать резонансные эффекты, примем во внимание силу тяжести. Вязкие потери при вращении сферы учтем для случая, когда толщина осциллирующего пограничного слоя существенно меньше радиуса сферы R [8]. Чтобы акустическая волна могла воздействовать на сенсиллы, толщина слоя должна быть также меньше их длины l . В частности, для воды ($\nu = 10^{-6} \text{ м}^2/\text{с}$) при $l = 1 \text{ мм}$ и $l = 0,3 \text{ мм}$ это условие будет выполняться для частот, превышающих 0,3 и 3,5 Гц соответственно. Опуская промежуточные выкладки, приведем выражение для передаточной характеристики, которую для наших целей естественно определить как отношение разности тангенциальных скоростей поверхности сферы на диаметрально противоположных участках к колебательной скорости частиц в звуковой волне:

$$H(\omega) = \frac{2R^2(\Delta m/m)\omega^2}{\frac{2}{5}R^2\omega^2 - (\Delta m/m)Rg - iR\omega\sqrt{2\nu\omega}}, \quad (4)$$

где g – ускорение силы тяжести.

Общий вид частотной характеристики соответствует отклику фильтра высоких частот. Это выражение имеет ряд примечательных особенностей.

На резонансной частоте (или частоте среза фильтра) $\omega_{res} = \sqrt{\frac{5}{2} \frac{\Delta m}{m} \frac{g}{R}}$ оно

равно $H(\omega_{res}) = \frac{2R}{\delta(\omega_{res})} \frac{\Delta m}{m}$. Как и в случае клеток зоопланктона, отноше-

ние массы "довеска" к полной массе тела может быть записано в виде $\Delta\rho/\rho$, где $\Delta\rho$ – дефицит плотности тела (без учета "довеска") по отношению к средней плотности ρ . Это отношение в какой-то мере характеризует неравномерность распределения плотности внутри тела. На частотах, существенно превышающих резонансную, коэффициент передачи стремится к $H(\omega \gg \omega_{res}) = 5\Delta m/m$. В рамках принятого нами приближения, при $\Delta\rho/\rho = 0,1$ например, это даст величину 0,5. Таким образом, на высоких частотах сигнал из звукового поля передается в механорецептивную систему почти без ослабления (если, конечно, нервная система рассматриваемого нами отряда гидробионтов способна выделять такое дифференциальное воздействие).

Поделив $H(\omega_{res})$ на $H(\omega \gg \omega_{res})$, получим характеристику степени выраженности резонансных свойств системы:

$$\frac{H(\omega_{res})}{H(\omega \gg \omega_{res})} = \frac{2R^{\frac{3}{4}} \left(\frac{5}{2} \frac{\Delta m}{m} g \right)^{\frac{1}{4}}}{5 (2\nu)^{\frac{1}{2}}}. \quad (5)$$

Значение радиуса сферы, при котором эта величина обращается в единицу, при $\Delta m/m = 0,1$ равно $R_0 = 0,4 \text{ мм}$ и разделяет области релаксационного

и резонансного поведения системы. Если $R > R_0$, в частотной характеристике имеется выраженный максимум, величина которого может превышать ее значение на высоких частотах более чем на порядок (штрих-пунктирная линия на рис. 3). Следовательно, возможно даже некоторое резонансное усиление сигнала из звукового поля. Впрочем, форма тела ракообразного весьма далека от сферической и изобилует вытянутыми выступами (конечности, антенны и т. д.). Поэтому вязкое сопротивление при его покачиваниях будет существенно больше, чем для сферы, и резонанс не будет проявляться так ярко.

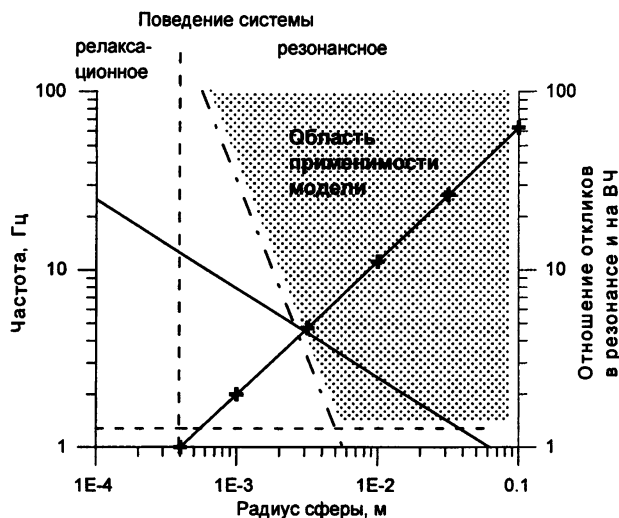


Рис. 3. Зависимости от радиуса сферы резонансной частоты (сплошная линия) и отношения значений отклика на резонансной частоте и на высоких частотах (линия, помеченная крестиками).

Проанализируем применимость принятых нами приближений. На рис. 3 вместе с зависимостью резонансной частоты от радиуса сферы (сплошная линия) показаны нижние границы, соответствующие постоянному значению толщины осциллирующего пограничного слоя, равному 0,5 мм ($f = 1,3$ Гц, пунктирная линия) и постоянному отношению $\delta(f)/R = 0,1$ (штриховая линия). Вертикальная штриховая линия показывает левую границу области существования резонанса. Из рисунка видно, что существует область характерных размеров от долей до первого десятка сантиметров и частот от единиц до сотен герц, (заштрихована), соответствующая реальным размерам морских ракообразных и диапазону их максимальной чувствительности, где наши приближения выполняются. Таким образом, с физической точки зрения такой механизм восприятия акустического поля вполне реален. Однако решающее слово здесь принадлежит эксперименту.

В настоящей работе предложен и рассмотрен механизм вращательных колебаний твердых частиц, имеющих нейтральную плавучесть по отношению к окружающей жидкости. Этот механизм основан на возникновении вращательного момента сил, действующих на частицу в акустическом поле, если центр масс частицы не совпадает с центром приложения архимедовой силы. Показано, что вращательные колебания частиц в вязкой жидкости приводят к добавочному затуханию звука. Предложенный подход может также иметь значение для понимания механизмов восприятия акустических волн некоторыми морскими гидробионтами.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (01-02-16938, 01-02-17653, 00-15-96741).

Литература

1. Крупаткина Д. К., Сандлер Б. М., Селивановский Д. А., Стунжас П. А. Газовые полости морского фитопланктона // Изв. АН СССР, сер. Биологическая. 1992. № 3. С. 441–451.
2. Крупаткина Д. К., Сандлер Б. М., Селивановский Д. А., Стунжас П. А. Газовые пузырьки и морской фитопланктон. Реверберационные ультразвуковые измерения // Океанология. 1992, 32(1). С. 92–100.
3. Бурлакова З. П., Крупаткина Д. К., Сандлер Б. М., Селивановский Д. А., Стунжас П. А. Газовые пузырьки и морской фитопланктон. Волнометрические измерения // Океанология. 1992, 32(3). С. 481–486.
4. Крупаткина Д. К., Селивановский Д. А., Стунжас П. А. О регулируемой посредством газовых пузырьков плавучести одной из колониальных форм диатомеи *Thalassiosira* // Изв. АН СССР, сер. Биологическая. 1994. № 3. С. 453–461.
5. Watson Y. D., Meister R. Ultrasonic absorption in water containing plankton in suspension // JASA. 1963. 35. P. 1584–1589.
6. Hansen P. G., Barham E. G. Resonant cavity measurements of the effect of "Red Water" plankton on the attenuation of underwater sound // Limnol. & Oceanogr. 1992. 7(1). P. 8–13.
7. Глотов В. Н., Колобаев П. А., Неуймин Г. Г. Исследование рассеяния звука пузырьками, создаваемыми искусственным ветром в морской воде, и статистическое распределение размеров пузырьков // Отчет Акуст. института. № ГР.Я26078. М., 1976.
8. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Теорет. физика. Т. VI, Гидродинамика. М.: Наука, 1988. С. 133.
9. Сандлер Б. М., Селивановский Д. А., Стунжас П. А. Акустические свойства сгущений фитопланктона // Акуст. журн. 1993. 39(1). С. 144–151.
10. Сандлер Б. М., Селивановский Д. А., Стунжас П. А. Скорость звука в средах с морским фитопланктоном // Акуст. журн. 1993. 39(4). С. 724–728.
11. Retane A., Storch V., Welsch U. Kurzes Lehrbuch der Zoologie. Stuttgart – New York: Gustav Fischer Verlag, 1985.
12. Klages M., Mulyakshin S. I., Soltwedel T., Arntz W. E. Mechanoreception, a possible mechanism for food fall detection in deep-sea scavengers. Deep-Sea Research, 2002. P 1 V. 49. P. 143–155.
13. Bleckmann H. Orientation in the aquatic environment with aid of hydrodynamic stimuli. Verh Deutsch. Zool. Ges. 1991. 84. P. 105–124.
14. Hamm I., Tautz J. Locomotion modulates the sensitivity of mechanosensory interneurons in freshwater crayfish // Frontiers in crustacean neurobiology / Ed by Wiese K., Krenz W. D., Tautz J., Reichert H., Mulloney B. Birkhaeuser, Basel, 1990 P. 152–163.

НЕЛИНЕЙНАЯ АКУСТИЧЕСКАЯ ДОПЛЕРОВСКАЯ ТОМОГРАФИЯ ПОТОКОВ ЖИДКОСТИ

*И. Н. Диденкулов¹, Л. М. Кустов², А. И. Мартьянов²,
Н. В. Прончатов-Рубцов², П. Н. Вьюгин²*

¹ Институт прикладной физики РАН, ² Нижегородский госуниверситет
им. Н. И. Лобачевского, Н. Новгород

Газовые пузырьки играют важную роль в газообмене между океаном и атмосферой, в процессах жизнедеятельности живых организмов в воде [1]. Газовые пузырьки служат индикатором некоторых болезней, например кессонной болезни у водолазов. В последние годы они начинают использоваться в медицинской диагностике. Таким образом, круг явлений, где обнаружение и диагностика пузырьков важны, постоянно расширяется. Их можно достаточно надежно обнаружить акустическими методами [2–11] и так как пузырьки являются осцилляторами и хорошо рассеивают и поглощают звук на резонансных частотах, были предложены разнообразные линейные акустические методы их диагностики, основанные на этих свойствах [2, 3]. Пузырьки обладают также ярко выраженными нелинейными акустическими свойствами. В рассеянном пузырьком поле наблюдаются высшие гармоники и комбинационные частоты падающих на пузырек акустических волн. Жидкость, содержащая множество пузырьков, обладает высоким уровнем акустической нелинейности, на этом свойстве основаны различные нелинейные акустические методы обнаружения и измерения параметров газовых пузырьков [4–12].

Исследования нелинейного рассеяния звука на движущихся газовых пузырьках выявили существование специфического эффекта Доплера [13]. Этот эффект можно использовать для измерений параметров потока жидкости, в котором присутствуют газовые пузырьки. В простейшем варианте при равномерной концентрации пузырьков в потоке спектр рассеянного поля будет содержать информацию о движении жидкости в различных частях потока. Таким образом, измерение доплеровских спектров поля комбинационного рассеяния может позволить определить характеристики потока жидкости [13, 14]. Однако сами пузырьки воздействуют на акустические волны, распространяющиеся в пузырьковой среде. Если концентрация пузырьков мала, то этим влиянием можно пренебречь и решать задачу в приближении заданного внешнего поля. Однако если концентрация пузырьков становится немалой, то необходимо учитывать это влияние.

В настоящей работе рассматривается именно такая ситуация. Исследуется поле комбинационно-рассеянного звука на затопленной струе воды в режиме гидродинамической кавитации. Представлены результаты сравне-

ния экспериментально полученных спектров комбинационно-рассеянного на затопленной кавитирующей струе сигнала с численно рассчитанной формой спектра. Такое сравнение позволяет определить параметры потока жидкости с пузырьками. Теоретическая модель строится с учетом известных свойств о связи распределения пузырьков по сечению потока с распределением скорости [15]. Используемая в работе параметризация задачи позволяет надеяться на дальнейшее развитие нелинейных акустических методов диагностики движущихся потоков жидкости с газовыми пузырьками, которые могут найти разнообразие применения.

Эффект Доплера при комбинационном рассеянии звука на пузырьках

В работе [13] показано, что частота комбинационно-рассеянного сигнала от движущегося нелинейного рассеивателя определяется доплеровским эффектом волн накачки по отношению к движущемуся рассеивателю, а также доплеровским сдвигом частоты комбинационно-преобразованного сигнала. При определенной геометрии задачи первый эффект может во много раз превышать второй, и, таким образом, доплеровский сдвиг частоты в рассеянном сигнале может быть очень большим. В общем случае частота F_s комбинационно-рассеянного сигнала на одиночном пузырьке выражается как

$$F_s = F - \frac{V}{C_0} [f_1 \cos \theta_1 - f_2 \cos \theta_2 - F \cos \theta_3], \quad (1)$$

где f_1 и f_2 – частоты волн накачки, θ_1 и θ_2 – углы между направлением распространения волн накачки и вектором V скорости движения пузырька, θ_3 – угол между направлением распространения рассеянной на пузырьке волны на разностной частоте в сторону приемника и вектором V скорости движения пузырька, $F = f_1 - f_2$ – разность частот между волнами накачки, c – скорость звука. Если $\theta_2 - \theta_1 > \pi/2$, то, как нетрудно видеть из (1), происходит суммирование доплеровских сдвигов частот (первые два члена в квадратной скобке). При этом вклад третьего члена в сдвиг частоты рассеянного поля становится малым, и им в таких случаях можно пренебречь. Это свойство позволяет с высокой точностью определять скорость движения пузырьков в потоке жидкости.

Эксперимент

Схема эксперимента показана на рис. 1. Экспериментальные исследования выполнялись на автоматизированном комплексе гидроакустического бассейна кафедры акустики ННГУ. Экспериментальные спектры комбинационно-рассеянного сигнала снимались на затопленной струе воды при озвучивании ее участка ультразвуковыми пучками. Поток воды создавался центробежным насосом с диаметром сопла 1 см, причем скорость струи на

среза сопла была равна 25 м/с, а озвучиваемый участок струи находился на расстоянии 60 см от среза сопла. Диаметр струи в области акустической засветки был равен 11 см. Первичные пучки накачки формировались плоскими пьезокерамическими излучателями. Диаметры пучков накачки в области засветки струи были больше диаметра струи, что позволяло считать фронт падающей волны квазиплоским.

Комбинационно-рассеянный сигнал на разностной частоте принимался приемной системой, находящейся вне струи. Ось приемной системы (антенна гидроакустического локатора со сферическим зеркалом) была перпендикулярна оси потока. Это позволяло выделить комбинационно-рассеянный сигнал от ограниченного по длине рабочего участка струи.

Гетеродинированием спектр рассеянного сигнала переносился в низкочастотную область. Частоты первичных пучков могли перестраиваться в некоторой окрестности 1 МГц. Это позволяло варьировать разностную частоту. В использованном в данной работе примере частоты волн накачки f_1 и f_2 были равны 1000 и 1100 кГц соответственно, а частота гетеродина составляла 97,5 кГц. Таким образом, разностной частоте $F = 100$ кГц соответствует частота 2500 Гц.

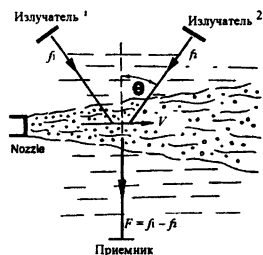


Рис. 1. Схема эксперимента

Нелинейная доплеровская томография струи жидкости с пузырьками

Рассмотренная в настоящей работе модель основана на следующих предположениях: поток и распределение пузырьков в нем считались осесимметричными, предполагалось, что в рабочей зоне поля накачек имеют квазиплоские фронты. Предполагалось также, что пузырьки захвачены потоком и двигаются со средней локальной скоростью струи. В численном эксперименте учитывается ослабление интенсивности первичных ультразвуковых лучей из-за резонансного поглощения микропузырьками и резонансное поглощение волны разностной частоты при распространении сигналов внутри потока. Геометрия задачи, использовавшаяся при численном моделировании, представлена на рис. 2.

Численный эксперимент проведен путем расчета амплитуд спектральных компонент комбинационно-рассеянных сигналов. Элементарный объем рассеяния, находящийся в точке C , излучает волну разностной частоты, интенсивность которой пропорциональна квадрату произведения амплитуд волн накачки и концентрации пузырьков в области рассеяния. При расчете амплитуд волн накачки в области взаимодействия учитывается затухание высокочастотных волн на частотах f_2 и f_1 вдоль геометроакустических лучей

B_1C и B_2C . Озвученный участок струи в теоретической модели представляет собой цилиндрический объем, заполненный микропузырьками, увлекаемыми жидкостью. Интенсивность комбинационно рассеянного на элементарном объеме сигнала в окрестности точки C и его амплитуду в точке приема можно вычислить в приближении вышеизложенной модели.

