

УДК 551.466.8:532.5

## ПОВЕРХНОСТНЫЕ ПРОЯВЛЕНИЯ ВНУТРЕННИХ ВОЛН, ИЗЛУЧАЕМЫХ ЗАГЛУБЛЕННОЙ ПЛАВУЧЕЙ СТРУЕЙ. ЧАСТЬ 1. МЕХАНИЗМ ГЕНЕРАЦИИ ВНУТРЕННИХ ВОЛН

© 2009 г. В. Г. Бондур\*, Ю. В. Гребенюк\*, Е. В. Ежова\*\*, В. И. Казаков\*\*, Д. А. Сергеев\*\*,  
И. А. Соустова\*\*, Ю. И. Троицкая\*\*

\*ГУ Научный центр аэрокосмического мониторинга “Аэрокосмос” Рособразования и РАН,  
105064 Москва, Горюховский пер., 4

E-mail: office@aerocosmos.info

\*\*Институт прикладной физики РАН, 603950 Нижний Новгород, ул. Ульянова, 46

E-mail: yuliya@hydro.appl.sci-nnov.ru

Поступила в редакцию 28.01.2009 г., после доработки 16.03.2009 г.

В большом опытовом бассейне с искусственной температурной стратификацией ИПФ РАН выполнено масштабное лабораторное моделирование нестационарной динамики плавучих турбулентных струй, формирующихся при истечении пресных вод из диффузоров подводных коллекторов. При взаимодействии всплывающих струй с пикноклином происходит интенсивная генерация внутренних волн. Анализ зависимости амплитуды волн от управляющего параметра, пропорционального скорости истечения жидкости из диффузора коллектора, показал, что она хорошо описывается функцией, характерной для присутствия в системе бифуркации Хопфа, которая имеет место при мягком режиме возбуждения автоколебаний глобально неустойчивой моды. Для проверки условий возбуждения глобально неустойчивой моды был проведен вспомогательный эксперимент в малом бассейне с солевой стратификацией в постановке, аналогичной эксперименту в большом бассейне. Методом Particle Image Velocimetry было измерено поле скорости во всплывающей струе и построены профили продольной скорости в нескольких сечениях. При приближении струи к пикноклину на краях струи формируется противотечение. Анализ устойчивости полученных профилей скорости течения методом нормальных мод показал, что для участков струи с противотоком выполняется условие абсолютной неустойчивости по критерию Бриггса для осесимметричных колебаний струи, что является признаком возбуждения глобально неустойчивой моды. Оценки частот колебаний глобально неустойчивой моды находятся в хорошем количественном согласии с измеренным спектром колебаний струи.

### 1. ВВЕДЕНИЕ

Одним из основных источников загрязнения прибрежных акваторий являются глубинные сбросы загрязненных вод [1–3]. Они воздействуют на общий массообмен, гидродинамику и состояние экосистем этих акваторий. В последнее время большой интерес вызывает применение аэрокосмических методов для мониторинга зон подводных коллекторов [1–4]. Для оценки эффективности дистанционных методов необходимо выяснить физическую природу возмущений, которые вызываются подводными сбросовыми системами, а также оценить возможность их проявлений на поверхности моря и регистрации современными дистанционными методами. Физические механизмы, которые могут вызвать поверхностные проявления глубинных стоков, в настоящее время выяснены не до конца. Физические механизмы формирования и распространения турбулентных струй в стратифицированной водной среде прибрежных акваторий рассмотрены в работах [5, 6]. Помимо прямого выхода сбрасываемых вод на поверхность, в работах [1, 3] предлагаются

механизмы, обусловленные деформацией поверхности всплывающими вихрями или внутренними волнами, а в работе [4] поверхностные проявления подводных стоков объясняются сложным взаимодействием турбулентности, внутренних волн, приливных течений и донной топографии. В настоящей работе обсуждается механизм поверхностных проявлений подводных стоков, связанный с излучением внутренних волн.

Типичный диффузор современного сбросового устройства представляет собой коллектор с небольшими отверстиями, из которых сбрасываемые воды, представляющие собой после обработки на очистных сооружениях практически пресную воду, вытекают в соленую океанскую воду [7]. Из отверстий происходит истечение турбулентных струй с плотностью меньшей, чем плотность окружающей жидкости. При этом формируются всплывающие факелы сбрасываемых вод. В настоящей работе предлагается физический механизм излучения внутренних волн глубоководными стоками, исследуется структура поля внутренних волн, оцениваются параметры течений, которые эти внутренние

волны создают на поверхности воды, и контрасты в поле поверхностных волн, которые при этом могут возникать. Работа состоит из трех частей. Механизм генерации внутренних волн глубоководными стоками предлагается и исследуется в 1-й части, 2-я часть посвящена исследованию структуры внутренних волн, излучаемой этими стоками, а в 3-й части изучается вопрос о поверхностных проявлениях внутренних волн, излучаемых такими стоками.

В настоящей статье представлена первая часть работы, в которой гидродинамические процессы вблизи подводного коллектора изучаются на основе масштабного лабораторного моделирования. При этом основной целью является исследование возможности возбуждения внутренних волн глубоководными стоками и эффективности этого механизма. Следует отметить, что указания на возможность излучения внутренних волн плавучей струей содержатся в работе Тернера [8]. В этой работе, а также в работах [3, 5, 6], приведены экспериментальные данные, показывающие, что высота максимального подъема всплывающих струй может испытывать существенные осцилляции. Это, в свою очередь, может приводить к возбуждению внутренних волн. Сходное явление описано в работах Карликова и Трушиной [9, 10], где показано, что при определенном выборе параметров течения фонтан, бьющий из-под поверхности воды, совершает колебания, которые сопровождаются возбуждением поверхностных волн. В работах [5, 6] рассмотрены результаты модельных расчетов всплывания турбулентных струй глубоководного стока в стратифицированной среде и их сравнения с данными натурных измерений.

В экспериментальных работах [11–13] описываются колебания затопленных фонтанов, которые наблюдаются как в турбулентном [11, 12], так и в ламинарном режимах [13].

В настоящей первой части работы определяют параметры течения и стратификации, обеспечивающие выполнение условий масштабного лабораторного моделирования истечения сточных вод из подводного коллектора. Описаны лабораторная установка, измерительная аппаратура и постановка эксперимента в Большом термостратифицированном опытном бассейне ИПФ РАН (БТСБ). Приведены результаты экспериментов в этом бассейне и их обсуждение. Описывается также эксперимент в малом бассейне с солевой стратификацией, обсуждается применение методики Particle Image Velocimetry (PIV) для получения профиля средней скорости струи. Приводятся теоретические расчеты автоколебаний в пространственно развивающихся течениях при наличии противотока и их сопоставление с экспериментальными данными.

