УДК 551.511.6

ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ ВЫСОТЫ ПОГРАНИЧНОГО СЛОЯ АТМОСФЕРЫ И ТУРБУЛЕНТНОГО ВОВЛЕЧЕНИЯ НА ЕГО ВЕРХНЕЙ ГРАНИЦЕ

© 2012 г. С. С. Зилитинкевич^{1,2,3,4,5,6}, С. А. Тюряков^{4,5}, Ю. И. Троицкая^{2,3}, Е. А. Мареев^{2,3}

¹Институт физики атмосферы им. А.М. Обухова РАН 119017 Москва, Пыжевский пер., 3 E-mail: sergej.zilitinkevich@fmi.fi ²Нижегородский государственный университет им Н.И. Лобачевского 603950 Нижний Новгород, пр. Гагарина, 23 ³Институт прикладной физики РАН 603950 Нижний Новгород, ул. Ульянова, 46 E-mail: yuliya@hydro.appl.sci-nnov.ru E-mail: mareev@appl.sci-nnov.ru ⁴Российский государственный гидрометеорологический университет 195196 Санкт-Петербург, Малоохтинский пр., 98 E-mail: svyatoslav.tyuryakov@fmi.fi ⁵Финский метеорологический институт, а/я 503, 00101 Хельсинки, Финляндия ⁶Хельсинкский университет, Финляндия Поступила в редакцию 01.06.2011 г., после доработки 29.06.2011 г.

Атмосферный планетарный пограничный слой (ППС), непосредственно взаимодействующий с подстилающей поверхностью, существенно отличается по своей природе от слаботурбулентной устойчиво стратифицированной свободной атмосферы. Колебания теплового баланса земной поверхности немедленно воздействуют на ППС, где и усваиваются благодаря эффективному механизму турбулентного теплообмена. При этом верхняя граница ППС играет роль своего рода крышки, препятствующей непосредственному проникновению тепловых воздействий, а также примесей в вышележащий слой атмосферы. В связи с этим загрязнение воздуха представляет особую опасность, если происходит при малой высоте ППС. Кроме того, из-за высокой чувствительности тонких устойчиво стратифицированных ППС к тепловым воздействиям, высота ППС во многом определяет локальные особенности изменения климата. Глубокие конвективные ППС слабо чувствительны к малым тепловым воздействиям, но оказывают существенное влияние на формирование конвективной облачности и климатическую систему в целом путем турбулентного вовлечения тепловой энергии, влажности, аэрозолей и других примесей через верхнюю границу. Расчет высоты ППС и турбулентного вовлечения требуется при моделировании и прогнозе загрязнений воздуха, аномальных морозов и аномальной жары, и других опасных явлений. В данной статье обсуждается современное состояние знаний в области моделирования толщины ППС и предлагается новая модель турбулентного вовлечения для конвективных ППС.

Ключевые слова: атмосферный пограничный слой, аэрозоли, бароклинность, вовлечение, высота пограничного слоя, загрязнение воздуха, свободная атмосфера, стратификация, турбулентность.

1. ВВЕДЕНИЕ

Планетарным пограничным слоем (ППС) называется нижний турбулентный слой атмосферы, свойства которого определяются термическим и динамическим воздействием подстилающей поверхности. В общей циркуляции атмосферы ППС играет роль связующего звена, через которое земная поверхность взаимодействует со слаботурбулентной устойчиво стратифицированной свободной атмосферой. Амплитуда суточных колебаний температуры, обусловленных суточным ходом приходящей к Земле солнечной радиации, уменьшается по направлению к верхней границе ППС. Кроме того, в ППС удерживается значительная доля пыли, аэрозолей, газов и прочих примесей, поступающих в атмосферу от наземных источников (рис. 1). Поэтому высота ППС, которая может составлять от нескольких десятков метров до нескольких километров, — важнейший параметр, определяющий количественные характеристики



Рис. 1. Скопление дыма у верхней границы очень тонкого устойчиво стратифицированного ППС, ограниченного сверху температурной инверсией (Лохкаррон, Северо-Шотландское нагорье, автор фотографии Johan The Ghost, Wikimedia Commons).

аномальных морозов или жары, опасных загрязнений воздуха и локальных проявлений наблюдаемого глобального потепления (см., например, [1, 2]).

Почти вся биосфера суши, включая антропосферу, находится в пределах ППС. Поэтому понимание природы ППС и умение моделировать его главные свойства важны с точки зрения здоровья и качества жизни людей. В этом контексте к числу наиболее актуальных задач принадлежит определение высоты ППС и вертикальных турбулентных потоков на его нижней и верхней границах по информации, доступной в оперативной практике служб погоды. Этим задачам и посвящена настоящая статья.

2. УСТОЙЧИВЫЕ И НЕЙТРАЛЬНЫЕ ПОГРАНИЧНЫЕ СЛОИ

2.1. Роль стратификации

Высота ППС и интенсивность турбулентного перемешивания в ППС зависят от стратификации атмосферы по плотности. При устойчивой стратификации силы плавучести препятствуют генерации кинетической энергии турбулентности (КЭТ) за счет сдвига скорости, тем самым снижают интенсивность перемешивания и уменьшают высоту устойчивых ППС. Напротив, при неустойчивой стратификации конвективные движения, возникающие за счет сил плавучести, усиливают турбулентное перемешивание и приводят к развитию глубоких конвективных ППС. Общепринятая классификация ППС построена по знаку приземного потока плавучести B_s: ППС называется устойчивым при $B_s < 0$, неустойчивым (или конвективным) — при $B_s > 0$, и нейтральным при $B_s = 0$. Эта традиционная терминология не учитывает взаимодействий между ППС и вышележащим слоем воздуха, который, в свою очередь, может быть стратифицирован по-разному. В случае ППС, развивающегося на фоне устойчиво атмосферы стратифицированной свободной (с типичными значениями частоты Вяйсяля-Брента $N = (\beta \partial \theta / \partial z)^{1/2} \sim 10^{-2} \text{ c}^{-1})$, где $\beta = g/T - \pi a$ раметр плавучести, Т и θ – абсолютная и потенциальная температура, *g* – ускорение силы тяжести и *z* – высота), в верхней части ППС возникает дополнительный фактор устойчивой стратификации, никак не связанный с В, и в то же время резко сокращающий высоту ППС. Зависимость скорости роста конвективного ППС от *N* была установлена Зубовым [3] еще в 1945 г., однако влияние *N* на высоту устойчиво стратифицированных атмосферных ППС было полностью упущено до конца XX в. По существу, в метеорологии рассматривался лишь ночной устойчивый (НУ) ППС. Пограничные слои этого типа развиваются



Рис. 2. Зависимость равновесной высоты h_E условно нейтрального ППС от частоты Вяйсяля—Брента Nсвободного течения. Штриховая линия — формула (1), сплошная кривая — формула (2), черные кружки данные вихреразрешающего моделирования, белые кружки — данные измерений в атмосфере.