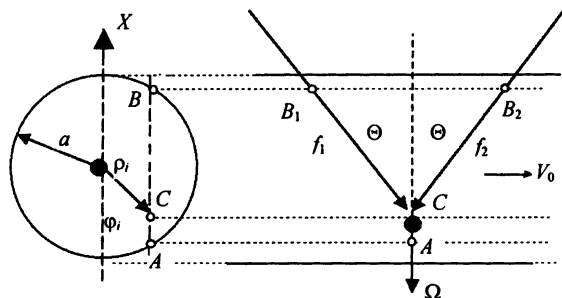


Рис. 2. Теоретическая модель рассеяния акустических волн на осесимметричной струе жидкости.

Полагая, что комбинационные сигналы, излучаемые элементарными объемами, являются некогерентными, и учитывая затухание волн накачки и волны разностной частоты при ее распространении внутри потока на участке CA , запишем выражение для интенсивности сигнала разностной частоты в точке приема:

$$\Delta W(\rho_i) \sim \exp(-2\beta\rho_i^2) \int_0^{2\pi} \exp \left[-2\sigma_\omega \int_B^C n(\xi) d\xi - \sigma_\Omega \int_C^A n(x) dx \right] d\varphi. \quad (2)$$

Здесь σ_f, σ_Ω – сечения погашения пузырьков на частоте накачки и на комбинационной частоте соответственно; $n(\xi), n(x)$ – законы изменения концентрации микропузырьков вдоль распространения волн накачки и волны комбинационной частоты. Приведенное выражение позволяет вычислить интенсивность компоненты спектра сигнала разностной частоты в выбранном частотном окне. Это, фактически, сумма интенсивностей комбинационно рассеянных сигналов элементарными объемами, находящимися на одном расстоянии от центра потока. Полагая, что средняя скорость потока по сечению струи зависит от расстояния до оси по закону

$$V = V_0 \exp(-\beta\rho^2), \quad (3)$$

можно записать выражение для частоты комбинационно рассеянного элементарным объемом сигнала при данной геометрии эксперимента:

$$F_i = 2f \sin\theta \cdot (V_0 / C_0) \exp(-\beta\rho_i^2). \quad (4)$$

Здесь V_0 – скорость потока в центре струи, ρ_i – расстояние от центра потока до точки рассеяния, β – размерный коэффициент, характеризующий эффективный радиус струи, C_0 – скорость звука.

Как уже было сказано, основной задачей данной работы является исследование возможности дистанционного определения пространственного распределения нелинейных рассеивателей по сечению потока. В работе [15] было показано, что формы экспериментального и теоретически рассчитанного спектров линейно рассеянного на затопленной струе сигнала удовлетворительно согласуются в случае, когда функция распределения газовых микропузырьков по сечению потока имеет вид

$$n = n_0 \exp(-2\beta\rho^2). \quad (5)$$

Другими словами, распределение концентрации пузырьков по сечению струи пропорционально квадрату распределения скорости потока.

В настоящей работе форма спектра рассчитывалась численно на основе аналогичной модели в приближении однократного нелинейного рассеяния. В этой модели не учтены турбулентные пульсации скорости потока. Пренебрежение турбулентными пульсациями особенно сильно проявляется в низкочастотной области спектра, которая формируется при рассеянии на периферийных участках потока, где значения средней скорости потока и пульсационной скорости близки. Относительно большая амплитуда пульсационной скорости приводит к появлению "отрицательных" спектральных компонент, которые, естественно, отсутствуют в теоретической модели. Свободные подбираемые параметры – показатель β экспонент функций распределения скорости потока и пространственного распределения концентрации микропузырьков, а также величина на оси струи. Благодаря близости значений частот высокочастотных волн при численном моделировании предполагалось, что волны накачки одинаково затухают при распространении внутри потока до элементарного объема рассеяния.

На рис. 3 представлены экспериментально полученный спектр комбинационно-рассеянного сигнала (сплошная жирная линия) и теоретически рассчитанные спектры. Сплошная тонкая линия – численно рассчитанная форма спектра при заданной максимальной скорости потока $V_0 = 3,2$ м/с и значении коэффициента $\beta = 0,2$ см². Штрихпунктирная линия – форма теоретического спектра при увеличении максимальной скорости до 4 м/с и при том же значении показателя экспоненты β . Точками представлен теоретический вид спектра при значении показателя экспоненты $\beta = 0,3$ см² и скорости $V_0 = 3,2$ м/с. Приведенные примеры формы экспериментально полученного спектра и форм теоретически рассчитанных спектров комбинационно-рассеянных сигналов позволяют сделать

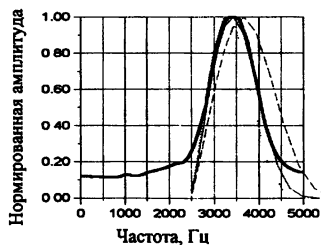


Рис. 3. Спектры сигналов разностной частоты, полученные экспериментально (жирная линия) и рассчитанные на основе модели при разных значениях параметров.

вывод о возможности проведения дистанционного нелинейного зондирования пространственного распределения движущихся акустических рассеивателей при наличии априорной информации о геометрии потока, позволяющей параметризовать задачу.

* * *

Таким образом, в настоящей работе показано, что использование рассеяния на разностной частоте для диагностики движущихся неоднородностей оказывается более предпочтительным, чем линейного, как из-за практически полного отсутствия реверберационных помех, так и из-за большей чувствительности формы спектра нелинейно-рассеянного сигнала к изменению значений диагностируемых параметров. Выполненное исследование показало, что предложенный метод нелинейной доплеровской акустической томографии позволяет с хорошей точностью измерять параметры потока жидкости с пузырьками.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (01-02-17653, 01-02-16938, 00-15-96741, 00-15-96619).

Литература

1. *Clay C., Medwin H.* Acoustical oceanography: principles and applications. New York: John Wiley & Sons, 1977.
2. *Medwin H.* Counting bubbles acoustically. Review, Ultrasonics. 1977. V. 15. P. 7–13.
3. *Glotov V. N., Kolobaev P. A., Neiumin G. G.* Investigation of sound scattering by bubbles, produced by artificial wind in sea water, and statistic distribution of bubble sizes // *Sov. Phys Acoust.* 1961. V. 7. P. 421–427.
4. *Neppiras E.* Subharmonic and other low-frequency emission from bubbles in sound-irradiated liquids // *J. Acoust. Soc. Am.* 1969. V. 46. P. 587–601.
5. *Zabolotskaya E., Soluyan S.* Emission of harmonic and combination frequency waves by air bubbles // *Sov. Phys. Acoust.* 1972. V. 18. P. 396–398.
6. *Fenlon F., Wahn J.* On the Amplification of Modulated Acoustic Waves in Gas-Liquid Mixtures, in Cavitation and Inhomogeneities in Underwater Acoustics / Ed. W. Lauterborn Springer-Verlag, Heidelberg, 1980. P. 141–150.
7. *Ostrovsky L., Sutin A.* Nonlinear acoustic diagnostics of discrete inhomogeneities in liquids and solids // *Proc. 11th Int. Congr. Acoust. Paris.* 1983. V. 2. P. 137–140.
8. *Zverev V., Kobelev Yu., Selivanovsky D., Sokolov A.* On a method of detection of gas bubbles in a liquid // *Sov. Tech. Phys.* 1980. V. 50. P. 1544–1545.
9. *Newhouse V., Shankar P.* Bubble size measurement using the nonlinear mixing of two frequencies // *J. Acoust. Soc. Am.* 1984. V. 75. P. 1473–1477.
10. *Eller A., Flynn H.* Generation of subharmonics of order one-half by bubbles in a sound field // *J. Acoust. Soc. Am.* 1969. V. 46. P. 722–727.
11. *Leighton T., Walton A., Field J.* Acoustic bubble sizing by combination of subharmonic emission with imaging frequency // *Ultrasonics.* 1991. V. 29. P. 319–323.
12. *Sutin A. M., Yoon S. W., Kim E. J., Didenkulov I. N.* Nonlinear acoustic method for bubble density measurements // *J. Acoust. Soc. Amer.* 1998. V. 103. P. 2377–2384.
13. *Didenkulov I. N., Yoon S. W., Sutin A. M., Kim E. J.* Nonlinear acoustic Doppler effect and its use for bubble flow velocity measurement // *J. Acoust. Soc. Amer.* 1999. V. 106, № 5. P. 2431–2435.
14. *Диденкулов И. Н., Кустов Л. М., Мартынов А. И., Прончатов-Рубцов Н. В., Вьюгин П. Н., Юн С. В.* Нелинейная акустическая диагностика пространственного распределения рассеивателей в кавитирующей среде // *Сб. трудов 11-й сессии РАО.* М. 2001. Т. 1. С. 299–302.
15. *Бархатов А. Н., Гасриленко В. Г., Мартынов А. И.* О спектре сигнала рассеянного на поглощающей звук турбулентной струе // *Акуст. журн.* 1979. Т. 25, № 1. С. 32–35

АКУСТОЯРКОСТНЫЙ ТЕРМОТОМОГРАФ С ФОКУСИРОВАННОЙ АНТЕННОЙ

Е. В. Кротов, В. А. Вилков, А. Д. Мансфельд, А. М. Рейман

Институт прикладной физики РАН, Н. Новгород

В настоящее время большой интерес для исследований представляют задачи по картированию поля внутренних температур различных сред. Это актуально, например, для ряда задач медицинской диагностики: ранняя диагностика новообразований, реакции человеческого организма на физиологические нагрузки, длительный мониторинг органов после их пересадки, гипертермические процедуры и др. Перспективным в этом смысле является метод акустоярковой термометрии, основанный на регистрации акустического излучения, порождаемого тепловым движением атомов и молекул среды [1]. Измеряемая при этом величина – акустоярковая температура, равная термодинамической температуре черного тела, создающего такой же поток акустического излучения, что и исследуемый объект [2].

Акустоярковый термометр, работающий на частотах 1–3 МГц, позволяет принимать тепловое акустическое излучение мягких биологических тканей с глубин нескольких сантиметров [3]. В то же время длины волн этого частотного диапазона составляют величины порядка долей и единиц миллиметров и позволяют создавать высоконаправленные антенны [4]. Информация о направлении на источник излучения открывает возможности локализации источника по дальности, например, путем регистрации интенсивности излучения от источника несколькими приемными антеннами с различных направлений и применением алгоритмов томографической обработки для восстановления пространственного распределения температуры [5].

Возможности акустоярковой термометрии позволяют решать две независимые задачи медицинской диагностики. Одной из основных задач акустоярковой термометрии является выявление относительно небольших участков биологических тканей, имеющих повышенную температуру относительно окружающих тканей [6]. Как правило, в экспериментах по акустоярковой термометрии используются приемные антенны в виде пьезоэлектрических пластин с плоской поверхностью, работающие в зоне геометрической акустики. Поперечное пространственное разрешение, с которым можно выделить температурную неоднородность, примерно равно апертуре антенны.

Другая задача состоит в мониторинге изменения температуры известной области пространства. В этом случае получение карты температур не столь актуально [7], однако применение плоских антенн позволяет регистрировать только интегральную температуру в направлении антенны.

Одним из возможных способов повышения пространственного разрешения и чувствительности акустоярковых термометров, а также получения продольного пространственного разрешения (продольной локализации источника) является применение фокусируемых антенн. Улучшение пространственной разрешающей способности в этом случае необходимо не столько для того, чтобы различить объекты, находящиеся на небольшом расстоянии друг от друга, сколько для обнаружения небольших объектов с малым температурным контрастом относительно фона [8].

Несмотря на то что пространственная избирательность фокусирующих систем известна давно, исследования их применимости для акустоярковой термометрии остаются актуальными по ряду причин.

Во-первых, пространственная избирательность таких систем может существенно снизиться в случае пассивного приема от распределенных источников вследствие того, что в формировании сигнала на поверхности фокусируемой антенны будут участвовать все элементарные участки источника. В результате появляется зависимость принятого сигнала от поперечного размера протяженного источника.

Во-вторых, чувствительность определяется среди прочих факторов и отношением площадей апертуры антенны и фокусной перетяжки. В условиях поставленной задачи апертура антенны не может быть выбрана достаточно большой для обеспечения требуемой чувствительности. Большие размеры антенны потребуют дополнительных технологических решений, связанных с обеспечением акустического контакта с исследуемой средой.

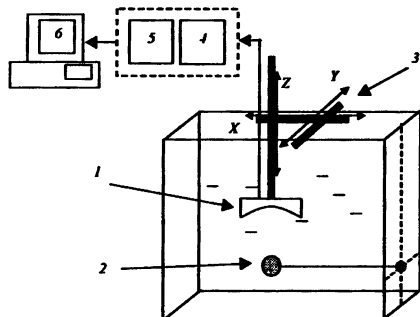
Цель настоящей работы – экспериментальное исследование возможностей пассивного широкополосного приема акустического сигнала от распределенных температурных неоднородностей исследуемой среды, а также картирования поля внутренних температур с помощью акустояркового термотомографа с фокусируемой антенной.

Нами был разработан действующий лабораторный макет акустояркового термотомографа с рабочей частотой 1,47 МГц и полосой пропускания 0,8 МГц, в котором был реализован компенсационный режим приема акустического сигнала [4]. Экспериментально измеренная чувствительность прибора по черному телу составила 1 К при времени накопления сигнала 10 с.

Приемная антенна акустотермографа была выполнена в виде сферического сегмента из пьезокерамики с апертурой 65 мм и радиусом кривизны 60 мм, на которую был нанесен четвертьволновый просветляющий слой. Поперечное пространственное разрешение определяется размером фокусной "перетяжки" [9] $D_F \approx (2,4\lambda F)/A$, где λ – средняя длина волны, на которой осуществляется прием, F – фокусное расстояние, A – диаметр антенны. Рассчитанный по центральной рабочей частоте диаметр фокусной перетяжки составил 2,2 мм. Приемная антенна вместе с цепями согласования, уси-

лительным трактом и предварительными усилителями была помещена в герметичный антенный блок. Регистрация, накопление и обработка сигнала на выходе макета осуществлялась компьютером.

Рис. 1. Экспериментальная установка: 1 – антенный блок с цепями согласования и предварительным усилителем, 2 – излучатель шума или фантом, 3 – координатное устройство, 4 – усилитель высокой частоты, 5 – квадратичный детектор, 6 – компьютер.



Для исследования возможностей локализации распределенных источников были проведены эксперименты с помощью экспериментальной установки, показанной на рис. 1. Антенный блок, закрепленный на координатном устройстве, помещался в аквариум с водой. Перемещение антенного блока производилось вдоль осей XYZ координатного устройства.

Эксперименты проводились в два этапа. На первом этапе было измерено поле приема антенны в фокальной плоскости (рис. 2). В качестве источника акустического шума применялся широкополосный интраваскулярный датчик *Boston Scientific Corp.*, который в рабочем диапазоне до 10 МГц можно было считать точечным. Датчик помещался на фокусном расстоянии от антенны, подключался к генератору шума Г2-37 и излучал широкополосный сигнал в полосе 6,5 МГц. Измерение поля приема в фокальной плоскости проводилось путем перемещения антенны вдоль осей XU . Из рис. 2 видно, что ширина фокусной перетяжки соответствует расчетным данным и ее диаметр по уровню 0,5 составляет 2 мм.

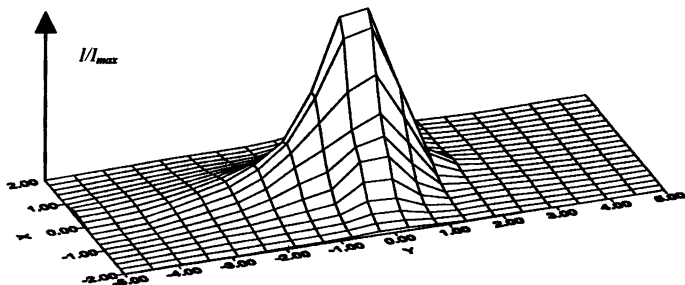


Рис. 2. Распределение поля приема в фокальной плоскости для компенсационного режима приема

На втором этапе внутрь аквариума вместо интраваскулярного датчика помещался фантом из полистирольной трубки диаметром 15 мм, заполненной маслом. Масло подогревалось встроенным термоэлементом. Температура внутри фантома контролировалась термодатчиком AD22100. Перегрев фантома относительно окружающей среды составил величину порядка 10 К. С помощью такой установки были получены одномерные и двумерные распределения интенсивности принятого акустического сигнала. При получении одномерного распределения приемная антенна передвигалась вдоль оси Z.