## 2. МАСШТАБНОЕ ЛАБОРАТОРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ИСТЕЧЕНИЯ СТРУЙ ИЗ ПОДВОДНОГО КОЛЛЕКТОРА

По определению для реализации масштабного лабораторного моделирования течения в океане (в нашем случае – турбулентных плавучих струй, выходящих из заглубленного коллектора) требуется совпадение безразмерных параметров, описывающих его в натуральных условиях, с соответствующими лабораторными параметрами, а также геометрическое подобие. Для определения параметров масштабного моделирования рассмотрим основные уравнения, описывающие эволюцию интегральных параметров плавучих турбулентных струй кругового сечения в стратифицированной жидкости, полученные в [14] с использованием следующих предположений:

- 1) жидкость несжимаема;
- 2) вариации плотности жидкости малы по сравнению с ее невозмущенным значением;
- 3) число Рейнольдса течения в струях велико, так что молекулярный перенос массы и импульса мал по сравнению с турбулентным переносом;
- 4) турбулентный перенос в направлении течения в струях мал по сравнению с конвективным переносом;
- 5) давление в жидкости описывается гидростатическим соотношением;
- 6) радиус струи мал по сравнению с радиусом ее кривизны;
- 7) профиль скорости в струе аппроксимируется функцией Гаусса:

$$u^*(s, r, \varphi) = u(s) \exp\left(-\frac{r^2}{b^2}\right),$$

где  $s$  – координата вдоль оси струи,  $r$  – радиальная координата,  $\varphi$  – угол между плоскостью  $xz$  и заданным радиусом-вектором,  $u(s)$  – скорость на оси струи,  $b$  – радиус струи;

8) профиль дефекта плотности струи также описывается функцией Гаусса:

$$\frac{\rho_a^*(s, r, \varphi) - \rho^*(s, r, \varphi)}{\rho_0} = \frac{\rho_a(z_0) - \rho(s)}{\rho_a(z_0)} \exp\left\{-\frac{r^2}{\lambda^2 b^2}\right\},$$

здесь  $\rho_a$  – плотность окружающей среды,  $z_0$  – глубина расположения коллектора,  $\rho_a(z_0) = \rho_0$  – плотность окружающей жидкости на уровне коллектора,  $\rho(s)$  – плотность на оси струи,  $\lambda = 1.16$  – константа, полученная из экспериментальных данных для струи кругового сечения [14];

9) закон вовлечения задается соотношением:

$$\frac{dQ}{ds} = 2\alpha\pi ub,$$

где  $Q$  – объемный расход через сечение струи,  $\alpha = 0.057$  – коэффициент турбулентного вовлечения.

Система уравнений, описывающих интегральные параметры такой струи, включает следующие уравнения:

- уравнение изменения расхода в струе за счет вовлечения:

$$\frac{d}{ds}(ub^2) = 2\alpha ub; \quad (1)$$

- закон сохранения потока вдоль струи горизонтальной компоненты импульса:

$$\frac{d}{ds}(u^2 b^2 \cos \Theta) = 0, \quad (2)$$

где  $\Theta$  – угол наклона струи к горизонту;

- закон изменения потока вдоль струи вертикальной компоненты импульса за счет действия сил плавучести:

$$\frac{d}{ds}(u^2 b^2 \sin \Theta) = 2g\lambda^2 b^2 \frac{\rho_a(z) - \rho(s)}{\rho_a(z_0)}; \quad (3)$$

- закон изменения потока плавучести вдоль струи за счет вовлечения окружающей неоднородно распределенной жидкости:

$$\frac{d}{ds}[ub^2(\rho_a(z) - \rho(s))] = \frac{1 + \lambda^2}{\lambda^2} b^2 u \frac{d\rho_a dz}{dz ds}. \quad (4)$$

Система (1)–(4) должна быть дополнена геометрическими соотношениями, связывающими координату вдоль струи  $s$  и угол наклона струи к горизонту  $\Theta$  с декартовыми координатами  $x$  и  $y$ :

$$\frac{dx}{ds} = \cos \Theta, \quad (5)$$

$$\frac{dz}{ds} = \sin \Theta. \quad (6)$$

Введем новую переменную  $\beta = g \left( \frac{\rho_a(z) - \rho(s)}{\rho_0} \right)$ , которую будем называть плавучестью. Тогда уравнения (3) и (4) можно переписать в виде:

$$\frac{d}{ds}(u^2 b^2 \sin \Theta) = 2\lambda^2 b^2 \beta, \quad (7)$$

$$\frac{d}{ds}(ub^2 \beta) = - \left( \frac{1 + \lambda^2}{\lambda^2} \right) ub^2 N^2(z/h) \sin \Theta, \quad (8)$$

где  $N^2(z/h)$  – профиль квадрата частоты плавучести, который можно представить в виде  $N^2(z/h) = N_0^2 n^2(z/h)$ , где  $h$  – характерная толщина пикноклина,  $N_0$  – максимальное значение частоты плавучести,  $n^2(z/h)$  – безразмерная функция.

Начальные условия для системы задаются параметрами струйного течения на выходе подводного коллектора:

$$u = U_0, \quad b = b_0, \quad \Delta\rho = \Delta\rho_0 (\beta = \beta_0), \quad \Theta = 0, \quad z = z_0, \quad x = 0.$$

Выразим систему (2.1)–(2.6) в безразмерных переменных:

$$\tilde{s} = s/b_0, \quad \tilde{x} = x/b_0, \quad \tilde{z} = z/b_0, \quad B = b/b_0,$$

$$V = u/U_0, \quad \beta = \frac{g\Delta\rho_0}{\rho_0} \gamma.$$

$$\frac{d}{d\tilde{s}}(VB^2) = 2\alpha VB, \quad (9)$$

$$\frac{d}{d\tilde{s}}(V^2 B^2 \cos \Theta) = 0, \quad (10)$$

$$\frac{d}{d\tilde{s}}(V^2 B^2 \sin \Theta) = 2\lambda^2 B^2 \gamma Ri, \quad (11)$$

$$\frac{d}{d\tilde{s}}(VB^2 \gamma) = - \left( \frac{1 + \lambda^2}{\lambda^2} \right) VB^2 n^2(\tilde{z}/\tilde{h}) \sin \Theta (\text{Str}), \quad (12)$$

$$\frac{d\tilde{x}}{d\tilde{s}} = \cos \Theta, \quad (13)$$

$$\frac{d\tilde{z}}{d\tilde{s}} = \sin \Theta. \quad (14)$$

При выбранных нормировках начальные условия в этом случае принимают вид:

$$B = 1, \quad V = 1, \quad \gamma = 1, \quad \Theta = 0, \quad \tilde{x} = 0, \quad \tilde{z} = z_0/b_0.$$

Видно, что система (9)–(14) и граничные условия определяется четырьмя безразмерными параметрами:

- параметром фоновой стратификации

$$\text{Str} = \frac{N_0^2 b_0 \rho_0}{g \Delta \rho_0}, \quad (15)$$

- глобальным числом Ричардсона струйного течения

$$\text{Ri} = \frac{g \Delta \rho_0 b_0}{\rho_0 U_0^2}, \quad (16)$$

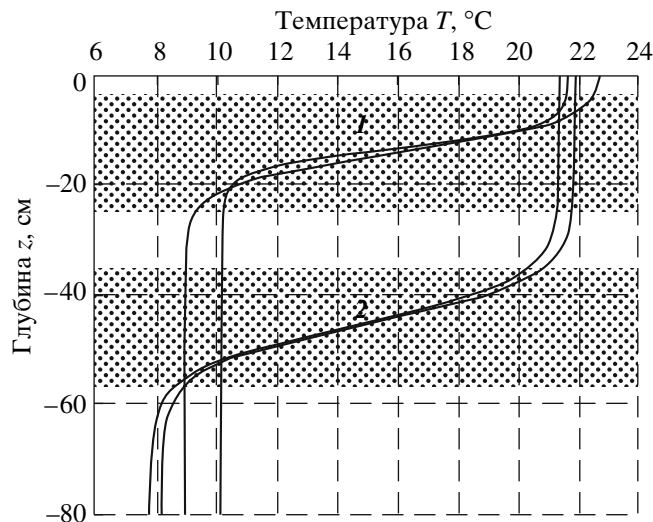
- безразмерной толщиной пикноклина

$$\tilde{h} = h/b_0, \quad (17)$$

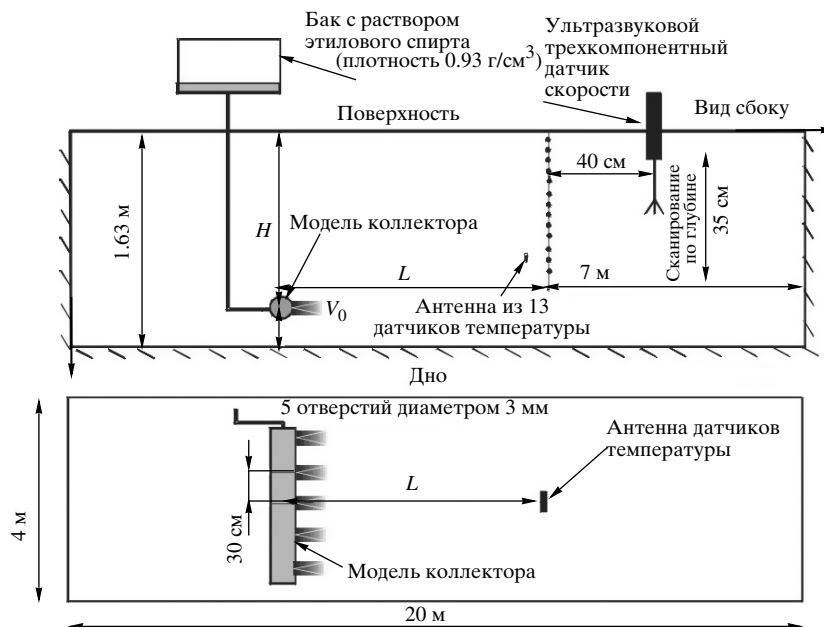
- безразмерной глубиной расположения коллектора

$$\tilde{z}_0 = z_0/b_0. \quad (18)$$

Выбор параметров фоновой стратификации, геометрических размеров модели и скорости истечения жидкости в модельном эксперименте опреде-



**Рис. 1.** Профили температурной стратификации в БТСБ: 1 – рабочие профили с мелким термоклином, 2 – рабочие профили с глубоким термоклином.



**Рис. 2.** Общая схема эксперимента по моделированию течения, индуцированного системой сброса сточных вод.

лялся условиями моделирования по числам  $Ri$ ,  $Str$ ,  $\tilde{z}_0$ ,  $\tilde{h}$ , а также геометрическим подобием.

### 3. ПОСТАНОВКА ЭКСПЕРИМЕНТА В БОЛЬШОМ ТЕМРОСТРАТИФИЦИРОВАННОМ БАССЕЙНЕ (БТСБ)

Моделирование течения в окрестности коллектора системы сброса производилось в Большом термостратифицированном бассейне (БТСБ) ИПФ

РАН. Размеры БТСБ: длина 20 м, ширина 4 м, глубина 2 м [15]. Плотностная стратификация в БТСБ создается за счет нагрева и охлаждения жидкости с помощью системы теплообменников, установленных вдоль боковых стенок бассейна [15]. В результате в бассейне создается неоднородное вертикальное распределение температуры. В этом бассейне были проведены 2 серии экспериментов, которые различались глубиной залегания скачка температуры (рис. 1).

Общая схема проведения эксперимента представлена на рис. 2. Физическая модель коллектора

представляла собой заглушенную с одного конца металлическую трубку длиной 1.3 м с внутренним диаметром 1.2 см, на боковой поверхности которой имелось 5 отверстий диаметром 3 мм, расположенных на расстоянии 30 см друг от друга на одном уровне. Трубка располагалась горизонтально, посередине и поперек бассейна на глубине  $H$  от поверхности (см. рис. 2). Оси отверстий располагались горизонтально. Через свободный конец модель коллектора шлангом соединялась с баком с раствором этилового спирта, плотность которого в ходе экспериментов была постоянной и составляла  $0.93 \text{ г/см}^3$ . Средняя скорость истечения раствора из отверстий в модели коллектора определяется через расход раствора:

$$V_0 = \frac{Q}{S_\Sigma} = \frac{V}{5S_0\Delta t},$$

где  $S_0$  – площадь одного отверстия,  $\Delta t$  – время истечения контрольного объема раствора  $V$ .

В таблице представлены параметры течения и стратификации в БТСБ, которые обеспечивают реализацию масштабного моделирования типичных условий прибрежной зоны и характерных параметров диффузора коллектора подводной сбросовой системы [3] по числам  $Ri$ ,  $Str$ ,  $\tilde{z}_0$ ,  $\tilde{h}$  и геометрическое подобие в масштабе  $1 : 27$ . При этом число Рейнольдса на выходе из отверстий составляло около 3000, что обеспечивало в лабораторном эксперименте режим развитой турбулентности плавучих струй. В первой серии экспериментов расстояние от середины термоклина до поверхности составляло 40–50 см (максимальная глубина залегания термоклина, реализуемая на БТСБ), во второй – 13–15 см (минимальная глубина залегания термоклина, реализуемая на БТСБ).

Изменение скорости истечения за счет изменения уровня раствора в баке во время эксперимента не превышало 10% (в среднем оно равнялось 5%). В БТСБ создавалась температурная стратификация термоклинного типа, параметры которой не изменялись в ходе всех экспериментов. Общая глубина налитой жидкости в бассейне составляла 162 см и не изменялась в ходе экспериментов. Колебания температуры в окружающей среде, вызванные всплыванием струй, фиксировались с помощью антенны из 13 температурных датчиков (термисторов), позволяющих измерять значения температуры воды в диапазоне от  $9^\circ\text{C}$  до  $20^\circ\text{C}$  с погрешностью не более  $0.05^\circ\text{C}$  и постоянной времени 0.3 с. Антенна закреплялась на специальной переносной стойке на различных расстояниях от модели коллектора. Аналоговые сигналы с термисторов преобразовывались с помощью АЦП и записывались на жесткий диск компьютера. Профили скорости течений измерялись трехкомпонентным доплеровским измерителем скорости. Он был установлен непосредственно

Параметры, характеризующие натурные и лабораторные условия

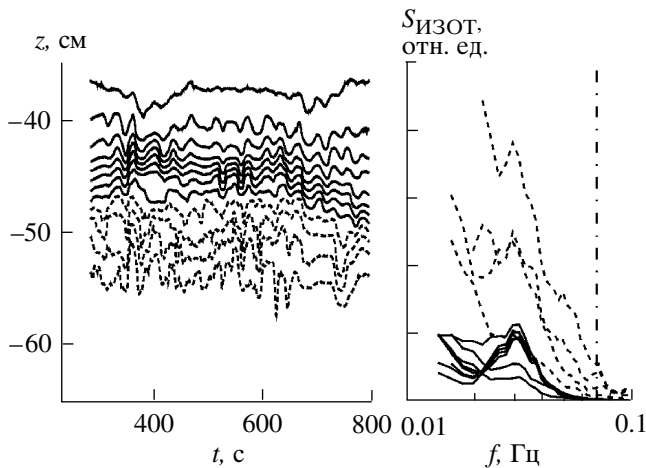
Параметр	Натурные условия	Лабораторные условия
Диаметр отверстия в коллекторе $b_0$	8 см	0.3 см
Глубина от середины пикноклина до коллектора $z_p$	30 м	110 см
Толщина пикноклина $h$	5.5 м	20 см
Расстояние между отверстиями в коллекторе $l$	7 м	30 см
Максимальное значение частоты плавучести $N_0^2$	$5 \times 10^{-2} \text{ с}^{-1}$	$0.45 \text{ с}^{-1}$
Начальная разность плотностей струи и окружающей жидкости $(\rho_1 - \rho_0)$	$0.0235 \text{ г/см}^3$	$0.07 \text{ г/см}^3$
Скорость струи на выходе из диффузора $V_0$	3 м/с	1 м/с

за антенной температурных датчиков на сканирующем устройстве.