в средних и низких широтах над сушей после захода Солнца и существуют в течение всего нескольких часов, пока ночное выхолаживание земной поверхности поддерживает отрицательные значения приземного потока плавучести $B_s < 0$. При этом НУ ППС замещает тонкую нижнюю часть так называемого остаточного слоя, стратифицированного нейтрально или почти нейтрально вследствие интенсивного турбулентного перемешивания в течение дня, и поэтому отделен от устойчиво стратифицированной свободной атмосферы нейтрально стратифицированной прослойкой — верхней частью остаточного слоя.

При отсутствии выраженного суточного хода температуры подобная прослойка между ППС и свободной атмосферой не формируется. Над океанами, а также зимой в высоких широтах знак приземного потока плавучести может оставаться неизменным на протяжении нескольких суток. Тогда ППС, по традиционной классификации относящиеся к просто нейтральным ($B_s = 0$) или просто устойчивым ($B_s < 0$), непосредственно взаимодействуют со свободной атмосферой. Иными словами, набор внешних параметров, характеризующих ППС, традиционно включающий скорость трения u_* , приземный поток плавучести B_s и параметр Кориолиса $f = 2\Omega \sin \phi$ (где Ω – угловая скорость вращения Земли и ф – широта), пополняется частотой Вяйсяля-Брента N в слое над ППС. В работах [4-9] показано, что в верхней части подобных ППС формируется устойчивая стратификация, в результате чего резко сокращается высота ППС, и, вообще говоря, меняются соотношения, связывающие турбулентные потоки с вертикальными профилями средних значений скорости ветра, температуры, влажности и других метеорологических параметров в приземном слое воздуха [10–13].

Таким образом, следует различать четыре типа нейтральных и устойчивых ППС:

- истинно нейтральный (ИН) при $B_s = 0$ и N = 0;
- условно нейтральный (УН) при $B_s = 0$ и N > 0;
- ночной устойчивый (НУ) при $B_s < 0$ и N = 0;

• долгоживущий устойчивый (ДУ) при $B_s < 0$ и N > 0.

Первые три из них соответствуют простым предельным режимам: ИН – чистому эффекту вращения при полном отсутствии стратификации; УН – вращению в сочетании с устойчивой стратификацией, возбуждаемой сверху; и НУ – вращению в сочетании с устойчивой стратификацией, возбуждаемой снизу. Равновесная высота таких ППС оценивается экмановским масштабом $h_E \sim (K_*/|f|)^{1/2}$ [14], где K_* – характерный масштаб турбулентной вязкости, определяемый по-разному для каждого из типов:

$$\left[C_{R}u_{*}\left|f\right|^{-1}\right]$$
для ИН ППС, (1)

$$h_E = \begin{cases} C_{CN} u_* |fN|^{-1/2} & \text{для УН ППС,} \end{cases}$$
(2)

$$|C_{NS}u_{*}^{2}|fB_{s}|^{-1/2}$$
 для НУ ППС, (3)

где $C_R = 0.6$, $C_{CN} = 1.36$ и $C_{NS} = 0.5$ – безразмерные эмпирические константы, найденные по совокупности всех имеющихся данных, включая результаты вихреразрешающего моделирования [9]. Долгоживущий устойчивый (ДУ) ППС устроен сложнее. Его равновесная высота, зависящая от обоих факторов стратификации (*N* и *B_s*), определяется в разделе 2.3.

Формула (1), полученная Россби и Монтгомери [15] еще в 1935 г., широко используется в метеорологической практике. Однако истинно нейтральные ППС, только к которым она и применима, наблюдаются в атмосфере Земли весьма редко. В подавляющем большинстве случаев атмосферные ППС, нейтральные по критерию $B_s = 0$, в действительности условно нейтральны. Определение их высоты по формуле (1) приводило к очень большому разбросу эмпирических оценок константы C_R . Как видно из (2), комбинация $|f|h_E/u_*$ [согласно (1) равная C_R], в действительности изменчива и выражается по формуле $|f|h_E/u_* =$ $= C_{CN} (f/N)^{1/2}$. Типичное значение ее правой части при $f = 10^{-4}$ с⁻¹ и $N = 10^{-2}$ с⁻¹ в пять раз меньше, чем $C_R = 0.6$. Влияние стратификации в свободной атмосфере на высоту условно нейтрального ППС согласно современной теории и имеющимся эмпирическим данным показано на рис. 2.

Выражение (3) для толщины ночного устойчивого ППС, полученное в работе [16], неплохо согласуется с данными многочисленных метеорологических экспериментов. Более того, оценка эмпирической константы $C_{NS} = 0.5$, полученная путем вихреразрешающего моделирования, согласуется с метеорологическими оценками (например, [17, 18]). Это вполне естественно, поскольку подавляющая часть измерений толщины ППС при устойчивой стратификации была выполнена над континентами в средних широтах, т.е. именно в условиях ночного устойчивого ППС.

2.2. Влияние бароклинного сдвига

В формулах (1)–(3) скорость трения u_* играет роль турбулентного масштаба скорости u_T . Это справедливо в случае баротропной атмосферы, где горизонтальные градиенты давления $\partial p/\partial x$ и $\partial p/\partial y$ не зависят от высоты, так что фактическая скорость ветра (u, v) приближается к постоянной по высоте геострофической скорости $[u_g \equiv -(\rho f)^{-1} \times \partial p/\partial y, v_g \equiv -(\rho f)^{-1} \partial p/\partial y]$, а сдвиг ветра исчезает по мере достижения верхней границы ППС. Следовательно, КЭТ генерируется в основном в приземном слое воздуха, где естественным масштабом скорости турбулентных движений служит именно u_* .