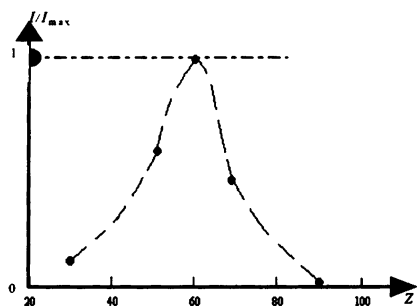


Рис. 3. Распределение нормированной на максимум интенсивности принятого сигнала на выходе компенсационного акустотермографа в зависимости от расстояния от фантома до фокусированной антенны.

Для каждого положения фантома относительно приемной антенны производилось несколько отсчетов с длительностью накопления 5 с, затем усреднение значений отсчетов. На рис. 3 представлено одномерное распределение нормированной на максимум интенсивности принятого сигнала на выходе компенсационного акустотермографа. По оси Z отложено расстояние от антенны до центра фантома. Из графика видно, что максимальная интенсивность достигается при положении фантома в фокусе антенны. При этом контрастность изображения, т. е. отношение максимального значения сигнала к минимальному, составила величину порядка 7. Такой контрастности достаточно, чтобы обнаруживать малые (порядка нескольких длин волн) перегретые участки при термотомографии новообразований [10] или при мониторинге гипертермии [7].

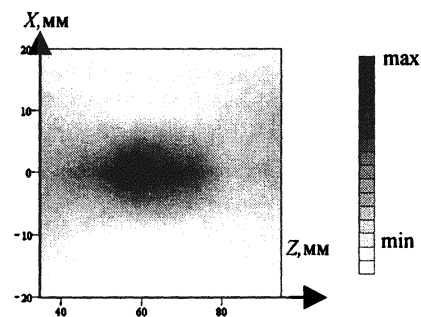


Рис. 4. Двумерное томографическое изображение фантома с шагом сканирования 10 мм (расположение осей то же, что и на рис. 1).

Для каждого положения фантома относительно приемной антенны производилось несколько отсчетов с длительностью накопления 5 с, затем усреднение значений отсчетов. На рис. 3 представлено одномерное распределение нормированной на максимум интенсивности принятого сигнала на выходе компенсационного акустотермографа. По оси Z отложено расстояние от антенны до центра фантома. Из графика видно, что максимальная интенсивность достигается при положении фантома в фокусе антенны. При этом контрастность изображения, т. е. отношение

максимального значения сигнала к минимальному, составила величину порядка 7. Такой контрастности достаточно, чтобы обнаруживать малые (порядка нескольких длин волн) перегретые участки при термотомографии новообразований [10] или при мониторинге гипертермии [7]. Картирование фантома проводилось аналогично. На рис. 4 представлена двумерная томограмма фантома. Проведенные оценки пространственного разрешения, т. е. расстояния, на котором различимы два объекта, составили 3 мм в поперечных и 6 мм в продольных координатах. Таким образом продемонстрирована возможность локализации нагретого источника с помощью фокусированной антенны.

Использование фокусированных антенн в акустотермотомографах

открывает новые возможности исследования поля внутренних температур биологических тканей и позволяет проводить построение двумерных томограмм температурных неоднородностей внутри биологических тканей прямыми измерениями температуры в заданной области исследуемого пространства, т. е. при соответствующей калибровке прибора можно получать томограмму термодинамических температур исследуемой среды. Отметим, что в разработанных к настоящему времени методиках решения обратных задач акустоструктурной термотомографии вопрос о получении поля термодинамических температур остается открытым [5]. Метод позволяет также следить за изменением локальной температуры в случае, когда известны пространственное расположение и размеры исследуемой области пространства. Это может достигаться путем выбора фокусного расстояния антенны.

Общее время сканирования можно существенно уменьшить путем применения многоканальных фокусирующих систем (например, кольцевых антенн с электронной фокусировкой) или применением криволинейных зеркал, однако этот вопрос требует дополнительных исследований.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (№ 00-02-16600; 02-02-06274; 01-02-17645; 02-02-06293) и 6-го конкурса экспертизы научных проектов молодых ученых РАН по фундаментальным и прикладным исследованиям (№ 399).

Литература

1. *Миргородский В. И., Пасечник В. И., Пешин С. В., Рубцов А. А., Годик Э. Э., Гуляев Ю. В.* Зондирование внутренней температуры объектов по их тепловому акустическому излучению // Докл. АН СССР. 1987. Т. 297, № 6. С. 1370–1374.
2. *Бабий В. И.* Перенос акустической энергии в поглощающей и излучающей среде // Морские гидрофиз. исслед. 1974. № 2(65). С. 189–192.
3. *Пасечник В. И.* Акустическая термография биологических объектов // Радиотехника. 1991. № 8. С. 77–80.
4. *Кротов Е. В., Ксенофонтов С. Ю., Мансфельд А. Д.* и др. Экспериментальные исследования возможностей многоканальной акустической термотомографии // Изв. вузов. Радиофизика. 1999. Т. 42, № 5. С. 479–484.
5. *Ксенофонтов С. Ю., Мансфельд А. Д., Рейман А. М.* Реконструктивная акустическая термотомография биологических объектов // Изв. вузов. Радиофизика. 1997. Т. 40, № 6. С. 752–760.
6. *Гуляев Ю. В., Бограчев К. М., Боровиков И. П., Обухов Ю. В., Пасечник В. И.* Пассивная термоакустическая томография – методы и подходы // Радиотехника и электроника. 1998. Т. 43, № 9. С. 140–146.
7. *Krotov E. V., Yakovlev I. V., Reyman A. M., Zhadobov M. V., Zharov V. P.* Application of acoustical thermometry to noninvasive monitoring of internal temperature during laser hyperthermia // Proc. SPIE. 2002. V. 4618. P. 38–45.
8. *Крашенинников А. Ю., Мансфельд А. Д., Кротов Е. В., Ершов К. В.* Применение фокусированной антенны для акустической термографии // Учебный эксперимент в высшей школе. Научно-метод. журн. 2000, № 1. С. 16–21.
9. *Каневский И. Н.* Фокусирование звуковых и ультразвуковых волн. М.: Наука, 1977. 336 с.
10. *Kruger, Robert A.; Kiser, William L.; Romilly, A. P.; Schmidt, Phyllis.* Thermoacoustic CT of the breast: pilot study observations // Proc. SPIE. 2001. V. 4256 P. 1–5.

О ВОЗМОЖНОСТИ ВИЗУАЛИЗАЦИИ НЕОДНОРОДНОСТЕЙ ПОВЕРХНОСТНОГО СЛОЯ БИОТКАНИ

В. В. Казаков, А. Л. Грибков

Институт прикладной физики РАН, Н. Новгород

Цель работы заключалась в разработке и исследовании возможности визуализации изменения упругих свойств поверхности биологической ткани. Разрабатываемый метод ориентирован на исследование изменения пространственных свойств биотканей, имеющих дефекты структуры поверхности (изменения площади и упругости ожоговых рубцов с течением времени, подкожных дефектов, изменения упругого рельефа поверхности) и объективного исследования пространственных характеристик (направление, поперечные размеры) подповерхностно залегающих объектов (вен, мышцы), вид которых в ряде случаев представляет интерес.

Среди наиболее часто используемых методов исследования вязкоупругих характеристик биологических тканей можно выделить методы, использующие квазистатические измерения (измерения зависимости "напряжение – деформация" при статическом вдавливании индентора в поверхность объекта) и импедансные измерения (измерения кинематических характеристик штампа и силы сопротивления тканей деформированию) [1–3]. Они позволяют проводить измерения на локальных участках поверхности с пространственным разрешением от нескольких единиц миллиметров до единиц сантиметров. Для визуализации изменения упругих свойств необходимо более высокое разрешение. Однако уменьшение площади контакта существенно усложняет расчет упругих характеристик ткани, находящихся на расстоянии от поверхности большем, чем характерные размеры контакта первичного измерителя. Зависимость деформации поверхности от геометрических размеров используемого индентора носит сложный, нелинейный характер даже в случае исследования однородной поверхности.

Специфика исследования такого объекта, как биологическая ткань, заключается в том, что исследуемая неоднородность поверхности упруго связана с окружающей ее средой и деформация поверхности, вызываемая вдавливанием индентора или прижимом штампа к поверхности, приводит к перераспределению упругих связей и искажению как реальных размеров неоднородности, так и ее вязкоупругих характеристик. В связи с этим оказывается перспективным исследование возможности использования импульсного вдавливания индентора в поверхность объекта. Эта методика исследований позволила бы получить следующие преимущества. Во-первых, получить высокое пространственное разрешение, поскольку при малых силах вдавливания диаметр индентора может быть мал без угрозы

физического разрушения поверхности. Во-вторых, за короткое время вдавливания индентора в поверхность слои ткани в силу своей инерционности незначительно сместятся относительно друг друга. Это позволит более точно локализовать положение неоднородности и уменьшить интегральный вклад упругих слоев, находящихся за ней. В третьих, режим импульсного вдавливания позволяет свободно, с незначительным поперечным сопротивлением поверхности перемещать индентор над поверхностью и таким образом обеспечивать ее сканирование.

Общая методика предлагаемых измерений заключается в следующем. Индентор передвигается вдоль поверхности объекта и периодически вдавливается в нее с заданной силой. Поскольку исследуемая среда обладает упругими свойствами, происходит отскок индентора от поверхности. Время и глубина вдавливания индентора и величина отскока определяются упругими характеристиками поверхности и при прочих равных условиях зависят от времени и силы вдавливания.

Общая схема измерений

Общая схема эксперимента по визуализации упругих характеристик приведена на рис. 1. В качестве индентора использовался специально изготовленный датчик, представляющий собой цилиндр, в котором закреплены две индуктивные катушки. В центре катушек свободно перемещался металлический индентор. Масса индентора равна 1,7 г, диаметр – 1 мм. При поступлении электрического импульса на катушки индентор вдавливался в поверхность с силой, зависящей от величины пропускаемого тока. Использование двух катушек позволяло выдерживать силу постоянной при смещении индентора в пределах 10 мм. Калибровка задаваемой силы осуществлялась путем измерения силы с помощью прецизионных электронных весов. Измерение перемещения индентора относительно корпуса осуществлялось бесконтактно с помощью встроенного в него ультразвукового фазового измерителя перемещений [4]. Сигнал выхода ультразвукового измерителя, пропорциональный смещению индентора, поступал на анализатор спектра 2034 и синхронно записывался в персональный компьютер.

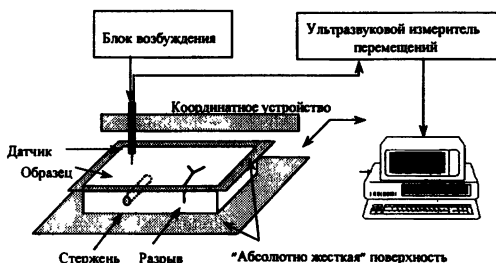


Рис. 1. Общая схема эксперимента

В качестве информативных параметров были выбраны амплитуда максимального отскока индентора и время, соответствующее этой амплитуде. Эти параметры наиболее легко измерить, и их изменение качественным образом покажет потенциальные возможности используемого метода.

Измерения амплитуды отскока для различных поверхностей

В качестве объектов исследования были выбраны поверхности мягкой и жесткой резины, силикона и поверхности передней стороны предплечья человека. На рис. 2 приведены типичные осциллограммы отскока индентора от поверхности мягкой резины, используемой в качестве основного объекта исследования.

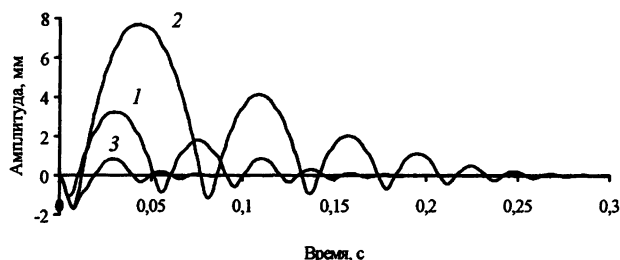


Рис. 2. Осциллограммы колебаний индентора для различных длительностей возбуждающего импульса: 1 – 4 мс, 2 – 8 мс, 3 – 15 мс при начальной силе вдавливания 0,2 Н.

На рис. 3 и 4 для ее же приведены полученные зависимости максимальной амплитуды отскока и соответствующего ему времени для различных значений силы вдавливания.

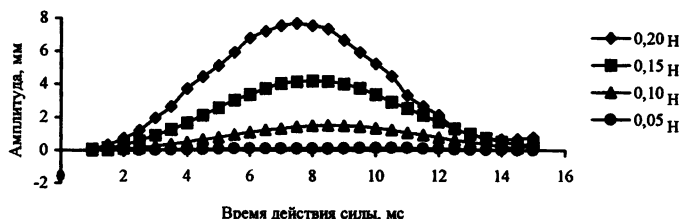


Рис. 3. Изменение амплитуды отскока индентора в зависимости от времени действия силы для различных значений сил вдавливания.



Рис. 4. Изменение времени задержки максимального значения амплитуды отскока в зависимости от времени действия силы для различных значений сил вдавливания.

На рис. 5 и 6 приведены изменения амплитуды отскока и соответствующего ему времени задержки для различных образцов: U1 – мягкая резина, U2 – силикон, U3 – жесткая резина, U4 – поверхность предплечья. Сила вдавливания составляла 0,2 Н.



Рис. 5. Изменение амплитуды отскока индентора для различных образцов.

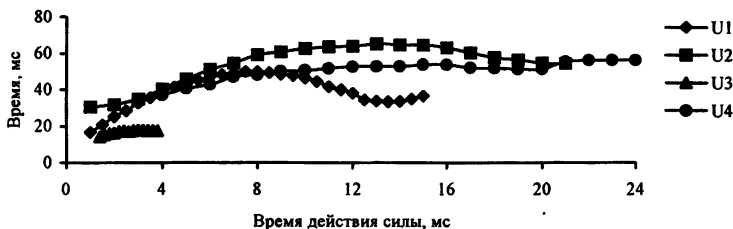


Рис. 6. Изменение времени задержки максимального значения амплитуды отскока для различных образцов.

Приведенные графики показывают, что изменение амплитуды отскока в зависимости от времени вдавливания индентора имеет резонансный характер. Из рис. 4 хорошо видно, что при времени вдавливания более 13 мс

амплитуда отскока начинает увеличиваться. Силы вдавливания не хватает для компенсации возникшей инерционной силы. Возникает случай, когда сила вдавливания еще должна удерживать индентор в ткани, а инерционные силы пытаются вернуть его обратно. На рис. 2 этот случай показан для осциллограммы 3 и проявляется в виде "ступеньки" вблизи времени, соответствующем максимальному вдавлыванию индентора.

Естественно, что различные образцы имеют свои "резонансные частоты". Путем изменения времени вдавливания можно получить различную амплитуду отскока для поверхностей, отличающихся упругими свойствами. При этом могут изменяться и физические условия, приводящие к отскоку. Отсюда следует, что чувствительность используемого метода к обнаружению подповерхностных неоднородностей, соответствующих определенным упругим свойствам, должна устанавливаться априорно, и ее можно установить так, что характеристики заданного участка будут выделяться наиболее ярко. С другой стороны, ничего не зная об упругих свойствах поверхности, можно выбрать такое время вдавливания, при котором различие в амплитуде отскока от неоднородностей будет уменьшаться.

Поскольку задающим (и фиксированным) параметром при измерениях является сила, используемый метод не позволяет производить "послойную" визуализацию изменения упругих характеристик поверхности. При одном и том же значении силы глубина вдавливания может быть различной. Технически метод измерения отскока при фиксированной глубине вдавливания реализуется более сложно.

Визуализация подповерхностных неоднородностей

Эксперименты по визуализации проводились по схеме, приведенной на рис. 1. В качестве модельного объекта выбран образец из мягкой резины размером 30×50×10 мм, вставленный в металлическую оправу, от которой отскока индентора не происходит. С помощью координатного устройства индентор перемещался вдоль поверхности со скоростью 0,5 мм/с. Снималось 28 сечений с шагом 1 мм. Движение индентора начиналось и заканчивалось за пределами образца. С торца в резину внедрен металлический штырь диаметром 2 мм и длиной 15 мм так, что расстояние между его верхним краем и поверхностью резины составляло 1 мм. Кроме этого дефекта, резина имела сплошной разрыв, края которого плотно сомкнуты. Цель эксперимента – в визуализации этих дефектов поверхности. На рис. 7 приведено изменение амплитуды отскока индентора от поверхности. Нулевое значение соответствует "отскоку" от оправы, хорошо видно, что внедренный стержень и разрыв поверхности приводят к локальным изменениям ее упругих свойств, что приводит к визуализации подповерхностного дефекта.