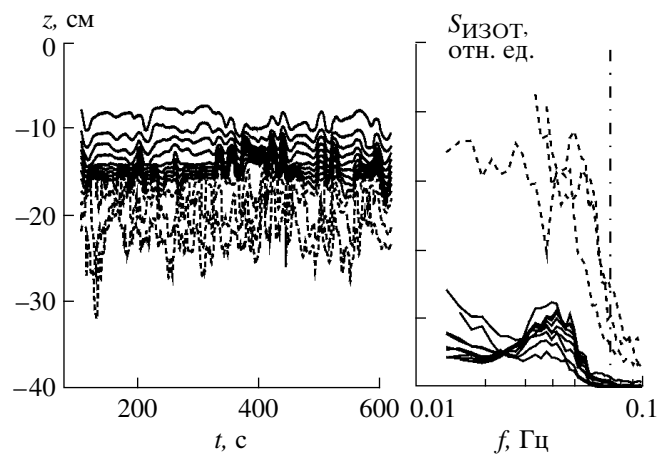
Были выполнены две серии экспериментов с различной глубиной залегания термоклина, а также пробная серия, предшествующая первой. Пробная серия состояла из 14 экспериментов, в которых при фиксированных параметрах стратификации (при максимальной частоте плавучести  $0.45 \text{ с}^{-1}$  и расстоянии от поверхности до середины термоклина 40–50 см) изменялась скорость истечения жидкости из диффузора коллектора: 30, 40, 48, 55, 70, 80, 90, 95, 100, 105, 120, 125, 140, 190 см/с. Первая серия состояла из 24 экспериментов для четырех значений скорости (40, 70, 100, 145 см/с) при такой же стратификации. Для каждого значения скорости было проведено шесть экспериментов. При этом получены 5 реализаций длительностью 10 мин и одна реализация длительностью 20 мин. Вторая серия состояла из 16 экспериментов для тех же 4-х скоростей при стратификации с мелким термоклином. При выполнении второй серии экспериментов проводились измерения полей скорости на поверхности бассейна методом PTV (Particle Tracing Velocimetry).

#### 4. РЕЗУЛЬТАТЫ ЭКСПЕРИМЕНТА В БТСБ

По измеренным временным температурным разрезам с помощью специально созданной компьютерной программы рассчитывались средние характеристики поля температуры, глубины расположения изотерм и определялись спектры сме-



**Рис. 3.** Временной разрез колебаний изотерм при скорости истечения жидкости из коллектора  $V_0 = 100$  см/с в режиме стратификации с глубоким термоклином. Справа: спектры изотерм; штрихпунктирной линией отмечено максимальное значение частоты плавучести.



**Рис. 4.** Временной разрез колебаний изотерм при скорости истечения жидкости из коллектора  $V_0 = 100$  см/с в режиме стратификации с мелким термоклином. Справа: спектры изотерм; штрихпунктирной линией отмечено максимальное значение частоты плавучести.

щений жидких частиц относительно их равновесного уровня, а также дисперсии смещений изотерм. Дисперсия смещений каждой изотермы вычислялась по формуле

$$\langle \sigma_\eta^2 \rangle = \langle \eta^2 \rangle = \int_{f_{\min}}^{f_{\max}} Sp(f) df,$$

где  $Sp(f)$  – спектр смещений изотерм относительно среднего уровня, выбор частот  $f_{\max}$  и  $f_{\min}$  поясняется ниже.

На рис. 3, 4а приведены примеры временных разрезов поля температуры для скорости истечения жидкости из диффузора 100 см/с, для которой выполнены условия масштабного моделирования, для профилей стратификации с глубоким и мелким термоклином. На левой части рисунков показаны изотермы, соответствующие температурам от 9°C до 20°C для рис. 3 (от 10°C до 20°C для рис. 4) с шагом 1°C, построенные по измерениям всех датчиков (пунктиром выделены 4 изотермы в диапазоне от 9°C до 12°C на рис. 3 и от 10°C до 13°C на рис. 4). Из рисунков видно, что всплывающая струя возбуждает интенсивные колебания температуры (смещения изотерм).

На рис. 3, 4б показаны спектры смещений изотерм для скорости истечения жидкости из диффузора 100 см/с, полученные усреднением по ансамблю из шести реализаций в случае стратификации с глубоким термоклином и по ансамблю из пяти реализаций для стратификации с мелким термоклином. На спектрах присутствует выраженный пик в интервале частот от  $f_{\min} = 0.02$  Гц до  $f_{\max} = 0.05$  Гц, меньших максимального значения частоты плавучести, которая в данных сериях экспериментов со-

ставляла 0.07 Гц (0.45 рад/с). Таким образом, частота колебаний, возбуждаемых плавучей струей, лежит в диапазоне распространения внутренних гравитационных волн. Заметим, что значения частот  $f_{\min} = 0.02$  Гц и  $f_{\max} = 0.05$  Гц и выбирались при вычислении дисперсии колебаний изотерм.

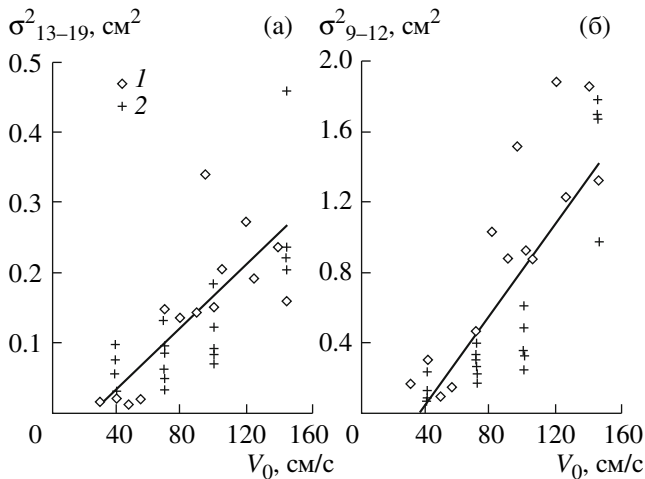
Обсудим возможные механизмы возбуждения наблюдаемых колебаний. Прежде всего, подчеркнем принципиальное отличие этого явления от пространственных колебаний затопленных струй [12], которые можно описать осциллирующим по  $\tilde{z}$  решением стационарной системы уравнений (9)–(14). В наших экспериментах при взаимодействии всплывающей струи с термоклином наблюдается нестационарный процесс – колебания, имеющие выраженный пик в частотном спектре.

Одним из возможных механизмов возникновения осцилляций термоклина является развитие гидродинамической неустойчивости в струе, распространяющейся вдоль термоклина. Однако в данном эксперименте при скорости истечения жидкости из диффузора 100 см/с минимальное градиентное число Ричардсона течения в струе было  $Ri = 0.43 > 0.25$ . При этом значении числа Ричардсона, согласно критерию Майлса–Ховарда [16, 17], течение устойчиво.

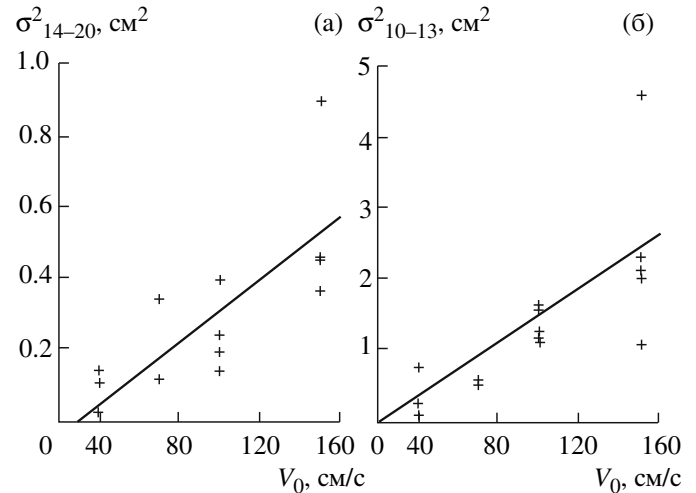
Для объяснения природы наблюдаемых колебаний нами была выдвинута гипотеза о возбуждении в системе автоколебаний. Известно, что при наличии в системе автоколебаний их амплитуда  $a$  удовлетворяет уравнению Ландау [18]:

$$\frac{da}{dt} = a(\mu(R - R_c) - \nu|a|^2), \quad (19)$$

где  $R$  – управляющий параметр,  $R_c$  – его критическое значение,  $\nu$  – параметр нелинейного затухания.