В бароклинной атмосфере, напротив, сдвиг ветра в верхней части ППС не исчезает, а стремится к конечному значению:

$$\Gamma \equiv \left[\left(\frac{\partial u_g}{\partial z} \right)^2 + \left(\frac{\partial v_g}{\partial z} \right)^2 \right]^{1/2} = \frac{g}{|f|T} \left[\left(\frac{\partial T}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial T}{\partial x} \right)^2 \right]^{1/2}, (4)$$

(см., например, раздел 3.4 в [19]). Кинетическая энергия, генерируемая бароклинным сдвигом и никак не связанная с u_* , способствует турбулентному перемешиванию и увеличению высоты ППС. В работе [8] получены следующие "бароклинные масштабы" турбулентной скорости:

$$u_T = u_* \left(1 + C_0 \frac{\Gamma}{N} \right)^{\frac{1}{2}},$$
 (5)

и равновесной высоты условно нейтрального ППС:

$$h_E = \frac{C_{CN} u_*}{\left| fN \right|^{1/2}} \left(1 + C_0 \frac{\Gamma}{N} \right)^{1/2}, \tag{6}$$

где $C_0 \approx 0.7$ – безразмерная эмпирическая константа (по данным вихреразрешающего моделирования).

2.3. Диагностические и прогностические модели

В общем случае, в том числе и в случае долгоживущего устойчивого ППС (при $B_s < 0$ и N > 0), равновесная высота ППС h_E определяется путем интерполяции между простыми предельными выражениями (1), (2) и (3), учитывающими вращение Земли (*f*), поток плавучести на нижней границе слоя (B_s) и устойчивую стратификацию на его верхней границе (N) [9]:

$$\frac{1}{h_E^2} = \frac{f^2}{(C_R u_*)^2} + \frac{N|f|}{(C_{CN} u_T)^2} + \frac{|fB_s|}{(C_{NS} u_*^2)^2}.$$
 (7)

При известной равновесной высоте устойчивого ППС (h_E) его фактическая высота (h) рассчитывается с помощью релаксационного уравнения:

$$\frac{h}{h} - w = \dot{h} = -\frac{h - h_E}{t_E},\tag{8}$$

где $d/dt = \partial/\partial t + u\partial/\partial x + v\partial/\partial y$; u, v u w – компоненты средней скорости ветра вдоль координатных осей x, y u z на высоте z = h(t, x, y); t_E – временной масштаб релаксации:

$$t_E = \frac{h_E}{C_E u_*} \tag{9}$$

и C_E — безразмерная эмпирическая константа (по предварительной оценке близкая к единице).

Как видно из (8) и (9), при наличии среднего вертикального движения высота стационарного, горизонтально-однородного ППС ($h_{E,w}$) отличается от h_E :

$$h_{E,w} = h_E \left(1 + \frac{w}{C_E u_*} \right). \tag{10}$$

Таким образом, при прочих равных условиях, в воздушных массах с высоким давлением (где w > 0) ППС как правило выше, чем в воздушных массах с низким давлением (где w < 0).

Верификацию релаксационной модели (8), (9) и определение константы C_E еще предстоит осуществить. Отдельную проблему (не затрагиваемую в данной статье) составляет определение толщины устойчивого ППС в экваториальной зоне, где параметр Кориолиса f обращается в нуль.

КОНВЕКТИВНЫЕ ПОГРАНИЧНЫЕ СЛОИ 3.1. Тенденция к непрерывному росту

При неустойчивой стратификации КЭТ генерируется двумя механизмами: конвективным – за счет сил плавучести – со скоростью генерации *B*, и механическим – за счет сдвига – со скоростью генерации $\tau \cdot \partial \mathbf{u}/\partial z$, где $B = \overline{b'w'}$ и $\tau = -\overline{\mathbf{u'w'}}$ – вертикальные турбулентные потоки плавучести



Рис. 3. Вертикальные профили средней плавучести *b* и потока плавучести *B* в конвективном слое и их упрощенное представление (жирные прямые линии).

 $b = \beta \theta + 0.61gq$ и импульса $\mathbf{u} = (u, v); \theta$ – потенциальная температура и q – удельная влажность. Естественно называть ППС чисто конвективным, если механическая генерация КЭТ $\int_{a}^{b} (\mathbf{\tau} \cdot \partial \mathbf{u} / \partial z) dz$ отсутствует или пренебрежимо мала

по сравнению с конвективной генерацией $\int Bdz$.

В противном случае следует называть ППС конвективно-механическим.

Согласно Дирдорфу [20] чисто конвективный ППС полностью характеризуется всего двумя параметрами: высотой h и потоком плавучести на подстилающей поверхности B_s . Из них составляется единственно возможный конвективный масштаб скорости:

$$W_* = (B_s h)^{1/3}.$$
 (11)

При наличии сдвига турбулентный масштаб скорости принято определять как линейную комбинацию W_*^2 и квадрата скорости трения $u_*^2 = |\mathbf{\tau}|_{z=0}$. С нашей точки зрения это не обосновано. Ниже будет показано, что естественным дополнением к дирдорфовскому W_* служит механический масштаб $(Uu_*^2)^{1/3}$, где U – среднее по высоте значение

При типичных для земной атмосферы значениях приземного потока плавучести $B_{\rm s} \sim 10^{-3} \, {\rm m}^2 \, {\rm c}^{-3}$

горизонтальной скорости ветра.

и высоты конвективного ППС $h \sim 10^3$ м перемешивание внутри слоя настолько интенсивно, что плавучесть b и составляющие скорости ветра u и v, как и концентрации атмосферных примесей, выравниваются по высоте всюду, за исключением очень тонкого приземного участка $0 < z < \delta$ и тоже тонкого слоя турбулентного вовлечения у верхней границы слоя. Постоянство по высоте величин b, u и v, т.е. практически полное перемешивание, влечет за собой линейное убывание с высотой вертикальных турбулентных потоков плавучести B и количества движения τ (см. рис. 3). Эти свойства, формализованные в виде концепции полного перемешивания, позволяют сильно упростить теоретический анализ.