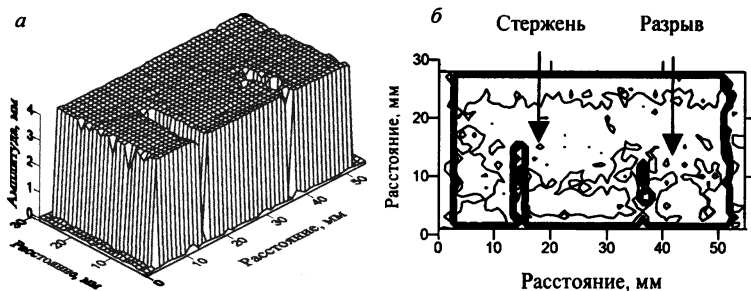


Рис. 7. Изменение амплитуды отскока от поверхности в виде рельефа (а) и изолиний (б)

В процессе разработки метода визуализации был также апробирован режим вдавливания в режиме автогенерации. Для его реализации электрический импульс, обеспечивающий вдавливание в поверхность, подавался не периодически с частотой 0,8 Гц, как в предыдущем случае, а непосредственно в момент контакта индентора с поверхностью после первого отскока. При таком режиме возбуждения индентор входил в режим генерации с частотой около 6 Гц. Этот режим удобен тем, что количество отскоков на единицу поверхности существенно возрастает, появляется возможность усреднять сигналы и существенно сократить время, необходимое для сканирования поверхности. Перемещение индентора вдоль поверхности существенно упрощается. С помощью этого режима возбуждения также была проведена визуализация подповерхностных дефектов, качественно совпадающая с приведенным на рис. 1. Недостатком этого режима вдавливания индентора является то, что при его реализации необходимо более точно выдерживать расстояние между корпусом датчика и поверхностью, так как это изменение приводит к дополнительному изменению временных характеристик вдавливания и, следовательно, изменению частоты и амплитуды отскока индентора. Эти дополнительные изменения выходного сигнала усложняют его дальнейшую интерпретацию.

Разработан метод визуализации подповерхностных неоднородностей на основе анализа взаимодействия поверхности объекта с падающим на нее индентором. Проведен упрощенный анализ, показывающий связь между временем вдавливания индентора и максимальной амплитудой его отскока. Показано, что амплитуда максимального отскока индентора и время задержки отскока качественным образом соответствуют изменению локальных упругих характеристик исследуемой поверхности. Изменением времени внедрения индентора в поверхность возможно осуществлять "на-

стройку" колебательной системы "индентор – поверхность" на выявление локальных участков поверхности, обладающих определенными упругими свойствами.

Литература

1. *Галин Л. А.* Контактные задачи теории упругости. М.: Наука, 1980. 138 с.
2. *Haider M., Holmes M.* A mathematical approximation for the solution of a static indentation test // *Biomechanics*. 1997. V. 30, № 7. P. 747–751.
3. **Методы вибрационной диагностики реологических характеристик мягких материалов и биологических тканей:** Сб. научн. тр. ИПФ АН СССР. Горький, 1989. 156 с.
4. *Казakov В. В.* Ультразвуковые фазовые измерители виброперемещений // *Виброакустические поля сложных объектов и их диагностика*. Горький: ИПФ АН СССР, 1989. С. 178–190.

УЛЬТРАЗВУКОВАЯ ДОПЛЕРОВСКАЯ ВИЗУАЛИЗАЦИЯ ВЫНУЖДЕННЫХ ВИБРАЦИОННЫХ СМЕЩЕНИЙ В ФАНТОМАХ БИОТКАНИ

Е. М. Тиманин, Е. В. Еремин

Институт прикладной физики РАН, Н. Новгород

В последнее время активно разрабатываются различные методы визуализации сдвиговых упругих характеристик биологических мягких тканей – так называемые методы эластографии [1–17]. Они дополняют традиционные методы визуализации неоднородностей тканей и считаются перспективными для медицинской диагностики различных патологий. Методы эластографии основываются на задании в тканях сдвиговых деформаций и на их дистанционном измерении тем или иным образом. Исследования в этом направлении проводятся как на фантомах и образцах тканей, так и в условиях организма. Для визуализации сдвиговых деформаций используются ультразвуковые методы [1–13], в том числе доплеровские [1–5], оптические [14–16] и ЯМР-методы [3, 17]. Для задания сдвиговых деформаций в тканях используются разные источники, например, низкочастотные пульсации, создаваемые сердцем и сосудами [6] или сдвиговые волны, излучаемые фокусированным ультразвуковым пучком за счет радиационного давления [14–16]. Чаще всего используется задание вынужденных деформаций в глубине тканей (волновых или статических) с помощью поверхностного источника [1–5, 7–13]. Разрабатываются методы визуализации упругих параметров тканей, основанные на корреляционной обработке традиционных эхографических изображений деформируемых тканей [7–13]; на измерении амплитудных [1, 2] и фазовых [3–5] характеристик распространения возбуждаемых сдвиговых волн; на измерении времени задержки импульса сдвиговой волны в точках, расположенных на разных расстояниях от оси возбуждающего эту волну ультразвукового пучка [14]; на измерении смещения центра фокальной области вдоль оси ультразвукового пучка, вызванного радиационным давлением [15] и др. Более подробное описание различных способов эластографии и полученных результатов можно найти, например, в обзорах [1, 7].

Целью данной работы являлась проверка возможностей недавно построенного программно-аппаратного комплекса для эластографии биологических тканей и их фантомов посредством регистрации амплитуд и фаз вынужденных низкочастотных вибраций в них ультразвуковым импульсным доплеровским методом. Использованный метод является модификацией методов, описанных в работах [4, 5]. Основу комплекса составляют макет локатора, разработанный на основе эхокардиографа УЗКАР-Д [18, 19], пла-

та интерфейса, в качестве которой использована плата *L-154* фирмы *L-card*, и управляющая программа (приложение *Windows 95/98*), которая позволяет осуществлять электронное сканирование измерительного объема вдоль оси ультразвукового пучка, а также производить ввод и обработку в реальном времени квадратурных доплеровских сигналов [20], поступающих с локалятора.

Экспериментальная установка

Блок-схема программно-аппаратного комплекса в эксперименте по регистрации распределений амплитуд и фаз вибраций в фантоме биоткани на основе желатина с добавлением мела приведена на рис. 1. Использованный в комплексе ультразвуковой импульсный доплеровский локалатор 1 имеет следующие характеристики: несущая частота 3 МГц, длительности излучаемого импульса и строб-импульса – 1 мкс (соответствуют длине измерительного объема в биотканях 1,5 мм), частота повторения – 4 кГц (соответствует максимальной глубине локации более 18 см), полоса пропускания фильтров доплеровских сигналов 0–1000 Гц. Электронное управление задержкой строб-импульса относительно момента излучения (т. е. положением измерительного объема внутри исследуемого объекта) осуществляется управляющей программой путем подачи в локалатор импульсов с ТТЛ-выхода платы интерфейса. В качестве источника вибраций использован вибростенд 2 типа 11075 фирмы *Robotron*. Задающий вибрации сигнал формируется управляющей программой и подается на вибростенд 2 через ЦАП платы интерфейса и усилитель мощности *LV-103* фирмы *Robotron*. На колебательной платформе вибростенда установлена импедансная головка 3 типа 8001 фирмы *Bruel & Kjer*, обеспечивающая измерение импедансных характеристик образца 4, который контактирует с круглым диском диаметром 20 мм, закрепленным на опорной площадке датчика силы импедансной головки и являющимся непосредственным источником вибраций в образце.

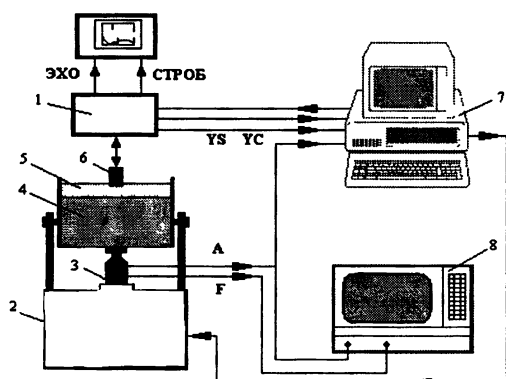


Рис. 1. Схема программно-аппаратного комплекса

В качестве фантома биоткани изготовлен образец из желатина с добавлением мела в цилиндрическом стакане из органического стекла. Дно стакана выполнено из полиэтиленовой пленки, что обеспечивает возможность задания вибраций в образце снизу. Диаметр образца 90 мм, высота 30–40 мм при высоте стакана 50 мм. Имеется возможность наращивания

высоты стенок стакана трубкой из поливинилхлорида до 100 мм и более. На образец в стакане наливается вода 5, в которую опускается ультразвуковой датчик 6. Слой воды обеспечивает стабильный акустический контакт датчика с образцом при возможности свободного перемещения датчика по горизонтали. Кроме того, он обеспечивает отодвигание датчика от поверхности образца и вынос ближней зоны за его пределы, что позволяет снимать распределения вибраций по всей толщине образца.

Квадратурные доплеровские сигналы (синусный – YS и косинусный – YC) с выходов локатора и сигнал ускорения диска (A) с акселерометра импедансной головки поступают на входы АЦП для регистрации в компьютере 7. Запись данных производится средствами управляющей программы комплекса, которая обеспечивает обработку сигналов в реальном времени для каждого положения измерительного объема (алгоритмы обработки описаны ниже) и позволяет варьировать параметры обрабатываемых реализаций. В память компьютера и на экран монитора записываются распределения по глубине амплитуд и фаз вибраций в образце в заданном интервале положений измерительного объема (см. примеры далее на рис. 3, 4). Эти распределения могут быть сохранены на диске в текстовом файле. В одном файле может быть записано несколько распределений, например, соответствующих разным горизонтальным координатам ультразвукового датчика. Формат файла обеспечивает возможность его чтения впоследствии программой *Surfer* и построения двумерных распределений (см. примеры далее на рис. 5, 6).

Сигналы ускорения диска и силы сопротивления его движению со стороны образца поступают также на анализатор спектров 8 типа 2034 фирмы *Bruel & Kjer* (см. рис. 1), который обеспечивает измерение динамических механических характеристик образца при задании шумоподобных колебаний диска. Последняя операция проводится для проверки стабильности состояния образца и для выбора характерных частот вибраций, на которых снимаются распределения их амплитуд и фаз. На рис. 2 приведен пример зарегистрированных частотных зависимостей динамических механических характеристик образца, на которых отчетливо виден его резонанс.

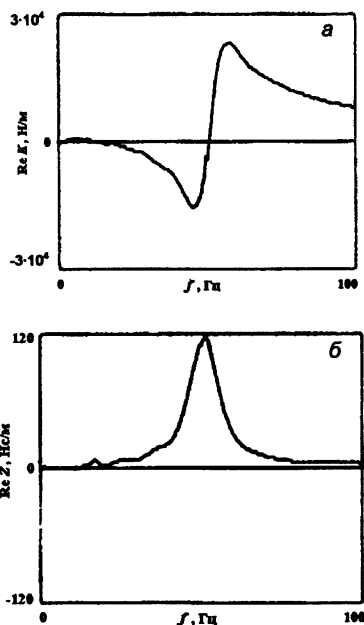


Рис. 2. Частотные зависимости жесткости (а) и импеданса (б) образца.

Алгоритмы обработки сигналов

Базовые теоретические соотношения для метода эластографии биологических тканей, основанного на ультразвуковой доплеровской визуализации поля вынужденных гармонических вибраций в них, приведены в работе [4]. Проведем ниже аналогичное теоретическое рассмотрение, обобщающее выкладки [4] на случай произвольного закона низкочастотных вынужденных вибраций тканей.

Запишем вибрационное смещение рассеивателя в среде в виде

$$D = D_0 x(t), \quad (1)$$

где D_0 – амплитуда смещения. Отраженный от движущихся рассеивателей ультразвуковой сигнал оказывается промодулированным по частоте за счет эффекта Доплера. Сдвиг частоты выражается следующим образом:

$$\omega_d = \frac{2\omega_0 V}{c_l} = \frac{2\omega_0 D_0}{c_l} \frac{dx}{dt}, \quad (2)$$

где $V = D_0 dx/dt$ – скорость рассеивателей, ω_0 – круговая частота излученной ультразвуковой волны, c_l – скорость ультразвуковой волны.

Фаза рассеянной волны может быть выражена следующим образом:

$$\theta = \int (\omega_0 + \omega_d) dt = \omega_0 t + mx(t) + \varphi_0, \quad (3)$$

где φ_0 – постоянный набег фазы на трассе распространения волны, m – индекс модуляции за счет эффекта Доплера, который имеет вид

$$m = \frac{2\omega_0 D_0}{c_l}. \quad (4)$$

Таким образом, принимаемый сигнал $s(t)$ может быть записан в виде

$$s(t) = s_0 \sin[\omega_0 t + mx(t) + \varphi_0]. \quad (5)$$

В локаторе принятый сигнал перемножается с двумя опорными квадратурными сигналами:

$$\eta_1(t) = r_0 \sin \omega_0 t, \quad \eta_2(t) = r_0 \cos \omega_0 t. \quad (6)$$

После отфильтровывания составляющих на частоте $2\omega_0$ выделяются квадратурные доплеровские сигналы (синусный – Y_s и косинусный – Y_c):

$$Y_s = \frac{r_0 s_0}{2} \sin[mx(t) + \varphi_0], \quad Y_c = \frac{r_0 s_0}{2} \cos[mx(t) + \varphi_0]. \quad (7)$$

Эти сигналы выводятся из локатора и могут быть подвергнуты различной обработке для определения по ним параметров вибраций в точке среды, откуда получен рассеянный сигнал.

В случае задания гармонических вибраций

$$D(t) = D_0 \sin(\Omega t + \psi) \quad (8)$$

в работе [4] предложен алгоритм определения их амплитуд и фаз, основанный на известных разложениях:

$$\cos(z \sin x) = J_0(z) + 2 \sum_{n=1}^{\infty} J_{2n}(z) \cos 2nx, \quad (9)$$

$$\sin(z \sin x) = 2 \sum_{n=0}^{\infty} J_{2n+1}(z) \sin(2n+1)x,$$

где $J_0(z)$, $J_{2n}(z)$ и $J_{2n+1}(z)$ – функции Бесселя.

Вследствие этих свойств при гармоническом законе движения рассеивателей доплеровские сигналы (7) могут быть представлены в виде разложения в спектр гармоник частоты вибраций Ω :

$$\begin{aligned} Y_c &= \frac{r_0 s_0}{2} \left[\cos \varphi_0 \left\{ J_0(m) + 2 \sum_{n=1}^{\infty} J_{2n}(m) \cos 2n(\Omega t + \psi) \right\} - \right. \\ &\quad \left. - \sin \varphi_0 \left\{ 2 \sum_{n=0}^{\infty} J_{2n+1}(m) \cos(2n+1)(\Omega t + \psi) \right\} \right], \\ Y_s &= \frac{r_0 s_0}{2} \left[\sin \varphi_0 \left\{ J_0(m) + 2 \sum_{n=1}^{\infty} J_{2n}(m) \cos 2n(\Omega t + \psi) \right\} - \right. \\ &\quad \left. - \cos \varphi_0 \left\{ 2 \sum_{n=0}^{\infty} J_{2n+1}(m) \cos(2n+1)(\Omega t + \psi) \right\} \right]. \end{aligned} \quad (10)$$

В комплексном доплеровском сигнале

$$Z = Y_c + jY_s \quad (11)$$

амплитуды гармоник (A_i) оказываются связанными определенными соотношениями:

$$\frac{A_1}{A_0} = 2 \left| \frac{J_1(m)}{J_0(m)} \right|, \quad \frac{A_{i+1}}{A_i} = \left| \frac{J_{i+1}(m)}{J_i(m)} \right|. \quad (12)$$

Любое из этих соотношений может быть рассмотрено как уравнение для отыскания неизвестного индекса модуляции m по измеряемым экспериментально отношениям гармоник в спектре принятого комплексного доплеровского сигнала. По найденному в результате решения этого уравнения индексу модуляции m обращением выражения (4) может быть определена амплитуда гармонических вибраций

$$D_0 = \frac{c_l}{2\omega_0} m. \quad (13)$$

Фаза вибраций ψ , как это видно из разложений (10), совпадает с фазами любой из гармоник любого из доплеровских сигналов. Таким образом, проводя спектральную обработку доплеровских сигналов, можно определить амплитуды и фазы вибраций в точке среды, откуда они получены.

Кроме этого алгоритма (алгоритма Сато) возможны и другие способы определения амплитуд и фаз вибраций в среде по принятым доплеровским сигналам. Например, в случае произвольного закона вибраций можно ис-

пользовать общие свойства этих сигналов, вытекающие из их представления (7). Несложно увидеть, что из (7) может быть получено выражение

$$mx'(t) = \frac{Y_s' Y_c - Y_c' Y_s}{Y_s^2 + Y_c^2}, \quad (14)$$

где штрихом обозначено дифференцирование по времени. Учитывая (1) и то, что $V = D_0 dx/dt$ – колебательная скорость рассеивателей, получим

$$V(t) = \frac{c_l}{2\omega_0} \frac{Y_s' Y_c - Y_c' Y_s}{Y_s^2 + Y_c^2}. \quad (15)$$

Таким образом, за счет дифференцирования доплеровских сигналов может быть восстановлен полный сигнал колебательной скорости в точке наблюдения. Важным моментом в этом алгоритме является то, что он дает возможность слежения за изменениями гармоник основной частоты вибраций в разных точках среды. Это позволяет, в принципе, отслеживать нелинейные эффекты при распространении низкочастотных волн и определять нелинейные характеристики среды при сдвиговых деформациях.