**Рис. 5.** Зависимости средних дисперсий флуктуаций изотерм от скорости истечения в режиме стратификации с глубоким термоклином: а – для верхней части термоклина (усреднение по изотермам 13–19°С), б – для нижней части термоклина (усреднение по изотермам 9–12°С), 1 – пробная серия экспериментов, 2 – первая серия экспериментов.



**Рис. 6.** Зависимости средних дисперсий флуктуаций изотерм от скорости истечения в режиме стратификации с мелким термоклином: а – для верхней части термоклина (усреднение по изотермам 14–20°С), б – для нижней части термоклина (усреднение по изотермам 10–13°С), крестики – вторая серия экспериментов.

Параметры, входящие в уравнение (19), могут быть вычислены, если применимо слабонелинейное приближение (см., например, [19]). Кроме того, они могут быть найдены из аппроксимации экспериментальных данных. Амплитуда установившихся колебаний при этом удовлетворяет уравнению:

$$\left( (R - R_c) - \frac{\nu}{\mu} |a|^2 \right) a = 0. \quad (20)$$

Управляющим параметром является скорость истечения жидкости из отверстий коллектора, а  $\langle \sigma_\eta^2 \rangle = |a|^2/2$ . При этом параметры, входящие в уравнение (20), можно определить из условия наилучшей аппроксимации полученных экспериментальных данных.

Были построены экспериментальные зависимости для средней дисперсии смещений изотерм в верхней части термоклина (усреднение по изотермам 13–19°С на рис. 5а для первой серии экспериментов и 14–20°С на рис. 6а для второй) и в нижней части термоклина (усреднение по изотермам 9–12°С на рис. 5б для первой серии экспериментов и 10–13°С на рис. 6б для второй) от скорости истечения жидкости из модели коллектора. Значительный разброс данных, полученных для разных реализаций при одной и той же скорости истечения, можно объяснить тем, что струйное течение в области расположения датчиков не является двумерным (струи не полностью слились между собой). Видно, что экспериментальные данные хорошо аппроксимируются линейными зависимостями, которые следуют из уравнения (20). Как показано в [20], существование этой зависимости является

достоверным признаком возбуждения глобально неустойчивой моды.

Следует отметить, что в качестве важного признака существования глобально неустойчивой моды в системе в работе [20] также отмечается наличие узкополосного спектра колебаний. Как видно из рис. 3, 4б, на спектрах присутствует выраженный пик в интервале частот  $f_{\min} = 0.02$  Гц и  $f_{\max} = 0.05$  Гц. Это также свидетельствует в пользу предположения об автогенерации в системе.

Важным вопросом при исследовании автогенерации в системе является выяснение механизма возникновения положительной обратной связи. В настоящем эксперименте рассматривается система, представляющая собой струю, однородную в каждом сечении за счет турбулентного перемешивания, которая приобретает импульс за счет действия сил плавучести, а затем захватывается пикноклином. Вопрос о положительной обратной связи для автоколебаний в такой системе формально сводится к исследованию условий гидродинамической устойчивости этого течения. При этом для экспоненциально нарастающих собственных колебаний такой системы в работах Р. Monkewitz с соавторами [20, 21] было введено понятие глобально неустойчивой моды. Точное решение этой задачи сопряжено с большими сложностями и, по-видимому, может быть достигнуто только с помощью прямого численного моделирования. Однако механизм обратной связи в рассматриваемой системе можно понять, если воспользоваться подходом, развиваемым в работах [20, 21], где предлагается идея приближенного описания глобально неустойчивых мод в потоковых системах. Всплывающая струя является

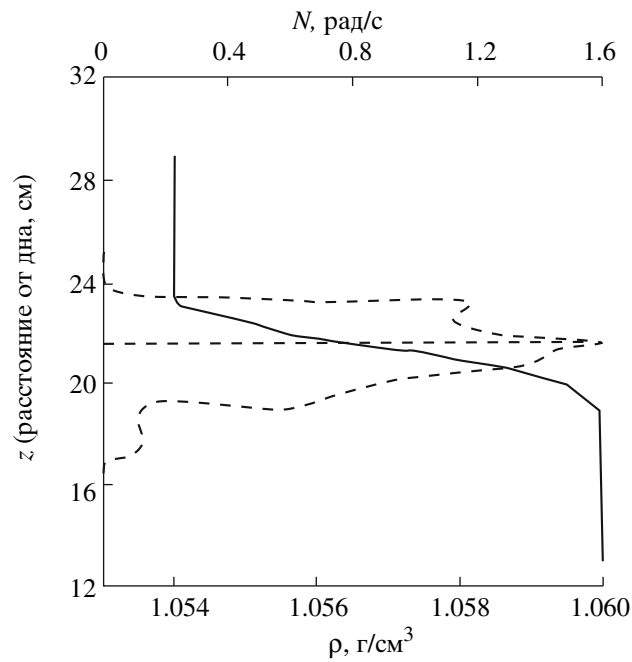


Рис. 7. Распределение плотности и частоты плавучести на малом бассейне.

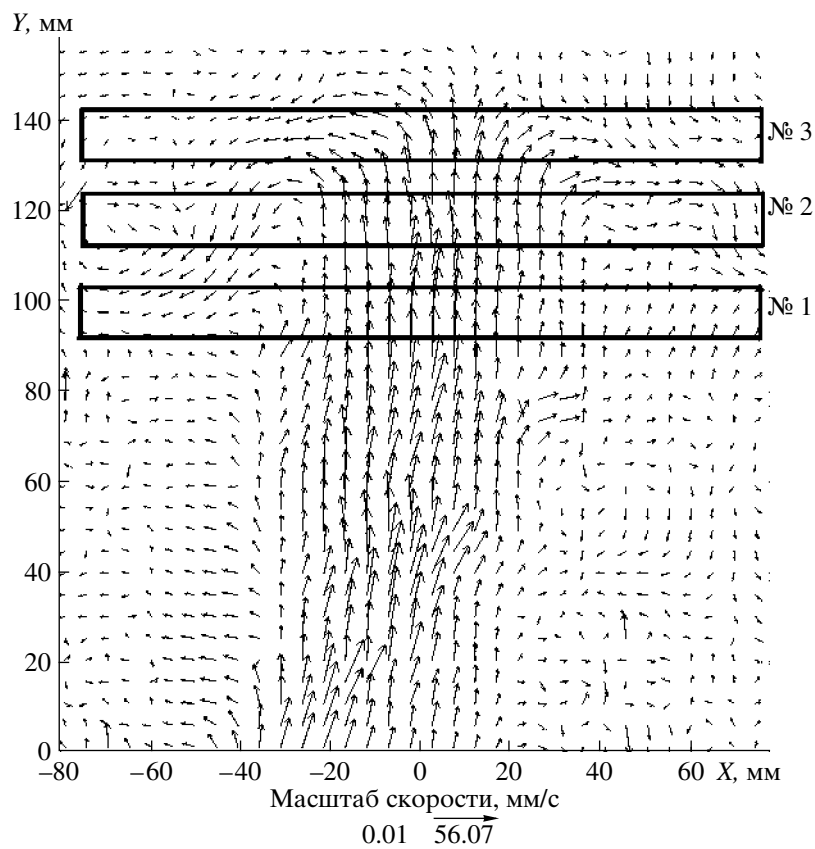


Рис. 8. Поле скорости во всплывающей турбулентной струе.