Оценивая коэффициент турбулентной вязкости в конвективном ППС согласно теории подобия Дирдорфа [20]: $K_* \sim W_*h$ и подставляя его в формулу Экмана для высоты ППС $h_E \sim (K_*/|f|)^{1/2}$, получаем оценку $h_E \sim B_s^{1/2}/f^{3/2} \sim 30$ км, на порядок превосходящую максимальные высоты наблюдаемых в атмосфере конвективных слоев. Отсюда следует, что вращение Земли не оказывает на них влияния.

Итак, в конвективных слоях отсутствуют ограничители роста: вращение Земли не существенно, а силы плавучести положительны и способствуют перемешиванию и разбуханию слоя. Понятия равновесного режима и релаксации к равновесию (плодотворно использованные в разделе 2 при определении высоты устойчивых и нейтральных ППС) к конвективным слоям не применимы. Их высота определяется прогностическим уравнением:

$$\frac{dh}{dt} - w = \dot{h} > 0, \tag{12}$$

где, в отличие от релаксационного уравнения (8), \dot{h} – всегда положительная скорость проникновения конвективного слоя в нетурбулентный (или слаботурбулентный), как правило, устойчиво стратифицированный вышележащий слой атмосферы.

3.2. Термодинамические модели

Согласно концепции полного перемешивания (рис. 3) вертикальные профили средней плавучести *b* и вертикального турбулентного потока плавучести *B* имеют вид:

$$b = \begin{cases} \overline{b} & \text{при } \delta < z < h \\ \overline{b} + \Delta b + N^2 (z - h) & \text{при } z > h, \end{cases}$$
(13)

$$B = \begin{cases} B_s(1 - z/h) + B_h z/h & \text{при } 0 < z < h \\ 0 & \text{при } z > h, \end{cases}$$
(14)

ИЗВЕСТИЯ РАН. ФИЗИКА АТМОСФЕРЫ И ОКЕАНА том 48 № 1 2012

154

где B_h — поток плавучести за счет вовлечения на верхней границе растущего конвективного слоя, связанный с перепадом плавучести $\Delta b = b_{h+0} - b_{h-0}$ соотношением

$$B_h = -\dot{h}\Delta b. \tag{15}$$

Верхняя часть слоя h - l < z < h, в которой поток плавучести отрицателен, т.е. направлен вниз, называется слоем турбулентного вовлечения, масштаб толщины *l* которого выражается, как видно из рис. 3, через отношение потоков плавучести:

$$\frac{l}{h-l} = -\frac{B_h}{B_s} = \frac{h\Delta b}{B_s} \equiv A,$$
(16)

где *А* – коэффициент вовлечения (см., например, [21–24]).

Рассмотрим простейший вариант уравнения плавучести без учета вертикальной адвекции, температуры и влажности, радиационного теплообмена и фазовых переходов влаги:

$$\frac{db}{dt} = -\frac{\partial B}{\partial z}.$$
(17)

Принимая постоянное по высоте значение частоты Вяйсяля—Брента в атмосфере над конвективным слоем и интегрируя (17) по z от 0 до h с учетом аппроксимаций (13) и (14), получаем уравнение глобального баланса плавучести:

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{1}{2}N^2h^2 - h\Delta b\right) = B_s,\tag{18}$$

связывающее две неизвестные: высоту конвективного слоя h и перепад плавучести на его верхней границе Δb . При отсутствии вовлечения (т.е. при $\Delta b = 0$) оно принимает вид:

$$\frac{dh}{dt} = \frac{B_s}{N^2 h}.$$
(19)

Впервые получил это уравнение и применил его к расчету глубины конвективного перемешанного слоя в океане Зубов [3]. В тех случаях, когда требования к точности определения h не велики, а поток плавучести за счет вовлечения $B_h = -\dot{h}\Delta b$ сам по себе не требуется, модель Зубова служит неплохим приближением.

Эвристический учет вовлечения предложили одновременно Беттс [21], Карсон [22] и Теннекес [23]. В их модели предполагается, что B_h составляет стандартную долю от приземного потока плавучести: $A = -B_h/B_s = \text{const} > 0$, что в комбинации с (18) приводит к следующему обобщению уравнения Зубова:

$$\frac{dh}{dt} = (1+2A)\frac{B_s}{N^2h}.$$
(20)

Грюнинг и Бачварова [25, 26] предложили дальнейшее эвристическое обобщение уравнения (20) с учетом вертикальной адвекции и дополнительного перемешивания за счет сдвига скорости. Их модель (с эмпирическим значением A = 0.2) широко используется для решения практических задач [27].

3.3. Энергетическая модель чисто конвективного слоя

Многочисленные данные наблюдений в атмосфере и гидросфере, лабораторных экспериментов и вихреразрешающего моделирования свидетельствуют об изменчивости коэффициента вовлечения в диапазоне 0 < A < 1 (см. табл. 3 в [28]). В рамках подхода, изложенного в разделе 3.2, объяснить это явление невозможно.

В работах [28–30] предложена теоретическая модель турбулентного вовлечения, основанная на двух соотношениях: (18) и осредненном по конвективному слою уравнению баланса КЭТ. Модель естественным образом включает определение двух неизвестных: h и Δb (а следовательно, и $A = \dot{h} \Delta b/B_s$).