Результаты экспериментов и обсуждение

На этапе отладки методики измерений в управляющей программе комплекса была реализована обработка доплеровских сигналов в реальном времени в соответствии с алгоритмом Сато (13). Впоследствии программа дополнена возможностью переключения алгоритмов обработки сигналов. Проведено специальное сравнение распределений, снимаемых на основе соотношений (13) и (15). Результаты этого сравнения приведены на рис. 3. Видно, что алгоритм, основанный на восстановлении сигнала вибрационной скорости в измерительном объеме, позволяет получать существенно менее зашумленные распределения как амплитуд, так и фаз вибраций по сравнению с алгоритмом Сато при одинаковых условиях. На этом основании в дальнейшем всегда использовался этот алгоритм.

На следующем этапе экспериментов была проведена проверка правильности работы измерительной системы комплекса. С этой целью зарегистрированы распределения амплитуд и фаз вибраций вдоль оси образца на нескольких частотах и при нескольких горизонтальных координатах ультразвукового датчика. Результаты измерений приведены на рис. 4.

В случае задания вибраций существенно ниже резонанса наблюдаются равномерные распределения амплитуд и фаз вибраций по толщине образца. Амплитуды колебаний в разных точках образца, определяемые обработкой квадратурных доплеровских сигналов, при этом достаточно хорошо соответствуют выведенным на тот же график амплитудам колебаний диска, которые измеряются акселерометром импедансной головки. Подобное соответствие сохраняется при разных амплитудах колебаний диска в центральной области образца (см. рис. 4, $a - z$). Вблизи стенок стакана определяемые

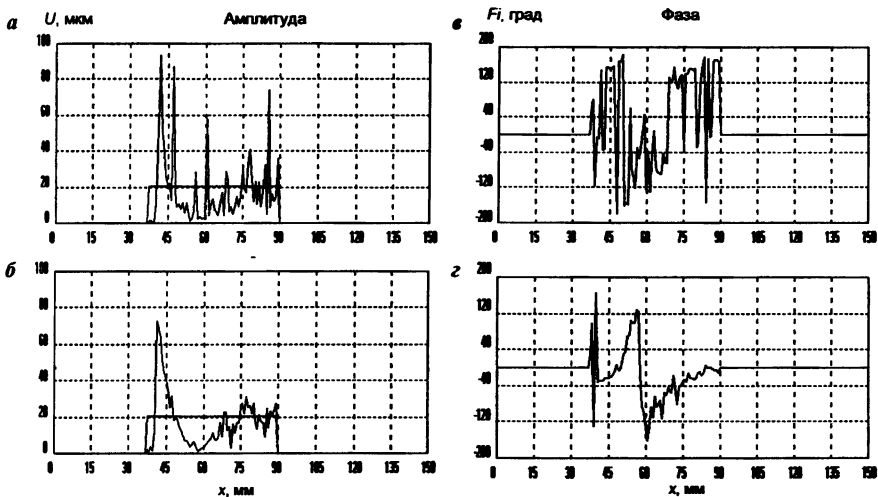


Рис. 3. Распределения по глубине амплитуд и фаз вибраций в образце при задании колебаний диска амплитудой 20 мкм на частоте $f = 35$ Гц в положении ультразвукового датчика $r = 0$ мм, полученные а, в – обработкой доплеровских сигналов по алгоритму Сато (13) и б, з – обработкой по алгоритму с восстановлением скорости (15).

дистанционно амплитуды колебаний становятся ниже (см. рис. 4, д). Сдвиги фаз колебаний внутри образца относительно колебаний диска, определяемые обработкой доплеровских сигналов, везде остаются близкими к нулю (рис. 4, з – м). На более высоких частотах (в области резонанса) распределения амплитуд колебаний по толщине образца оказываются неравномерными (рис. 4, е, жс), а соответствующие значения фаз колебаний оказываются отличными от нуля (рис. 4, н, о). Характерным является нарастание колебаний по мере приближения к верхней (свободной) границе образца (рис. 4, е), совпадение уровня колебаний в образце с уровнем колебаний диска вблизи нижней границы образца в области над диском (рис. 4, е) и отсутствие такого совпадения вне этой области (рис. 4, жс).

Таким образом, в области ниже резонанса, где образец колеблется как единое целое (кроме области вблизи стенок), наблюдается количественное совпадение измеряемых по доплеровским сигналам амплитуд и фаз вибраций с соответствующими значениями, полученными прямыми измерениями колебаний диска акселерометром импедансной головки; в области резонанса образца наблюдаются неоднородные распределения, качественные характеристики которых соответствуют ожиданиям. Все это подтверждает правильность работы измерительной системы комплекса.

В качестве примеров регистрации средствами комплекса неоднородных двумерных распределений колебаний проведена серия измерений на двух модельных системах. В обоих случаях использованы цилиндрические

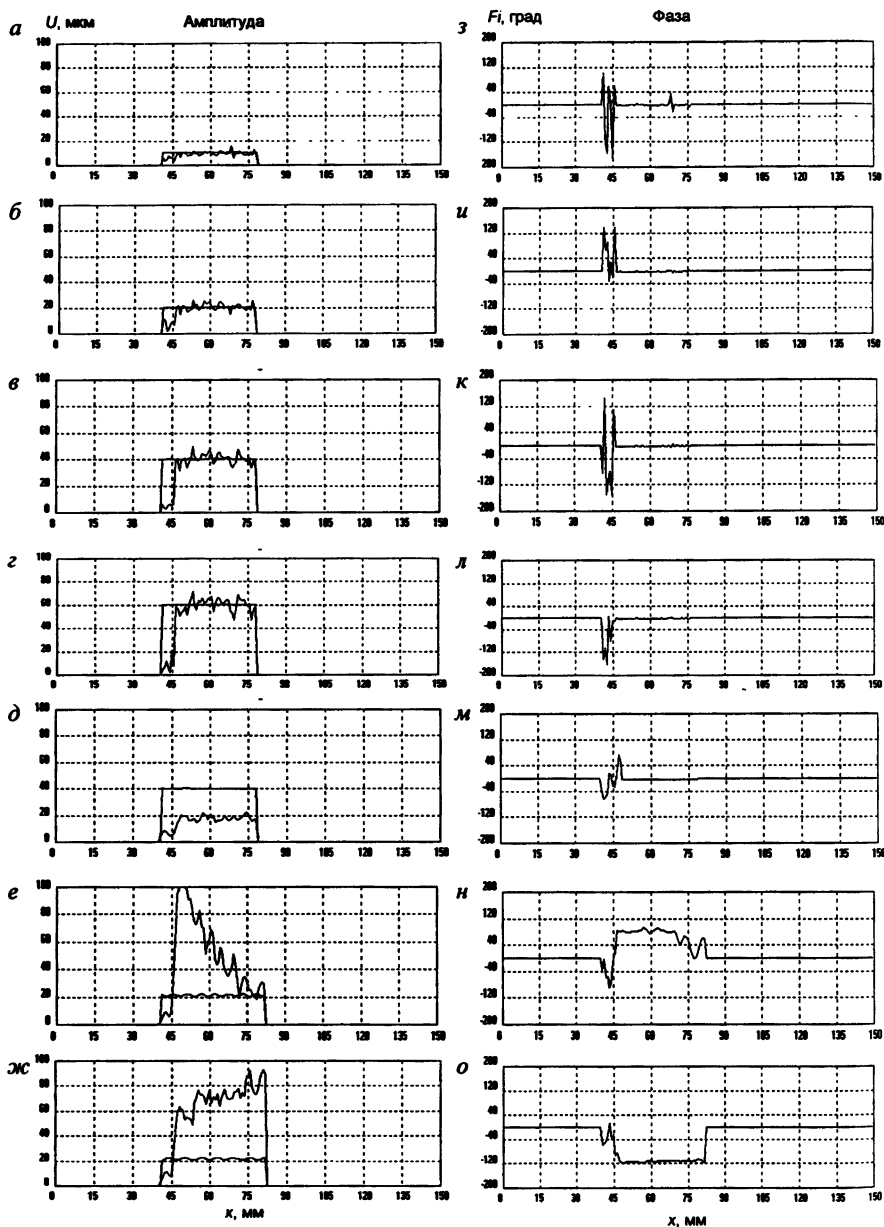


Рис. 4. Распределения по глубине амплитуд и фаз вибраций в образце при задании колебаний диска амплитудой 10, 20, 40 и 60 мкм: а - г, з - л получены на частоте $f = 20$ Гц в положении ультразвукового датчика $r = 0$ мм; д, м - $f = 20$ Гц, $r = 25$ мм; е, н - $f = 48$ Гц, $r = 5$ мм; ж, о - $f = 48$ Гц, $r = 20$ мм.

образцы из желатина с мелом в области резонанса, но в первом эксперименте образец был однородным, а во втором – неоднородным (содержал внутренний мягкий слой толщиной около 1 см, в котором концентрация желатина была в 2 раза меньше, чем в наружных слоях). Методика измерений состояла в следующем. Во-первых, фиксировался основной резонанс образца (средствами анализатора спектров при задании шумоподобных колебаний диска). Во-вторых, в одном файле для каждой частоты вибраций накапливались распределения амплитуд и фаз первой гармоники колебаний в срединном сечении образца (с шагом 5 мм на однородном образце и с шагом 3 мм на неоднородном). В-третьих, в отдельных файлах накапливались распределения амплитуды второй гармоники низкочастотных колебаний (в процентах относительно уровня колебаний на основной частоте). Полученные данные обрабатывались средствами *Surfer*, и строились двумерные распределения, на которых уровни отображаемых параметров соответствовали оттенкам определенного цвета (при распечатке – оттенкам серого).

Резонансная характеристика однородного образца приведена выше на рис. 2. Максимум потерь (на кривой ReZ) наблюдался на частоте 52 Гц, экстремумы на кривой жесткости наблюдались на частотах 47 и 58 Гц. Резонансная характеристика неоднородного образца имела аналогичный вид, но максимум потерь наблюдался на частоте 43 Гц, а экстремумы на кривой жесткости – на частотах 39 и 47 Гц. На рис. 5 приведены распределения амплитуды первой гармоники колебаний внутри однородного образца на частоте 35 Гц (несколько ниже резонанса) и на частотах экстремумов кривой жесткости. Отчетливо видно изменение структуры поля вибрационных смещений в образце при изменении частоты.

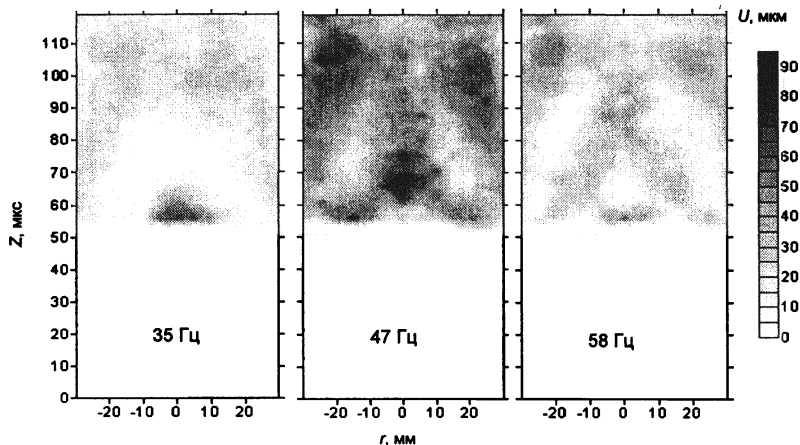


Рис. 5. Распределения в образце амплитуд осевых смещений а частотах вибраций 35, 47 и 58 Гц при задании колебаний диска 20 мкм.

На рис. 6 приведены распределения линейных и нелинейных характеристик поля вибрационных смещений в однородном и неоднородном образцах. В однородном образце распределения соответствуют максимуму потерь, в неоднородном – максимуму жесткости. Очевидно наличие "резонансных неоднородностей" линейных характеристик поля вибраций в обоих случаях. На распределении относительного уровня второй гармоники в однородном образце "резонансная неоднородность" выражена существенно слабее (наличие темного слоя перед поверхностью образца связано с малостью здесь амплитуды первой гармоники, на которую производится нормировка амплитуды второй гармоники). На аналогичном распределении в неоднородном образце просматривается его слоистая структура.

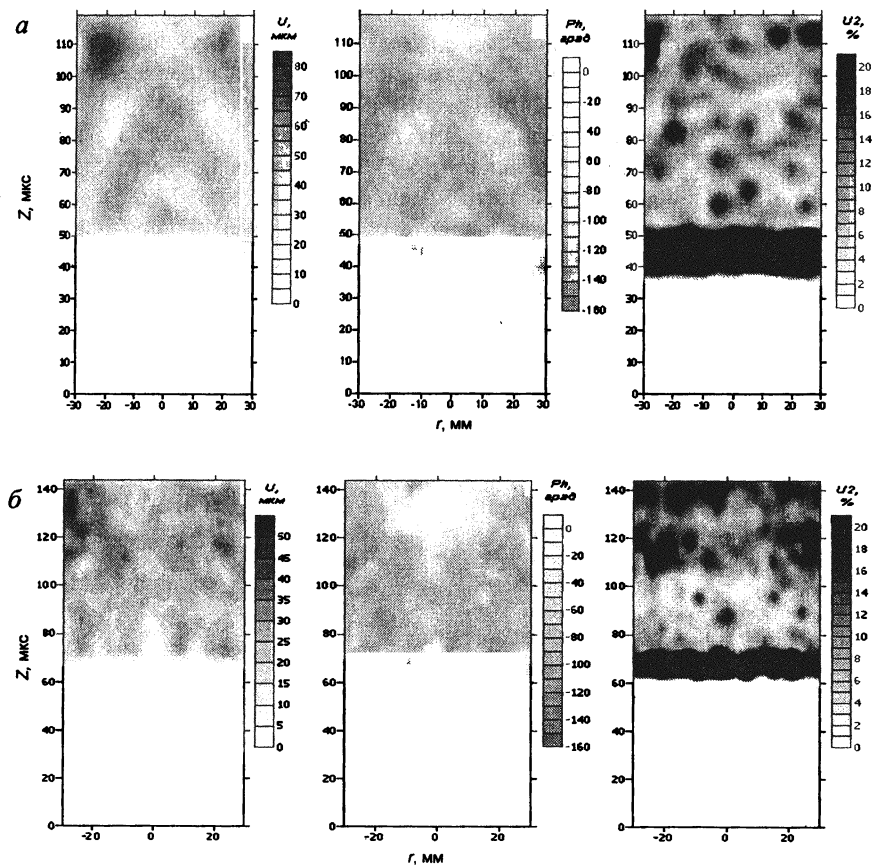


Рис. 6. Распределения в однородном (а) и в неоднородном (б) образцах амплитуды (U) и фазы (Ph) первой гармоники смещения и относительного уровня второй гармоники (U_2) при задании колебаний диска 20 мкм на частотах 52 Гц – а, 47 Гц – б.

Таким образом, средствами построенного комплекса удается регистрировать неоднородные распределения амплитуд и фаз вибраций в цилиндрическом фантоме биоткани, связанные с резонансом его собственных мод. Это позволяет положительно оценивать возможность регистрации неоднородных распределений амплитуд и фаз колебаний, отражающих неоднородное распределение сдвиговых упругих параметров объекта, в случае исследования объектов без выраженных резонансов. Регистрируя относительный уровень второй гармоники вибраций в различных точках образца, который в условиях низкочастотной стоячей волны, по-видимому, соответствует нелинейным характеристикам материала в этих точках при сдвиговых деформациях, удастся получить распределения, отражающие структуру образца даже на фоне резонансного неоднородного распределения колебаний на основной частоте.

* * *

На базе ультразвукового импульсного доплеровского локатора построен программно-аппаратный комплекс, позволяющий регистрировать распределения амплитуд и фаз вынужденных вибрационных смещений в глутине биотканей и их фантомов. Проведена серия измерений на цилиндрических фантомах биоткани из желатина с добавлением мела. В измерениях на частотах существенно ниже основного резонанса цилиндрического образца показана правильность работы измерительной системы комплекса. В измерениях на частотах вблизи резонанса образца показана возможность регистрации средствами комплекса неоднородных распределений амплитуд и фаз вибрационных смещений в исследуемом объекте. Здесь же рассмотрена возможность визуализации слоистой структуры искусственного неоднородного образца на основе регистрации в нем распределения относительного уровня второй гармоники вибрационных смещений, даже на фоне неоднородного резонансного распределения колебаний на основной частоте.