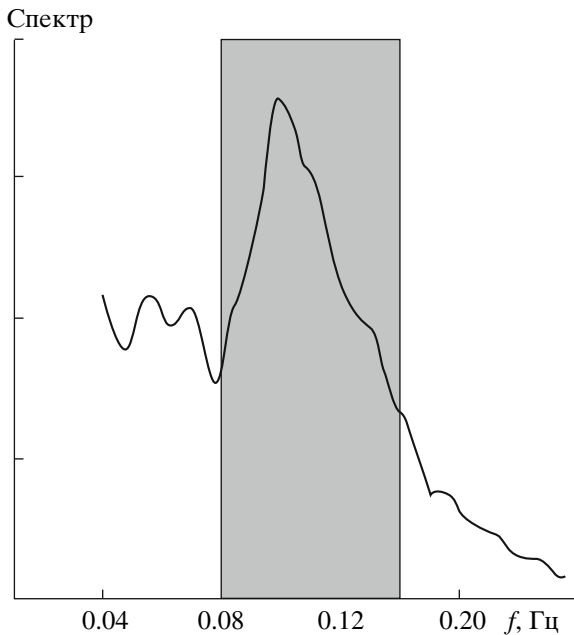


Рис. 9. Спектр колебаний верхней границы струи.

характерным примером такой системы. Для этих систем характерно существование распределенной обратной связи, параметры которой определяются некоторыми особенностями поля течения. Например, как показано в [21], положительная обратная связь и обусловленное ею существование глобально неустойчивых мод характерно для струйных течений с противотоком. Для выяснения механизма положительной обратной связи во всплывающей струе, захваченной пикноклином, были проведены специальные эксперименты по исследованию поля скорости в струе в малом бассейне с солевой стратификацией методом PIV.

### 5. ОПИСАНИЕ ЭКСПЕРИМЕНТА В МАЛОМ БАСЕЙНЕ С СОЛЕВОЙ СТРАТИФИКАЦИЕЙ

Для исследования механизма взаимодействия всплывающих турбулентных струй с окружающей стратифицированной жидкостью были проведены специальные эксперименты в малом бассейне. В бассейне создавалась солевая стратификация пикноклинового типа. Распределения плотности и частоты плавучести показаны на рис. 7. В этом эксперименте в модели коллектора было только одно отверстие диаметром 1.2 мм, из которого со скоростью 50 см/с вытекала пресная вода. Для исследования использовался метод Particle Image Velocimetry (PIV) [22]. Этот цифровой метод исследования полей скорости основан на визуализации течений путем добавления в них трассеров (частиц). В данном эксперименте частицы добавлялись в пресную жидкость в баке. Для визуализации движения частиц струя просвечи-

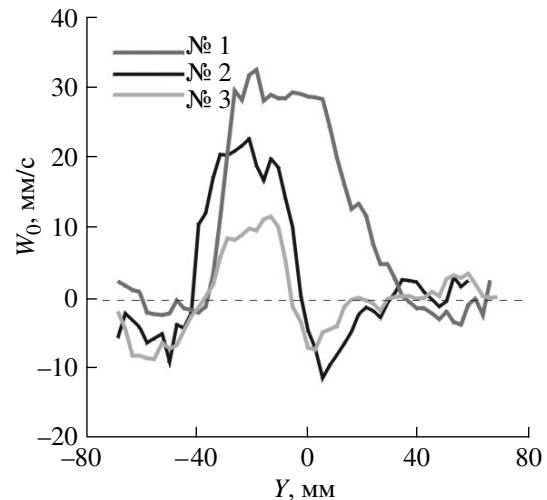


Рис. 10. Профили скорости струи в сечениях 1, 2, 3 (см. рис. 8).

валась по оси вертикальным лазерным ножом. Вид сбоку снимался на цифровую CCD-камеру. Обработка полученного видеопленки позволила получить поле скорости в плоскости сечения лазерного ножа в последовательные моменты времени с интервалом 0.25 с.

На рис. 8 показаны примеры измеренных мгновенных полей скорости. Хорошо видно, что струи тормозятся стратификацией и распространяются на горизонте нейтральной плавучести, который находится на нижней границе пикноклина.

Видеосъемка также показала, что верхняя граница струи совершает колебания в вертикальной плоскости, при этом спектр колебаний имеет выраженный пик на частоте 0.1 Гц (рис. 9).

На рис. 10 показаны мгновенные профили скорости в различных сечениях струи. Для того чтобы “сгладить” турбулентные пульсации, присутствующие на таких профилях, было проведено усреднение по координате вдоль оси струи. При этом вычислялся средний профиль скорости по трем соседним профилям, разнесенным на расстояние 4.8 мм. Из рисунка видно, что профили имеют почти плоский фронт и в сечениях 2 и 3 наблюдается заметный противоток.

### 6. ТЕОРЕТИЧЕСКИЙ РАСЧЕТ АВТОКОЛЕБАНИЙ В СТРУЙНЫХ ПРОСТРАНСТВЕННО РАЗВИВАЮЩИХСЯ ТЕЧЕНИЯХ

Теоретическое обоснование явлению возбуждения автоколебаний в пространственно развивающихся течениях было дано в работах Huerge, Monke-witz, Chomaz [20, 21, 23, 24].

В работе [20] вводятся понятия локальной и глобальной неустойчивости. Термины “локальная” и

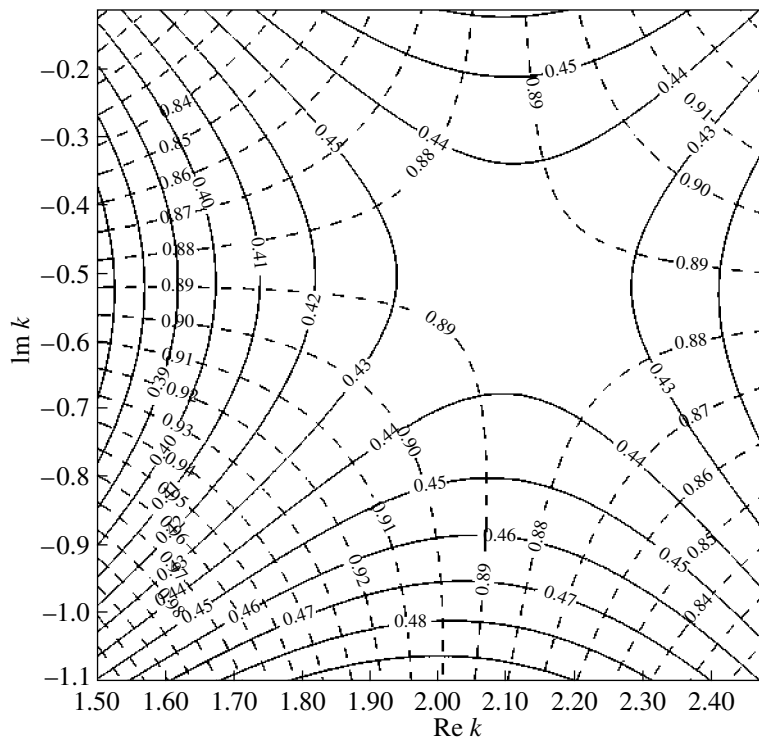


Рис. 11. Пример картины линий уровня  $\text{Re } \omega(\text{Re } k, \text{Im } k)$ ,  $\text{Im } \omega(\text{Re } k, \text{Im } k)$  для одного из сечений струи.

“глобальная” относится к неустойчивости локального профиля скорости и всего пространственно неоднородного течения соответственно. В работе [20] вводится классификация пространственно развивающихся течений по типу неустойчивости: абсолютной и конвективной. Показано, что на появление абсолютной неустойчивости оказывают влияние два фактора: наличие противотока и разность плотностей струи и окружающей жидкости.