В общем случае конвективно-механического пограничного слоя уравнение баланса КЭТ имеет вид

$$\frac{dE_K}{dt} = \mathbf{\tau} \cdot \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial z} + B - \frac{\partial F}{\partial z} - \varepsilon, \qquad (21)$$

где є – скорость диссипации КЭТ и *F* – вертикальный турбулентный поток КЭТ. Для чисто конвективного слоя ($\mathbf{\tau} \cdot \partial \mathbf{u} / \partial z = 0$) суммарный баланс КЭТ находится путем почленного интегрирования (21). Интеграл от В берется с учетом аппроксимации (14); а интегралы от dE_k/dt и ε – с учетом теории подобия Дирдорфа [20]: E_K = $= W_*^2 \Phi_{EK}(\zeta)$ и $\varepsilon = (W_*^3/h) \Phi_{\varepsilon}(\zeta)$, где $\Phi_{EK}(\zeta)$ и $\Phi_{\varepsilon}(\zeta) - \psi_{\varepsilon}(\zeta)$ универсальные функции безразмерной высоты $\zeta = z/h$. Интеграл от $\partial F/\partial z$ равен потоку кинетической энергии F_{h+0} на верхней границе конвективного слоя. При развитии конвективного слоя на фоне устойчиво стратифицированной среды этот поток обеспечивается внутренними гравитационными волнами (ВГВ), возбуждаемыми вследствие "бомбардировки" слоя турбулентного вовлечения восходящими конвективными струями, в том числе за счет механизма автогенерации, подобного предложенному в [31–37]. Согласно линейной теории, поток энергии, переносимой за счет ВГВ ($F_{h+0} \propto \lambda^2 \Lambda N^3$), определяется амплитудой и длиной волн (λ и Λ), а также стратификацией среды (N). В присутствии сдвига скорости в свободной атмосфере можно ожидать существенного увеличения потока энергии, переносимой ВГВ [33], за счет особенностей их взаимодействия со сдвиговыми потоками в критических слоях [34].

Естественным масштабом амплитуды ВГВ, возбуждаемых конвективными струями, служит толщина слоя турбулентного вовлечения *l* [см.



Рис. 4. Гряды облаков, сформированные двумерными конвективными структурами (Квинсленд, Австралия, автор фотографии Mick Petroff, Wikimedia Commons). Расстояние между грядами примерно равно удвоенной высоте конвективного слоя.

рис. 3 и формулу (16)], тогда как длина волны А должна определяться по-разному в атмосфере и в лабораторном сосуде (где она существенно ограничена расстоянием между боковыми стенками). Для лабораторных чисто конвективных слоев в цитируемых работах принято

$$\Lambda \sim \lambda \sim l = \frac{A}{1+A}h \tag{22}$$

и, в дополнение к (18), получено уравнение турбулентного вовлечения:

$$A + C_3 \operatorname{Ri}^{3/2} \left(\frac{A}{1+A} \right)^3 = C_1 - C_2 E,$$
 (23)

где E — безразмерная скорость расширения конвективной зоны:

$$E = \dot{h}/W_*, \qquad (24)$$

Ri – число Ричардсона, характеризующее стратификацию в свободном течении:

$$\operatorname{Ri} = \frac{1}{2} \left(\frac{Nh}{W_*} \right)^2, \qquad (25)$$

 $C_1 = 0.2, C_2 = 0.8$ и $C_3 = 0.1$ – безразмерные константы, найденные по данным лабораторных экспериментов.

В наших обозначениях уравнение (18) принимает вид

$$\frac{d}{dt}\left[W_*^2\left(\operatorname{Ri}-\frac{A}{E}\right)\right] = B_s.$$
(26)

Система (12), (23), (26) замкнута и позволяет определить *E* и *A* (а значит \dot{h} , Δb и *h*). Результаты экспериментальной проверки этой модели по данным лабораторных опытов собраны в книге [28].

3.4. Энергетическая модель конвективномеханического слоя

Чтобы распространить теорию на атмосферные конвективные слои, нужно, прежде всего, учесть член $\mathbf{\tau} \cdot \partial \mathbf{u} / \partial z > 0$ в уравнении баланса КЭТ (21). Другое отличие атмосферной конвекции от лабораторной состоит в том, что в атмосфере под влиянием сдвига скорости развиваются цилиндрические организованные структуры, охватывающие по вертикали весь конвективный слой, вытянутые вдоль ветра и вращающиеся в вертикальной плоскости, перпендикулярной направлению ветра. Типичное расстояние между структурами составляет удвоенную высоту конвективного слоя (см. рис. 4). Поэтому для ВГВ, возбуждаемых этими структурами, типичная длина волны определяется высотой всего конвективного слоя ($\Lambda \sim h$), а амплитуда по-прежнему определяется толщиной слоя вовлечения ($\lambda \sim l$). Таким образом, вместо формулы (22) следует принять

$$\Lambda \sim h, \ \lambda \sim l = \frac{A}{1+A}h.$$
(27)

Кроме того, в конвективно-механических слоях одного конвективного масштаба скорости $W_* = (B_s h)^{1/3}$ недостаточно. Напомним, что W_* непосредственно характеризует удвоенную скорость генерации КЭТ силами плавучести: $W^3_* = hB_s \approx$

≈ $2 \int_{0} Bdz$. Для определения механического мас-

штаба скорости V_{*} естественно воспользоваться удвоенной скоростью механической генерации *h*

КЭТ:
$$2 \int_{0} (\mathbf{\tau} \cdot \partial \mathbf{u} / \partial z) dz \approx 2U u_{*}^{2}$$
 и принять

$$V_* = (2Uu_*^2)^{1/3}, (28)$$

где U – средняя по вертикали скорость ветра в конвективном слое. Далее, обобщая теорию подобия Дирдорфа, выражаем КЭТ E_K и скорость ее диссипации є через пары безразмерных функций (аналогичных функциям $\Phi_{EK}(\zeta)$ и $\Phi_{\varepsilon}(\zeta)$ в чисто конвективном КПС):

$$E_{K} = W_{*}^{2} \Phi_{EK}^{(c)}(\zeta) + V_{*}^{2} \Phi_{EK}^{(m)}(\zeta),$$

$$\varepsilon = (W_{*}^{3}/h) \Phi_{\varepsilon}^{(c)}(\zeta) + (V_{*}^{3}/h) \Phi_{\varepsilon}^{(c)}(\zeta).$$
(29)

В результате, следуя тому же ходу рассуждений, что и в разделе 3.3, получаем уравнение турбулентного вовлечения для атмосферных конвективно-механических слоев:

$$A + C_4 \operatorname{Ri}^{3/2} \left(\frac{A}{1+A}\right)^2 = C_1 - C_2 E + C_5 \left(\frac{V_*}{W_*}\right)^3.$$
(30)

Константы $C_1 = 0.2$ и $C_2 = 0.8$ надежно определены с помощью лабораторных экспериментов по конвекции в двухслойной жидкости (в которых член V_* и члены, содержащие Ri, в уравнениях (23) и (30) обращаются в нуль, так что эти уравнения полностью совпадают). Новые константы C_4 и C_5 предстоит определить по данным атмосферных экспериментов и вихреразрешающего моделирования. При этом для определения C_4 удобно использовать данные, относящиеся к чисто конвективным слоям, а для определения C_5 – данные, относящиеся к конвективно-механическим слоям при сильных ветрах. Уравнения (12), (26), (30) образуют замкнутую систему, позволяющую определить \dot{h} , Δb и h.