Авторы выражают благодарность А. Д. Мансфельду и А. В. Шишкову за помощь при отладке методики работы с локатором.

Работа выполнена при частичной финансовой поддержке РФФИ и Минпромнауки РФ (Госконтракт № 40.020.1.1.1171).

Литература

1. *Gao L., Parker K. J., Lerner R. M., Levinson S. F.* Imaging of the elastic properties of tissue: a review // *Ultrasound Med. Biol.* 1996. V. 22, № 8. P. 959–977.
2. *Parker K. J., Fu D., Graceswki S. M., Yeung F., Levinson S. F.* Vibration sonoelastography and the detectability of lesions // *Ultrasound Med. Biol.* 1998. V. 24, № 9. P. 1437–1447.
3. *Dutt V., Kinnick R. R., Muthupillai R., Oliphant T. E., Ehman R. L., Greenleaf J. F.* Acoustic shear-wave imaging using echo ultrasound compared to magnetic resonance elastography // *Ultrasound Med. Biol.* 2000. V. 26, № 3. P. 397–403.
4. *Yamakoshi Y., Sato J., Sato T.* Ultrasonic imaging of internal vibration of soft tissue under forced vibration // *IEEE Trans. Ultrason. Ferr.* 1990. V. 37, № 2. P. 45–53.

5. *Kameyama K., Inoue T., Demin I. Yu., Kobayashi K., Sato T.* Acoustical tissue nonlinearity characterization using bispectral analysis // *Signal Processing*. 1996. V. 53. P. 117–131.
6. *de Korte C. L., Woutman H. A., van der Steen A. F. W., Pasterkamp G., Cespedes E. I.* Vascular tissue characterization with IVUS elastography // *Ultrasonics*. 2000. V. 38, № 1–8. P. 387–390.
7. *Ophir J., Alam S. K., Garra B., Kallel F., Konofagou E., Krouskop T., Varghese T.* Elastography: Ultrasonic estimation and imaging of the elastic properties of tissues // *Proc. Inst. Mech. Eng. [H]*. 1999. V. 213, № 3. P. 203–233.
8. *O'Donnell M., Skovoroda A. R., Shapo B. M., Emelianov S. Y.* Internal displacement and strain imaging using ultrasonic speckle tracing // *IEEE Trans. Ultrason. Ferr.* 1994. V. 41. P. 314–325.
9. *Сковорода А. Р.* Реконструкция упругих свойств мягких биологических тканей по данным об их деформировании при динамическом нагружении // *Биофизика*. 2000. Т. 45, № 4. С. 723–729.
10. *Catheline S., Wu F., Fink M.* A solution to diffraction biases in sonoelasticity: The acoustic impulse technique // *J. Acoust. Soc. Am.* 1999. V. 105, № 5. P. 2941–2950.
11. *Bilgen M., Insana M. F.* Deformation models and correlation analysis in elastography // *J. Acoust. Soc. Am.* 1996. V. 99, № 5. P. 3212–3224.
12. *Bohs L. N., Geiman B. J., Anderson M. E., Gebhart S. C., Trahey G. E.* Speckle tracking for multi-dimensional flow estimation // *Ultrasonics*. 2000. V. 38, № 1–8. P. 369–375.
13. *Kallel F., Bertrand M., Meunier J.* Speckle motion artifact under tissue rotation // *IEEE Trans. Ultrason. Ferr.* 1994. V. 41. P. 105–122.
14. *Андреев В. Г., Дмитриев В. Н., Пищальников Ю. А., Руденко О. В., Сапожников О. А., Сарвазян А. П.* Наблюдение сдвиговой волны, возбужденной с помощью фокусированного ультразвука в резиноподобной среде // *Акуст. журн.* 1997. Т. 43, № 2. С. 149–155.
15. *Сковорода А. Р., Сарвазян А. П.* Определение вязкоупругих сдвиговых характеристик среды по её отклику на фокусированное ультразвуковое нагружение // *Биофизика*. 1999. Т. 44, № 2. С. 325–329.
16. *Руденко О. В., Сарвазян А. П.* Нелинейная акустика и биомедицинские приложения // *Биомедицинская радиоэлектроника*. 2000, № 3. С. 6–19.
17. *Muthupilli R., Lomas D., Rossman P., Greenleaf J., Manduca A., Ehman R.* MR elastography by direct visualization of propagating acoustic strain waves // *Science*. 1995. V. 269. P. 1854–1856.
18. *Мансфельд А. Д., Зимнович А. И., Таратенкова О. Н., Шишков А. В.* Ультразвуковые методы измерения параметров движения // *Ультразвуковая диагностика*. Горький: ИПФ АН СССР, 1983. С. 5–20.
19. Разработать и внедрить в клиническую практику методы двумерной эхокардиографии и доплеркардиографии для диагностики приобретенных и врожденных пороков сердца / Отчет по НИР. Гос. рег. № 01824067341. Инв. № 02850037642. Рук. А. Д. Мансфельд. Отв. исполнители А. М. Рейман, А. В. Шишков, М. Е. Спивак-Баранов и др. Горький: ИПФ АН СССР, 1985. 165 с.
20. *Доплеровские методы // Применение ультразвука в медицине: Физические основы / Пер. с англ. М.: Мир, 1989. С. 395–432.*

О ВОЗМОЖНОСТИ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ АКУСТИЧЕСКИХ УДАРНЫХ ВОЛН ОТ СВЕРХЗВУКОВЫХ ИСТОЧНИКОВ ДЛЯ ДИАГНОСТИКИ АТМОСФЕРЫ

П. И. Коротин, А. М. Соков

Институт прикладной физики РАН, Н. Новгород

Акустические ударные волны обычно принято использовать для получения информации об их источнике, например, взрыве или теле, движущемся со сверхзвуковой скоростью. Однако при распространении звука во флуктуирующей и неоднородной атмосфере возникают эффекты не менее сложные и интересные, чем в океане. Ударные импульсы при этом вполне пригодны для диагностики характеристик атмосферы, но возникает вопрос о простом и стабильном источнике ударных волн. Принципиальные возможности диагностики велики, например, из недавних работ: в [1] определяется толщина снежного покрова по параметрам ударной волны, в [2] исследуется возможность использования ударных волн от сверхзвукового самолета для гидролокации.

В данной работе представлены результаты эксперимента по изучению характеристик баллистических ударных волн, демонстрирующие их возможности как средства диагностики среды и способ обработки сигналов, позволяющий с высокой точностью определять их временные параметры, скорость звука и угол прихода волны. Создать ударную волну с заданными стабильно повторяющимися характеристиками, т. е. иметь тестовый диагностический сигнал, как оказывается, достаточно просто при сверхзвуковом движении пули.

Величины дульной скорости пуль (скорость на вылете из дула) колеблются для различного нарезного оружия от ~ 400 (пистолет) до 1200 м/с (12-миллиметровые снайперские винтовки) [3]. Быстрее звука пуля летит примерно на участке траектории полета от 200 до 1500 метров. В свободном пространстве баллистическая волна образует конус Маха в виде поверхности вращения с затупленным концом вследствие замедления пули. Следом распространяется дульная сферическая ударная волна, которая приходит существенно позднее, претерпев затухание, влияние местных отражателей и, как показывают измерения, не обеспечивающая стабильность параметров.

Измерения в эксперименте заключались в регистрации ударных волн на линейке приемных микрофонов, расположенных перпендикулярно траектории полета пули. Целью эксперимента являлось определение размеров области, в которой выполняются известные (например, из [4]) соотношения для инвариантов распространения ударных волн, проверки стабильности параметров и оценки достижимой точности измерений.

Для экспериментов использовалось оружие с разными дульными скоростями и пулями различной длины. Микрофоны были установлены на расстояниях 1, 20, 32 и 78 метров на линии, перпендикулярной траектории движения пули. Точка выстрела от линейки микрофонов находилась на удалении 400 метров. Импульс ударной волны имеет характерный *N*-образный вид (рис. 1), в котором первый максимум соответствует волне сжатия (носовой), а второй – волне разрежения (концевой). Пик звукового давления на удалении метра от траектории составляет порядка 10 Па, длина волны порядка 200 мкс, ширина фронта носовой волны около 30 мкс.

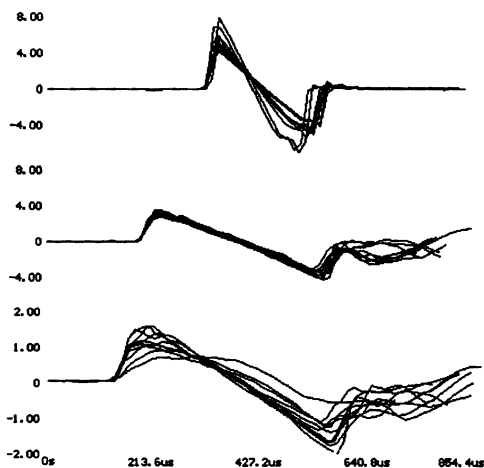


Рис. 1. Пример сигналов ударных волн на разных удалениях от траектории полета сверхзвуковой пули. На каждом графике по 10 *N*-образных импульсов. По вертикальной оси – давление в относительных единицах, по горизонтальной – время в микросекундах. Реализации наложены по моменту возникновения волны давления. Расстояние от траектории пули до микрофона (сверху – вниз): 1 метр, 32 метра, 78 метров.

Из рис. 1 видна высокая повторяемость формы ударной волны и особенно на двух ближних к траектории приемниках, для которых еще не накопились флуктуации, связанные с распространением. То, что для верхнего графика наблюдается разброс в моментах прихода концевой волны, объясняется ошибкой стрелка, характеристиками оружия и свойствами ударной волны. По паспорту винтовки СВД [3] разброс попаданий в мишень на 400 метрах составляет 20 см. Из рис. 1 видно, что импульс при удалении от траектории уширяется и разница в длинах импульсов для этой точки наиболее заметна, так как разные импульсы до ближнего приемника прошли путь, отличающийся как минимум на 20%.

Уширение ударного импульса при распространении и падение его амплитуды в конической ударной волне связаны соотношением [4]: амплитуда давления волны, умноженная на куб длительности (расстояние от носовой волны до концевой), является константой. Определенные по результатам эксперимента отклонения данной комбинации параметров волны от константы не превысили для указанных точек измерений 20%.

На рис. 2 показаны три импульса от одной и той же пули на разных расстояниях от траектории (справа – совмещение этих импульсов по моменту прихода).



Рис. 2. Пример постоянства крутизны фронта волны для приемников (слева – направо) на 1-м, 20-м и 32-м метрах.

Видно, что крутизна переднего фронта носовой волны сохраняется для данного разнесения микрофонов при одновременном падении амплитуды и уменьшении ширины ударной волны (расстояния от начала роста давления до максимума). Фронт концевой волны для более удаленных приемников при настильной траектории искажен импульсом, отраженным от земли. На рис. 2 для удаленных от траектории приемников прямой и отраженный импульс уже не разрешаются. Отраженный импульс близок по форме к прямому, но инвертирован по амплитуде и немного задержан по времени. Задержка его легко определяется через расстояние от траектории R и высоты траектории H и приемника h над землей: $2hH/Rc$ (c – скорость звука).

На рис. 3 приведен пример с тремя импульсами от пуль из разного оружия и разного калибра, демонстрирующий, как скорость нарастания давления в переднем фронте ударной волны и его амплитуда зависит от скорости и типа пули. Здесь показаны три импульса от пуль из разного оружия (использовались СВД, АК-74 и М-16) для двух приемников на первом (рис. 3, а) и 20-м метрах (рис. 3, б). На рис. 3, б СВД соответствует длинный импульс – длина пули калибра $7,62 \times 53$ составляет примерно 32 мм. Более короткие импульсы у АК-74 (патрон $5,45 \times 39$) и М16 (патрон $5,56 \times 45$), у которых длина пули примерно одинакова, соответственно ~ 24 мм и ~ 25 мм. Импульс малой амплитуды соответствует АК-74.

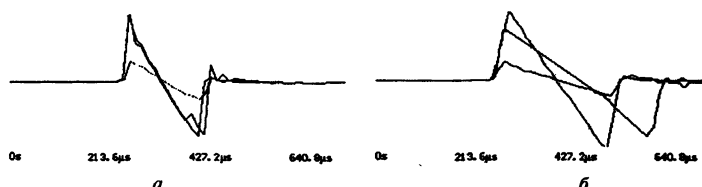


Рис. 3. Пример зависимости формы импульса ударной волны от размеров источника

Дульная скорость максимальна у винтовки М-16 (~ 1000 м/с), однако у нее самая меньшая прицельная дальность (400 м), что связано и с большим замедлением пули или большим волновым сопротивлением, определяемым в первую очередь потерями на генерацию ударной волны. У АК-74 дульная скорость 900 м/с, но прицельная дальность в полтора раза больше –

625 метров, что означает меньшее волновое сопротивление и демонстрируется на рис. 3 соотношением амплитуд импульсов.

Рис. 3 прекрасно иллюстрирует изменение формы ударной N -волны при распространении. Увеличение расстояния между носовой и концевой волнами (см. также рис. 1) объясняется тем, что, как известно, волна сжатия движется чуть быстрее скорости звука, а волна разрежения чуть медленнее. По растяжению импульсов можно оценить скорость движения частиц в волне. Импульс при пространственной длине равной размерам источника (25 мм) непосредственно на траектории становится длиной ~ 5 см на 1 метре от траектории и при распространении примерно на 20 м удлинится до ~ 8 см. Отсюда следует, что на удалении более метра от траектории скорость частиц уже не превышает 1 процента от скорости звука.

Приведем пример соотношения амплитуд и времен прихода между баллистической и дульной ударными волнами; на рис. 4 точка выстрела удалена от приемников на 400 метров.

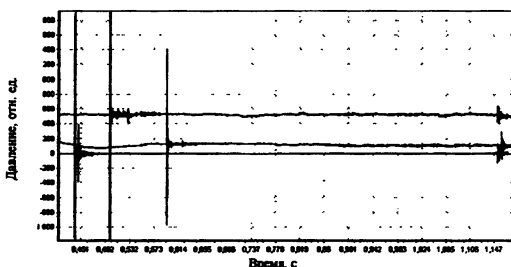


Рис. 4. Сопоставление баллистической и дульной ударных волн для трех разнесенных приемников звука.

На рис. 4 временные реализации (приемники на расстоянии 1, 32 и 78 метров) представлены на отрезке около секунды. Первые импульсы приходят от баллистической волны, затем доходит звук выстрела — дульная волна. Обратим внимание на то, что времена прихода дульной волны на микрофоны близки, а задержки во временах прихода баллистической волны намного больше. Это объясняется тем, что у дульной волны фронт сферический и общий удаленный источник, а у баллистической конический и моменты генерации импульсов разнесены вдоль траектории полета пули.

Приведенные выше графики демонстрируют возможность получения калиброванного и легко управляемого средства для диагностики свойств атмосферы и её неоднородностей. Так же как для гармонического сигнала, с высокой точностью измеряется фаза и её флуктуации, для ударной баллистической волны можно определять момент прихода и ориентацию волнового вектора. Этому благоприятствует то, что передний фронт волны практически не искажен отражениями даже для настильных траекторий, его крутизна для достаточно больших приемных апертур неизменна, а амплитуда от импульса к импульсу практически стабильна.

Этих свойств достаточно для определения угла прихода и скорости звука в локальной точке с помощью четверки микрофонов с очень высокой точностью. Для четверки микрофонов в виде равнобедренной пирамиды с ребром d и с прямыми углами при вершине имеем:

$$\operatorname{tg}\varphi = \Delta T_y / \Delta T_x; \quad \operatorname{tg}\theta = \Delta T_z / \sqrt{\Delta T_x^2 + \Delta T_y^2}; \quad C = d / \sqrt{\Delta T_x^2 + \Delta T_y^2 + \Delta T_z^2}. \quad (1)$$

Из (1) видно, что скорость звука и два угла прихода фронта определяются только тремя временными задержками в приходе импульса на приемники. При этом точность определения момента времени прихода волны практически не зависит от частоты дискретизации сигнала при его цифровой обработке. Для N -волны, как и для любого сигнала известной формы, точность определения момента прихода по теореме Шеннона ограничивается только отношением сигнал/помеха в зарегистрированном сигнале. Априорное знание формы импульса позволяет сформулировать алгоритм сверхразрешения. Оптимально использовать для определения момента прихода постоянство производной переднего фронта N -волны, для чего достаточно иметь две точки отсчета на ширину фронта.

Разработанный алгоритм сверхразрешения для 16-разрядного аналогоцифрового преобразователя при тестировании в условиях акустической заглушенной камеры (уровень шумов 30 дБ, уровень тестового сигнала порядка 90 дБ) обеспечил точность определения времени прихода порядка 0,2 мкс при периоде выборок 20 мкс. Это дает точность в определении скорости звука при метровой апертуре приемного блока четверки микрофонов порядка сантиметров в секунду (или 10^{-2} %) или для угла прихода порядка угловой минуты. Этого вполне достаточно для исследования, например, рефракции на нестационарных неоднородностях атмосферы типа пульсаций скорости ветра, на трассах порядка километра.