В работе [24] авторы показали, что наличие конечного участка абсолютной неустойчивости в направлении распространения струи является необходимым условием существования автоколебаний.

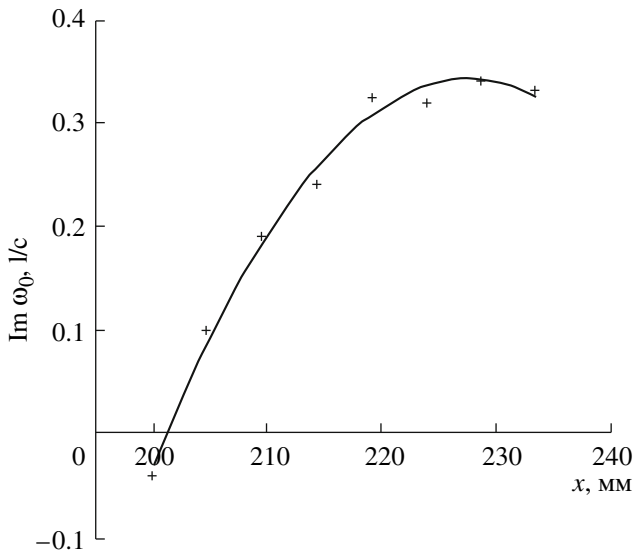
Противоток хорошо виден на профилях скорости в струе (см. рис. 10). В связи с этим можно ожидать выполнения условия существования глобально неустойчивой моды. Оценим ее параметры.

Анализ устойчивости непараллельных течений обычно проводится следующим образом: течение разбивается на части, каждая из которых считается квазипараллельной, и для них используется метод нормальных мод. Для каждого выделенного профиля средней скорости струи находится дисперсионное соотношение  $D(\omega, k; x) = 0$ . Считая  $\omega$  и  $k$  комплексными, можно определить, является ли данный отрезок течения неустойчивым и каков характер неустойчивости. Для определения типа неустойчивости используется критерий Бриггса [25], разрабо-

танный для применения в физике плазмы, а в задачах гидродинамики он был впервые использован в работе [20]. Критерий формулируется следующим образом. Вид локальной неустойчивости зависит от знака мнимой части абсолютной частоты  $\omega_0 = \omega(k_0)$ ,

где  $k_0$  определяется из соотношения  $\frac{d\omega}{dk}(k_0) = 0$ . Если  $\text{Im } \omega_0 > 0$ , то неустойчивость является абсолютной, в противном случае – конвективной. Этот критерий дополняется еще одним требованием: точка ветвления  $\omega_0$  должна возникать в результате слияния двух мод, распространяющихся навстречу друг другу. Математически это означает, что для достаточно больших  $\text{Im } \omega_0$  ветви  $k^+(\omega)$  и  $k^-(\omega)$  на комплексной плоскости ( $\text{Re } k, \text{Im } k$ ) должны находиться по разные стороны от действительной оси  $\text{Re } k$ .

Заметим, что распределенная положительная обратная связь в пространственно развивающемся течении, в котором возбуждается глобально неустойчивая мода, всегда связана с присутствием на таком течении участка с абсолютной гидродинамической неустойчивостью. Как следует из смысла критерия Бриггса, ее существование обусловлено наличием двух связанных мод на потоке, одна из которых распространяется по потоку, а другая – против. При этом мода, распространяющаяся по потоку, получает от него энергию за счет резонансного энергообмена, а мода, распространяющаяся против



**Рис. 12.** Область абсолютной неустойчивости вдоль направления распространения струи (крестики – теоретически рассчитанные значения абсолютных частот для различных сечений струи, сплошная линия – аппроксимация).

потока, обеспечивает положительную обратную связь (перенос пульсаций давления вниз по потоку, согласно [20]). Заметим, что конечность участка абсолютной неустойчивости на пространственно развивающемся течении обуславливает существование глобально неустойчивых мод, локализованных в пространстве, поскольку, по определению, в областях конвективной неустойчивости возмущения сносятся потоком быстрее, чем нарастают.

Для расчетов локальные профили скорости аппроксимировались функцией вида  $W_0(r) = \{\alpha \text{th} [\beta(r - 1)] + \gamma\} \exp(-\sigma r^6)$ . При этом параметры  $\alpha, \beta, \gamma, \sigma$  выбирались таким образом, чтобы локальному профилю соответствовали средние в данном сечении струи течение, противоток и толщина.

Дисперсионное соотношение было получено из решения задачи на собственные числа для аналога уравнения Рэлея для возмущений осесимметричной струи:

$$\frac{d^2 p}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{dp}{dr} - \frac{2W'_0}{(W_0 - c)} \frac{dp}{dr} - k^2 p = 0$$

с граничными условиями

$$p(0) = 1, \quad p(\infty) = 0.$$

При расчетах частота  $\omega$  и волновое число  $k$  считались комплексными. Линии уровня поверхностей  $\text{Re } \omega(\text{Re } k, \text{Im } k)$  и  $\text{Im } \omega(\text{Re } k, \text{Im } k)$  строились с помощью стандартного пакета Golden Software Surfer 32 (рис. 11). Определялось положение седловой точки  $k_0$ , а также абсолютная частота  $\omega_0 = \omega(k_0)$ .

С помощью такой процедуры были получены значения абсолютных частот для всех измеренных экспериментально профилей средней скорости. Расчеты показали, что существует конечный участок вдоль направления распространения струи, где  $\text{Im } \omega_0 > 0$  – область абсолютной неустойчивости (рис. 12).

Детальный расчет частоты автоколебаний в рассматриваемом пространственно развивающемся течении представляет собой сложную задачу, однако, как показано в [22], частота таких колебаний близка к  $\text{Re } \omega_0$ . Расчеты показали, что реальная часть абсолютной частоты  $\text{Re } f_0 = \text{Re } \frac{\omega_0}{2\pi}$  в разных сечениях струи, наблюдаемой в эксперименте, изменялась в интервале от 0.08 Гц до 0.14 Гц. Интервал рассчитанных вариаций действительной части частоты  $\text{Re } f_0$  отмечен на спектре колебаний верхней границы струи (рис. 9). Видно, что теоретические оценки находятся в хорошем согласии с наблюдениями.

### 7. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В большом опытовом бассейне с искусственной температурной стратификацией проведен цикл экспериментов, посвященных масштабному лабораторному моделированию нестационарной динамики плавучих турбулентных струй (факелов), формирующихся заглубленными стоками из диффузоров подводных коллекторов. Было обнаружено, что при взаимодействии факелов с пикноклином происходит интенсивная генерация внутренних волн.

Анализ зависимости амплитуды волн от управляющего параметра, пропорционального скорости истечения жидкости из диффузора коллектора, показал, что она хорошо описывается функцией, характерной для присутствия в системе бифуркации Хопфа, которая имеет место при мягком режиме возбуждения автоколебаний. Как показано в [20], существование этой зависимости является достоверным признаком возбуждения глобально неустойчивой моды.

Для проверки условий возбуждения глобально неустойчивой моды был проведен вспомогательный эксперимент в малом бассейне с солевой стратификацией в постановке, аналогичной эксперименту в большом бассейне. Методом PIV было измерено поле скорости во всплывающей струе и построены профили продольной скорости в нескольких сечениях. Оказалось, что при приближении струи к пикноклину на краях струи формируется противотечение. Анализ устойчивости полученных профилей скорости течения методом нормальных мод показал, что для участков струи с противотоком выполняется условие абсолютной неустойчивости по критерию Бриггса [25] для осесимметричных колебаний струи. Наличие абсолютной неустойчивости на конечном

участке струи является признаком возбуждения глобально неустойчивой моды [20]. Оценки частот колебаний глобально неустойчивой моды находятся в хорошем количественном согласии с измеренным спектром колебаний струи.