Ранним утром, когда развитие конвективного слоя происходит на фоне нейтрально или слабо

стратифицированного остаточного слоя ($Ri \ll 1$), уравнение (30) принимает вид

$$\frac{dh}{dt} = \frac{C_1 + C_5 (V_* / W_*)^3 - A}{C_2} W_*, \tag{31}$$

что соответствует стремительному росту h. В более поздние часы, когда остаточный слой уже пройден и конвективный слой проникает в устойчиво стратифицированную свободную атмосферу (где Ri \geq 1), рост слоя резко замедляется.

4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Устойчиво и нейтрально стратифицированные планетарные пограничные слои (ППС) в средних и высоких широтах подвержены влиянию вращения Земли, которое налагает ограничения на их высоту, зависящую от параметра Кориолиса. Другим фактором ограничения высоты ППС служит устойчивость стратификации как в нижней части ППС – за счет радиационного выхолаживания земной поверхности в ночные часы, так и в верхней его части – в случае долгоживущих ППС, верхняя граница которых непосредственно соприкасается с устойчиво стратифицированной свободной атмосферой. До начала XXI в. долгоживущие ППС оставались вне поля зрения метеорологов, что приводило и до сих пор приводит к систематическому завышению высоты ППС в атмосферных моделях. К настоящему времени выяснено, что долгоживущие условно нейтральные и устойчивые ППС (как правило, значительно более тонкие, чем короткоживущие) преобладают над океанами, а зимой в полярных и субполярных областях – также и над континентами.

Эволюция устойчивых и нейтральных ППС имеет преимущественно релаксационный характер, причем турбулентное вовлечение на их верхней границе, как правило, несущественно. Различным режимам стратификации соответствуют определенные выражения для высоты равновесного ППС (1)–(3), а в общем случае высота ППС может быть найдена путем решения релаксационной задачи (7)–(9).

Результаты исследований, выполненных за последнее десятилетие, кратко изложенные в разделе 2, позволяют дать практические рекомендации к расчету высоты устойчивых и нейтральных ППС практически при любых условиях, за исключением экваториальной зоны. Здесь параметр Кориолиса обращается в нуль, а роль главного фактора, ограничивающего высоту ППС, принимает на себя устойчивая стратификация свободной атмосферы (с типичными значениями частоты Вяйсяля–Брента N ~ 10^{-2} с⁻¹), так что ситуация принципиально ясна, но конкретные модели пока не созданы.

Конвективные пограничные слои в атмосфере не подвержены влиянию вращения Земли и могут либо расти (пока поддерживается положительный поток плавучести в их толще), либо вырождаться как целое. Поэтому стационарный режим невозможен. Высота конвективного слоя определяется прогностическим уравнением, главным параметром которого служит скорость проникновения слоя в свободное течение (\dot{h}). На верхней границе слоя происходит вовлечение вышележащего воздуха, создающее отрицательный (направленный вниз) поток плавучести. Процессы роста и вовлечения взаимосвязаны. Точное определение высоты слоя нельзя осуществить, не зная поток плавучести за счет вовлечения.

Тем не менее в задачах, в которых само по себе вовлечение интереса не представляет, можно приближенно определять высоту конвективного слоя с помощью простейших моделей (19) [3], (20) [21-23] или их эвристического обобщения [25, 26] с постоянным значением коэффициента вовлечения $A = B_h/B_s = 0.2$. В настоящее время только такой метод и применяется в оперативных атмосферных моделях. Однако, как показали Найт и др. [38], воспроизведение конвективной облачности в моделях климата до такой степени чувствительно к параметризации вовлечения, что вариации задаваемого А в пределах имеющихся эмпирических оценок приводят в рамках одной и той же модели к резко различным прогнозам изменения климата. Наши уравнения (12), (26) и (30) дают физическую основу для расчета обоих главных параметров, контролирующих развитие кучевых облаков: высоты конвективного слоя h и коэффициента вовлечения А.

Для создания оперативного алгоритма, позволяющего рассчитывать h и A в моделях климата, потребуется верифицировать уравнение вовлечения (30), включая определение эмпирических констант C_4 и C_5 , и вывести взамен (18) общее уравнение глобального баланса плавучести, исходя из уравнений для потенциальной температуры θ и относительной влажности в их общей форме.

Следует упомянуть еще об одном важном приложении теории пограничного слоя – атмосферном электричестве [39]. Во-первых, электрические явления в пограничном слое служат индикатором его состояния, поэтому измерения вариаций электрического поля, тока и проводимости позволяют проводить дистанционную диагностику турбулентности и когерентных структур [40–42]. Во-вторых, наличие электрического поля и заряженных частиц в пограничном слое приводят к нелокальным коллективным эффектам, связанным с турбулентностью, волнами и структурами [42–44]. Наконец, турбулентный конвективный ток является одним из важнейших генераторов глобальной атмосферной электрической цепи [45, 46].