Следует отметить, что воспроизвести баллистическую ударную волну от пули, зарегистрированную в полигонном эксперименте, стандартными акустическими излучателями не удастся. Оказываются существенно недостаточными их широкополосность и динамический диапазон.

Выражаем признательность за участие в организации эксперимента Ю. М. Полякову и О. В. Орешкову. Отдельная благодарность за участие в эксперименте Б. М. Салину и А. В. Цибереvu.

Литература

1. *Albert D. G. Acoustic waveform inversion with application to seasonal snow cover // JASA. 2001. V. 109, № 1. P. 91–101.*
2. *Sohn R. A., Vernon F., Hildebrand J. A., Webb S. C. Field measurements of boom penetration into the ocean // JASA. 2000. V. 107, № 6. P. 3073–3083.*
3. *Мураховский В. И., Федосеев С. Л. Оружие пехоты. М.: Арсенал-пресс, 1997. 400 с.*
4. *Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Гидродинамика. М.: Наука, 1982. 733 с.*

УДК 534.24

Бурдуковская В. Г., Лучинин А. Г., Хилько А. И. **Маломодовая импульсная томография неоднородностей в океанических волноводах** // Методы акустической диагностики неоднородных сред: Сб. научн. тр. / ИПФ РАН. Н. Новгород, 2002. С. 9.

Развит метод акустического зондирования океана, основанный на возбуждении и приеме маломодовых импульсных сигналов, для селекции которых предложено использовать вертикально развитые решетки излучателей и приемников. В качестве зондирующих могут быть использованы сложные импульсы в сочетании с согласованной фильтрацией по времени и доплеровским смещениям частоты. Приводятся результаты численных экспериментов по реконструкции параметров ветрового волнения и пространственно-ограниченных неоднородностей методом маломодовой импульсной томографии в мелком море. Ил. 11, список лит. 20 назв.

УДК 534.24

Лучинин А. Г., Хилько А. И., Боголюбов Б. Н. и др. **Возбуждение и прием маломодовых акустических импульсов для диагностики мелкого моря** // Методы акустической диагностики неоднородных сред: Сб. научн. тр. / ИПФ РАН. Н. Новгород, 2002. С. 30.

Представлены результаты экспериментального апробирования селективного возбуждения и приема маломодовых импульсов с помощью решетки излучателей и автономной вертикально развитой приемной системы в мелком море. Приводятся результаты согласованного с волноводом возбуждения первой моды в условиях придонного волновода. Описаны характеристики стационарной трассы между источником и приемной системой, в частности, представлены вариации акустической длины трассы вследствие влияния внутренних волн. Ил. 5, список лит. 5 назв.

УДК 631.3

Стромков А. А., Диденкулов И. Н., Казарова А. Ю., Карлик Я. С., Любавин Л. Я., Пелиновский Е. Н. **Измерение и идентификация быстрых флуктуаций времени распространения на стационарных трассах** // Методы акустической диагностики неоднородных сред: Сб. научн. тр. / ИПФ РАН. Н. Новгород, 2002. С. 38.

Рассмотрено применение тестовых сигналов на основе M -последовательности на стационарных океанических трассах для разделения каналов распространения и идентификации их с отдельными лучами теоретических моделей. Показано, что, применяя разностно-фазовую обработку данных, удастся измерить флуктуации времени распространения, вызываемые приливными течениями, а фазовые измерения позволяют значительно повысить точность определения флуктуаций времени распространения. Однако фазовые измерения могут давать систематическую погрешность, вызванную разницей групповых и фазовых скоростей, для устранения которой достаточно знать отношение этих скоростей. Ил. 9, список лит. 11 назв.

УДК 551.463+534.21

Вировлянский А. Л., Казарова А. Ю., Любавин Л. Я., Стромков А. А. **Влияние неточности модели среды на качество восстановления средней температуры водного слоя** // Методы акустической диагностики неоднородных сред: Сб. научн. тр. / ИПФ РАН. Н. Новгород, 2002. С. 55.

Рассмотрена задача о восстановлении температурных неоднородностей среды по измерениям вариаций времен приходов лучей. Предполагается, что для параметризации неоднородностей использовано разложение по эмпирическим ортогональным функциям (ЭОФ). Коэффициенты разложения являются восстанавливаемыми параметрами. На практике обычно ограничиваются учетом лишь нескольких первых ЭОФ, так как при учете большого числа членов разложения задача оказывается сильно недоопределенной. Однако отбрасывание старших ЭОФ может стать источником заметных ошибок. Исследовано влияние числа учитываемых членов разложения на относительную точность оценки средней температуры водного слоя на основе данных, полученных летом 1994 года в западной части Средиземного моря. Ил. 3, список лит. 6 назв.

УДК 551.463+534.21

Любавин Л. Я., Казарова А. Ю., Стромков А. А. **Эмпирические ортогональные функции в акустике океана // Методы акустической диагностики неоднородных сред: Сб. научн. тр. / ИПФ РАН. Н. Новгород, 2002. С. 60.**

В акустической томографии океана, для того чтобы эффективно параметризовать поле реконструируемой величины, обычно используется разложение по эмпирическим ортогональным функциям (ЭОФ). В работе рассмотрено применение разложения по ЭОФ к описанию поля скорости звука. Показано, что для получения ЭОФ можно использовать как архивные данные, так и ограниченные по объему данные, полученные в одной экспедиции. ЭОФ, полученные по ковариационной матрице более удобны, чем полученные по ковариационной матрице только с точки зрения точности вычислений. Использование разложения по ЭОФ упрощает расчет поля модовыми методами, в частности методом теории возмущений, и позволяет использовать новые подходы к решению обратной задачи. Ил. 5, табл. 1, список лит. 16 назв.

УДК 534.6

Шаронов Г. А., Кержаков Б. В., Кулинич В. В., Лазарев В. А. **Экспериментальные исследования интерференционной структуры широкополосного низкочастотного звука в неоднородном по трассе океаническом волноводе // Методы акустической диагностики неоднородных сред: Сб. научн. тр. / ИПФ РАН. Н. Новгород, 2002. С. 68.**

Выполнены измерения пространственно-частотных распределений энергии, модового состава и дисперсионных характеристик волноводов на расстояниях от источника до 200 км в полосе частот 5–140 Гц. Показано, что интерференционная структура поля в неоднородном по трассе волноводе существенно отличается от структуры поля в аналогичном слоисто-неоднородном волноводе. Измеренные частотно-временные распределения энергии принятых сигналов при импульсном зондировании волновода позволили определить динамику трансформации дисперсионных характеристик и изменения спектра мод волновода в зависимости от длины трассы. Ил. 12, список лит. 17 назв.

УДК 534.222

Гурбатов С. Н., Егорычев С. А., Захаров Д. А., Курин В. В., Кустов Л. М., Прончатов-Рубцов Н. В. **Исследование возможностей использования параметрического**

излучателя для определения акустических параметров дна // Методы акустической диагностики неоднородных сред: Сб. научн. тр. / ИПФ РАН. Н. Новгород, 2002. С. 85.

В модельных условиях исследовано влияние боковых волн различных типов, а также грунтовых волн на структуру ближнего поля в акустическом волноводе. Использование высоконаправленного низкочастотного излучения, генерируемого параметрической антенной, позволило селективно возбудить не только волноводные моды, но и боковые волны, порождаемые продольными и вертикально поляризованными поперечными волнами, распространяющимися в подстилающем грунте. Примененный в экспериментах "гибридный" метод обработки принятого сигнала, основанный на возможности анализа комплексной амплитуды поля в различных частях принимаемого импульса и объединяющий достоинства методов селекции нормальных волн по их групповым и фазовым скоростям, дал возможность оценить ряд акустических параметров дна. Ил. 12, список лит. 17 назв.

УДК 621.391.26

Кержаков Б. В., Кулинич В. В. **Пространственно-временная обработка акустических сигналов в маломодовом волноводе** // Методы акустической диагностики неоднородных сред: Сб. научн. тр. / ИПФ РАН. Н. Новгород, 2002. С. 96.

На основе критерия максимального правдоподобия рассматривается задача пространственно-временной обработки поля узкополосных сигналов в маломодовом волноводе в условиях параметрической неопределенности. Приводятся статистические характеристики оценок неизвестных параметров модовых сигналов и структуры алгоритмов при использовании вертикальных приемных антенн с различной степенью ортогональности модовых сигналов на апертуре. Рассмотрены характеристики помехоустойчивости при обнаружении сигналов на фоне анизотропных помех. Список лит. 7 назв.

УДК 534.61:534.874.2

Салин Б. М. **Восстановление сигнала широкополосного протяженного источника в его дальней зоне** // Методы акустической диагностики неоднородных сред: Сб. научн. тр. / ИПФ РАН. Н. Новгород, 2002. С. 107.

Исследуется точность восстановления сигнала протяженного широкополосного акустического источника, находящегося в ограниченной среде. Задача решается путем приема сигнала источника в его ближней зоне с использованием многоэлементной фазированной линейной антенны и дальнейшей когерентной обработки полученных данных. Показано, что для движущегося объекта ближнепольные измерения позволяют в широкой полосе восстанавливать по любому направлению сигнал, соответствующий дальней зоне источника. При этом относительная ошибка при восстановлении не будет превышать $-15 - -20$ дБ. Данные методы измерения могут найти применение при исследовании шумов судов различных классов, в том числе при исследовании характеристик направленности на ходовых режимах. Ил. 13, список лит. 7 назв.

УДК 534.222

Назаров В. Е., Радостин А. В., Островский Л. А., Соустова И. А. **Упругие волны в средах с гистерезисной нелинейностью** // Методы акустической диагностики неоднородных сред: Сб. научн. тр. / ИПФ РАН. Н. Новгород, 2002. С. 125.

Приведены описание и сравнение двух основных феноменологических моделей гистерезисных уравнений состояния для сред с несовершенной упругостью. В рамках этих уравнений проведено теоретическое исследование нелинейных эффектов, возникающих при распространении непрерывных и импульсных продольных акустических волн в безграничной среде и кольцевом резонаторе; определены профили волн, их параметры и спектры, а также резонансная кривая резонатора, его добротность и отношение нелинейного сдвига резонансной частоты к нелинейному декременту затухания. Выявлены характерные отличительные признаки нелинейных волновых процессов в таких средах, способствующие правильному выбору гистерезиса при аналитическом описании результатов экспериментальных исследований. Ил. 5, список лит. 50 назв.

УДК 534.222

Зайцев В. Ю., Назаров В. Е., Беляева И. Ю. **Нелинейные волновые процессы в микронеоднородных упругих средах с релаксацией** // Методы акустической диагностики неоднородных сред: Сб. научн. тр. / ИПФ РАН. Н. Новгород, 2002. С. 150.

В рамках реологической модели микронеоднородной среды, содержащей нелинейные вязко-упругие дефекты, получены нелинейные релаксационные уравнения состояния и волновое уравнение – аналог уравнения КдВ. Проведено теоретическое исследование нелинейных волновых процессов (генерации второй гармоники, разностной частоты и детектирования акустических импульсов) в такой среде и определены частотные зависимости эффективных параметров квадратичной упругой нелинейности для этих процессов. Показано, что частотная зависимость этих параметров обусловлена проявлением как линейного релаксационного отклика дефектов на частотах исходного воздействия, так и их релаксацией на нелинейно-порожденной частоте. Ил. 7, список лит. 31 назв.

УДК 539.2

Потапов А. И., Павлов И. С. **Идентификация параметров двумерной анизотропной среды по характеристикам акустических волн** // Методы акустической диагностики неоднородных сред: Сб. научн. тр. / ИПФ РАН. Н. Новгород, 2002. С. 170.

Выведены уравнения колебаний квадратной решетки в дискретном случае и в континуальном приближении. Полученные дифференциальные уравнения движения анизотропной среды совпадают в линейном приближении с уравнениями Ламе для сред с кубической симметрией. Найдены выражения для констант упругости материала через параметры решетки. Показано, что в параксиальном приближении теории дифракции эволюция квазипродольных волн описывается уравнением Кадомцева – Петвиашвили. Ил. 3, табл. 1, список лит. 18 назв.

УДК 539.2

Лисина С. А., Потапов А. И. **Радиационные напряжения в упругих телах. Лагранжево описание** // Методы акустической диагностики неоднородных сред: Сб. научн. тр. / ИПФ РАН. Н. Новгород, 2002. С. 181.

Обсуждается физический смысл понятий волнового импульса и радиационного напряжения в упругих телах. Указывается, что при определении и вычислении этих

величин необходимо различать, в каких переменных ведется описание волновых процессов в среде. В лагранжевых переменных радиационное напряжение отличается от радиационного напряжения, вычисленного в эйлеровых переменных, на величину конвективной составляющей потока импульса, связанной с движением частиц среды через границы объема. Ил. 1, список лит. 8 назв.

УДК 534.222.2, 620.179.111.3:620.192.46

Диденкулов И. Н., Курочкин Н. В., Стромков А. А., Чернов В. В. **Модуляционно-модовый метод обнаружения трещин в конструкциях и определения их местоположения** // Методы акустической диагностики неоднородных сред: Сб. научн. тр. / ИПФ РАН. Н. Новгород, 2002. С. 188.

Описаны экспериментальные исследования модуляционного метода неразрушающей диагностики бетонных конструкций. Измерения показали, что индекс модуляции может использоваться в качестве диагностического параметра для определения дефектности бетонных конструкций. Рассмотрен спектрально-модовый модуляционный метод определения местоположения трещины, основанный на измерении индекса модуляции для различных мод колебаний тестируемого образца. Предложен алгоритм реконструкции положения трещины, проведено его численное моделирование и экспериментальная проверка на струне; показано, что он может быть использован для неразрушающей дефектоскопии конструкций. Ил. 7, список лит. 9 назв.

УДК 550.834

Вдовиченко С. П., Гушин В. В., Кудрявцев В. А. **Влияние поляризации источника на частотную характеристику системы "источник – грунт"** // Методы акустической диагностики неоднородных сред: Сб. научн. тр. / ИПФ РАН. Н. Новгород, 2002. С. 196.

Приведены результаты экспериментальных исследований амплитудно-частотных характеристик сейсмических каналов распространения при различных сочетаниях поляризации источника и приемника. Показано, что в большинстве случаев модель плоско-слоистой среды не может быть использована для прогноза спектра сейсмических сигналов. Основным фактором, вызывающим расхождение теории с экспериментом, является рассеяние сейсмических волн на неоднородностях грунта. Ил. 3, список лит. 7 назв.

УДК 539.374

Гушин В. В., Кудрявцев В. А., Рубцов С. Н. **Экспериментальное исследование генерации субгармонических составляющих высокочастотного импульса, распространяющегося в грунте** // Методы акустической диагностики неоднородных сред: Сб. научн. тр. / ИПФ РАН. Н. Новгород, 2002. С. 202.

Проведены измерения параметров субгармоники высокочастотного импульсного колебания, распространяющегося в грунте. Делается вывод о том, что наблюдаемая волна на частоте субгармоники относится не к продольной волне, а к другому типу волн, наиболее вероятным из которых является волна микроповоротов.

Ил. 5, список лит. 10 назв.

УДК 534.222.1

Авербах В. С., Артельный В. В., Боголюбов Б. Н., Марышев А. П., Постоевко Ю. К., Таланов В. И. **Мобильный приемно-излучающий комплекс для малоглубинной сейсмодиагностики // Методы акустической диагностики неоднородных сред: Сб. научн. тр. / ИПФ РАН. Н. Новгород, 2002. С. 207.**

Приведены примеры расшифровки геофизического рельефа и определения координат заглубленных объектов при помощи разработанного в ИПФ РАН комплекса аппаратуры, излучающей когерентные сейсмические сигналы. Ил. 12, список лит. 2 назв.

УДК 534.286.2

Диденкулов И. Н., Езерский А. Б., Муякшин С. И., Селивановский Д. А., Стунжас П. А. **Взаимодействие звука с частицами нейтральной плавучести // Методы акустической диагностики неоднородных сред: Сб. научн. тр. / ИПФ РАН. Н. Новгород, 2002. С. 221.**

Рассматривается динамика взвешенных частиц, имеющих такую же сжимаемость, как и у окружающей жидкости, с центром масс, смещенным относительно точки приложения архимедовой силы. Такие частицы в акустическом поле совершают вращательные колебания. Приводятся оценки дополнительного затухания звука в суспензии таких частиц. Обсуждается эффект затухания звука в суспензиях фитопланктона и возможный механизм восприятия акустических колебаний некоторыми водными организмами за счет дифференциального отклонения чувствительных волосков на поверхности их тел. Ил. 3, список лит. 14 назв.