Таким образом, можно предложить следующий механизм генерации внутренних волн всплывающей струей. При взаимодействии всплывающей струи с пикноклином на ней возникают автоколебания глобально неустойчивой моды. Если частота этих колебаний оказывается ниже максимальной частоты плавучести в пикноклине, то они приводят к интенсивной генерации внутренних волн.

Авторы выражают благодарность академику А.В. Гапонову-Грехову, профессору К.Д. Сабину и доктору О.А. Дружинину за полезные дискуссии.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Бондур В.Г. Аэрокосмические методы в современной океанологии / Новые идеи в океанологии. Т. 1: Физика. Химия. Биология. М.: Наука, 2004. С. 55–117.
2. Bondur V. Complex Satellite Monitoring of Coastal Water Areas // 31st International Symposium on Remote Sensing of Environment. ISRSE, 2006, 7 p.
3. Бондур В.Г., Гребенюк Ю.В. Дистанционная индикация антропогенных воздействий на морскую среду, вызванных заглубленными стоками: моделирование, эксперимент // Исследование Земли из космоса. 2001. № 6. С. 49–67.
4. Bondur V., Keeler R., Gibson C. Optical satellite imagery detection of internal wave effects from a submerged turbulent outfall in the stratified ocean // GRL. 2005. V. 32. L12610, doi: 10.1029/2005GL022390.
5. Бондур В.Г., Журбас В.М., Гребенюк Ю.В. Математическое моделирование турбулентных струй глубоководных стоков в прибрежные акватории // Океанология. 2006. Т. 46. № 6. С. 805–820
6. Бондур В.Г., Журбас В.М., Гребенюк Ю.В. Моделирование и экспериментальные исследования распространения турбулентных струй в стратифицированной среде прибрежных акваторий // Океанология. 2009. Т. 49. № 5. С. 645–657.
7. Koh C.Y., Brooks H.N. Fluid mechanics of waste-water disposal in the ocean // Annu. Rev. Fluid Mech. 1975. V. 8. P. 187–211.
8. Turner J. S. Jets and plumes with negative or reversing buoyancy // J. Fluid. Mech. 1966. V. 26. P. 779–792.
9. Карликов В.П., Трушина О.В. Об автоколебаниях плоских затопленных фонтанов // ДАН. 1998. Т. 361. № 3. С. 340–344.
10. Карликов В.П., Трушина О.В. Об автоколебательных режимах фонтанирования плоских затопленных струй // Труды IX Всероссийского съезда по теоретической и прикладной механике. Нижний Новгород, 2006 г.
11. Friedman P.D. Oscillation height of a negatively buoyant jet // Trans. ASME J: J. Fluids Engng. 2006. V. 128. P. 880–882.
12. Friedman P.D., Vadokoot V.D., Meyer W.J. & Carey S. Instability threshold of a negatively buoyant fountain // Exps. Fluids. 2007. V. 42. P. 751–759.
13. Williamson N., Srinarayana N., Armsfield S.W. et al. Low-Reynolds-number fountain behaviour // J. Fluid Mech. 2008. V. 608. P. 297–317.
14. Fan L.N. Turbulent buoyant jet problems // Calif. Inst. Technol., W.M. Keck Lab., Rep. № KH-R-18, 1968. 196 p.
15. Арабаджи В.В., Богатырев С.Д., Баханов В.В. и др. Лабораторное моделирование гидрофизических процессов в верхнем слое океана (Большой термостратифицированный бассейн ИПФ РАН) // Приповерхностный слой океана. Физические процессы и дистанционное зондирование. / Под ред. В.И. Таланова, Е.Н. Пелиновского. Н. Новгород: ИПФ РАН, 1999. Т. 2. С. 231–251.
16. Miles J.W. On the stability of heterogeneous shear flows // J. Fluid Mech. 1961. V. 10. P. 496–508.
17. Howard L.N. Note on a paper of John W. Miles // J. Fluid Mech. 1961. V. 10. P. 509–512.
18. Андронов А.А., Витт А.А., Хайкин С.Э. Теория колебаний. М.: Наука, 1981. 918 с.
19. Stuart J.T. On the non-linear mechanics of hydrodynamic stability // J. Fluid Mech. 1958. V. 4. P. 1–21.
20. Huerre P., Monkewitz P.A. Local and global instabilities in spatially developing flows // Annu. Rev. Fluid Mech. 1990. V. 22. P. 473–537.
21. Monkewitz P.A., Sohn K.D. Absolute instability in hot jets and their control // AIAA Pap. 1986. № 86–1882.
22. Adrian R.J. Particle Imaging techniques for experimental fluid mechanics // Annu. Rev. Fluid Mech. 1991. V. 23. P. 261–304.
23. Monkewitz P.A. The role of absolute and convective instability in predicting the behavior of fluid systems // Eur. J. Mech., B/Fluids, 1990. V. 9. № 5. P. 395–413.
24. Monkewitz P.A., Huerre P., Chomaz J.-M. Global linear stability analysis of weakly non-parallel shear flows // J. Fluid Mech. 1993. V. 251. P. 1–20.
25. Briggs R.J. Electron-Stream Interaction With Plasmas. Cambridge, Mass: MIT Press, 1964.
26. Monkewitz P.A. The absolute and convective nature of instability in two-dimensional wakes at low Reynolds numbers // Phys. Fluids. 1988. V. 31. № 5. P. 999–1006.

## Surface Manifestations of Internal Waves Investigated by a Subsurface Buoyant Jet: 1. The Mechanism of Internal-Wave Generation

V. G. Bondur<sup>a</sup>, Yu. V. Grebenyuk<sup>a</sup>, E. V. Ezhova<sup>b</sup>, V. I. Kazakov<sup>b</sup>, D. A. Sergeev<sup>b</sup>,  
I. A. Soustova<sup>b</sup>, and Yu. I. Troitskaya<sup>b</sup>

<sup>a</sup> *Aerocosmos Scientific Center of Aerospace Monitoring, Gorokhovskii per. 4, Moscow, 105064 Russia*

*e-mail: office@aerocosmos.info*

<sup>b</sup> *Institute of Applied Physics, Russian Academy of Sciences, ul. Ul'yanova 46, Nizhni Novgorod, 603600 Russia*

*e-mail: yuliya@hydro.appl.sci-nnov.ru*

Received January 28, 2009; in final form, March 16, 2009

**Abstract**—In a large test reservoir with artificial temperature stratification at the Institute of Applied Physics, Russian Academy of Sciences, we have performed a major laboratory simulation of the nonstationary dynamics of buoyant turbulent jets generated by wastewater flows from underwater collector diffusers. The interaction of buoyant jets with the pycnocline leads to an active generation of internal waves. An analysis of the dependence of wave amplitude on the control parameter proportional to the rate of liquid flow from the collector diffuser has indicated that this dependence is adequately described by a function that is characteristic for the presence in the Hopf bifurcation system, which occurs for a soft actuation mode of self-oscillations of the globally unstable mode. To check the conditions for the actuation of the globally unstable mode, we have performed an auxiliary experiment in a small reservoir with a salt stratification formulated similar to the experiment in the big reservoir. Using the particle image velocimetry (PIV) method, we have measured the velocity field in the buoyant jet and constructed the profiles of transverse velocity in several sections. When the jet approaches the pycnocline, a counterflow is generated at the edges. A stability analysis for the resulting profiles of flow velocities performed by the method of normal modes has revealed that, for the jet portions with counterflow, the condition of absolute instability by the Briggs criterion for axisymmetric jet oscillations is satisfied, which testifies to the fact that the globally unstable mode is actuated. The estimates for oscillation frequencies of the globally unstable mode are well consistent quantitatively with the measured spectrum of jet oscillations.