Работа выполнена при поддержке гранта Правительства Российской Федерации для государственной поддержки научных исследований, проводимых под руководством ведущих ученых в российских образовательных учреждениях высшего профессионального образования (договор № 11.G34.31.0048); Федеральной целевой программы "Научные и научно-педагогические кадры инновационной России" (контракт 02.740.11.5225); и 7-й Рамочной программы Европейской Комиссии (проект PBL-PMES, грант Европейского научного совета 227915).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- 1. *Zilitinkevich S.S., Esau I.N.* Planetary boundary layer feedbacks in climate system and triggering global warming in the night, in winter and at high latitudes // Geography, Environment and Sustainability. 2009. V. 1. N° 2. P. 20–34.
- Esau I., Zilitinkevich S. On the role of the planetary boundary layer depth in the climate system // Adv. Sci. Res. 2010. V. 4. P. 63–69.
- Зубов Н.Н. Льды Арктики. М.: Изд. Главсевморпути, 1945. 360 с.
- Baklanov A. Parameterisation of SBL height in atmospheric pollution models / Eds: Borrego C., Schayes G. // Air Pollution Modeling and Its Application XV. New York: Kluwer Academic / Plenum Publishers, 2002. P. 415–424.
- 5. Zilitinkevich S., Baklanov A., Rost J. et al. Diagnostic and prognostic equations for the depth of the stably stratified Ekman boundary layer // Q. J. R. Meteorol. Soc. 2002. V. 128. № 579. P. 25–46.
- 6. Zilitinkevich S., Baklanov A. Calculation of the height of the stable boundary layer in practical applications // Boundary-Layer Meteorol. 2002. V. 105. № 3. P. 389– 409.
- 7. Zilitinkevich S.S., Esau I.N. On integral measures of the neutral barotropic planetary boundary layer // Boundary-Layer Meteorol. 2002. V. 104. № 3. P. 371–379.
- 8. Zilitinkevich S.S., Esau I.N. The effect of baroclinicity on the equilibrium depth of neutral and stable planetary boundary layers // Q. J. R. Meteorol. Soc. 2003. V. 129. № 595. P. 3339–3356.
- 9. Zilitinkevich S., Esau I., Baklanov A. Further comments on the equilibrium height of neutral and stable planetary boundary layers // Q. J. R. Meteorol. Soc. 2007. V. 133. № 622. P. 265–271.
- Zilitinkevich S., Calanca P. An extended similarity theory for the stably stratified atmospheric surface layer // Q. J. R. Meteorol. Soc. 2000. V. 126. № 566. P. 1913– 1923.
- Zilitinkevich S.S. Third-order transport due to internal waves and non-local turbulence in the stably stratified surface layer // Q. J. R. Meteorol. Soc. 2002. V. 128. № 581. P. 913–925.
- Esau I.N. Parameterization of a surface drag coefficient in conventionally neutral planetary boundary layer // Ann. Geophys. 2004. V. 22. P. 3353–3362.
- 13. Zilitinkevich S.S., Esau I.N. Resistance and heat-transfer laws for stable and neutral planetary boundary lay-

ers: Old theory advanced and re-evaluated // Q. J. R. Meteorol. Soc. 2005. V. 131. № 609. P. 1863–1892.

- 14. *Ekman V.W.* On the influence of the Earth's rotation on ocean currents // Arkiv för matematik, astronomi och fysik. 1905. V. 2. № 11. P. 1–52.
- 15. *Rossby C.G., Montgomery R.B.* The layer of frictional influence in wind and ocean currents // Pap. Phys. Oceanogr. Meteorol. 1935. V. 3. № 3. P. 1–101.
- 16. Zilitinkevich S.S. On the determination of the height of the Ekman boundary layer // Boundary-Layer Meteorol. 1972. V. 3. № 2. P. 141–145.
- 17. Caughey S.J., Wyngaard J.C., Kaimal J.C. Turbulence in the evolving stable boundary layer // J. Atmos. Sci. 1979. V. 36. № 6. P. 1041–1052.
- Atmospheric Turbulence and Air Pollution Modelling / Eds: Nieuwstadt F.T.M., Van Dop H. Dordrecht: D. Reidel, 1982. 358 p.
- 19. *Holton J.R.* An Introduction to Dynamic Meteorology. New York: Academic Press, 1972. 319 p.
- 20. *Deardorff J.W.* Parameterization of the planetary boundary layer for use in general circulation models // Mon. Wea. Rev. 1972. V. 100. № 2. P. 93–106.
- Betts A.K. Non-precipitating cumulus convection and its parameterization // Q. J. R. Meteorol. Soc. 1973. V. 99. № 419. P. 178–196.
- Carson D.J. The development of a dry inversion-capped convectively unstable boundary layer // Q. J. R. Meteorol. Soc. 1973. V. 99. № 421. P. 450–467.
- Tennekes H. A model for the dynamics of the inversion above a convective boundary layer // J. Atmos. Sci. 1973. V. 30. № 4. P. 558–567.
- 24. *Stull R.B.* Mixed-layer depth model based on turbulent energetics // J. Atmos. Sci. 1976. V. 33. № 7. P. 1268–1278.
- Gryning S.-E., Batchvarova E. Analytical model for the growth of the coastal internal boundary layer during onshore flow // Q. J. R. Meteorol. Soc. 1990. V. 116. № 491. P. 187–203.
- 26. *Batchvarova E., Gryning S.-E.* Applied model for the growth of the daytime mixed layer // Boundary-Layer Meteorol. 1991. V. 56. № 3. P. 261–274.
- Seibert P., Beyrich F., Gryning S.-E. et al. Review and intercomparison of operational methods for the determination of the mixing height // Atmos. Environ. 2000. V. 34. № 7. P. 1001–1027.
- 28. Zilitinkevich S.S. Turbulent Penetrative Convection. Aldershot: Avebury Technical, 1991. 179 p.
- 29. Zilitinkevich S.S. Comments on "A model for the dynamics of the inversion above a convective boundary layer" // J. Atmos. Sci. 1975. V. 32. № 5. P. 991–992.
- 30. Зилитинкевич С.С. Теоретическая модель проникающей турбулентной конвекции // Изв. АН СССР. Физика атмосферы и океана. 1987. Т. 23. № 6. С. 593–610.
- Троицкая Ю.И., Сергеев Д.А., Ежова Е.В. и др. Автогенерация внутренних волн всплывающими струями в стратифицированном бассейне // ДАН. 2008. Т. 419. № 5. С. 691–695.
- 32. Бондур В.Г., Гребенюк Ю.В., Ежова Е.В. и др. Поверхностные проявления внутренних волн, излучаемых заглубленной плавучей струей. Часть 1. Механизм генерации внутренних волн // Изв. РАН. Физика атмосферы и океана. 2009. Т. 45. № 6. С. 833–845.
- 33. Бондур В.Г., Гребенюк Ю.В., Ежова Е.В. и др. Поверхностные проявления внутренних волн, излу-

чаемых заглубленной плавучей струей. Часть 2. Структура внутренних волн // Изв. РАН. Физика атмосферы и океана. 2010. Т. 46. № 3. С. 376–389.