УДК 534.222.2

Диденкулов И. Н., Кустов Л. М., Мартыанов А. И., Прончатов-Рубцов Н. В., Вьюгин П. Н. **Нелинейная акустическая доплеровская томография потоков жидкости // Методы акустической диагностики неоднородных сред: Сб. научн. тр. / ИПФ РАН. Н. Новгород, 2002. С. 229.**

Описан метод реконструкции пространственного распределения скорости течения по сечению потока жидкости с газовыми пузырьками, основанный на использовании эффекта Доплера, возникающего при комбинационном рассеянии звука на движущихся газовых пузырьках. Теоретическая модель учитывает затухание первичных акустических пучков на газовых пузырьках. Приводятся экспериментально полученные спектры сигнала разностной частоты от гидродинамически кавитирующей струи жидкости. Показано, что сравнение экспериментального спектра со спектрами, полученными из параметризованной модели, позволяет найти искомое распределение параметров потока. Ил. 3, список лит. 15 назв.

УДК 577.3:534.2

Кротов Е. В., Вилков В. А., Мансфельд А. Д., Рейман А. М. **Акустояркий термотомограф с фокусированной антенной // Методы акустической диагностики неоднородных сред: Сб. научн. тр. / ИПФ РАН. Н. Новгород, 2002. С. 235.**

Описан действующий макет акустояркого термотомографа с фокусированной антенной, предназначенный для картирования поля внутренних температур биоподобных сред. Приведены результаты экспериментальных измерений поля

приема фокусированной антенны в фокальной плоскости для широкополосного режима приема. Показана возможность картирования малых температурных неоднородностей с помощью акустояркого термомографа с фокусированной антенной путем прямых измерений акустояркого сигнала и сканирования антенной различных областей пространства. Ил. 4, список лит. 10 назв.

УДК 615.471:616.073

Казаков В. В., Грибков А. Л. **О возможности визуализации неоднородностей поверхностного слоя биоткани** // Методы акустической диагностики неоднородных сред: Сб. научн. тр. / ИПФ РАН. Н. Новгород, 2002. С. 240.

Приводятся результаты разработки методики визуализации подповерхностных неоднородностей биологической ткани. Используемый метод основан на анализе взаимодействия упругих характеристик поверхности с вдавливаемым в нее индентором. Проведен анализ зависимости амплитуды отскока индентора от времени и силы вдавливания его в поверхность. Приводятся экспериментальные результаты для образцов, обладающих различными упругими характеристиками, и модельный пример визуализации внутренних подповерхностных дефектов. Ил. 7, список лит. 4 назв.

УДК 534.011:576.7

Тиманин Е. М., Еремин Е. В. **Ультразвуковая доплеровская визуализация вынужденных вибрационных смещений в фантомах биоткани** // Методы акустической диагностики неоднородных сред: Сб. научн. тр. / ИПФ РАН. Н. Новгород, 2002. С. 247.

На базе ультразвукового импульсного доплеровского локатора построен программно-аппаратный комплекс для регистрации распределения амплитуд и фаз вынужденных вибрационных смещений в глубине биотканей и их фантомов. Проведена серия измерений на однородных и слоистых цилиндрических фантомах биоткани из желатина. Показана правильность работы измерительной системы комплекса и возможность визуализации слоистой структуры образца. Ил. 6, список лит. 44 назв.

УДК 534.222

Коротин П. И., Соков А. М. **О возможности использования акустических ударных волн от сверхзвуковых источников для диагностики атмосферы** // Методы акустической диагностики неоднородных сред: Сб. научн. тр. / ИПФ РАН. Н. Новгород, 2002. С. 260.

Показана возможность использования ударных волн от сверхзвуковых источников для диагностики атмосферы. Исследуются свойства импульса ударной волны, инварианты формы импульса и особенности использования характеристик волны для увеличения точности пеленгации угла прихода. Приведены результаты эксперимента для сверхзвукового источника в виде пули. Ил. 4, список лит. 4 назв.

METHODS OF ACOUSTIC DIAGNOSTICS OF INHOMOGENEOUS MEDIA

Collected Papers

Editor-in-Chief – *V. A. Zverev*, Associate Member

ABSTRACTS

Burdukovskaya V. G., Luchinin A. G., Khil'ko A. I. **Few-mode pulsed tomography of inhomogeneities in ocean waveguides.**

The method of acoustic probing of the ocean based on excitation and reception of few-mode pulsed signals for whose selection it is proposed to use vertically developed arrays of emitters and receivers, is developed. As probing pulses, complex pulses combined with matched filtering with respect to time and Doppler frequency shifts may be used. The results of numerical experiments on reconstructing the parameters of wind waves and space-limited inhomogeneities by the method of few-mode pulsed tomography in the shallow sea are given.

Luchinin A. G., Khil'ko A. I., Bogolyubov B. N. et al. **Excitation and reception of few-mode acoustic pulses for diagnostics of the shallow sea.**

The results of experimental evaluation of the selective excitation and reception of few-mode pulses using an array of emitters and autonomous vertically developed receiving system in the shallow sea are presented. The results of excitation of the first mode in a near-bottom waveguide are given. The characteristics of a stationary path between the source and the receiving system are described, in particular, variation of the acoustic channel caused by the internal waves are given.

Stromkov A. A., Didenkulov I. N., Kazarova A. Yu., Karlik Ya. S., Lyubavin L. Ya., Pelinovsky E. N. **Measurement and identification of travel time of propagation along the stationary path.**

The application of test signals based on M-sequence along stationary ocean paths for selecting propagation rays and their identification based on the theoretical model is considered. It is shown that using difference-phase processing of data one may measure the fluctuations of the propagation time caused by tidal flows. It is also shown that phase measurements permit to improve essentially the accuracy of defining the propagation time fluctuations.

Virovlyansky A. L., Kazarova A. Yu., Lyubavin L. Ya., Stromkov A. A. **The influence of the inaccuracy of the medium model on the quality of the reconstruction of the water layer mean temperature.**

The problem on the reconstruction of medium temperature inhomogeneities based on measured variations of ray arrivals is considered. It is supposed that for the parametrization of inhomogeneities, the expansion into empiric orthogonal functions (EOF) is used. The expansion coefficients are the parameters that can be reconstructed. In practice one usually limits oneself to taking into account only several first EOFs, since when one takes into account a great number of expansion terms, the problem appears to be not well defined. However rejecting high-order EOFs may be a source of considerable errors.

The influence of the number of expansion terms, which are taken into account, on the relative accuracy of the estimation of the water layer mean temperature is studied based on the data obtained in the Western part of the Mediterranean Sea in summer 1994.

Lyubavin L. Ya., Kazarova A. Yu., Stromkov A. A. Empiric orthogonal functions in the ocean acoustics.

In ocean acoustic tomography to find the reconstructed parameters, the expansion in terms of empiric orthogonal functions (EOF) is usually used. The application of the expansion in terms of EOF to the description of the sound velocity field is considered in the paper. It is shown that to get EOFs one may use both archive data and the data obtained in one expedition. The use of the expansion in terms of EOF simplifies the calculation of the field by mode methods, in particular, by the method of the perturbation theory, and enables one to use new approaches for the solution of the inverse problem.

Sharonov G. A., Kerzhakov B. V., Kulinich V. V., Lazarev V. A. Experimental study of the interference structure of a broad-band sound in a range-dependent ocean waveguide.

Space-frequency energy distributions, mode composition and dispersive waveguide characteristics were measured at the distance up to 200 km from the source, in the frequency range 5–140 Hz. It is shown that the field interference structure in the range-dependent waveguide differs considerably from the field structure in the layered-inhomogeneous waveguide. The measured frequency-time energy distributions of the received signals allowed one to study the transformation of dispersion characteristics and the variation of the waveguide mode spectrum with the path length.

Gurbatov S. N., Egorychev S. A., Zakharov D. A., Kurin V. V., Kustov L. M., Pronchatov-Rubtsov N. V. Experimental study of the possibilities of using the parametric emitter to measure the acoustic parameters of the waveguide bottom.

The effect of side waves of various types as well as that of ground waves on the structure of the near field in the acoustic waveguide was studied under the model conditions. The use of a high-directed low-frequency emitter generated by the parametric antenna permitted to induce selectively not only waveguide modes, but also side waves generated by longitudinal and vertically polarized transverse waves propagating in the bottom. The "hybrid" method of processing of the received signal (used in the experiment) based on the analysis of the field complex amplitude and the selection of normal waves by their group and phase velocities permitted to estimate acoustic bottom parameters.

Kerzhakov B. V., Kulinich V. V. Space-time processing of acoustic signals in a few-mode waveguide.

Based on the criterion of the maximum likelihood, the problem on space-time processing of the field of narrow-band signals in a few-mode waveguide is considered under the conditions of parametric indefiniteness. Statistic characteristics of the estimates of unknown parameters of mode signals and the structures of algorithms are given for the case of using vertical receiving antennas with different degree of mode signals orthogonality on aperture are given. The characteristics of the stability to interference when detecting signals at the background of anisotropic interference are considered.

Salin B. M. Reconstruction of the signal of a wide-band spatially extended source in the far field zone.

The accuracy of the reconstruction of the signal of the spatially-extended wide-band acoustic source, locating in the limited medium is studied. The problem is solved by the reception of the source signal in the region using multi-element linear array and by the subsequent coherent processing of the obtained data. It is shown that for the moving object, the measurements in the near field allow to restore a signal (by any direction) corresponding to the far-field region. The relative error during the reconstruction will not exceed 15–20 dB. The given methods of measuring may be used for studying noise characteristics of vessels of various classes, including the characteristics of directivity at progressive regimes.

Nazarov V. E., Radostin A. V., Ostrovsky L. A., Soustova I. A. Elastic waves in the media with hysteretic nonlinearity.

Two main phenomenological models of hysteretic state equations for media with imperfect elasticity are described and compared. Nonlinear effects for continuous and pulsed longitudinal acoustic waves in unbounded medium and a ring resonator are theoretically studied in the frames of these equations. Wave profiles, their parameters and spectra as well as the resonator curve, resonator quality and the relation of the resonance frequency nonlinear shift to the nonlinear damping decrement are defined. Characteristic features of nonlinear wave processes in such media, that enable one to choose correctly hysteresis, when describing analytically the results of experimental study, are ascertained.

Zaitsev V. Yu., Nazarov V. E., Belyaeva I. Yu. Nonlinear wave processes in micro-inhomogeneous elastic media with relaxation.

In the frames of the rheological model of micro-inhomogeneous medium, containing nonlinear visco-elastic defects, nonlinear relaxation state equations and the wave equation (an analog of KdV equation) are obtained. Nonlinear wave processes (generation of the second harmonic, difference frequency and detecting acoustic pulses) in such medium are studied theoretically. The frequency dependences of the effective parameters of the quadratic elastic nonlinearity for these processes are defined. It is shown that the frequency dependence of these parameters is caused by the manifestation of both linear relaxation response of defects at the frequencies of the initial action and their relaxation at the nonlinear-induced frequency.

Potapov A. I., Pavlov I. S. Identification of the parameters of two-dimensional anisotropic medium by the characteristics of acoustic waves.

The equations of the square lattice vibration in the discrete case and in the continuum approximation are derived. The obtained differential equations of motion of anisotropic medium coincide in the linear approximation with Lamé equations for media with a cubic symmetry. The equations for constants of the material elasticity are found using the lattice parameters. It is shown that in the paraxial approximation of the diffraction theory, the evolution of quasi-longitudinal waves is described by Kadomtsev – Petviashvili equation.

Lisina S. A., Potapov A. I. Radiation tension in elastic solids. The Lagrange description.

The physical sense of the concepts of the wave pulse and radiation tension in elastic solids is discussed. It is shown that when defining and calculating these values, one has to

know what variables are used to describe wave processes in medium. When the Lagrange variables are used the radiation tension differs from the one calculated with the use of the Eulerian variables by the value of the convective component of the pulse flux, which is associated with the motion of medium particles through volume boundaries.

Didenkulov I. N., Kurochkn N. V., Stromkov A. A., Chernov V. V. **The modulation-mode method cracks detection and location in constructions.**

Experimental study of the modulation method of non-destructive testing of concrete constructions is described. The measurements have shown that the modulation index may be used as the diagnostic parameter for detecting defects in concrete constructions. The spectral-mode modulation method of crack localization, based on measuring the modulation index for various modes of vibration of a testing sample is considered. The algorithm of the reconstruction of cracks location is proposed. Its numerical modeling and experimental test using a string are performed. It is shown that it may be used for non-destructive testing of constructions.

Vdovichenko S. P., Gushchin V. V., Kudryavtsev V. A. **The influence of the source polarization on the frequency characteristic of the source-ground system.**

The results of experimental study of the amplitude-frequency characteristics of seismic propagation channels at various combinations of polarization of the source and the receiver are given. It is shown that in the majority of cases the model of the plane-layered medium can not be used for predicting the spectrum of seismic signals. The main factor which causes the disagreement between the theory and experiment is scattering of seismic waves by ground inhomogeneities.

Gushchin V. V., Kudryavtsev V. A., Rubtsov S. N. **Experimental study of generation of subharmonic components of high-frequency pulse propagating in the ground.**

The parameters of the subharmonic of high-frequency pulse oscillation, propagating in the ground, are measured. The conclusion is made that the observed wave at the subharmonic frequency refers not to the longitudinal wave, but to the other type of waves, most probable of which is the wave of microbends.

Averbakh V. S., Artel'nyi V. V., Bogolyubov B. N., Maryshev A. P., Postoenko Yu. K., Talanov V. I. **A mobile receiving-emitting complex for small-depth seismo-diagnostics.**

The examples of decoding geophysical relief and estimating coordinates of underground objects using the complex of the apparatus emitting coherent seismic signals, which was developed in IAP RAS, are given.

Didenkulov I. N., Ezerskii A. B., Muyakshin S. I., Selivanovsky D. A., Stunzhas P. A. **The sound interaction with particles of neutral buoyancy.**

Dynamics of suspended particles with the centre of masses shifted relative to the point of application of hydrostatic force, is considered. Such particles perform rotational vibrations in acoustic fields. The estimates of the additional sound damping in suspension of such particles are given. The effect of sound damping in phytoplankton suspension and the possible mechanism of perception of acoustic vibrations by some water organisms, due to differential deflection of sensitive hair on the surface of their bodies, is discussed.

Didenkulov I. N., Kustov L. M., Mart'yanov A. I., Pronchatov-Rubtsov N. V., V'yugin P. N. **Nonlinear acoustic Doppler tomography of fluid flows.**

The method of reconstructing the flow velocity distribution across the fluid flow with gas bubbles based on the application of Doppler effect, arising at the combination sound scattering by moving gas bubbles, is described. The theoretical model takes into account damping of initial acoustic beams by gas bubbles. The experimentally obtained spectra of the difference frequency signal from a hydrodynamically cavitating fluid jet are given. It is shown that the comparison of the experimental spectrum with the spectra obtained from the parameterised model allows to get the searched distribution of the flow parameters.

Krotov E. V., Vilkov V. A., Mansfel'd A. D., Rayman A. M. **Acousto-brightness thermotomograph with the focused antenna.**

The operating model of the acousto-brightness thermotomograph with the focused antenna designed for mapping the field of bio-like media internal temperatures is described. The results of experimental measuring in the focal plane for a wide-band regime of reception are given. The possibility of mapping small temperature inhomogeneities by using the acousto-brightness thermotomograph with the focused antenna by scanning measurements of the acousto-brightness is shown.

Kazakov V. V., Gribkov A. L. **On the possibility of visualization of inhomogeneities of the biotissue surface layer.**

The results of the developed the procedure of visualizing the undersurface inhomogeneities of biological tissue are given. The method is based on the analysis of the interaction of elastic characteristics of the surface with the indenter pressed into it. The dependence of the amplitude of the indenter jump away on time and force of its pressing into the surface is analysed. The experimental results for samples with different elastic characteristics and the model example of visualization of the internal undersurface defects are given.

Timanin E. M., Eryomin E. V. **Ultrasound Doppler visualization of induced vibration shifts in biotissue phantoms.**

On the basis of the ultrasound pulsed Doppler locator, a software-hardware complex was constructed which permits to detect the distributions of the amplitudes and phases of induced vibration shifts in the depth of biotissues and their phantoms. A series of measurements was made for homogeneous and layered cylindric phantoms of gelatine. The correctness of operation of the measuring system of the complex and the possibility to visualize the sample layered structure were shown.

Korotin P. I., Sokov A. M. **On the possibility of using acoustic shock waves from supersonic sources for atmosphere diagnostics.**

The possibility to use shock waves emitting from supersound sources for atmosphere diagnostics was shown. The characteristics of the shock wave pulse, invariants of the pulse form and the peculiarities of using wave characteristics for improving the accuracy of directing the angle of arrival are studied. The results of the experiment for the supersonic source in the form of a bullet are given.