- 34. Бондур В.Г., Гребенюк Ю.В., Ежова Е.В. и др. Поверхностные проявления внутренних волн, излучаемых заглубленной плавучей струей. Часть 3. Поверхностные проявления внутренних волн // Изв. РАН. Физика атмосферы и океана. 2010. Т. 46. № 4. С. 519–529.
- 35. Дружинин О.А., Троицкая Ю.И. Автогенерация внутренних волн фонтаном в стратифицированной жидкости // Изв. РАН. Механика жидкости и газа. 2010. № 3. С. 147–158.
- 36. Резник С.Н., Троицкая Ю.И. Волновое сопротивление локализованной неоднородности дна стратифицированному сдвиговому потоку, имеющему критический слой // Изв. РАН. Физика атмосферы и океана. 1996. Т. 32. № 1. С. 133–140.
- Troitskaya Yu. I. The viscous-diffusion nonlinear critical layer in a stratified shear flow // J. Fluid Mech. 1991. V. 233. P. 25–48.
- Knight C.G., Knight S.H.E., Massey N. et al. Association of parameter, software, and hardware variation with large-scale behavior across 57.000 climate models // Proc. Natl. Acad. Sci. USA. 2007. V. 104. № 30. P. 12259–12264.
- Hoppel W.A., Anderson R.V., Willett J.C. Atmospheric electricity in the planetary boundary layer // The Earth's Electrical Environment / Eds: E.P. Krider, R.G. Roble Washington: National Academy Press, 1986. P. 149–165.
- 40. Anisimov S.V., Mareev E.A., Bakastov S.S. On the generation and evolution of aeroelectric structures in the surface atmospheric layer // J. Geophys. Res. 1999. V. 104. № D12. P. 14359–14368.
- 41. Анисимов С.В., Мареев Е.А. Спектры пульсаций электрического поля приземной атмосферы // ДАН. 2001. Т. 381. № 1. С. 1–5.
- 42. Anisimov S.V., Mareev E.A., Shikhova N.M. et al. Universal spectra of electric field pulsations in the atmosphere // Geophys. Res. Lett. 2002. V. 29. № 24. P. 74–79.
- 43. *Мареев Е.А., Мареева О.В.* Нелинейные структуры электрического поля и заряда в приземном слое атмосферы // Геомагнетизм и аэрономия. 1999. Т. 39. № 6. С. 74–79.
- 44. *Mareev E.A.* Formation of Charge Layers in the Planetary Atmospheres // Space Science Reviews. 2008. V. 137. № 1–4. doi: 10.1007/s11214-008-9306-2.
- 45. Анисимов С.В., Мареев Е.А. Геофизические исследования глобальной электрической цепи // Физика Земли. 2008. № 10. С. 8–18.
- 46. Мареев Е.А. Достижения и перспективы исследований глобальной электрической цепи // УФН. 2010. Т. 180. № 5. С. 527–534.

Theoretical Models of the Altitude of an Atmospheric Boundary Layer and Turbulent Involvement at Its Upper Boundary

S. S. Zilitinkevich^{a, b, c, d, e, f}, S. A. Tyuryakov^{d, e}, Yu. I. Troitskaya^{b, c}, and E. A. Mareev^{b, c}

^a Obukhov Institude of Atmospheric Physics, Russian Academy of Sciences, Pyzhevskii per. 3, Moscow 119017, Russia e-mail: sergaj.zilitinkevich@fmi.fi

^b Lobachevskii State University of Nizhni Novgorod, pr. Gagarina 23, Nizhni Novgorod 603950, Russia

^c Institute of Applied Physics, Russian Academy of Sciences, ul. Ul'yanova 46, Nizhni Novgorod 603950, Russia

e-mail: yuliya@hydro.appl.sci-nnov.ru

e-mail: mareev@.appl.sci-nnov.ru

^d Russian State Hydrometeorological University, Malookhtinskii pr. 98, St. Petersburg 195196, Russia

e-mail: svyatoslav.tyuryakov@fmi.fi

^e Finnish Meteorological Institute, p.b. 503, Helsinki 00101, Finland

^f Helsinki University, Finland

Received June 1, 2011; in final form, June 29, 2011

Abstract—The planetary boundary layer (PBL), which directly interacts with the underlying surface, differs significantly in its nature from the low-turbulent stably stratified free atmosphere. Fluctuations of the earth's surface heat balance immediately affect the PBL and assimilate there owing to the effective mechanism of turbulent heat exchange. In this case the upper boundary of the PBL plays the role of a cover, preventing the direct penetration of thermal effects and contaminants into an overlying atmospheric layer. In view of this, air pollution is especially dangerous at low PBL altitudes. In addition, local peculiarities of climate change are mainly determined by the PBL altitude due to the high sensitivity of thin stably stratified PBLs to the thermal effects. Thick convective PBLs are not very sensitive to weak thermal effects, but they significantly affect the formation of convective cloudiness and the climate system as a whole by means of the turbulent involvement of the thermal effects, and other contaminants through the upper boundary. The PBL altitude and turbulent involvement must be calculated when simulating and forecasting air pollution, abnormal frosts and heat, and other hazardous phenomena. In this work we discuss state-of-the-art of knowledge in the sphere of PBL altitude simulation and suggest a new model of turbulent involvement for convective PBLs.

Keywords: atmospheric boundary layer, aerosols, baroclinity, involvement, boundary layer altitude, air pollution, free atmosphere, stratification, turbulence.

Сдано в набор 13.10.2011 г.		Іодписано к печати 22.12.2011 г	Формат бумаги 60 $ imes$ 88 1 / $_{8}$	
Цифровая печать	Усл. печ. л. 20.0	Усл. кротт. 3.4 тыс.	Учизд. л. 20.0	Бум. л. 10.0
	Тираж 164 экз	кз. Зак. 2102		
	Учредит	гель: Российская академия нау	^K ,	

Институт физики атмосферы им. А.М. Обухова РАН

Издатель: Российская академия наук. Издательство "Наука", 117997 Москва, Профсоюзная ул., 90 Оригинал-макет подготовлен МАИК "Наука/Интерпериодика" Отпечатано в ППП "Типография "Наука", 121099 Москва, Шубинский пер., 6